

7ª Avaliação

Resolver o exercício individualmente. Entregar na aula do dia 16/11.

NOME: _____ Número USP: _____

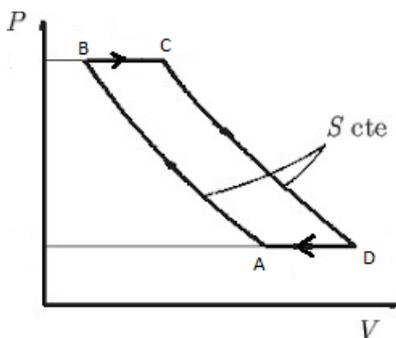
1) Em um experimento, 200 g de alumínio a 100 °C são misturados com 50,0 g de água a 20,0 °C, sendo que a mistura foi isolada termicamente. Considere que o processo atinge o equilíbrio térmico lentamente e que o calor específico do alumínio é de 900 J/kg.K e da água 1,0 cal/g°C.

- (1,0) Qual é a temperatura de equilíbrio do sistema?
- (1,0) Qual é a variação de entropia do alumínio?
- (1,0) Qual é a variação da entropia da água?
- (1,0) Qual é a variação da entropia do sistema?

2) Considere uma máquina térmica que opera de acordo com o ciclo termodinâmico representado abaixo, onde AB e CD são curvas adiabáticas e BC e DA são isobáricas. A substância de trabalho consiste em 1,00 mol de um gás ideal monoatômico de constante adiabática γ . O fator r é denominado taxa de compressão, sendo $r = P_B/P_A$. Considere os seguintes dados:

$$r = 10; P_A = 10^5 Pa; V_C = 2V_B = 20 L$$

- (1,0) Mostre que $\frac{V_A}{V_B} = \frac{V_D}{V_C} = r^{1/\gamma}$
- (2,0) Mostre que o rendimento da máquina é dado por: $\eta = 1 - r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$. Em seguida, determine o rendimento da máquina considerando os dados fornecidos.
- (1,0) Determine a temperatura máxima e a temperatura mínima do ciclo.
- (1,0) Determine o rendimento de um ciclo de Carnot operando entre as mesmas temperaturas extremas.
- (1,0) Faça uma representação esquemática desse ciclo em um diagrama S x P (entropia em função da pressão), supondo que todos os processos sejam reversíveis. Justifique sua resposta.



Resolução do Exercício 1:

a)

$$\begin{aligned}Q_{Al} + Q_{H_2O} &= 0 \\m_{Al} \cdot c_{Al} \cdot (T_{eq} - T_{i_{Al}}) + m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot (T_{eq} - T_{i_{H_2O}}) &= 0 \\T_{eq} &= \frac{m_{Al} \cdot c_{Al} \cdot T_{i_{Al}} + m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot T_{i_{H_2O}}}{m_{Al} \cdot c_{Al} + m_{H_2O} \cdot c_{H_2O}} \\T_{eq} &= \frac{0,2 \times 900 \times 373 + 0,05 \times 4187 \times 293}{0,2 \times 900 + 0,05 \times 4187} \cong 330 \text{ K}\end{aligned}$$

b) Para calcular a variação na entropia nesse processo irreversível de condução de calor, vamos considerar um processo reversível que resulte nos mesmos estados inicial e final do sistema. Vamos considerar um processo reversível em que o alumínio libera calor em passos infinitesimais para um reservatório de temperatura regulável, até atingir a temperatura de equilíbrio. Assim:

$$\Delta S_{Al} = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_{T_{i_{Al}}}^{T_{eq}} \frac{m_{Al} \cdot c_{Al} dT}{T} = m_{Al} \cdot c_{Al} \ln \left(\frac{T_{eq}}{T_{i_{Al}}} \right) \cong -22,1 \frac{J}{K}$$

c) Da mesma forma, considerando um processo reversível em que a água recebe calor em passos infinitesimais de um reservatório de temperatura regulável, até atingir a temperatura de equilíbrio, temos:

$$\Delta S_{H_2O} = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_{T_{i_{H_2O}}}^{T_{eq}} \frac{m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} dT}{T} = m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \ln \left(\frac{T_{eq}}{T_{i_{H_2O}}} \right) \cong 24,9 \frac{J}{K}$$

$$d) \Delta S = \Delta S_{Al} + \Delta S_{H_2O} = 2,8 \frac{J}{K}$$

Resolução do Exercício 2:

$$a) P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma \rightarrow \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^\gamma = \frac{P_B}{P_A} = r \rightarrow \frac{V_A}{V_B} = r^{1/\gamma}$$

$$P_C V_C^\gamma = P_D V_D^\gamma \rightarrow \left(\frac{V_D}{V_C} \right)^\gamma = \frac{P_C}{P_D} = \frac{P_B}{P_A} = r \rightarrow \frac{V_D}{V_C} = r^{1/\gamma}$$

$$\text{Logo, } \frac{V_A}{V_B} = \frac{V_D}{V_C} = r^{1/\gamma}$$

$$b) W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$$

No caso dos processos isobáricos, $W_{isob} = P\Delta V$.

No caso dos processos adiabáticos, $W_{adiab} = -\Delta U = -C_V \Delta T = -\frac{3}{2} nR \Delta T$ (gás monoatômico ideal). Logo,

$$W = -\frac{3}{2} nR(T_B - T_A) + P_B(V_C - V_B) - \frac{3}{2} nR(T_D - T_C) + P_A(V_A - V_D)$$

$$W = -\frac{3}{2}nR \left(\frac{P_B V_B}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right) + P_B(2V_B - V_B) - \frac{3}{2}nR \left(\frac{P_D V_D}{nR} - \frac{P_C V_C}{nR} \right) + P_A(V_A - 2V_A)$$

$$W = -\frac{3}{2}(P_B V_B - P_A V_A) + P_B V_B - \frac{3}{2}(2P_A V_A - 2P_B V_B) - P_A V_A$$

$$W = P_A V_A \left(\frac{3}{2} - 3 - 1 \right) + P_B V_B \left(-\frac{3}{2} + 1 + 3 \right) = \frac{5}{2}(P_B V_B - P_A V_A)$$

Ocorre troca de calor apenas nas etapas BC e DA.

Etapa BC:

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} - W_{BC}$$

$$\frac{3}{2}nR(T_C - T_B) = Q_{BC} - P_B(V_C - V_B)$$

$$\frac{3}{2}nR \left(\frac{P_C V_C}{nR} - \frac{P_B V_B}{nR} \right) = Q_{BC} - P_B(V_C - V_B)$$

$$Q_{BC} = \frac{3}{2}(P_C V_C - P_B V_B) + P_B(V_C - V_B)$$

$$Q_{BC} = \frac{3}{2}(2P_B V_B - P_B V_B) + P_B(2V_B - V_B)$$

$$Q_{BC} = \frac{3}{2}(P_B V_B) + P_B V_B = \frac{5}{2}P_B V_B$$

Nota-se que $Q_{BC} > 0$, de forma que o sistema recebe calor nessa etapa (fonte quente).

Logo, o rendimento da máquina é:

$$\eta = \frac{W}{Q_q} = \frac{W}{Q_{BC}} = \frac{\frac{5}{2}(P_B V_B - P_A V_A)}{\frac{5}{2}P_B V_B} = \frac{V_B - \frac{P_A}{P_B}V_A}{V_B}$$

Como $\frac{V_A}{V_B} = r^{1/\gamma}$ e $\frac{P_A}{P_B} = \frac{1}{r}$, vem:

$$\eta = \frac{V_B - \frac{1}{r}V_B r^{1/\gamma}}{V_B} \rightarrow \eta = 1 - r^{-\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

Substituindo $r = 10$ e $\gamma = 5/3$, o rendimento da máquina é:

$$\eta \cong 0,60$$

c) Determinando as temperaturas nos pontos A, B, C, D:

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR}$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR}$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{2P_B V_B}{nR}$$

$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{2P_A V_A}{nR}$$

Como $P_B V_B > P_A V_A$ (ver item b), a temperatura máxima ocorre no ponto C, e a temperatura mínima ocorre no ponto A. Faz sentido, já que a temperatura é máxima após o recebimento de calor da fonte quente (Q_{BC}) e é mínima após a liberação de calor para a fonte fria (Q_{DA}). Logo:

$$T_{min} = T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{10^5 \cdot 10 \cdot 10^{1/\gamma} \cdot 10^{-3}}{8,314} = \frac{10^{3,6}}{8,314} \cong 479 \text{ K}$$

$$T_{max} = T_C = \frac{2P_B V_B}{nR} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{8,314} = \frac{2 \cdot 10^4}{8,314} \cong 2400 \text{ K}$$

Obs: o ciclo deste exercício é uma representação idealizada do que ocorre em uma turbina a gás (ciclo de Joule ou ciclo de Brayton). Em turbinas típicas, a temperatura máxima na câmara de combustão costuma atingir cerca de 1400 K.

d) Rendimento de um ciclo de Carnot operando entre T_{min} e T_{max} :

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{479}{2400} \cong 0,80$$

e) Nas etapas adiabáticas (AB e CD), $\Delta S = 0$ se os processos forem reversíveis. Logo, em um diagrama ST esses processos serão linhas horizontais. Vamos avaliar qual desses processos possui maior entropia, comparando os pontos B e C e escrevendo S em termos de P e V:

$$S_B = C_V \ln(P_B V_B^\gamma) + constante$$

$$S_C = C_V \ln(P_C V_C^\gamma) + constante = C_V \ln(P_B (2V_B)^\gamma) + constante$$

Logo, concluímos que $S_C > S_B$.

Na etapa BC: $\Delta S = \int_B^C \frac{dQ}{T}$. Nessa etapa, o sistema recebe calor, de modo que $Q_{BC} > 0$ e a entropia aumenta ($\Delta S > 0$).

Na etapa DA: $\Delta S = \int_D^A \frac{dQ}{T}$. Nessa etapa, o sistema libera calor, de modo que $Q_{DA} < 0$ e a entropia diminui ($\Delta S < 0$).

Reunindo todas essas considerações, o diagrama SP pode ser representado da seguinte forma:

