

# Ferramenta de Interpretação 6

Relação de Poisson e pseudo  
anomalias

# Relação de Poisson

cap 5 91-96  
Blakely

RP-1

atração gravitacional de um elemento de massa:

$$\vec{g}(P) = -G \frac{m}{r^2} \hat{n}$$

potencial escalar magnético de um elemento magnético

$$V(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \cdot \hat{n}}{r^2}$$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi} \vec{m} \cdot \nabla_P \left( \frac{1}{r} \right)$$

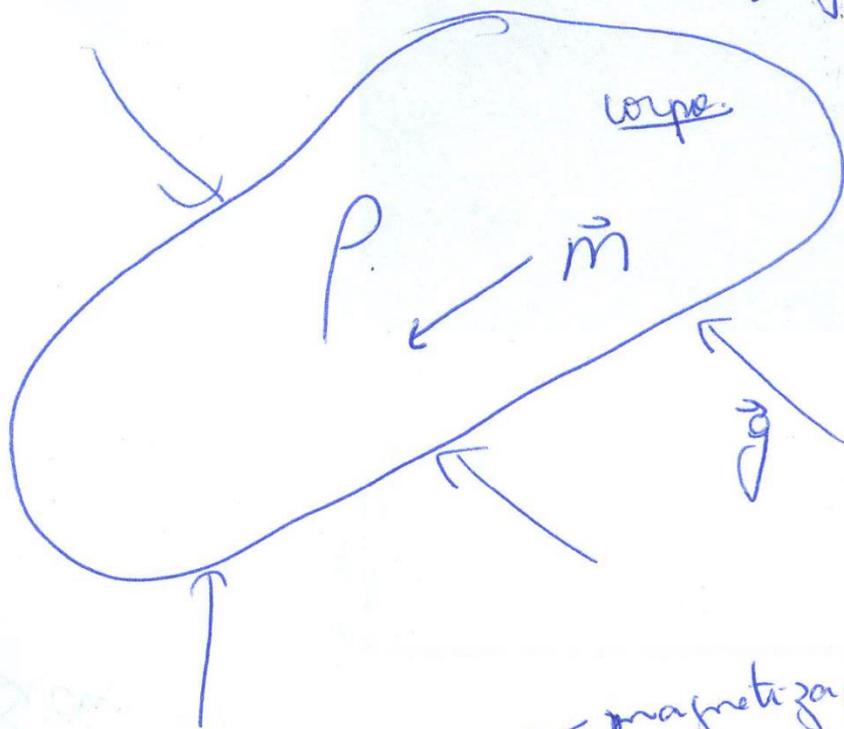
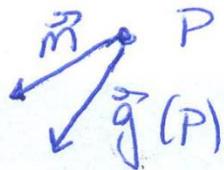
momento de dipolo magnético

gradiente de  $\frac{1}{r}$

calculado em P

semelhança: magnitude é inversamente proporcional ao quadrado da distância das fontes.

Considerar um corpo com magnetização uniforme  $\vec{M}$  e densidade de uniforme  $\rho$



$$V(P) \propto \vec{M} \cdot \vec{g}(P)$$

↑  
produto escalar

magnetização  $\vec{M}$  constante

$$V(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \vec{M} \cdot \nabla \left( \frac{1}{r} \right) dV = \frac{-\mu_0}{4\pi} M \rho \int_V \frac{1}{r} dV$$

$r$  distância de  $P$  ao dipolo

$\vec{m}$  é função da posição e pode variar de ponto a ponto

$\vec{m} = m(Q)$  onde  $Q$  é a posição do volume do

$$\nabla_P \left( \frac{1}{r} \right) = - \nabla_Q \left( \frac{1}{r} \right) \quad \leftarrow \text{usou-se essa relação.}$$

↓  
gradiente de  $\frac{1}{r}$  no ponto de observação  $P$

↑  
gradiente de  $\frac{1}{r}$  no ponto do volume  $dV$

Potencial gravitacional:

$$u(P) = G \int_V \frac{\rho}{r} dV = G \rho \int_V \frac{1}{r} dV$$

$\rho$  uniforme

$$\int_V \frac{1}{r} dV = \frac{u(P)}{G \rho}$$

$$V(P) = \frac{-\mu_0}{4\pi} m \nabla_P \int_V \frac{1}{r} dV = \frac{-\mu_0}{4\pi} m \frac{\nabla u(P)}{\rho G \rho} = \frac{-\mu_0}{4\pi} \frac{m}{G \rho} \cdot \rho g_m$$

$$V(P) = \frac{-\mu_0}{4\pi} \frac{1}{G \rho} m g_m \quad \leftarrow \text{Relação de Poisson}$$

onde  $g_m$  é a atração gravimétrica na direção da magnetização

Significado:

SE os limites de uma fonte magnética e fonte de massa forem  
o mesmo

SE a magnetização e a densidade são uniformes

ENTÃO o potencial magnético é proporcional à componente de  
atração gravitacional na direção de magnetização.

SE  $\vec{M}$  e  $\rho$  não forem uniformes, mas existe um volume (RP-3) me do onde  $\vec{M}$  e  $\rho$  são bem comportados, ~~o~~ nesse volume do vale a Relação de Poisson.

Aplica o princípio de superposição  $\rightarrow$  o que vale no volume do vale para todo o corpo.

# Relação de Poisson: relacionando o potencial gravimétrico e magnético

- Relação entre potencial gravimétrico,  $U$ , e magnético,  $W$ , através da Relação de Poisson

$$W = c \frac{\vec{J}}{G\rho} \frac{\partial U}{\partial s} \quad C = \mu_0/4\pi \text{ no SI}$$

- Quando  $\mathbf{J}$ , a magnetização, é vertical ( $s = z$ )
- calcular  $B_z = (\partial W / \partial z)$

$$B_z = c \frac{\vec{J}}{G\rho} \frac{\partial g}{\partial z}$$

# Relação de Poisson: relacionando o potencial gravimétrico e magnético

Potencial magnético: 
$$W = - \left( \frac{\mu_0}{4\pi} \right) \left( \frac{1}{G\rho} \right) \mathbf{M} \cdot \mathbf{g}$$

Campo magnético: 
$$\mathbf{B} = -\nabla W = \left( \frac{\mu_0}{4\pi} \right) \left( \frac{1}{G\rho} \right) \nabla (\mathbf{M} \cdot \mathbf{g})$$

onde  $\mathbf{M}$  é o momento do dipolo por unidade de volume, ou seja, a magnetização, e  $\rho$  é o excesso de massa por unidade de volume, isto é, o contraste de densidade.

Estas relações mostram de uma forma simples que o potencial magnético varia mais rápido que o campo gravimétrico, porque ele tem uma derivada espacial a mais devido ao operador gradiente.

$$\nabla(\mathbf{M} \cdot \mathbf{g})$$

O termo chave,

nos diz:

1. Projete  $\mathbf{g}$  na direção de  $\mathbf{M}$
2. Calcule o gradiente

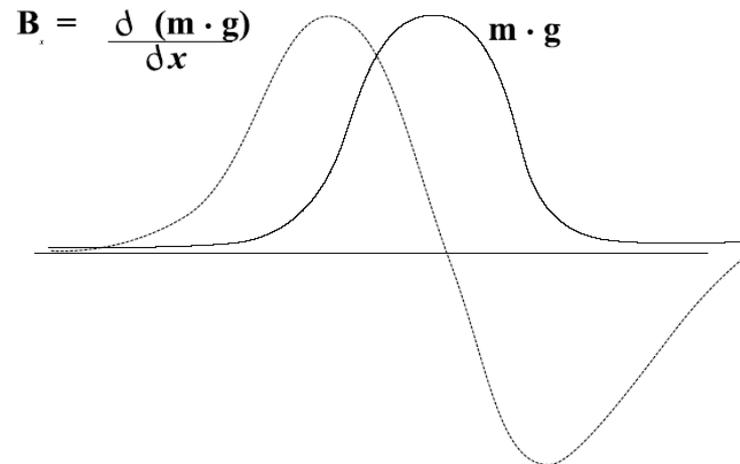
# Relação de Poisson: relacionando o potencial gravimétrico e magnético

Note que a componente do gradiente em qualquer direção é a taxa de variação naquela direção, por exemplo, para a componente  $x$

$$\nabla(\mathbf{M} \cdot \mathbf{g})$$

$$\partial(\mathbf{M} \cdot \mathbf{g})/\partial x$$

componentes horizontais:



# Relação de Poisson: relacionando o potencial gravimétrico e magnético

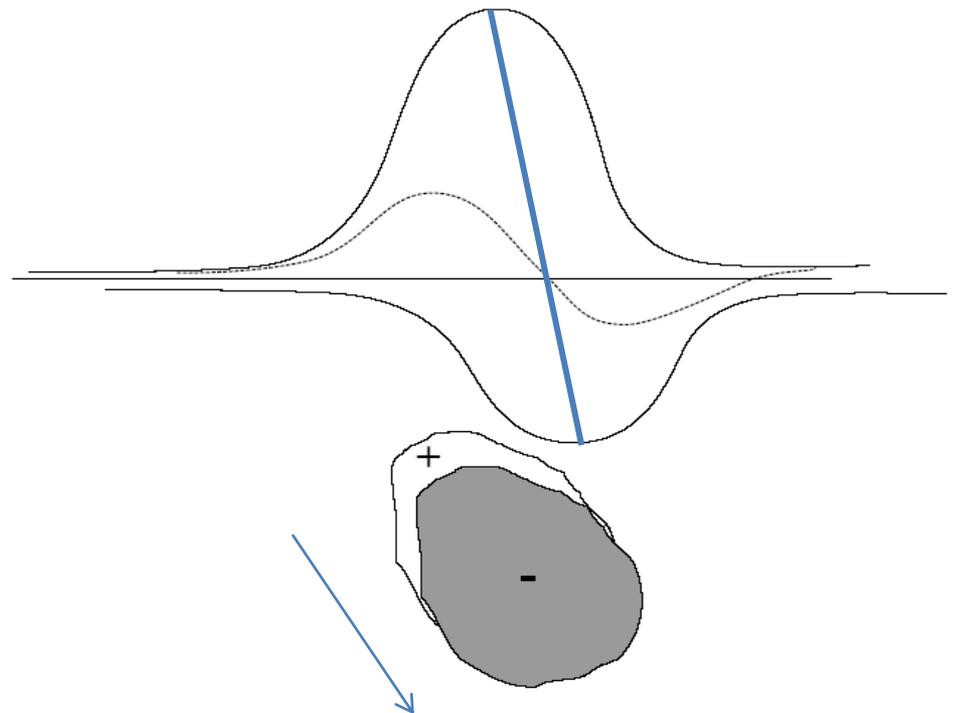
Para a anomalia de campo total, precisamos

$$\partial(\mathbf{M} \cdot \mathbf{g})/\partial b$$

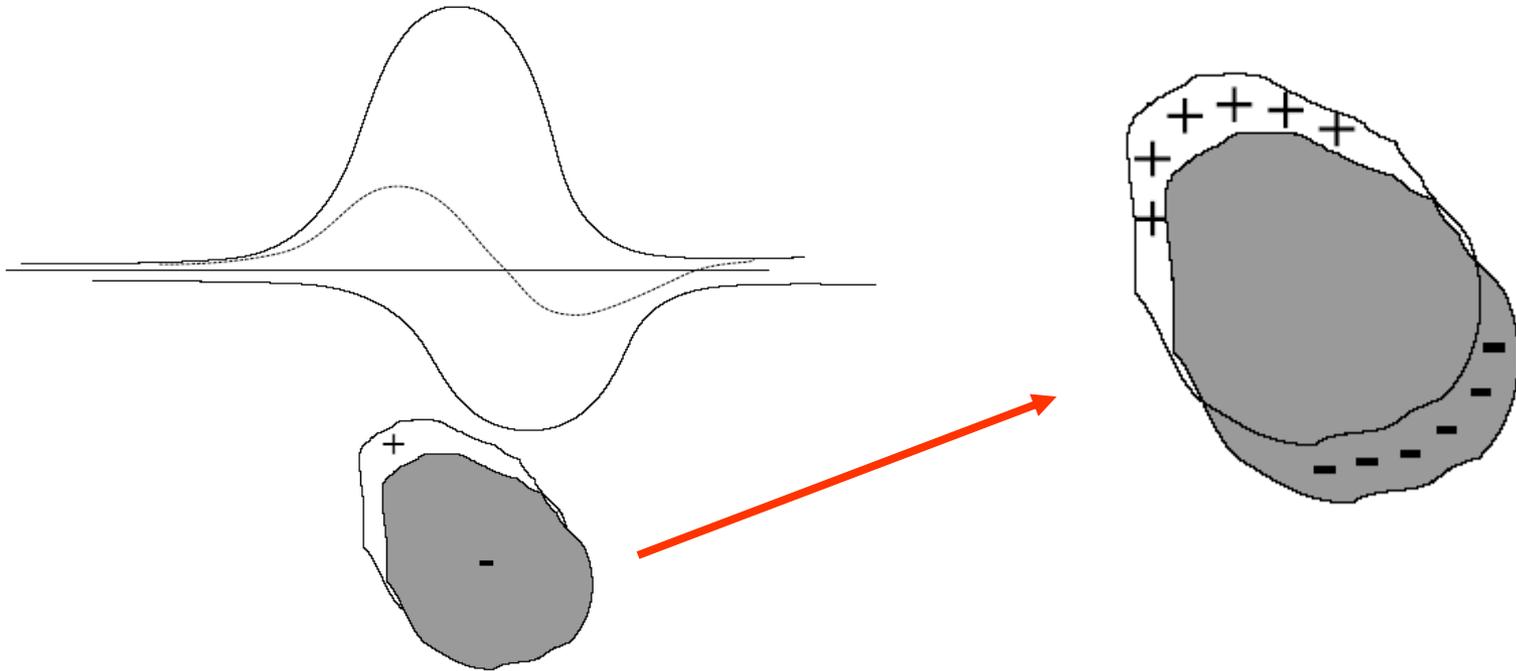
(i.e., apontando na direção do campo  $\mathbf{B}$ )

Imagine que movemos o alvo por uma pequena quantidade na direção de  $\mathbf{B}$ , e mudamos o sinal do campo de gravidade

- a soma dos dois campos é igual à soma da derivada requerida



# Relação de Poisson: relacionando o potencial gravimétrico e magnético



A construção é equivalente a um novo corpo, com monopólos positivo e negativo nas duas superfícies.

# Relação de Poisson: relacionando o potencial gravimétrico e magnético

$$W = - \left( \frac{\mu_0}{4\pi} \right) \left( \frac{1}{G\rho} \right) \mathbf{M} \cdot \mathbf{g}$$

Aplicações comuns:

- Modelar a anomalia magnética a partir da anomalia gravimétrica predita
- Calcular a “pseudo-gravidade” diretamente dos dados de campo magnético
- Calcular o “pseudo-campo magnético” diretamente dos campo de gravidade

Em termos geológicos isto nem sempre acontece mas usamos para facilitar os cálculos.

Vantagens  $\rightarrow$  a partir do dado magnético (mais barato e em maior quantidade) pode-se calcular as pseudoanomalias gravimétricas.

Pseudonanomalia gravimétrica  $\Rightarrow$  anomalias gravimétricas correspondentes a uma fonte de massa que tem a ~~mesma~~ distribuição de densidade equivalente à ~~distribuição~~ magnetização observada.

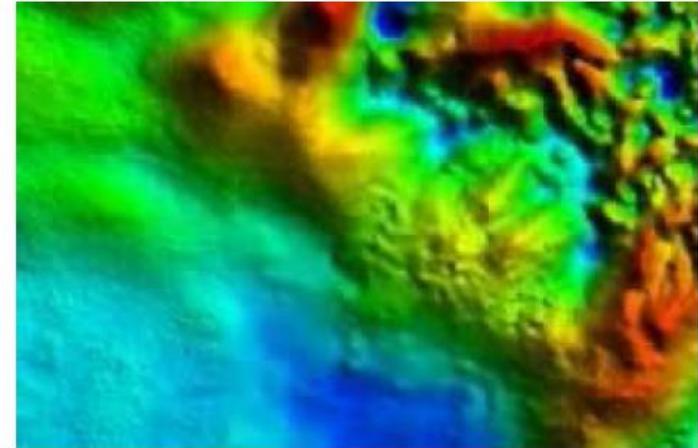
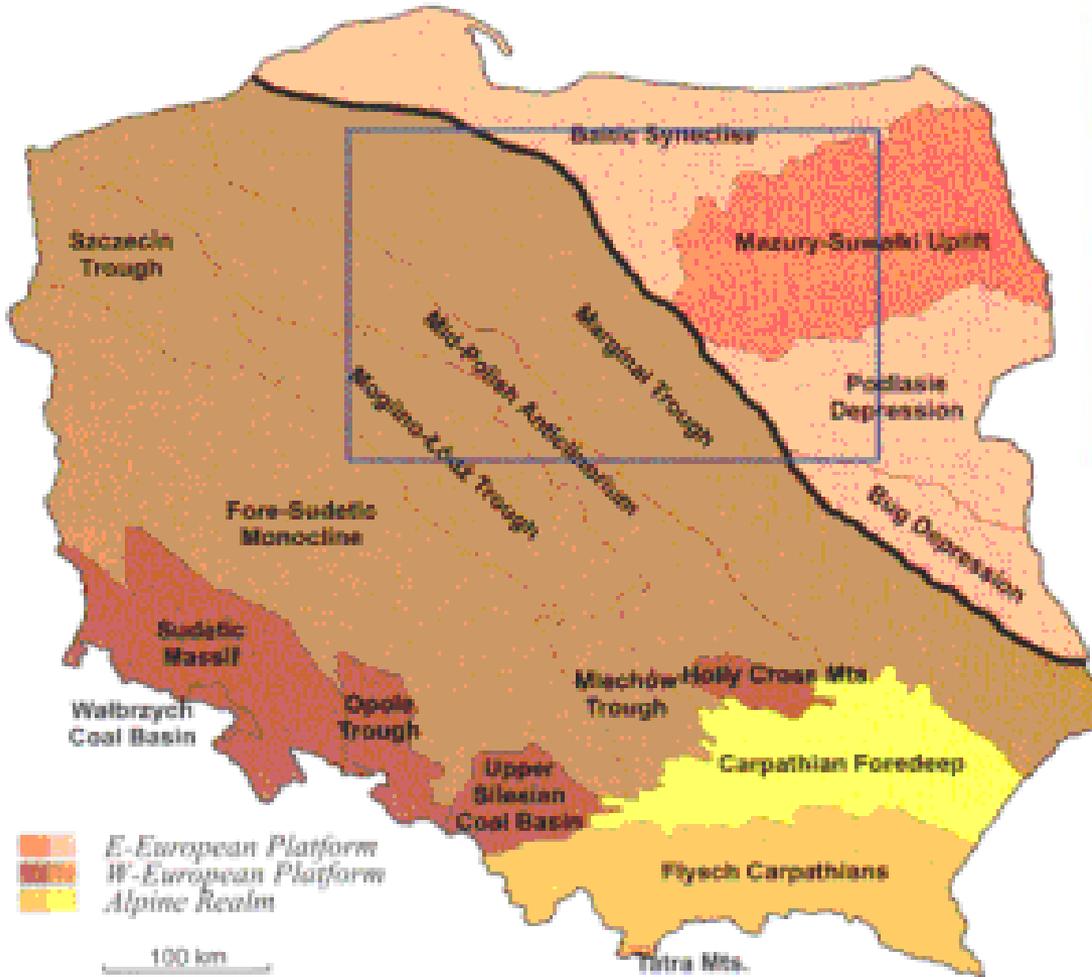
Anomalias gravimétricas <sup>tem</sup> interpretação mais simples.

Usar  $\vec{g}$  conhecido de corpos simples e obter o potencial magnético ( $V(\vec{P})$ ).

A anomalia pseudo gravimétrica é útil quando a unidade geológica é muito magnética e densa, ex: intrusivas máficas em rochas sedimentares. Mapa pseudogravimétrico pode ser comparado c/o gravimétrico e auxiliar na interpretação do tamanho e forma da fonte. Outro uso  $\Rightarrow$  corpos tabulares com forte gradiente horizontal gravimétrico nas bordas. Mapa pseudogravimétrico também ~~tem~~ poderá ter esse gradiente e auxiliar a interpretação de mapas magnéticos.

# examples

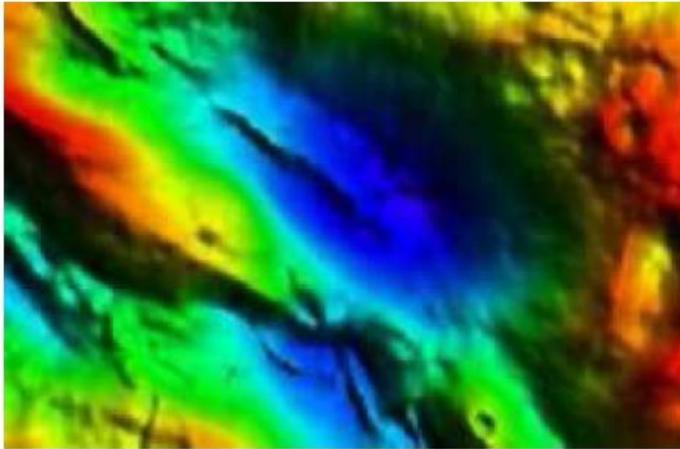
## Poland Main Structural Units



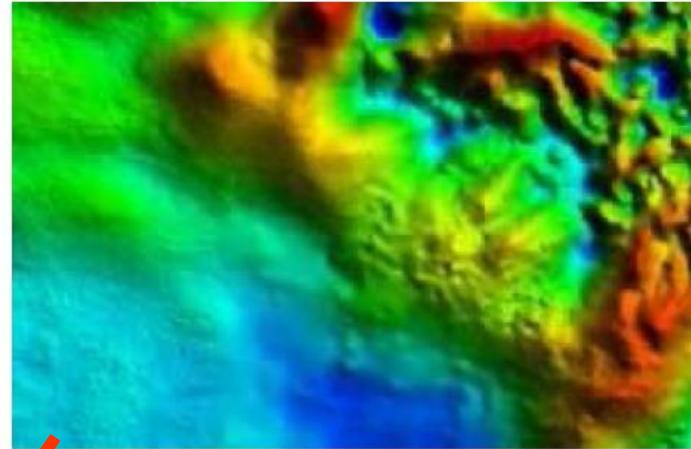
(c)

a) Mapa geológico da Polônia ,  
mostrando a divisão entre o  
embasamento cristalino mais raso da  
plataforma do leste europeu a NE e as  
coberturas sedimentares espessas, de  
idade Paleozoica e Mesozoica no SW. C)  
Anomalia magnética de campo total  
sobre a porção central da Polônia, de  
Geophysical Exploration Ltd  
([www.getech.com](http://www.getech.com)).

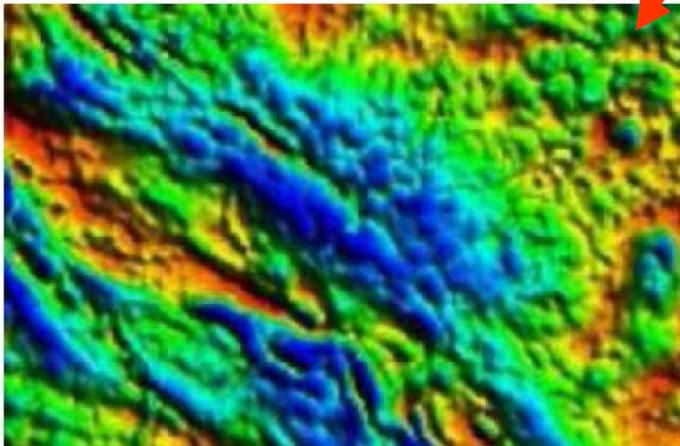
# Relação de Poisson: exemplos



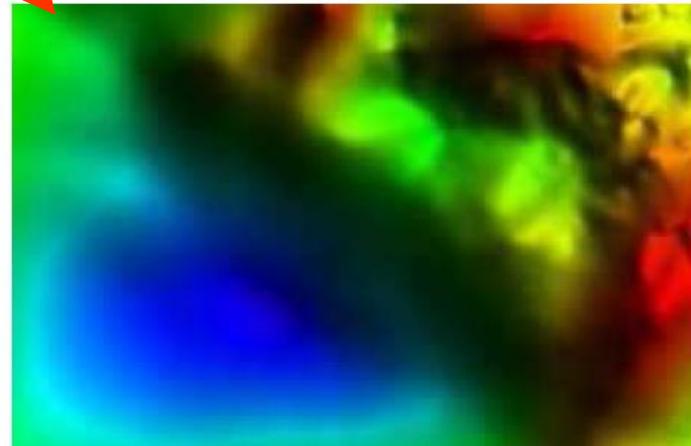
Anomalia Bouguer



Anomalia magnética de campo total



Campo pseudo magnético



Campo pseudo gravimétrico