Lista de exercícios - complemento - 05/12/2022

1) Sabendo que uma onda eletromagnética, de campo elétrico

$$\vec{E} = Re\{\vec{E}_0 exp[i(kz - \omega t)]\}$$

incide perpendicularmente em um plasma, definido por uma frequência ω_P, qual é expressão para a onda que penetra no plasma, e qual a fração da potência total refletida, sabendo que no interior do plasma temos a relação

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_P^2}{c^2}$$

nos seguintes casos:

a)$\omega \ll \omega_P$

b) $\omega \gg \omega_P$

Dados: Coeficiente de reflexão para incidência normal: $r = \frac{n_I - n_R}{n_I + n_R}$. Considere que a onda incide do vácuo ($n_I = 1$). Velocidade de fase: $v = \omega/k$

---

2) Uma onda plana incide em um meio com um certo índice de refração dependente da frequência. Esta onda é composta de duas frequências, $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$ e $\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$, que dão origem a uma envoltória típica de um batimento:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_0[\cos(k_1 z - \omega_1 t) + \cos(k_2 z - \omega_2 t)] = \frac{\vec{E}_0}{2} \cos(k_0 z - \omega_0 t) \cos(\Delta k z - \Delta\omega t).$$

O índice de refração do meio é dado por $n(\omega) = n_R + n_1 \frac{x}{1+x^2}$, e sua absorção por $\alpha = \alpha_R \frac{1}{1+x^2}$, onde $x = 2\frac{\omega - \omega_R}{\gamma}$, sendo ω_R a frequência de ressonância e γ a largura de absorção.

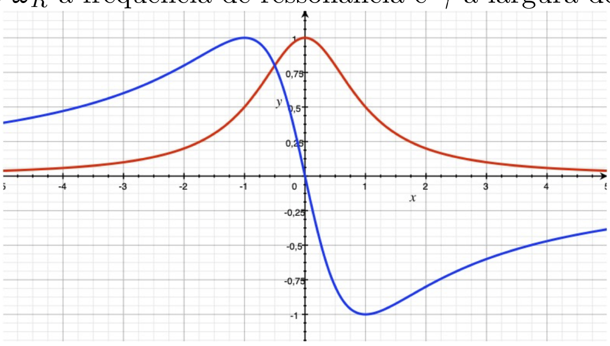


Figura 1: Em azul, $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$. Em vermelho, $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

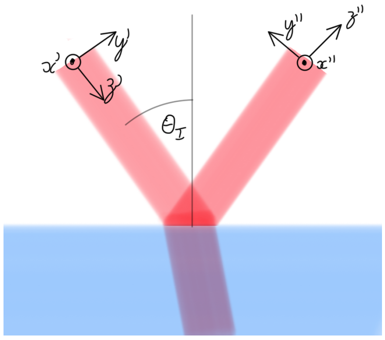
a) Se $\Delta\omega \ll \gamma$, qual é a velocidade da envoltória na ressonância? Como ela se compara à velocidade de grupo $v_G = \frac{\partial\omega}{\partial k}$?

b) Se $\Delta\omega = 2\gamma$, qual é a velocidade da envoltória na ressonância? Como ela se compara à velocidade de grupo $v_G = \frac{\partial\omega}{\partial k}$?

Dado: Velocidade de fase: $v_\varphi = \omega/k$; Velocidade de grupo $v_G = v_\varphi/(1 + \frac{\omega}{n^2}\frac{dn}{d\omega})$

3) Um feixe de luz circularmente polarizada, com polarização destra, de potência P_I e área efetiva A, incide com um ângulo de θ em relação à normal de uma superfície de um dielétrico. Pela figura, digamos que o campo dentro do feixe é dado por

$$\vec{E}(\vec{r},t) = ERe\left\{exp[i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)]\hat{x}' + exp[i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t + \pi/4)]\hat{y}'\right\}$$



a) Se o índice de refração no meio incidente é $n = \sqrt{3}$, qual o ângulo de Brewster (θ_B) para o qual a reflexão é linearmente polarizada?

b) Calcule o coeficiente de reflexão para as duas componentes de polarização do campo incidente nesta condição (use os versores $\hat{x}", \hat{y}"$).

c) Calcule a razão entre a potência total refletida P_R e P_I.

Dado: índice de refração no dielétrico $n = \sqrt{3}$.

Coeficientes de reflexão:

Polarização perpendicular (ou normal):

$$r_n = \frac{n_I \cos\theta_I - n_T \cos\theta_T}{n_I \cos\theta_I + n_T \cos\theta_T}$$

Polarização paralela:

$$r_p = \frac{n_I \cos\theta_T - n_T \cos\theta_I}{n_I \cos\theta_T + n_T \cos\theta_I}$$

Ângulo de Brewster: $\tan\theta_B = n_T/n_I$.

---

4) Considere dois dipolos oscilantes, com amplitudes $\vec{p}_1 = p_o cos(\omega t)\hat{x}$ e $\vec{p}_2 = p_o sen(\omega t)\hat{y}$, situados na origem.

a) Qual o campo elétrico gerado por estes dipolos oscilantes ao longo dos eixos x, y, z?

b) Quais as polarizações dos campos no eixo z, e no plano xy.

c) Qual a razão entre as intensidades ao longo dos eixos x e y, para uma mesma distância à origem? E ao longo dos eixos x e z, para uma mesma distância à origem?

Dado: Campo elétrico de um dipolo $\vec{p} = p_o \cos(\omega t + \varphi)\hat{z}$, orientado no eixo z, em coordenadas esféricas (onde θ é o ângulo entre o eixo do dipolo e a direção $\vec{r}$).

$$\vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{\mu_0 p_o \omega^2}{4\pi}\frac{\sin\theta}{r}\cos(kr - \omega t - \varphi)\hat{\theta}$$

Intensidade do campo propagante: $I = \langle|\vec{S}|\rangle$, com o módulo do vetor de Poynting $|\vec{S}| = c\varepsilon|\vec{E}|^2$.