Eletromagnetismo

4300372

F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

Guilherme Germano (monitor)

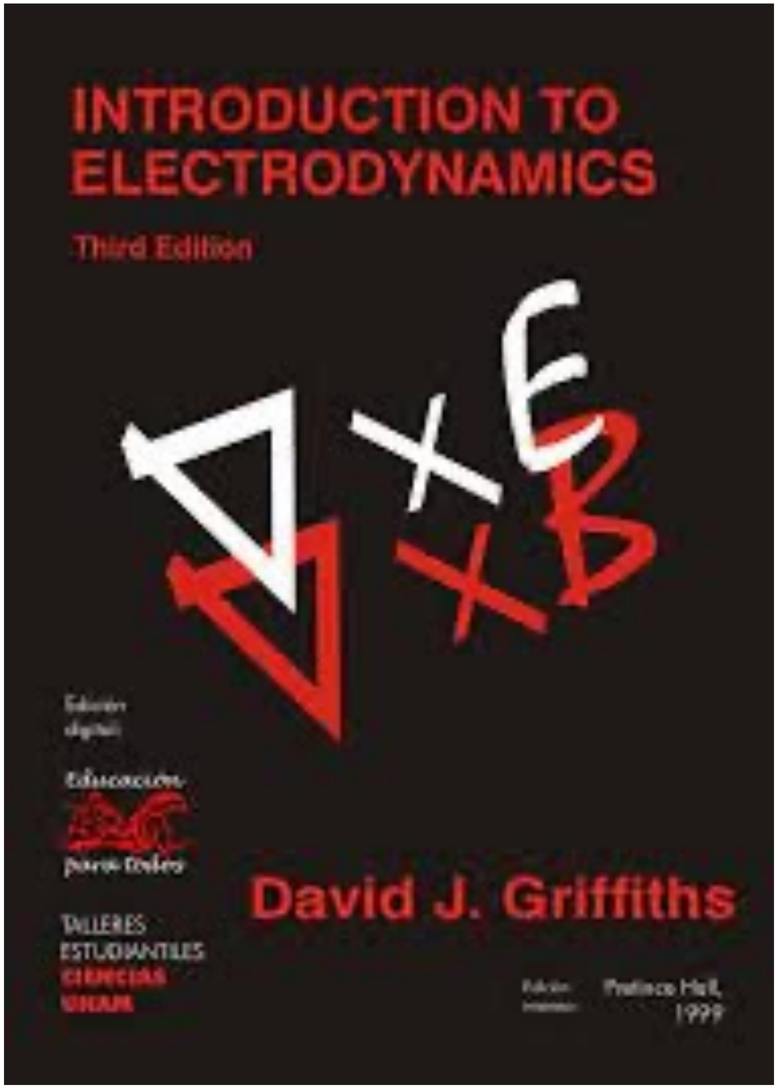
guilherme.germano@usp.br

edisciplinas.if.usp.br

Plano do Curso

16/08	13/09	11/10	08/11
19/08	16/09	14/10	11/11
23/08	20/09 P1	18/10	15/11
26/08	23/09	21/10 P2	18/11
30/08	27/09	25/10	22/11
02/09	30/09	28/10	25/11 P3
06/09	04/10	01/11	29/11 correção
09/09	07/10	04/11	02/12 S1
			06/12 revisão
			09/12 S2

Bibliografia



Capítulo 2 : eletrostática

Capítulo 5 : magnetostática

Capítulo 7 : eletrodinâmica

Capítulo 8 : leis de conservação

Capítulo 9 : ondas eletromagnéticas

Capítulo 10 : campos e potenciais

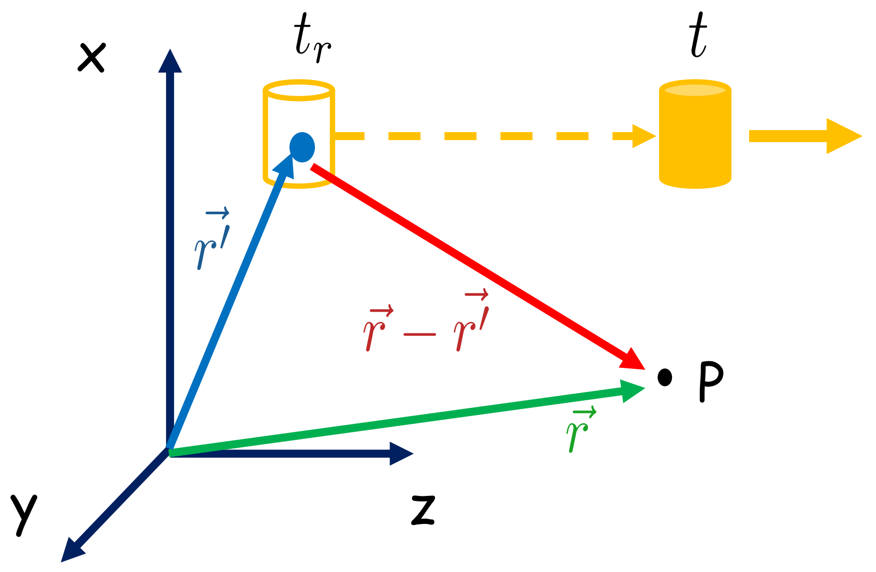
Capítulo 11 : radiação

Aula 20

Radiação

Griffiths - Capítulo 11

Quando há movimento da fonte, a informação da mudança de posição se propaga com a velocidade da luz (e não instantaneamente)



$$|\vec{r} - \vec{r}'| = c\,(t - t_r)$$

$$t_r = t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}$$

O ponto P não sente o campo criado pela carga agora e sim o campo criado no passado, no tempo "retardado", t_r , quando a "mensagem saiu"

A luz das estrelas vem do passado !

Van Gogh

Fontes variando no tempo

Estratégia: primeiro encontrar os potenciais e depois os campos !

$$\rho(\vec{r},t) \rightarrow V(\vec{r},t) \rightarrow \vec{E}(\vec{r},t)$$

$V(\vec{r},t)$ = potencial escalar

$$\vec{J}(\vec{r},t) \rightarrow \vec{A}(\vec{r},t) \rightarrow \vec{B}(\vec{r},t)$$

$\vec{A}(\vec{r},t)$ = potencial vetor

$$V(\vec{r},t) = \frac{1}{4\,\pi\,\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r'},t_r)}{|\vec{r} - \vec{r'}|}\, d^3r'$$

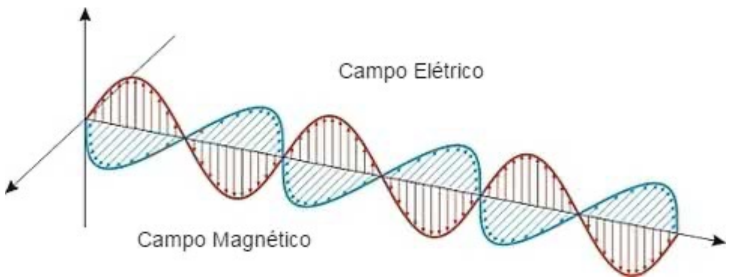
$$\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0}{4\,\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r'},t_r)}{|\vec{r} - \vec{r'}|}\, d^3r'$$

$$\boxed{\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}}$$

$$\boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}}$$

Energia eletromagnética : $U_{em} = \frac{1}{2} \int (\epsilon_0 \, E^2 \, + \, \frac{B^2}{\mu_0}) \, d^3r$

Ondas eletromagnéticas



$$\vec{E} = \vec{E}_0 \, cos \, (kz - \omega t)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \, cos \, (kz - \omega t)$$

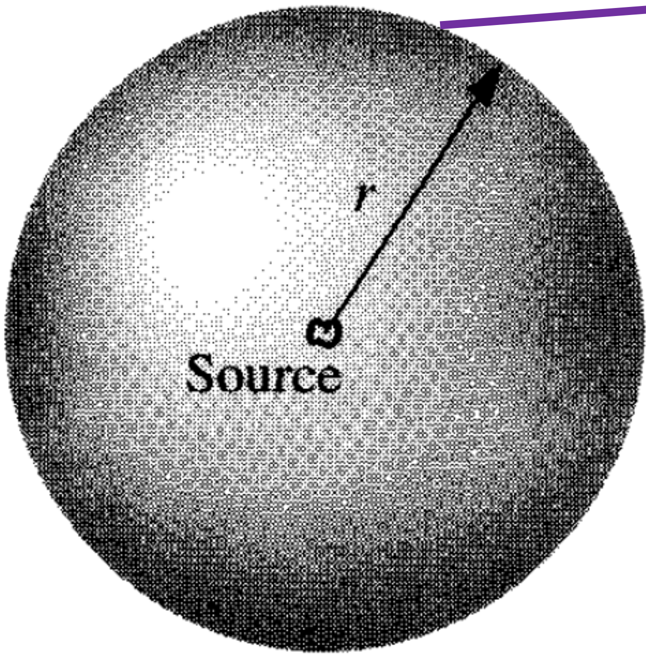
Propagação da energia eletromag.: vetor de Poynting $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \, (\vec{E} \times \vec{B})$

Campos gerados por cargas em movimento (retardamento)

Como as ondas eletromagnéticas são geradas ? Radiação !

Radiação: produção de ondas eletromagnéticas

Radiação: emissão de energia eletromagnética, que sai de uma fonte finita e vai até o infinito.



Potência atravessando esta superfície:

$$P = \oint \vec{S} \, . \, d\vec{a} \; = \oint \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B}) \, . \, d\vec{a}$$

Potência irradiada é o limite de P quando o raio r vai ao infinito

$$P_{rad} = \lim_{r \to \infty} P(r)$$

$$\begin{cases} P_{rad} = 0 & \text{Fonte não irradia} \\ P_{rad} \neq 0 & \text{Fonte irradia} \end{cases}$$

Radiação: fluxo de energia para longe da fonte !!!

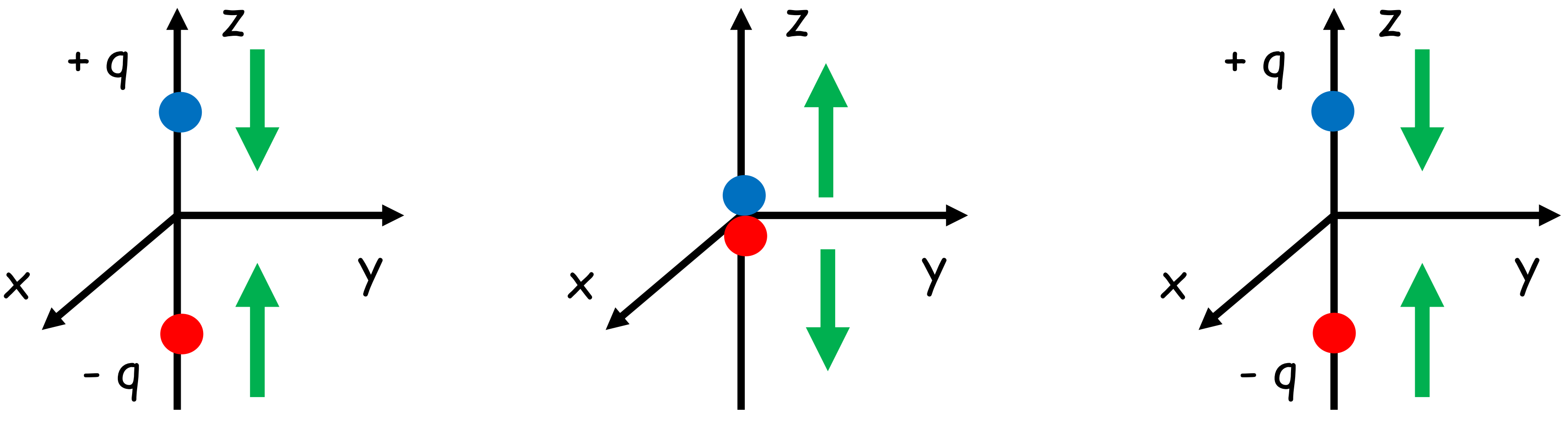
Cargas estáticas ou em movimento uniforme não irradiam!

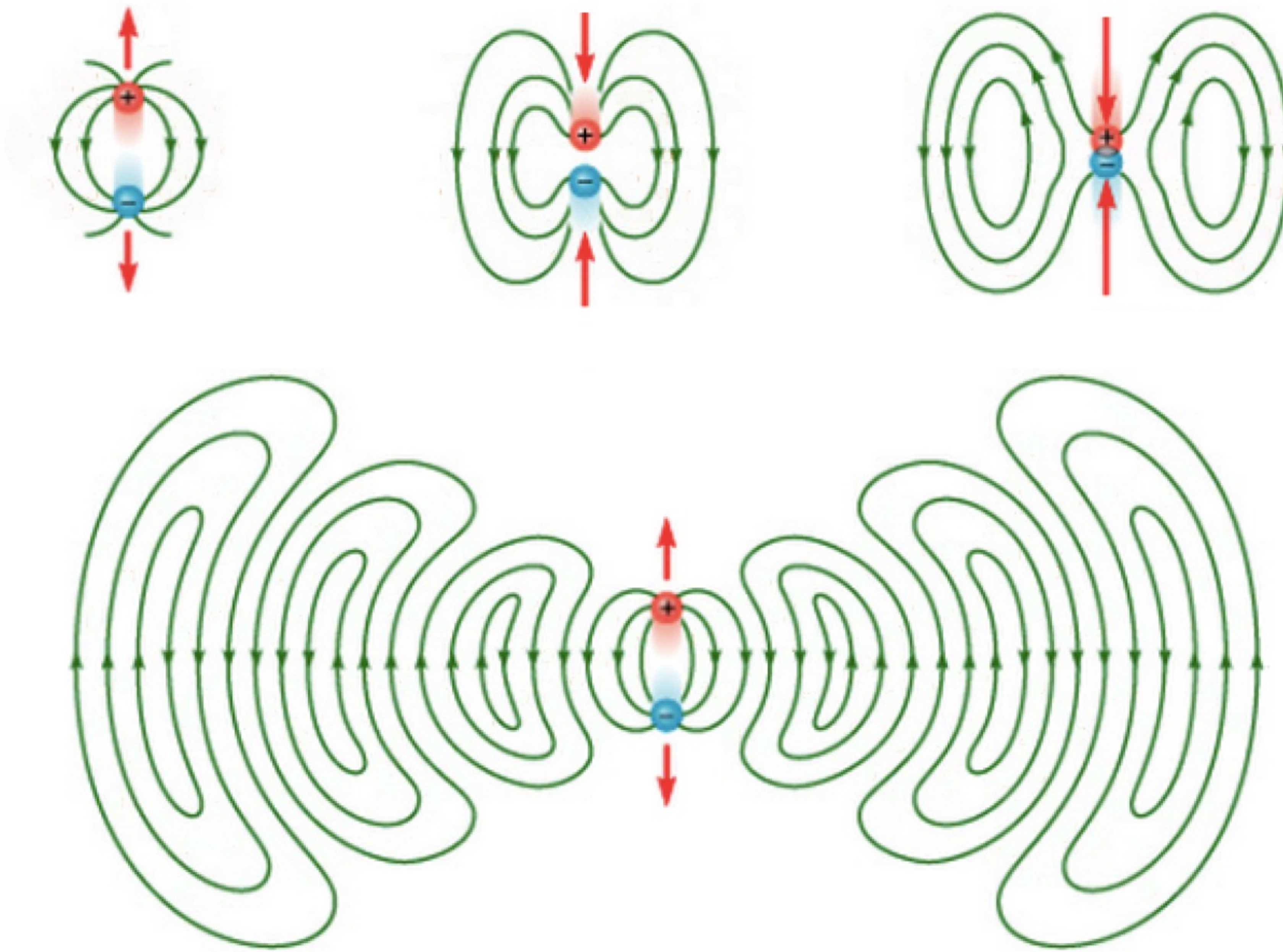
$$\lim_{r\to\infty} P = \lim_{r\to\infty} \oint \frac{1}{\mu_0}(\vec{E}\times\vec{B})\,.\,\vec{da} = 0$$

Cargas aceleradas irradiam !

Movimento acelerado simples: oscilação !

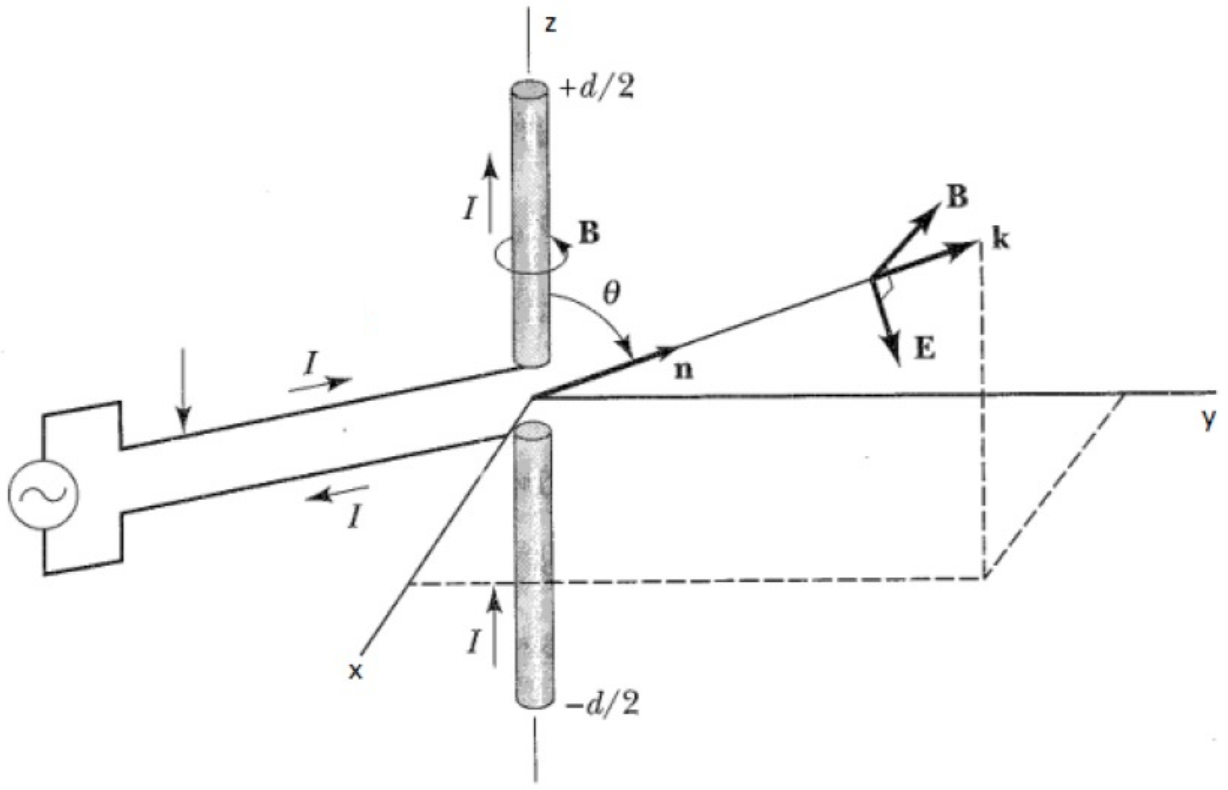
Radiador simples; dipolo elétrico oscilante !



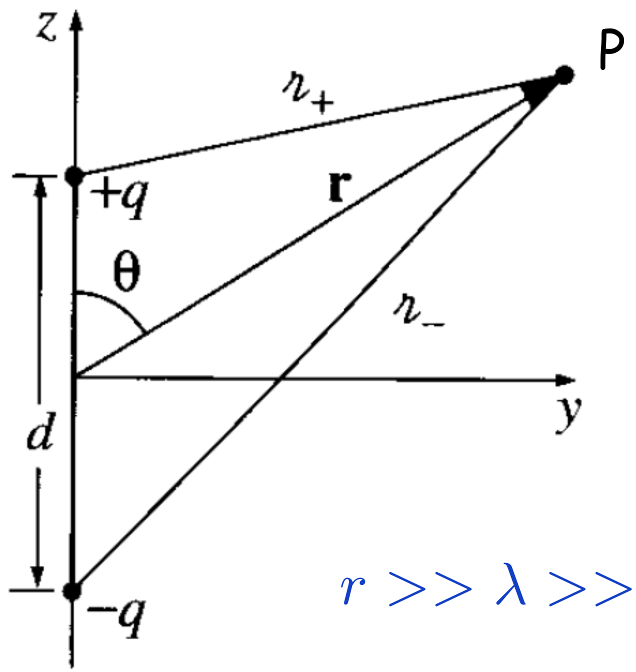


"Bolhas de sabão" ?

Antena de fio linear com corrente alternada



Uma antena simples: o dipolo elétrico de brinquedo



$$r >> \lambda >> d$$

A carga em cada extremidade varia com o tempo :

$$q_+(t) = +\,q_0\,cos(\omega t)$$

$$q_-(t) = -\,q_0\,cos(\omega t)$$

Lei dos cossenos :

$$\imath_\pm = \sqrt{r^2 \mp r d \cos\theta + (d/2)^2}.$$

Potencial de uma carga puntiforme:

$$V = \frac{q}{4\,\pi\,\epsilon_0}\frac{1}{r}$$

Se a carga variar no tempo:

$$V(\vec{r}, t_r) = \frac{q}{4\,\pi\,\epsilon_0}\frac{1}{r}$$

$$V(\vec{r}, t_r) = \frac{q_+(t_r^+)}{4\,\pi\,\epsilon_0}\frac{1}{r_+} + \frac{q_-(t_r^-)}{4\,\pi\,\epsilon_0}\frac{1}{r_-}$$

$$t_r^+ = t - \frac{r_+}{c} \qquad t_r^- = t - \frac{r_-}{c}$$

$$V(\vec{r}, t_r) = \frac{q_+(t_r^+)}{4\,\pi\,\epsilon_0}\frac{1}{r_+} + \frac{q_-(t_r^-)}{4\,\pi\,\epsilon_0}\frac{1}{r_-}$$

$$\boxed{V(\vec{r}, t_r) = \frac{1}{4\,\pi\,\epsilon_0}\left[\frac{q_0\,cos[\omega(t - \frac{r_+}{c})]}{r_+} - \frac{q_0\,cos[\omega(t - \frac{r_-}{c})]}{r_-}\right]}$$

$$r_+ = \sqrt{(\frac{d}{2})^2 + r^2 - d\,r\,cos\theta} \qquad r_- = \sqrt{(\frac{d}{2})^2 + r^2 + d\,r\,cos\theta}$$

Aproximação : $r >> \lambda >> d$ $\quad d << r$ $\quad d << \lambda$

$$r_+ = \left[r^2 - d\,r\,cos\theta\right]^{1/2} \quad = r\left[1 - \frac{d}{r}\,cos\theta\right]^{1/2} \quad = r\left[1 - \frac{d}{2r}\,cos\theta\right]$$

$$r_- = r\left[1 + \frac{d}{2r}\,cos\theta\right]$$

$$(1 + x)^a \simeq 1 + a\,x$$

$$cos[\omega(t - \frac{r_+}{c})] = cos\left[\omega t - \frac{\omega}{c}r\left(1 - \frac{d}{2r}\,cos\theta\right)\right]$$

$$cos[\omega(t-\frac{r_+}{c})] = cos\left[\omega t - \frac{\omega}{c} r\left(1-\frac{d}{2r}\,cos\theta\right)\right]$$

$$cos[\omega(t-\frac{r_+}{c})] = cos\left[\omega(t-\frac{r}{c}) + \frac{\omega\, d}{2c}\,cos\theta\right]$$

$$cos(a+b) = cos\,a\;\;cos\,b\;-\;sen\,a\;\;sen\,b$$

$$cos[\omega(t-\frac{r_+}{c})] = cos[\omega(t-\frac{r}{c})]\,cos[\frac{\omega\, d}{2c}\,cos\theta]\;-\;sen[\omega(t-\frac{r}{c})]\,sen[\frac{\omega\, d}{2c}\,cos\theta]$$

$$\omega = 2\,\pi\,\nu = 2\,\pi\,\frac{c}{\lambda} \qquad \frac{\omega}{c} = \frac{2\,\pi}{\lambda} \qquad \frac{\omega\, d}{c} = \frac{2\,\pi\, d}{\lambda} \qquad \frac{\omega\, d}{c} = \frac{2\,\pi\, d}{\lambda} << 1$$

$$x << 1 \quad \longrightarrow \quad cos\,x \simeq 1 \qquad sen\,x \simeq x$$

$$\boxed{cos[\omega(t-\frac{r_+}{c})] = cos[\omega(t-\frac{r}{c})]\;-\;sen[\omega(t-\frac{r}{c})]\,(\frac{\omega\, d}{2c}\,cos\theta)}$$

$$\boxed{cos[\omega(t-\frac{r_+}{c})] = cos[\omega(t-\frac{r}{c})] \; - \; sen[\omega(t-\frac{r}{c})]\,(\frac{\omega\, d}{2c}\,cos\theta)}$$

$$cos[\omega(t-\frac{r_-}{c})] = cos\left[\omega(t-\frac{r}{c}) - \frac{\omega\, d}{2c}\,cos\theta\right]$$

$$cos(a-b) = cos\,a\;cos\,b\;+\;sen\,a\;sen\,b$$

$$cos[\omega(t-\frac{r_-}{c})] = cos[\omega(t-\frac{r}{c})]\,cos[\frac{\omega\, d}{2c}\,cos\theta] \; + \; sen[\omega(t-\frac{r}{c})]\,sen[\frac{\omega\, d}{2c}\,cos\theta]$$

$$\boxed{cos[\omega(t-\frac{r_-}{c})] = cos[\omega(t-\frac{r}{c})] \; + \; sen[\omega(t-\frac{r}{c})]\,(\frac{\omega\, d}{2c}\,cos\theta)}$$

$$\boxed{\frac{1}{r_+} = \frac{1}{[r^2 - d\,r\,cos\theta]^{1/2}} = \frac{1}{r}[1-\frac{d}{r}cos\theta]^{-1/2} \simeq \frac{1}{r}[1+\frac{d}{2r}cos\theta]}$$

$$\boxed{\frac{1}{r_-} = \frac{1}{[r^2 + d\,r\,cos\theta]^{1/2}} = \frac{1}{r}[1+\frac{d}{r}cos\theta]^{-1/2} \simeq \frac{1}{r}[1-\frac{d}{2r}cos\theta]}$$

$$V(\vec{r}, t_r) = \frac{1}{4\,\pi\,\epsilon_0}\left[\frac{q_0\, cos[\omega(t-\frac{r_+}{c})]}{r_+} - \frac{q_0\, cos[\omega(t-\frac{r_-}{c})]}{r_-}\right]$$

$$V = \frac{q_0}{4\,\pi\,\epsilon_0\, r}\Bigg\{(1+\frac{d}{2r}cos\theta)\left[cos[\omega(t-\frac{r}{c})] - sen[\omega(t-\frac{r}{c})]\,(\frac{\omega\, d}{2c}\,cos\theta)\right]$$

$$-(1-\frac{d}{2r}cos\theta)\left[cos[\omega(t-\frac{r}{c})] + sen[\omega(t-\frac{r}{c})]\,(\frac{\omega\, d}{2c}\,cos\theta)\right]\Bigg\}$$

$$V = \frac{q_0}{4\,\pi\,\epsilon_0\, r}\left[\cancelto{0}{\frac{d}{r}}cos\theta\, cos[\omega(t-\frac{r}{c})] - \frac{\omega\, d}{c}\,cos\theta\, sen[\omega(t-\frac{r}{c})]\right] \qquad \frac{1}{r} << \frac{\omega}{c}$$

$$\boxed{V = -\frac{q_0\, d\,\omega}{4\,\pi\,\epsilon_0\, c}\left(\frac{cos\theta}{r}\right)\, sen[\omega(t-\frac{r}{c})]}$$

“onda” de potencial que enfraquece com a distância


To be continued...