2.2 PREOCUPAÇÕES DE UMA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Ole Skovsmose [1]

INTRODUÇÃO

Existe uma relação importante entre o conceito de um fenômeno e o fenômeno; em muitas situações, não faz sentido manter distinção entre eles. A realidade é constituída por meio de perspectivas, ideias e conceitos. Nosso mundo de vida *(life-world)*, para usar um conceito elaborado por Edmundo Husserl (1970), é constituído através de discursos.

Essa observação não implica que nossa realidade é livremente flexível. Por exemplo, não é possível eliminar pobreza e fome com a mudança de discurso, mas é possível mudar a perspectiva sobre a pobreza. É possível alterar algumas preocupações de um grupo de pessoas sobre o sofrimento de outro grupo. É possível elaborar discursos que "expliquem" que o sofrimento de um grupo é causado por algumas características desse mesmo grupo; por exemplo: a pobreza é causada por que a pessoa não gosta de trabalhar. Uma forma hedionda desse tipo de "explicação" aparece em discursos racistas. Um exemplo de tal discurso ocorreu na época do *apartheid*, na África do Sul: aos negros faltam algumas capacidades, e essa é a causa principal do sofrimento deles. Mudança no discurso provoca mudança na preocupação. Preocupações e também a falta delas (ou ignorância) são constituídas através de discursos. Dessa maneira, existem relações importantes entre discursos sobre fenômenos e preocupações sobre esses fenômenos.

Quando falamos sobre aprendizagem, nos referimos a coisas que são constituídas como parte de nosso discurso sobre aprendizagem. É impossível fazer observações e formular preocupações sobre aprendizagem independentemente de nossas concepções de aprendizagem. Neste texto, apresento uma perspectiva de aprendizagem através dos conceitos de: situação; *foreground* e intencionalidade; significado; matemática em ação, reflexão, matemacia e diálogo. Finalmente, faço algumas notas sobre *incerteza*. Essa rede de conceitos estabelece um passo para formular algumas preocupações que considero devem fazer parte da educação matemática crítica.[2]

1. Professor do Departamento de Educação, Aprendizado e Filosofia da Aalborg University.
2. Naturalmente, é possível elaborar redes diferentes. Por exemplo, os conceitos de "poder" e "conflito" são importantes; mas, neste texto, discuto uma rede envolvendo somente os conceitos mencionados no parágrafo anterior. Ver Skovsmose (1994, 2001) para discussões sobre aspectos diferentes de educação matemática crítica.

SITUAÇÃO

Descrevo, a seguir, algumas fotos do livro *O berço da desigualdade* feito por Sebastião Salgado.[3] As fotos demonstram situações diferentes na escola e nas condições diferentes para aprender. Há fotos de jovens refugiados do sul do Sudão, no Quênia, sentados à sombra de grandes árvores. A sombra da árvore representa uma sala de aula. Um camelo caminha ao redor da sala de aula. Há uma foto de estudantes do Kurdistão, no Iraque, que levam lenha para o aquecimento da sala de aula. No Afeganistão, outra foto revela estudantes muito concentrados quando o professor explica sobre cuidados com bombas e minas. Há salas de aula escuras e sinistras, vazias de equipamentos educacionais, mas cheias de alunos. Essas fotos demonstram condições muito diferentes para aprendizagem, e condições diferentes também da sala de aula normalmente apresentada na pesquisa em educação matemática.

Então vejamos um pouco o que dizem as estatísticas. Sob uma perspectiva tradicional de estatística (por exemplo, UNESCO, 2000), é possível dividir o mundo em três regiões: (1) Europa Ocidental, Estados Unidos, Canadá, Japão, Austrália, Nova Zelândia; (2) África Subsaariana, América Latina, Caribe, Ásia Oriental e Pacífico, Ásia de Sul e Ocidental, Países Árabes e África de Norte; (3) Ásia Central e Europa Central e Oriental. Desse ponto de vista, essas regiões são consideradas como: (1) países mais desenvolvidos; (2) países menos desenvolvidos; (3) e países em transição. A população de crianças (entre 6 e 11 anos) da região (1) constitui um total de 10% de crianças do mundo. As crianças da região (2) representam 86% das crianças do mundo; e as crianças da região (3) representam 4% das crianças do mundo. No mundo todo, 16% das crianças não vão para a escola. Considerando esses números, talvez essas fotos no livro *O berço da desigualdade* não representem situações tão particulares. É bem provável que essas fotos reflitam situações corriqueiras no mundo em que vivemos.[4]

Quando fazemos teorias sobre a aprendizagem, fazemos referência a algumas *situações*. Quando estudamos todas as transcrições de comunicações em sala de aula publicadas em revistas de pesquisa em educação matemática, essas transcrições representam uma perspectiva particular sobre as situações de aprendizagem. (Tenho em mente revistas internacionais que estabelecem um paradigma de pesquisa em educação matemática.) Nessas

3. Ver Salgado e Buarque (2005).

4. Ver UNESCO (2000) e Skovsmose (2006).

situações não há muito barulho. Os estudantes têm livros didáticos. Existe um computador, se necessário. Os estudantes não têm fome. Não existe um camelo ao redor da sala de aula. A essas situações denomino: *sala de aula prototípica*. As teorias da educação matemática fazem referência a esta sala de aula prototípica; ou, o que é mais comum, assumem condições prototípicas para a aprendizagem. Então, a sala de aula prototípica é o que prevalece na pesquisa em educação matemática.

As fotos no livro *O berço da desigualdade* podem nos ajudar a lembrar que existem situações para aprendizagem muito diferentes da sala de aula prototípica. Isso nos faz pensar que a pesquisa em educação matemática e a pesquisa sobre aprendizagem matemática têm desenvolvido perspectivas teóricas particulares. Talvez as pesquisas reflitam a situação de um pequeno grupo de crianças desse mundo, e não a maioria. Talvez as teorias de aprendizagem tenham pontos cegos em que não é possível ver o que se passa. Essas fotos nos chamam a atenção para isso.

Desse modo, é importante saber que, quando falamos de aprendizagem, é preciso considerar as diferentes *situações*. Na perspectiva da educação matemática crítica, é importante não só se concentrar nas situações prototípicas. É importante também desenvolver ideias sobre a grande multiplicidade de situações para aprendizagem.

É possível fazer um estudo sobre aprendizagem matemática com a ajuda de computadores. É possível estudar o valor do uso de computadores para aprender matemática. Nessa perspectiva, é importante, também, investigar quais são as implicações para estudantes que não têm acesso a computadores. Tecnologia faz parte das condições de aprendizagem e a distribuição de tecnologias é também uma distribuição de possibilidades. Essa distribuição reflete fatores sociopolíticos. Recursos diferentes e acessos diferentes à tecnologia têm implicações na situação de aprendizagem.

É importante estudar a condição educacional para pessoas de uma favela. Precisamos nos lembrar que as favelas existem em todo o mundo: em Paris, Nova York, Tókio etc. Em minha opinião, o programa de pesquisa de etnomatemática tem um importante impacto para estabelecer uma ampla perspectiva sobre a diversidade de condições para aprender. Existem muitas situações diferentes que são importantes de se considerar quando formulamos preocupações em relação à aprendizagem matemática.

FOREGROUND E INTENCIONALIDADE

Pelo *foreground* de uma pessoa, entendo às oportunidades que a situação social, política e cultural proporcionam a ela.[5] Porém, não as oportunidades como elas poderiam existir em qualquer forma "objetiva", mas como as oportunidades são percebidas por uma pessoa numa situação específica. O *foreground* expressa expectativas, aspirações e esperanças. O *foreground* de uma pessoa faz parte do *life-world* da pessoa, que é um mundo das experiências vividas.

É possível que o *foreground* de certo grupo de estudantes seja arruinado. Isso não significa que ele não existe, mas que não há nenhuma oportunidade atrativa e realista. Um *foreground* arruinado não suporta esperanças. O *foreground* reflete a situação dos estudantes e também as contradições e conflitos presentes nessa situação. Entretanto, o *foreground* não é só reflexão das condições externas da vida, mas, também, a elaboração dessas contradições e conflitos.

O *foreground* é importante para o estudante elaborar sua intencionalidade no processo de aprendizagem. Isso significa uma direção para um *foreground* que representa um "motivo". Naturalmente, esse motivo é baseado não só no *foreground*, mas, também, no *background* (a história) da pessoa. A intencionalidade está presente nos motivos para aprender. Uma pergunta importante é: "É possível para os estudantes elaborarem sua intencionalidade no seu processo de aprendizagem?" Dificuldades para aprender talvez sejam causadas pelos obstáculos para os estudantes incluírem sua intencionalidade no processo de aprendizagem. Um *foreground* arruinado é um obstáculo desse tipo.

SIGNIFICADO

A noção de significado é importante para uma teoria de aprendizagem. Essa noção tem uma longa história em filosofia. É possível falar sobre o significado de um conceito, e isso foi investigado por Sócrates, por Platão, em Escolástica, e em filosofia moderna analítica. Pôde-se falar, também, sobre o significado de uma atividade. Para mim, é possível analisar o significado de atividade em termos de relações entre as situações em que a pessoa está envolvida e a intencionalidade que emerge do *background* e do *foreground* da pessoa.

---

5. Para a primeira apresentação do conceito *foreground*, ver Skovsmose (1994). Ver também Skovsmose (2007a), Skovsmose et al. (2007) e Skovsmose et al. (in print).

A noção de significado é também chave em educação, e em educação matemática.[6] Como parte do Movimento da Matemática Moderna, o significado de conceitos mais complexos na matemática é investigado como uma combinação de significados de conceitos mais simples. Por exemplo, um grupo é definido como um conjunto não vazio, *G*, com uma operação, *, satisfazendo algumas condições.[7] Uma operação, *, é definida como uma função de *G* X *G* em *G*. Uma função é definida como certo tipo de conjunto de pares ordenados. E, para começar, é importante identificar os conceitos mais simples. De acordo com a matemática moderna, a aprendizagem matemática precisa começar com o conceito de conjunto. A ideia principal é que o significado de um conceito complexo é determinado a partir de significados de conceitos mais simples. A matemática moderna é criticada, mas a ideia sobre a natureza do significado de conceitos continua em educação matemática.

Para mim, o "significado de atividade" é mais importante na perspectiva de educação matemática do que o "significado de conceito". É importante fazer uma interpretação do significado da atividade em que os estudantes estão envolvidos. O significado de uma atividade de sala de aula é construído em primeiro lugar pelos estudantes. Essa construção dependerá das situações dos estudantes, e dependerá, principalmente, da intencionalidade dos estudantes. A construção de significado acontece em termos do que os estudantes podem ver como suas possibilidades. O significado da atividade inclui motivos, perspectivas, esperanças, aspirações e obtém um combustível extra do *foreground* dos estudantes.

É importante fazer o possível para os estudantes estabelecerem significados para suas atividades em sala de aula. Uma possibilidade é criar cenários para investigação.[8] Um cenário é uma fonte para atividades e, também, um convite para atividades. Em particular, um cenário para investigação é uma possibilidade para estabelecer relações entre atividades dos estudantes e o seu *foreground*. Esses cenários representam uma tentativa educacional para estabelecer uma educação matemática com mais significado.

---

6. Ver, por exemplo, Skovsmose (2005).
7. As condições são: (1) Enquanto a e b G, a*b G. (2) A composição * satisfaz a lei associativa. (3) Existe um elemento neutro e G. (4) Todo elemento possui um elemento inverso.
8. Ver Skovsmose (2008b, cap. 1), Penteado e Skovsmose (2008) e Penteado (2001).

Por um longo período trabalhei com projetos na África do Sul. Uma aldeia muito longe de tudo é chamada de aldeia além dos montes *(beyond the mountains)*. Naturalmente, é possível estabelecer cenários de investigação numa escola nessa aldeia. É possível construir cenários em relação ao cotidiano dessa aldeia. É possível trabalhar com a matemática da culinária; com a matemática de construções de cabanas; com a matemática da rocha. Mas, talvez os estudantes preferissem trabalhar com a matemática dos pilotos. O sentido de atividades na sala de aula não é simples de antecipar. Talvez os estudantes de uma favela prefiram trabalhar com geometria dinâmica num computador. Talvez alunos indígenas queiram trabalhar com assuntos de trigonometria. A noção de significado é complexa. É uma preocupação de educação matemática crítica trabalhar com a diversidade de significado.

A construção de significado também pode ser obstruída. Conforme dito anteriormente, um *foreground* arruinado é um obstáculo para a aprendizagem. Muitos estudantes desistem da escola porque o que é suposto fazer na sala de aula não tem significado para eles. Em muitos casos, a tradição da matemática da escola *(the school mathematics tradition)* representa um obstáculo para aprender, porque essa tradição não traz nenhum significado para os estudantes.

MATEMÁTICA EM AÇÃO

Para alguns pesquisadores, René Descartes é considerado o primeiro filósofo moderno. É possível associar modernidade com um profundo desenvolvimento da matemática e com um entendimento da natureza fundamentado na matemática. A modernidade celebra as ciências naturais e a racionalidade da matemática. A essa confiança na matemática denomino concepção moderna de matemática. Essa concepção inclui diferentes elementos, que destaco a seguir.

Primeiro, faz parte dessa concepção que a matemática é uma ferramenta essencial para descrever e formular teorias sobre a natureza. O núcleo nessa concepção é: a natureza é uma composição de unidades materiais e, para entender essa composição mecânica, precisamos descrever as posições, formas e velocidade dessas unidades, sendo a matemática uma linguagem perfeita para formular essa descrição. Segundo, a revolução industrial seguiu a revolução científica e, imediatamente, a matemática mostra poderosas possibilidades de aplicações em todas as disciplinas técnicas e torna-se indispensável em todas as formas de engenharia. Então, a racionalidade matemática apresenta-se como uma racionalidade de progresso. O terceiro elemento é que a matemática é uma beleza pura e é importante estudar e celebrar essa beleza. Esses três elementos sobre o poder da matemática em relação à ciência e à tecnologia, junto com a percepção da matemática como disciplina pura, constituem a concepção moderna de matemática.

Essa concepção tem profundas implicações para a educação matemática: assumindo confiança na racionalidade da matemática e, consequentemente, determinando um currículo para a educação matemática. A tarefa educacional é fazer apresentações de conceitos e teorias matemáticas da maneira mais eficiente para que os estudantes estabeleçam ou construam seu conhecimento matemático. A concepção moderna de matemática faz parte do Bourbakismo e do Movimento de Matemática Moderna, e essa faz parte, também, de formas diferentes de construtivismo. O conceito "moderno", em si mesmo, representa confiança na racionalidade e nas ciências. Em conformidade com essa concepção moderna, a tarefa principal da educação matemática é fazer os estudantes apreciarem a matemática.

Existe uma concepção de matemática diferente da concepção moderna. É possível falar sobre uma concepção crítica de matemática. Uma observação importante para essa concepção é que a matemática faz parte de muitas práticas diferentes.[9] Ela faz parte do desenvolvimento da tecnologia; transações econômicas; processos de produção; processos de controle; processos de automatização; estabelecer rotinas no dia-a-dia. Essas formas diferentes de práticas são exemplos de *matemática em ação*.[10]

É possível ilustrar essa forma de ação com grande variedade de exemplos. As companhias aéreas fazem reservas acima de sua possibilidade. E no Brasil também. Por quê? De certo, para maximizar os benefícios. É essencial tentar evitar que os vôos operem com lugares vazios. Os custos associados com um avião lotado e com lugares vazios são aproximadamente os mesmos.

9. Em *Philosophical investigations*, Wittgenstein (1958) fala sobre o conceito de jogo. Existem muitos jogos diferentes. Não é possível fazer uma definição geral de jogo. Não existem coisas "essenciais" para todos os jogos, em que é possível basear uma definição geral. Essa observação é importante em relação ao conceito de matemática. É possível usar a palavra "matemática" em situações diferentes e com referência a fenômenos diferentes. Não assumo um único sentido principal para o conceito matemático. Então, uso a palavra "matemática" muitas vezes, mas com sentidos diferentes.

10. Para uma discussão de matemática em ação ver, por exemplo, Skovsmose (2007a) e Christensen, Skovsmose e Yasukawa (2008).

A companhia aérea deve pagar seus pilotos, navegadores, engenheiros e a equipe da cabine. O combustível extra, consumido por um aeroplano cheio, comparado com um semivazio, é mínimo.

Para toda decolagem, é provável que algum passageiro que havia reservado passagem não compareça *(no show)*. Então, é possível vender mais bilhetes do que lugares. Deve ser considerado que a probabilidade de um passageiro não comparecer depende, por exemplo, do destino, da hora do dia, do dia da semana e do tipo de seu bilhete. Tudo isso pode ser incorporado em um modelo matemático, contendo parâmetros tais como: (1) custos de prover um voo; (2) valor pago pelo passageiro em todos os tipos de bilhetes; (3) capacidade do voo; (4) custos de recusar um passageiro *(bumping a passenger)*; (5) a probabilidade de um passageiro com reserva não comparecer.

Através desse modelo matemático, é possível estabelecer um novo princípio para se vender algo. Enquanto o princípio tradicional é: "Não venda mais bilhetes do que lugares existentes", o novo princípio é: "Superlote, mas faça isso de tal modo que o retorno seja maximizado, considerando o dinheiro a ser pago como compensação, o destino, a hora de partida, dia da semana, bem como os efeitos decorrentes do contrato de um passageiro, que tenha reserva válida". Esse novo princípio não pode ser criado ou colocado em ação sem raciocínio matemático. Sua complexidade pressupõe que as aplicações de técnicas matemáticas sejam "condensadas" em um programa (um algoritmo) de reservas.

O novo princípio de vender bilhetes ilustra o que, em geral, pode ser chamado de base-matemática de ação e é desenvolvido em relação a todos os tipos de produtos. Essa base-matemática de ação faz parte de formas de construções, esquemas de produção, modelos de automatização, programas de *design*, estratégias de promoção. Todo nosso ambiente e nosso mundo de vida (*life-world)* são estruturados através da matemática em ação.. E, de modo mais geral, através das ciências ou tecnociências em ação.

Essas práticas incluem interesses, riscos e possibilidades diferentes e têm implicações diferentes. Eu não assumo que a matemática em ação tem qualidades automaticamente atrativas só porque a matemática é envolvida. Como qualquer outra forma de ação, a matemática em ação pode ser boa, ruim, problemática, arriscada, cara, duvidosa, bonita etc. A matemática faz parte de ações com implicações mais sinistras, também parte de ações com implicações maravilhosas. Matemática em ação não tem uma essência. Não existe uma "bondade" intrínseca, nem uma "maldade" intrínseca na matemática em ação. Essa observação é crucial para a concepção crítica da matemática.

Essa observação tem implicações para nossas interpretações de educação matemática.[19] Não é suficiente que a educação matemática estabeleça uma apreciação da matemática. É importante que os alunos e os estudantes tenham ideias sobre a multidão de formas de matemática em ação e sobre as possibilidades e os riscos que são associados a isso. Para estabelecer essa perspectiva ampla sobre matemática, é importante que os processos de reflexão façam parte da educação matemática.

REFLEXÃO

A reflexão faz parte de uma rede de conceitos importantes para formular as preocupações da educação matemática crítica. Não é suficiente que um professor de matemática funcione como "embaixador" da matemática. É importante que a educação matemática inclua reflexões sobre o funcionamento sociopolítico da matemática. É possível exemplificar.

O projeto Terríveis Números Pequenos, descrito em detalhes no meu livro *Desafios da reflexão*, tinha como meta que os alunos vivenciassem questões relacionadas com a confiabilidade e a responsabilidade em relação à matemática em ação. O tema do projeto foi a contaminação de ovos por salmonela:

> Toda a população de ovos foi trazida para a sala de aula em um carrinho. Embalagens plásticas de filme fotográfico foram usadas para simular os ovos e podiam ser facilmente abertas para exame. Alguns "ovos" continham gemas saudáveis na forma de um pedaço de plástico amarelo, enquanto outros continham um pedaço azul, indicando contaminação por salmonela. A primeira tarefa dada aos alunos era que cada um selecionasse no carrinho uma amostra de dez ovos. Sabia-se previamente que 10% dos ovos do carrinho estavam contaminados por salmonela. Cada estudante escolheu 10 ovos e contou quantos ovos na amostra estavam contaminados por salmonela. Era de se esperar que, em cada amostra de 10 ovos, um ovo estivesse contaminado. A questão é: até que ponto as amostras selecionadas de fato refletiam a porcentagem real de contaminação? O exercício em sala mostrou que a história que as amostras contaram estava longe de ser a realidade da população. Menos de metade das amostras continha um e somente um ovo contaminado

19 Ver, por exemplo, Skovsmose (2008a, 2008c, 2009).

por salmonela. Como isso pode ser? Os ovos no carrinho não estavam misturados de forma apropriada? Isso quer dizer que as amostras são representantes pouco confiáveis com respeito às propriedades da população como um todo? Isso seria sempre dessa forma? O que isso significa com respeito a todas as situações cotidianas que vivenciamos e nas quais nosso conhecimento a respeito da população como um todo se baseia em amostragens? Tais casos são os mais comuns, de forma que os alunos viveram um autêntico dilema de quem faz controle de qualidade. Dessa forma, o projeto conduziu a uma discussão mais ampla sobre a confiabilidade da informação fornecida por números. A discussão da confiabilidade não diz respeito somente às amostras, mas a qualquer situação em que a matemática é colocada em ação (SKOVSMOSE, 2008b, p. 58-59).

A questão da responsabilidade é desenvolvida no mesmo projeto e tem uma preocupação com ações baseadas em números (mais ou menos confiável):

> Durante uma fase posterior do projeto, os alunos foram colocados em uma situação na qual eles teriam que tomar decisões baseadas em números e, dessa forma, experimentar a ação baseada em matemática por dentro. Dois carrinhos foram trazidos para a sala. Em um deles, os ovos eram oriundos da Grécia, e, no outro, da Espanha. A cada grupo de alunos foi solicitado fazer de conta que eram representantes de uma companhia importadora de ovos. A decisão principal a ser tomada era: de qual país eles deveriam importar os ovos? Tantos os ovos da Grécia quanto os da Espanha estavam contaminados por salmonela, mas em proporções diferentes e desconhecidas pelos alunos (na verdade, nem mesmo o professor sabia a resposta, pois os ovos contaminados foram aleatoriamente inseridos nos carrinhos). Os alunos analisaram informações sobre preços e, no final, tanto os ovos da Grécia quanto da Espanha poderiam ser importados pelo mesmo preço, restando apenas a qualidade dos ovos como quesito de diferenciação. Os alunos obtiveram também os preços de controle de qualidade, que não eram muito caros, e ficaram sabendo que ovos abertos no processo de controle de qualidade deveriam ser descartados. Como consequência, o exame exaustivo que levasse em conta todos os ovos não deixaria nenhum ovo remanescente para ser vendido. Obviamente, os alunos teriam que examinar a qualidade dos ovos gregos e espanhóis a partir de amostragens. Mas, quantas amostras seriam necessárias a fim de se tomar uma decisão bem embasada?. Os alunos teriam que fazer um orçamento que explicitasse os aspectos econômicos de sua estratégia de negócios. Eles enfrentaram o desafio de conciliar a confiabilidade do controle de qualidade e a viabilidade

> econômica da empresa. A questão nessa etapa do trabalho era colocar os alunos numa posição corriqueira no mundo dos negócios. Se alguém deseja garantir a melhor qualidade de um produto a ser colocado no mercado tem que investir no controle de qualidade. Portanto, o que significa agir de modo responsável em tal situação? (SKOVSMOSE, 2008b, p. 60-61).

Os temas de confiabilidade e responsabilidade são importantes, mas, naturalmente, é possível refletir sobre muitos outros aspectos da matemática em ação.

MATEMACIA E DIÁLOGO

Para formular algumas preocupações de educação matemática crítica, a noção de *matemacia* é importante. Esse conceito tem relações com o conceito de *literacia* de Paulo Freire.[12] Também tem relação próxima com o conceito de *materacia* formulado por Ubiratan D'Ambrosio. Para Freire, *literacia* não se refere somente à capacidade para ler e escrever. *Literacia* inclui também a capacidade para ler e interpretar situações sociais, culturais, políticas, econômicas e interpretar essas situações com condições para a realização de ações de transformação. Dessa maneira, Freire inclui capacidades diferentes na *literacia*. Para mim a noção de *matemacia* envolve algo semelhante e é importante para formular algumas visões de uma educação matemática crítica.

Em particular, *matemacia* refere-se a uma capacidade de refletir sobre matemática em ação. Exemplos de reflexões são ilustrados nas discussões sobre confiabilidade e responsabilidade. Confiabilidade significa reflexões sobre as informações apresentadas em números, tabelas, fórmulas, figuras etc., ou, de modo mais geral: é uma reflexão sobre apresentações formalizadas. A responsabilidade significa reflexões sobre prioridades, decisões, ações feitas com base nas informações formalizadas. Esses dois tipos de reflexão são importantes. Mas, naturalmente, existem muitas outras dimensões da reflexão. É importante refletir sobre relações entre as práticas na sala de aula e as práticas fora da sala de aula. É importante refletir sobre a relação entre a prática na sala de aula e o *background* e o *foreground* dos estudantes.

---

12. A noção de matemacia e a relação entre matemacia e literacia são elaboradas em Skovsmose (1994). Ver também Biotto Filho (2008) e Skovsmose (2007b).

Existem muitos tipos diferentes de interações em sala de aula: apresentações, controle, discussões, brigas etc. Para mim, uma análise de todas essas formas diferentes de interações é importante para fazermos uma interpretação dos processos de aprendizagem. Contudo, a *matemacia* não é um resultado automático de uma interação na sala de aula, a qual pode ter consequências muito diferentes: é possível que algumas formas de interação estabeleçam uma arregimentação; é possível que alguns estudantes percam sua autoestima; é possível que alguns aprendam de que maneira dar as respostas que o professor prefere. Também é possível que alguns estudantes façam reflexões profundas. O desenvolvimento da *matemacia* não é uma coisa simples.

Para mim, o *diálogo* é uma importante forma de interação. O diálogo é um processo particular de conversa e interação. No livro *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*, Helle Alrø e eu fazemos uma interpretação do conceito de diálogo em termos de: realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade. Para nós, processos de aprender baseados em processos de diálogo têm qualidades importantes. Em particular, a reflexão dá uma base para o processo de diálogo. Em outras palavras, consideramos que processos dialógicos têm um papel importante para desenvolver a *matemacia*.

Segue que uma preocupação da educação matemática crítica é estabelecer situações que facilitem processos de diálogos. A ideia de cenários de investigação é realizar investigações em sala de aula e muitos processos de investigação têm a forma de diálogo. O projeto de Terríveis Números Pequenos é um exemplo de um cenário de investigação que abre possibilidades de desenvolver diálogos entre estudantes e professores e também entre estudantes. Dessa maneira, o projeto é um resultado da preocupação para estabelecer *matemacia* como resultado de um processo de aprendizagem matemática.

INCERTEZA

Fiz uma proposta para falar sobre aprendizagem em termos de: situação; *foreground* e intencionalidade; significado; matemática em ação, reflexão, *matemacia* e diálogo. Essa rede de conceitos estabelece um discurso sobre aprendizagem.

Discursos diferentes estabelecem preocupações diferentes. Creio que uma educação matemática crítica é caracterizada através de preocupações, e formular essas preocupações é importante para se estabelecer uma rede de conceitos. Entretanto, isso indica também uma grande incerteza que faz parte de uma noção de crítica. Não existe uma justificativa para qualquer discurso, em particular, e isso vale para o que eu apresento neste artigo. Teorias críticas sobre aprendizagem incluem uma profunda incerteza.

Acredito que todas as posições críticas incluem uma aporia, e educação matemática crítica também. Para mim, a aporia da pesquisa em educação matemática crítica refere-se a: (1) falta de condições adequadas para refletir sobre a matemática e o conhecimento em ação, e (2) a necessidade de conduzir tais reflexões.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer a minha esposa, Miriam Godoy Penteado, e Elainy Fátima de Souza pelo auxílio na elaboração deste texto em português.

BIBLIOGRAFIA

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em educação matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BIOTTO FILHO, D. *O desenvolvimento da matemacia no trabalho com projetos.* 2008. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Campus Rio Claro.

CHRISTENSEN, O. R.; SKOVSMOSE, O.; YASUKAWA, K. The mathematical state of the world: explorations into the characteristics of mathematical descriptions. *Alexandria: Journal of Science and Technology Education*, Santa Catarina, v. 1, n. 1, p. 77-90, 2008.

HUSSERL, E. *The Crisis of European Sciences and Transcendental Phenomenology.* Evanston: Northwestern University Press, 1970.

PENTEADO, M. G. Computer-based Learning Environments: risks and uncertainties for teachers. *Ways of Knowing*, v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.

PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. Riscos trazem consigo possibilidades. In: SKOVSMOSE, O. *Desafios da reflexão*: em educação matemática crítica. Campinas: Papirus, 2008. p. 41-50.

SALGADO, S.; BUARQUE, C. *O berço da desigualdade.* Brasília: UNESCO; São Paulo: Ed. Moderna, 2005.

SKOVSMOSE, O. Critical Professionalism in Mathematics Teacher Education. *Revista Pesquisa Qualitativa*, v. 3, n. 1, p. 55-72, 2008c.

_____. *Desafios da reflexão*: em educação matemática crítica. Campinas: Papirus, 2008b.

_____. *Educação crítica*: incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007a.

_____. *Educação matemática crítica*: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

_____. Mathematics Education in a Knowledge Market. In: FREITAS, E. de; E.; NOLAN, K. (Eds.). *Opening the Research Text:* critical insights and in(ter)ventions into Mathematics Education. New York: Springer, 2008a. p. 159-174.

_____. Mathematical Literacy and Globalisation. In: ATWEH, B. et al. (Eds.). *Internationalisation and Globalisation in Mathematics and Science Education.* New York: Springer, 2007b. p. 3-18.

_____. Meaning in Mathematics Education. In: KILPATRICK, J. et al. (Eds.). *Meaning in Mathematics Education.* New York: Springer, 2005. p. 85-102.

_____. Research, practice, uncertainty and responsibility. *Journal of Mathematical Behaviour,* v. 25, n. 4, p. 267-284, 2006.

_____. Towards as Critical Professionalism in University Science and Mathematics Education. In: SKOVSMOSE, O.; VALERO, P.; CHRISTENSEN, O. R. (Eds.). *University Science and Mathematics Education in Transition.* New York: Springer, 2009. p. 325-346.

_____. *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

_____ et al. Inter-viewing Indian students' foregrounds. In: SRIRAMAN, B. (Ed.). *International Perspectives on Social Justice in Mathematics Education.* Montana: The Montana Mathematics Enthusiast, 2007. (Monograph; 1). p. 151-167.

_____ et al. Learning Mathematics in a Borderland Position: students' foregrounds and intentionality in a Brazilian Favela. *Journal of Urban Mathematics Education.* In print.

UNESCO. *Education for All:* statistical assessment. Paris: UNESCO, 2000. Disponível em: <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001204/120472e.pdf>. Acesso em: 8 dez. 2008.

WITTGENSTEIN, L. *Philosophical Investigations.* 2. ed. Oxford: Basil Blackwell, 1958.