

# Ferramentas de Transformação do campo potencial – 7

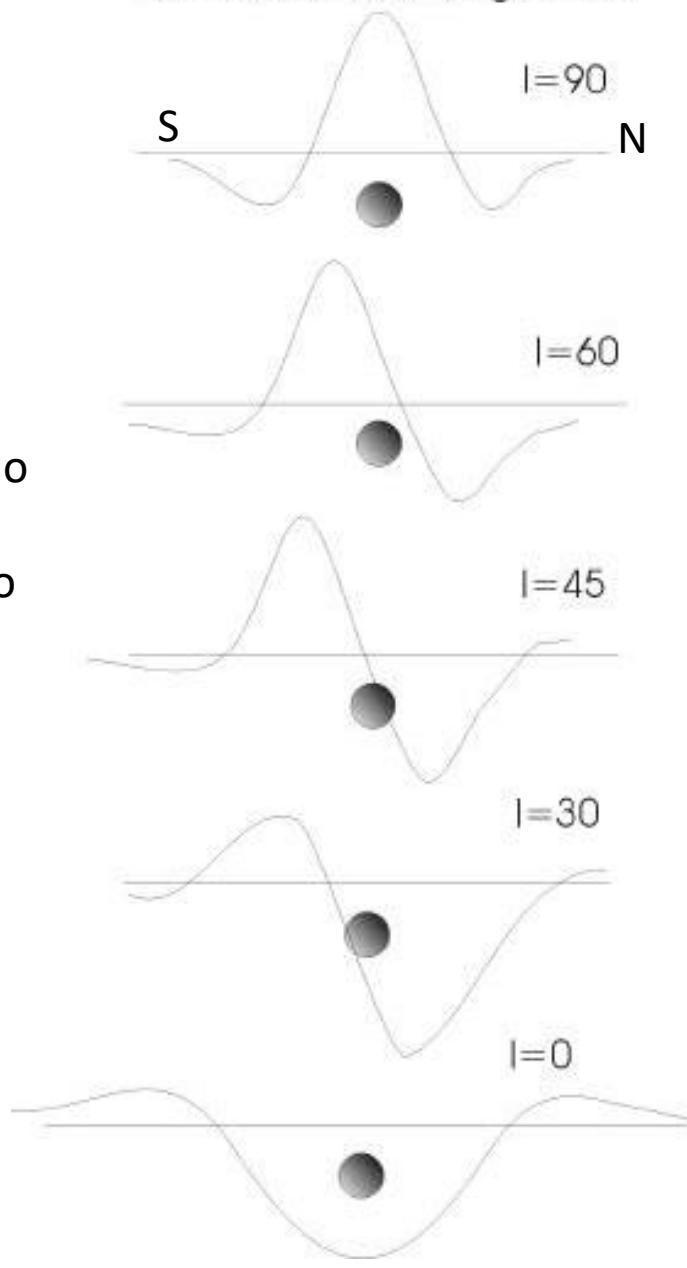
Redução ao Polo

Redução ao Equador

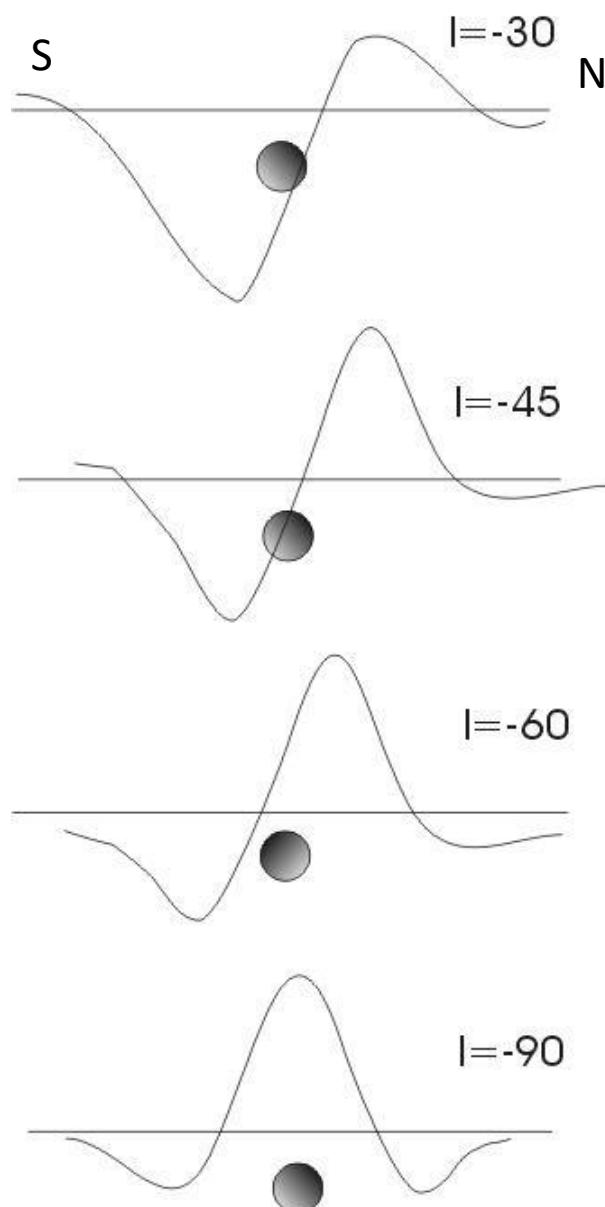
Anomalia de um dipolo para vários ângulos de inclinação no hemisfério norte ( $I>0$ ) e no hemisfério sul ( $I<0$ ).

Observe como a anomalia muda de forma com a inclinação.

Hemisfério Norte Magnético



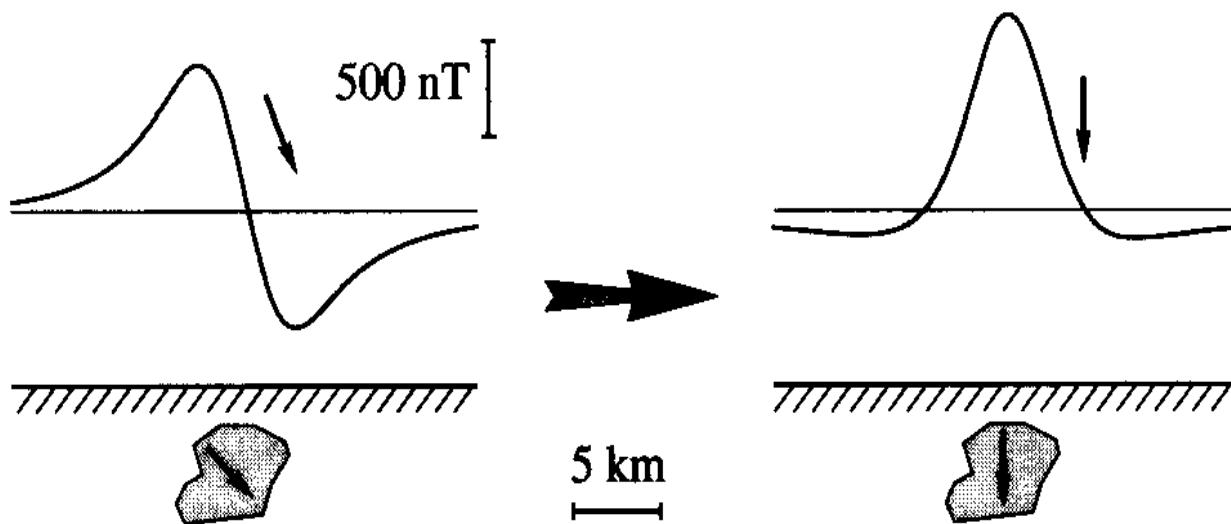
Hemisfério Sul Magnético



# Redução ao pólo

A redução ao pólo transforma anomalias assimétricas, observadas em latitudes intermediárias, em anomalias simétricas. Esta técnica trabalha com a suposição que a magnetização e o campo externo indutor são ambos verticais (não há magnetização remanente).

Com isto pretende-se realçar a complexidade do corpo e não do campo. Outra vantagem é que as anomalias no pólo apresentam amplitude maior.

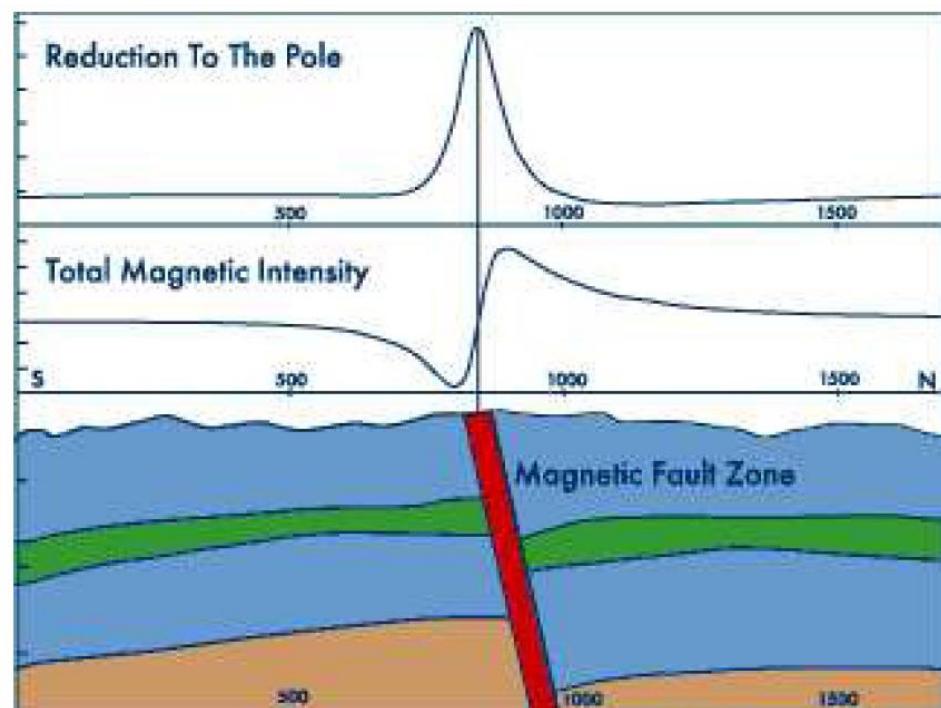


# Redução ao pólo

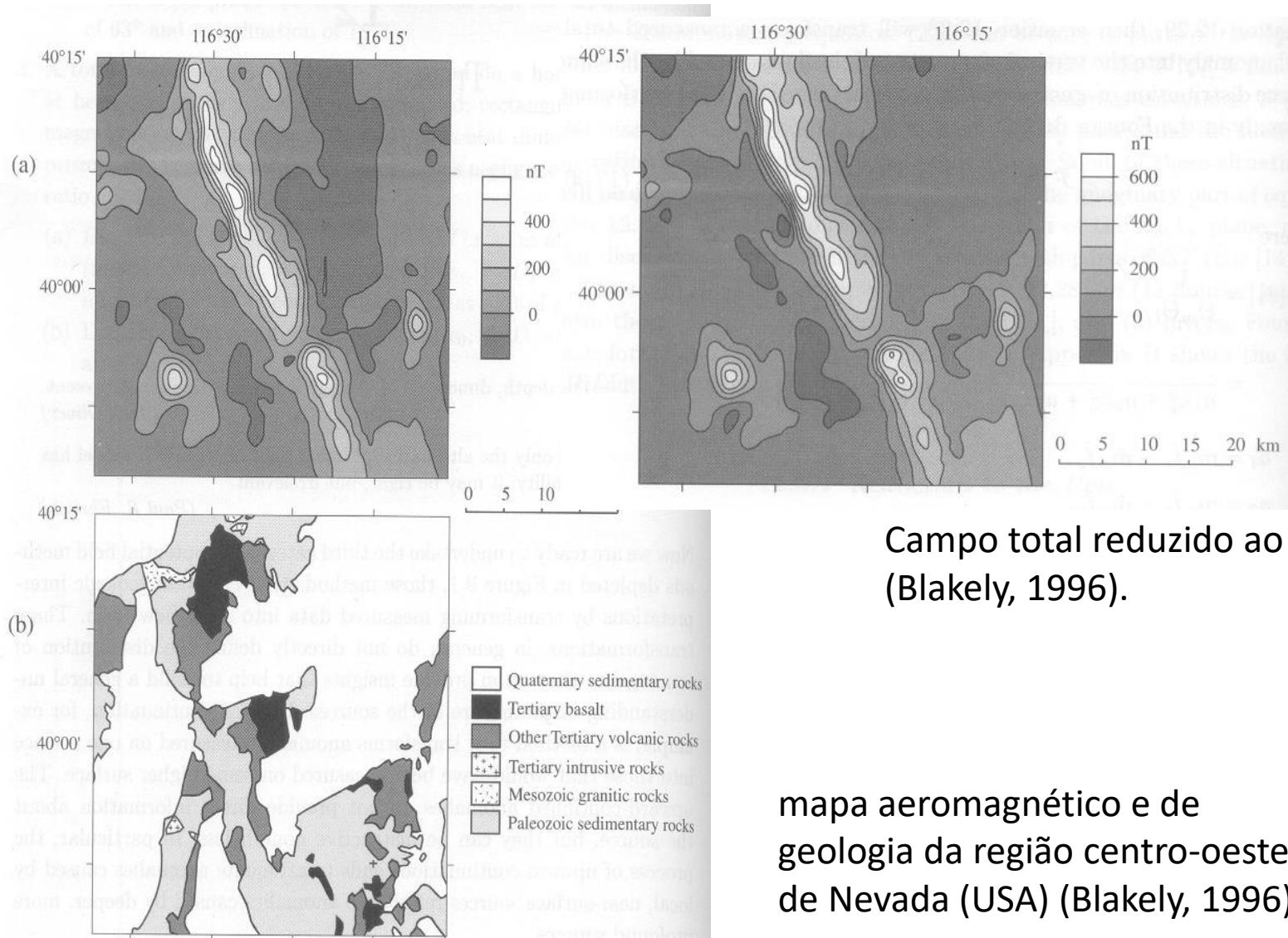
Corrige a assimetria nas anomalias do campo magnético: os altos e baixos normalmente não se encontram diretamente sobre o alvo.

A redução ao polo transforma observações como se elas tivessem sido obtidas se o campo indutor fosse vertical.

1. Use a relação de Poisson para transformar em pseudo-gravidade
2. Use a relação de Poisson novamente para transformar em um novo campo pseudo-magnético, com o vetor magnetização apontando para baixo.



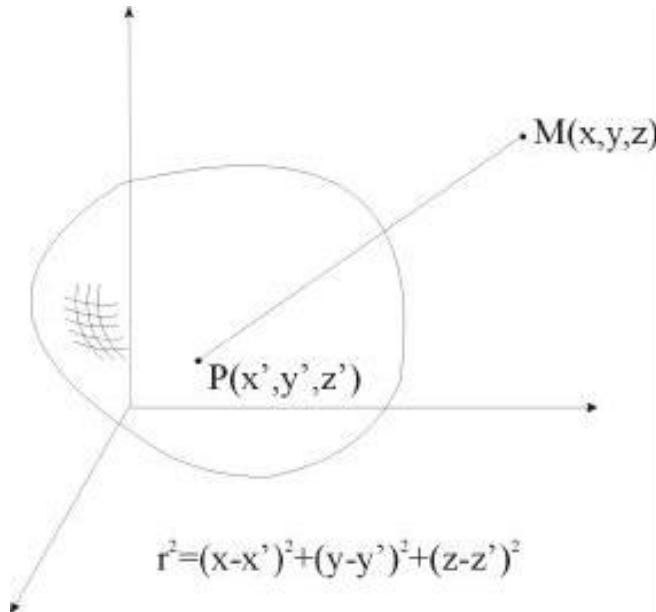
# Redução ao polo



Campo total reduzido ao polo  
(Blakely, 1996).

mapa aeromagnético e de  
geologia da região centro-oeste  
de Nevada (USA) (Blakely, 1996).

# Redução ao polo



O potencial magnético  $W$  no ponto  $M$  pode ser escrito como:

$$W(M) = -\vec{v} \iiint \vec{J}(P) \operatorname{grad}_M \left( \frac{1}{r} \right) dV = -\vec{v} \operatorname{grad}_M \iiint \vec{J}(P) \left( \frac{1}{r} \right) dV$$

No polo magnético tem-se apenas a componente  $z$  e o campo magnético  $\mathbf{T}(M) = -\operatorname{grad} W(M)$  pode ser escrito como:

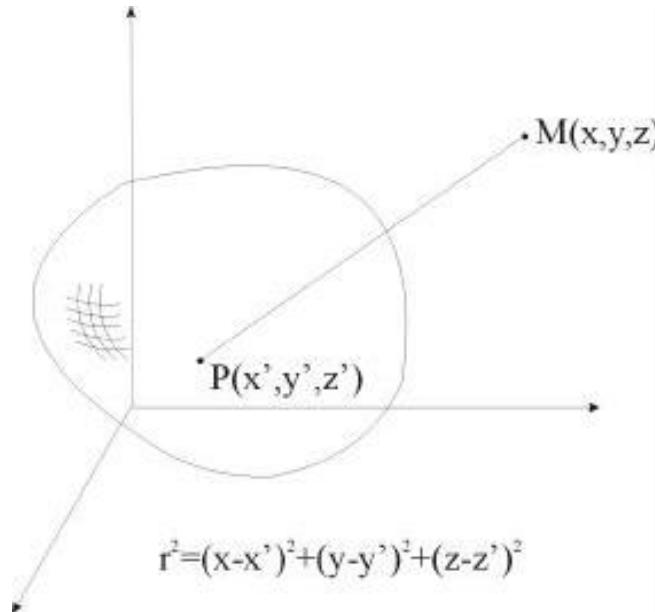
$$T_0 = \frac{d^2 U(M)}{dz^2} \quad \text{Relação de Poisson}$$

onde foi usado o teorema de Poisson:

$$W(M) = -\vec{v} \operatorname{grad}_M \iiint \vec{J}(P) \left( \frac{1}{r} \right) dV = -\vec{v} \operatorname{grad}_M U(M)$$

**Que implica que a distribuição de magnetização é numericamente igual à distribuição de densidade.**

# Redução ao polo



$$r^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$$

$$T_0 = \frac{d^2 U(M)}{dz^2} \quad \text{Relação de Poisson}$$

$$\frac{d^2 T_0}{d\lambda \, dv} = \frac{d^2}{d\lambda \, dv} \left( \frac{d^2 U}{dz^2} \right) = \frac{d^2}{dz^2} \left( \frac{d^2 U}{d\lambda \, dv} \right) = \frac{d^2}{dz^2} T_\lambda = T_\lambda''$$

Esta última expressão relaciona o campo medido  $T_\lambda$  em qualquer latitude magnética, com o campo no pólo  $T_0$ .

$$\text{Portanto } T_0 = \iint T_\lambda'' d\lambda \, dv$$

Essa integral é conhecida como integral de redução ao pólo.

# Redução ao $\rho$

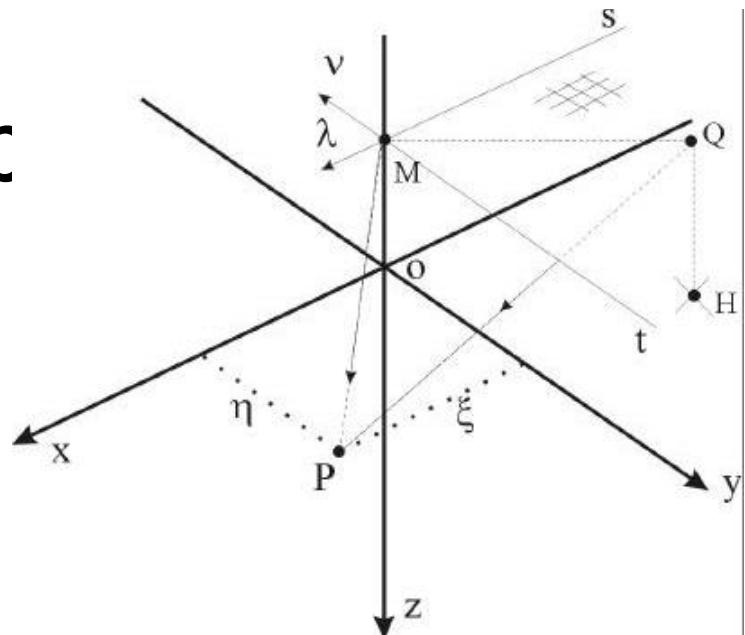
$$T_0 = \iint T_\lambda'' d\lambda dv$$

A solução dessa integral é obtida através da mudança para um sistema de coordenadas apropriado.

$$T_0 = \iint T_\lambda''(x + \lambda_1 s + v_1 t, y + \lambda_2 s + v_2 t, z + \lambda_3 s + v_3 t) ds dt$$

Usando a transformada de Fourier

$$T_\lambda = T_\lambda(x, y, z) = \iint \tilde{T}(k_x, k_y) \exp(zk_z - ik_x x - ik_y y) dk_x dk_y$$



$P$  está no plano de medida,  
 $s$  variável muda ao longo de  $\lambda$ ,  $\lambda=(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ ,  
 $t$  variável muda ao longo de  $v$ ,  $v=(v_1, v_2, v_3)$ ,  
 $\eta$  é a distância entre  $Q$  e  $P$ ,  
 $\xi$  é distância da projeção de  $QH$  no plano  $xy$  até  $P$ ,  
 $M$  ponto de observação ou medida,  $M(x,y,z)$ ,  
 $Q$  está no plano  $v\lambda$ , e tem coordenadas  
 $Q(x + \lambda_1 s + v_1 t, y + \lambda_2 s + v_2 t, z + \lambda_3 s + v_3 t)$   
 $O$  origem do sistema de coordenadas  
 $OQ = OM + MQ = OM + l s + n t$

# Redução ao polo

- A expressão para o campo reduzido ao pólo no ponto  $M(x,y,z)$  é:

$$T_0(x, y, z) = \iint \tilde{T}(k_x, k_y) \exp(zk_z - ik_x x - ik_y y) (k_z^2 / AB) dk_x dk_y$$

$$\begin{aligned}A &= \lambda_3 k_z + i\lambda_1 k_x + i\lambda_2 k_y \\B &= v_3 k_z + iv_1 k_x + iv_2 k_y\end{aligned}$$

$$F[T_0] = \tilde{T}(k_x, k_y) C(k_x, k_y, I_i, I_m, D_i, D_m) \quad \text{transformada de Fourier}$$

$$T_0 = F^{-1}[\tilde{T}(k_x, k_y) C(k_x, k_y, I_i, I_m, D_i, D_m)] \quad \text{transformada de Fourier}$$

$$C(k_x, k_y, I_i, I_m, D_i, D_m) = k_z^2 / AB \quad \text{filtro da redução ao pólo}$$

# Redução ao polo

- A expressão para a redução ao pólo em regiões próximas ao equador magnético, latitude magnética é menor que  $\pm 15^\circ$ , apresenta problemas de singularidade.
- Para baixas latitudes magnéticas o campo se aproxima ao que seria observado no equador magnético (mínimo centrado sobre o centro de massa magnético do corpo)
- Alternativa é efetuar a redução ao equador, onde o problema numérico encontrado na redução ao pólo não é mais observado.

# Redução ao equador

- Partindo a relação de Poisson

$$T_\lambda = \frac{d^2 U(M)}{d\lambda dv}$$

- Considerando apenas a componente horizontal

$$\frac{d^2 T}{d\lambda dv} = \frac{d^2}{d\lambda dv} \left( \frac{d^2 U}{dxdy} \right) = \frac{d^2 T_\lambda}{dxdy}$$
$$\frac{dT_\lambda}{dx} = -ik_x T_\lambda \quad \frac{dT_\lambda}{dy} = -ik_y T_\lambda$$

$$T_e = \frac{d^2 U}{dh^2}$$
$$A = \lambda_3 k_z + i\lambda_1 k_x + i\lambda_2 k_y$$
$$B = v_3 k_z + iv_1 k_x + iv_2 k_y$$

$$T_0 = \iint \tilde{T}(k_x, k_y) \exp(zk_z - ik_x x - ik_y y) (-k_x k_y / AB) dk_x dk_y$$

