

$g(m) = bm^2 + cm^4 + dm^6 \rightarrow$ Teore de Landau p/ ponto crítico (1)

$$\left(\frac{\partial g}{\partial m}\right) = 2bm + 4cm^3 + 6dm^5$$

Roots

$$m=0 \quad e \quad b + 2cm^2 + 3dm^4 = 0$$

$$m^2 = \frac{-2c \pm \sqrt{4c^2 - 12bd}}{6d} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 3bd}}{3d}$$

(Funcional
energia
livre)

Como m deve ser real, excluimos a raíz $-c - \frac{\sqrt{c^2 - 3bd}}{3d}$.

~~Para c analítico~~

A raíz $m=0$ em princípio é sempre possível.

A raíz $m^2 = \frac{-c + \sqrt{c^2 - 3bd}}{3d}$ só é possível se

$c^2 \geq 3bd$ e $c \geq -\sqrt{3bd}$. | A solução positiva foi excluída pelo facto de $c^2 - 3bd < c^2$ e portanto m seria imaginário.

chegamos aqui numa primeira conclusão. Para

$c \geq -\sqrt{3bd} \Rightarrow$ somente a solução $m=0$ é possível.

Para $c < -\sqrt{3bd}$ outra solução é possível

$$m^2 = \frac{\sqrt{c^2 - 3bd} - c}{3d}$$

Qual delas é estável? Calculamos a 2ª derivada

$$\left(\frac{\partial^2 g}{\partial m^2}\right) = 2b + 12cm^2 + 30dm^4$$

Para $m=0$ $\frac{\partial^2 g}{\partial m^2} = 2b > 0$

Para $m_{\pm}^2 = \frac{\sqrt{c^2 - 3bd} - c}{3d}$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 g}{\partial m^2}\right) &= 2b + \frac{12c}{3d} \left[\sqrt{c^2 - 3bd} - c \right] + \frac{30d}{9d^2} \left[\sqrt{c^2 - 3bd} - c \right]^2 \\ &= 2b + \frac{4}{3d} \left[\sqrt{c^2 - 3bd} - c \right] + \frac{10}{3d} (c^2 - 3bd - 2c\sqrt{c^2 - 3bd} + c^2) \\ &= \textcircled{2b} + \frac{4c}{d} \left[\sqrt{c^2 - 3bd} - c \right] + \frac{20c^2}{3d} \textcircled{-10b} - \frac{20c}{3d} \sqrt{c^2 - 3bd} \end{aligned}$$

$$= -8b + \frac{20c^2}{3d} - \frac{4c^2}{d} - \frac{8c}{3d} \sqrt{c^2 - 3bd}$$

$$\begin{aligned} &= -8b + \frac{8c^2}{3d} - \frac{8c}{3d} \sqrt{c^2 - 3bd} = + \frac{8}{3d} \left[-3bd + c^2 + c\sqrt{c^2 - 3bd} \right] \\ &= \frac{8}{3d} \sqrt{c^2 - 3bd} \left[\sqrt{c^2 - 3bd} + c \right] m_{\pm}^2 \end{aligned}$$

$$= 8 \sqrt{c^2 - 3bd} m_{\pm}^2$$

qdo $b > 0 \Rightarrow$ tanto $m=0$ qto $\pm m_{\pm}^2 > 0$ 2
podem ser mínimos.

qdo $c > 0 \Rightarrow m_{\pm}$ é complexo e portanto apenas $m=0$ é solução

qdo $c < 0$ ($c > -\sqrt{3bd}$) $m_{\pm}$ é real e também pode ter soluções.

Os 3 mínimos serão $= 5$ se

$$bm_{\pm}^2 + cm_{\pm}^4 + dm_{\pm}^6 = 0$$

$$m_{\pm}^2 (b + cm_{\pm}^2 + dm_{\pm}^4) = 0$$

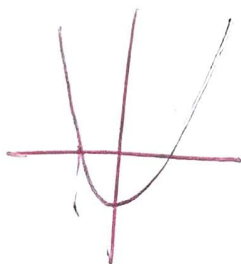
$$m_{\pm}^2 = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4bd}}{2d}$$

se $c^2 < 4bd$



$> 0 \rightarrow$ ela possui mínimo em $m_{\pm}$, mas o mínimo global é o

se $c^2 > 4bd$



$< 0 \rightarrow$ ela possui mínimos $m_{\pm}$ e este Δ é o mínimo global

pois $4(m_{\pm}) < 0$

Como $m_{\pm}$ tem que ser real

$$c < -\sqrt{4bd} \quad \text{e}$$

portanto para $c = -\sqrt{4bd}$ os 3 mínimos tem a mesma altura ($= 0$)

Portanto para $b > 0$ e $c = -\sqrt{4bd} < 0$
temos uma transição coerente entre 3 fases.

Isso ilustra que

$b > 0$ e $c > 0 \rightarrow$ a transição será de
2ª ordem
quando b
é variado!

$b > 0$ e $c < 0 \rightarrow$ 1ª ordem

Para $b = 0$

quando b
é variado!

(vide
pág 6
para
maior
clareza)

uma solução é $m^2 = 0$

outra é $m^2 = -\frac{2c}{3d}$

é real apenas se $c < 0$

e portanto $m_{\pm} = \pm \sqrt{\frac{2|c|}{3d}}$

para $b < 0$

$$m_{\text{str}}^2 = \frac{\sqrt{c^2 - 3bd} - c}{3d} > 0 \quad \text{para qualquer } c$$

pois $\sqrt{c^2 - 3bd} > c$

Neste caso $\left(\frac{\partial^2 g}{\partial m^2} \right) \Big|_{m=0} = 2b < 0$ e

portanto as duas fases $\pm m_T$ coexistem

pois $b \rightarrow 0 \quad m_T \rightarrow 0$

Resumo:

