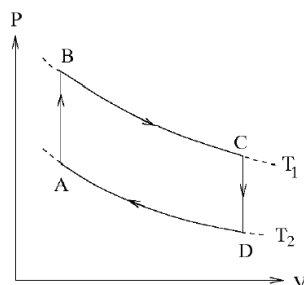


O **ciclo de Stirling** descreve o funcionamento de um motor de combustão externa, proposto pelo escocês Robert Stirling em 1816. É muito parecido com o ciclo de uma máquina a vapor, mas mais seguro. É também chamado "motor de ar quente", porque pode utilizar o ar como fluido de trabalho. Máquinas térmicas funcionando de acordo com esse ciclo tem um rendimento alto quando comparadas com as operadas por outros ciclos como o ciclo Otto ou Diesel. Seu rendimento é igual ao de um ciclo de Carnot, ou seja, trata-se de um ciclo reversível. A figura abaixo mostra um ciclo de Stirling. Ele consiste em uma compressão e uma expansão isotérmicas, seguidas por um aquecimento e um resfriamento, ambos a volume constante.

(a) Mostre que para um gás ideal o rendimento do ciclo de Stirling é o mesmo do ciclo de Carnot, que representa o máximo rendimento possível entre as temperaturas T_1 e T_2 .



No ciclo de Stirling, ocorre entrada de calor nas etapas AB e BC, e ocorre saída de calor nas etapas CD e DA. Porém, o calor trocado nas etapas isovolumétricas AB e CD é igual em módulo, mas com sinais opostos:

Processos isovolumétricos: $W=0 \Rightarrow \Delta U=Q$

$$\left. \begin{aligned} Q_{AB} &= C_v \cdot \Delta T = C_v (T_1 - T_2) \\ Q_{CD} &= C_v \cdot \Delta T = C_v (T_2 - T_1) \end{aligned} \right\} Q_{AB} = -Q_{CD} \rightarrow \begin{array}{l} \text{O calor recebido em} \\ Q_{AB} \text{ é liberado} \\ \text{em } Q_{CD} \end{array}$$

Da mesma forma, a troca líquida de calor ocorre nas etapas BC e DA, de modo que $Q_g = Q_{BC}$ e $Q_f = |Q_{DA}|$.

Processos isotérmicos: $\Delta U=0 \Rightarrow Q=W=nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

$$Q_{BC} = W_{BC} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = nRT_1 \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right) \Rightarrow Q_g = nRT_1 \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right)$$

$$Q_{DA} = W_{DA} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_A}{V_D}\right) = nRT_2 \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right) \Rightarrow Q_f = nRT_2 \left| \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right) \right| \quad (V_A < V_C)$$

$$Q_f = nRT_2 \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right)$$

Logo, o rendimento do ciclo é:

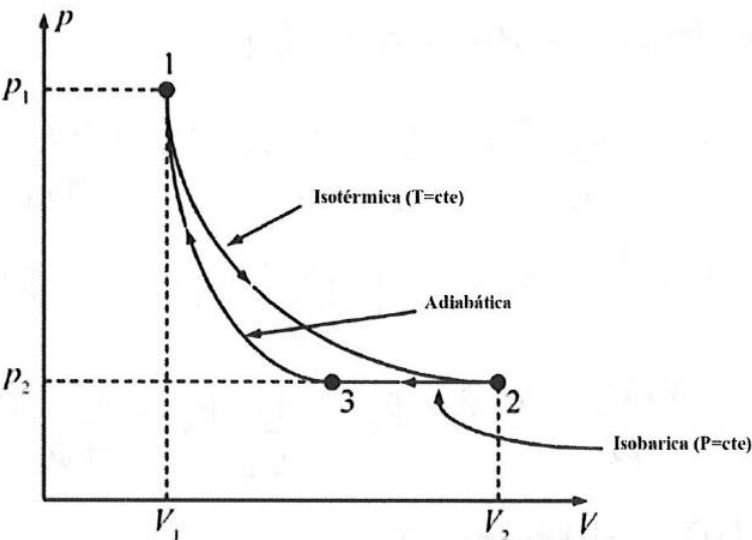
$$\eta = 1 - \frac{Q_f}{Q_g} = 1 - \frac{nRT_2 \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right)}{nRT_1 \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \text{ que equivale ao rendimento de um ciclo de Carnot.}$$

Isso acontece porque 100% do calor liberado na etapa CD é absorvido na etapa AB, de modo que a eficiência da máquina de Stirling é comparável à

2) Seis litros de um gás ideal monoatômico, originalmente a uma temperatura de 400 K e uma pressão de 1 atm (estado 1), é submetido aos seguintes processos realizados de maneira reversível:

- $1 \rightarrow 2$: Uma expansão isotérmica até o volume $V_2 = 4V_1$
- $2 \rightarrow 3$: Uma compressão isobárica
- $3 \rightarrow 1$: Uma compressão adiabática que recupera o estado inicial.

a) Desenhe um diagrama PV que representa o ciclo.



Etapa $1 \rightarrow 2$ (isotérmica)

$$\Delta U_{12} = 0 \Rightarrow dQ_{12} = dW_{12} = PdV_{12}$$

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T_1} \int_{V_1}^{V_2} PdV = \frac{nRT_1}{T_1} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = nR \ln\left(\frac{4V_1}{V_1}\right) = 2nR \ln 2$$

$$n = ? \quad n = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = \frac{10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{8,314 \cdot 400} \approx 0,18 \text{ mol}$$

$$\Delta S_{12} = 0,18 \cdot 8,314 \cdot \ln 4 = 2,07 \frac{\text{J}}{\text{K}} //$$

Etapa 2 → 3 (isobárica)

$$dU_{23} = dQ_{23} - dW_{23}$$

$$dQ_{23} = C_v dT + P dV$$

$$dQ_{23} = C_v dT + nR dT$$

$$dQ_{23} = (C_v + nR) dT = C_p dT$$

$$\Delta S_{23} = \int_2^3 \frac{dQ}{T} = \int_{T_2}^{T_3} \frac{C_p dT}{T} = C_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) = \frac{5}{2} nR \ln \left(\frac{T_3}{T_1} \right) \quad (1)$$

Podemos trocar dV por dT diferenciando a Lei dos Gases: $PV = nRT$ (isobárico)

$$P dV + V dP = nR dT$$

$$P dV = nR dT$$

Para obter o valor de ΔS_{23} , basta obter T_3 .

$$\frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3}{V_2} \cdot T_2 \quad \frac{T_2 = T_1}{V_2 = 4V_1} \Rightarrow T_3 = \frac{V_3}{4V_1} \cdot T_1 \quad (2)$$

$$V_3 = ? \quad P_1 V_1^\gamma = P_3 V_3^\gamma \Rightarrow V_3 = \left(\frac{P_1}{P_3} \right)^{1/\gamma} \cdot V_1 \quad (3)$$

$$P_3 = P_2 = ? \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow P_3 = P_2 = \frac{V_1}{V_2} \cdot P_1 = \frac{V_1}{4V_1} \cdot P_1 \Rightarrow P_3 = \frac{1}{4} \cdot P_1 \quad (4)$$

Juntamos (2), (3) e (4), obtemos T_3 :

$$T_3 = \left(\frac{P_1}{P_3} \right)^{1/\gamma} \cdot V_1 \cdot \frac{1}{4V_1} \cdot T_1 = \left(\frac{P_1}{\frac{1}{4}P_1} \right)^{1/\gamma} \cdot \frac{1}{4} T_1 = 4^{1/\gamma} \cdot \frac{1}{4} T_1 = 4^{\frac{1}{\gamma}-1} \cdot T_1$$

Agora, determinamos ΔS_{23} (1):

$$\Delta S_{23} = \frac{5}{2} nR \ln \left(\frac{4^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_1}{T_1} \right), \text{ onde } n = 0,18 \quad \gamma = 5/3$$

$$\frac{1-\gamma}{\gamma} = \frac{1-5/3}{5/3} = -\frac{2}{5}$$

$$\Delta S_{23} = \frac{5}{2} \cdot nR \ln \left(4^{-2/5} \right) = \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{2}{5} \right) \cdot 2 nR \ln 2 = -2 nR \ln 2 = -2,07 \frac{J}{K} //$$

Etape 3 $\rightarrow$ 1 (adiabatique)

$$dQ_{31} = 0 \Rightarrow \Delta S_{31} = 0$$

Ciclo completo:

$$\Delta S = \Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{31}$$

$$\Delta S = 2nR \ln 2 - 2nR \ln 2 + 0$$

$$\boxed{\Delta S = 0}$$