Eletromagnetismo

4300372

F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

Guilherme Germano (monitor)

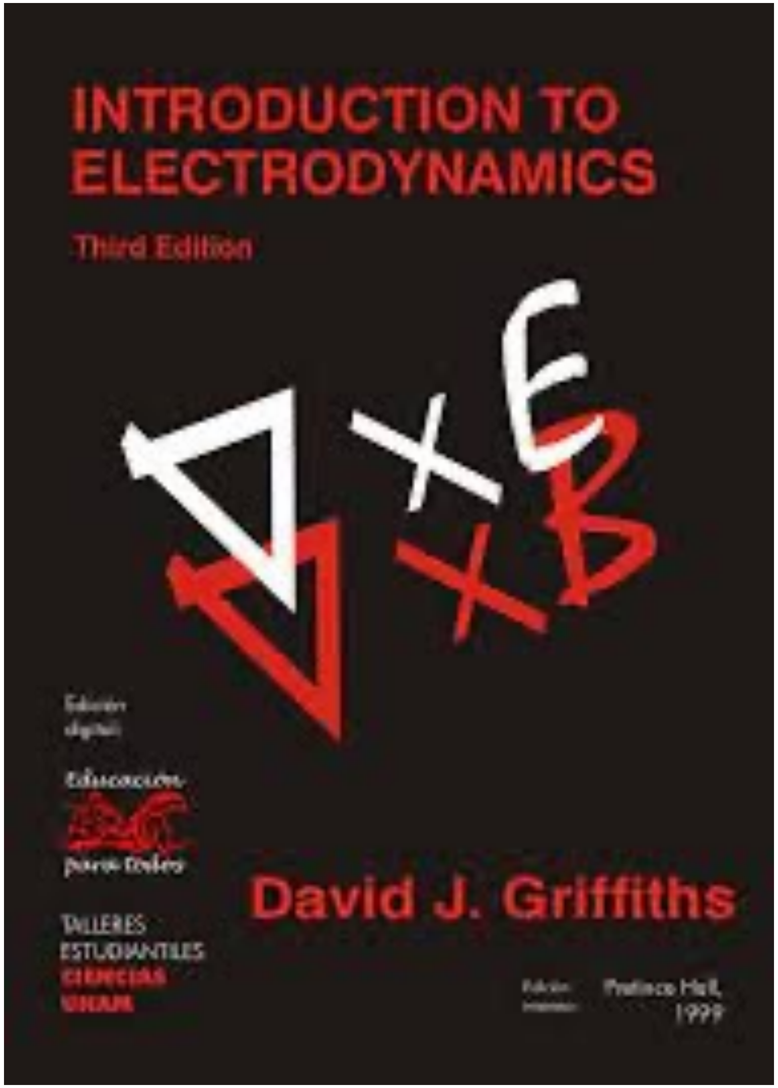
guilherme.germano@usp.br

edisciplinas.if.usp.br

Plano do Curso

16/08	13/09	11/10	08/11
19/08	16/09	14/10	11/11
23/08	20/09 P1	18/10	15/11
26/08	23/09	21/10 P2	18/11
30/08	27/09	25/10	22/11
02/09	30/09	28/10	25/11 P3
06/09	04/10	01/11	29/11 correção
09/09	07/10	04/11	02/12 S1
			06/12 revisão
			09/12 S2

Bibliografia



Capítulo 2 : eletrostática

Capítulo 5 : magnetostática

Capítulo 7 : eletrodinâmica

Capítulo 8 : leis de conservação

Capítulo 9 : ondas eletromagnéticas

Capítulo 10 : campos e potenciais

Capítulo 11 : radiação

Aula 18

Ondas e energia eletromagnética

Griffiths - Capítulo 9

Equações de Maxwell no Vácuo

$$\vec{\nabla}\,.\,\vec{E} = 0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \vec{\nabla}\,.\,\vec{B} = 0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\boxed{\nabla^2\vec{E} = \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\,\vec{E}} \qquad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\,\epsilon_0}} \qquad \boxed{\nabla^2\vec{B} = \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\,\vec{B}}$$

velocidade de propagação da onda

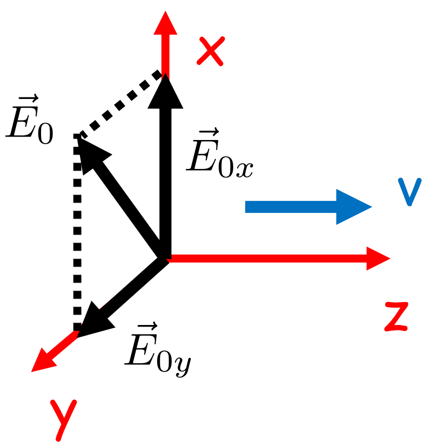
É onda !!! Solução:

$$\vec{E} = \vec{E}_0\,cos\,(kz - \omega t)$$

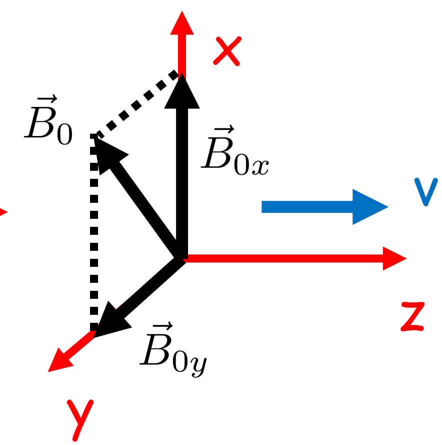
É onda !!! Solução:

$$\vec{B} = \vec{B}_0\,cos\,(kz - \omega t)$$

$\vec{\nabla}\,.\,\vec{E} = 0 \rightarrow$



$\vec{\nabla}\,.\,\vec{B} = 0 \rightarrow$

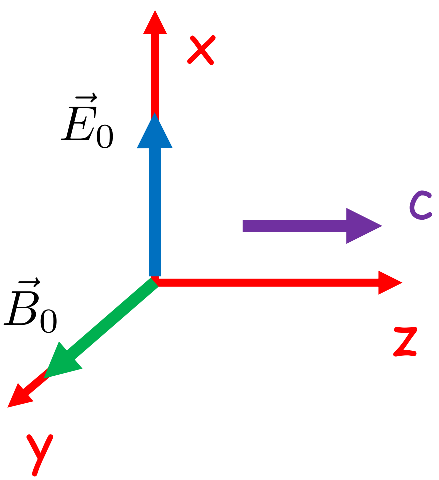


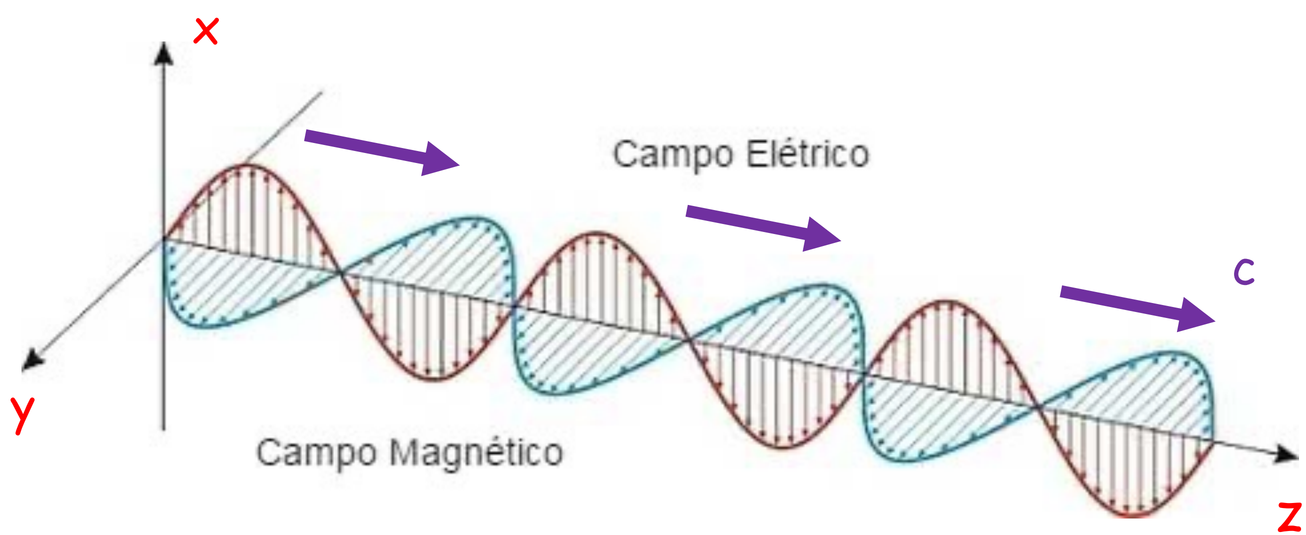
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \vec{E} = \vec{E}_0 \, cos\,(kz - \omega t) \qquad \vec{B} = \vec{B}_0 \, cos\,(kz - \omega t)$$

$$\hat{z} \times \vec{E}_0 = \vec{B}_0 \, \frac{\omega}{k}$$

E_0 e B_0 são perpendiculares entre si !

E_0 e B_0 são perpendiculares à direção z !





Solução de onda plana

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \, cos \, (kz - \omega t) \;\; = \vec{E}_0 \, cos \, (k \, z - k \, c \, t) \;\; = \vec{E}_0 \, cos \, [k(z - c \, t)]$$

$$\begin{cases} \omega = \dfrac{2\,\pi}{T} \\[2ex] k = \dfrac{2\,\pi}{\lambda} \end{cases}$$

frequência angular — T = período

número de onda — λ = comprimento de onda

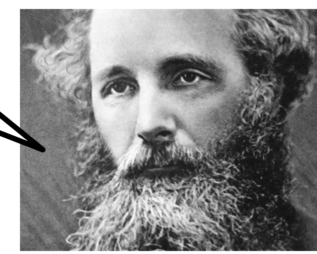
$$\omega = k\,c \quad \rightarrow \quad c = \frac{\omega}{k}$$

$$\hat{z} \times \vec{E}_0 = \vec{B}_0 \, \frac{\omega}{k} \;\; = c\,\vec{B}_0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\vec{B}_0 = \frac{1}{c} \, \hat{z} \times \vec{E}_0} \qquad \boxed{B_0 = \frac{E_0}{c}}$$

O milagre numérico

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \, \epsilon_0}} \rightarrow \begin{cases} \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \dfrac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2} \\ \\ \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \, \mathrm{N/A}^2. \end{cases} \rightarrow \boxed{c = 3 \times 10^8 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Luz é onda eletromagnética !!!



J. Maxwell

Super-nova !

Energia da onda eletromagnética

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 \, d^3r$$

energia elétrica

$$W_m = \frac{1}{2\,\mu_0} \int B^2 \, d^3r$$

energia magnética

$$U_{em} = \frac{1}{2} \int (\epsilon_0 \, E^2 \; + \; \frac{B^2}{\mu_0}) \, d^3r$$

energia total acumulada no campo eletromagnético

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \, cos\,(kz - \omega t) \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \, cos\,(kz - \omega t) \end{aligned} \right.$$

$$E^2 = E_0^2 \, cos^2\,(kz - \omega t)$$

$$B^2 = B_0^2 \, cos^2\,(kz - \omega t)$$

$$B_0^2 = \frac{E_0^2}{c^2} \longrightarrow c^2 = \frac{1}{\mu_0 \, \epsilon_0} \longrightarrow B_0^2 = \mu_0 \, \epsilon_0 \, E_0^2$$

$$U_{em} = \frac{1}{2} \int \left[\epsilon_0 \, E_0^2 \, cos^2\,(kz - \omega t) \; + \frac{\cancel{\mu_0} \, \epsilon_0 \, E_0^2 \, cos^2\,(kz - \omega t)}{\cancel{\mu_0}} \right] \, d^3r$$

$$U_{em} = \frac{1}{2} \int (\epsilon_0 \, E^2 \, + \, \frac{B^2}{\mu_0}) \, d^3r$$

$$U_{em} = \frac{1}{2} \int \left[\epsilon_0 \, E_0^2 \, cos^2 \, (kz - \omega t) \, + \, \epsilon_0 \, E_0^2 \, cos^2 \, (kz - \omega t) \right] \, d^3r$$

contribuição elétrica = contribuição magnética

$$U_{em} = \int u \, d^3r \qquad\qquad u = \epsilon_0 \, E_0^2 \, cos^2 \, (kz - \omega t)$$

densidade de energia eletromagnética

Vamos calcular o vetor de Poynting : $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \, (\vec{E} \times \vec{B})$

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \, cos \, (kz - \omega t) \\ \vec{B} = \vec{B}_0 \, cos \, (kz - \omega t) \end{cases} \longrightarrow \quad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \, (\vec{E}_0 \times \vec{B}_0) \, cos^2 \, (kz - \omega t)$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\,(\vec{E}_0 \times \vec{B}_0)\,cos^2\,(kz - \omega t)$$

$$\vec{B}_0 = \frac{1}{c}\,\hat{z} \times \vec{E}_0$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0\,c}\,(\vec{E}_0 \times \hat{z} \times \vec{E}_0)\,cos^2\,(kz - \omega t)$$

$$\vec{E}_0 \perp \hat{z}$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}\underbrace{(\cancel{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{B})}_{0}$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0\,c}\,(E_0^2\,\hat{z})\,cos^2\,(kz - \omega t) \qquad \frac{1}{\mu_0} = c^2\,\epsilon_0$$

$$\boxed{\vec{S} = c\,\epsilon_0\,E_0^2\,cos^2\,(kz - \omega t)\,\hat{z}} \qquad u = \epsilon_0\,E_0^2\,cos^2\,(kz - \omega t)$$

$$\vec{S} = c\,u\,\hat{z} \longrightarrow S = c\,u \qquad \frac{\text{comprimento}}{\text{tempo}}\;\frac{\text{energia}}{\text{volume}} = \frac{\text{energia}}{\text{área}\ \ \text{tempo}}$$

Fluxo de energia

Intensidade I

$$\vec{S} = c\,\epsilon_0\,E_0^2\,cos^2\,(kz - \omega t)\,\hat{z}$$

$$I = \langle S \rangle = \langle c\,u \rangle$$ média no tempo

$$\langle S \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T dt\,S(t)$$

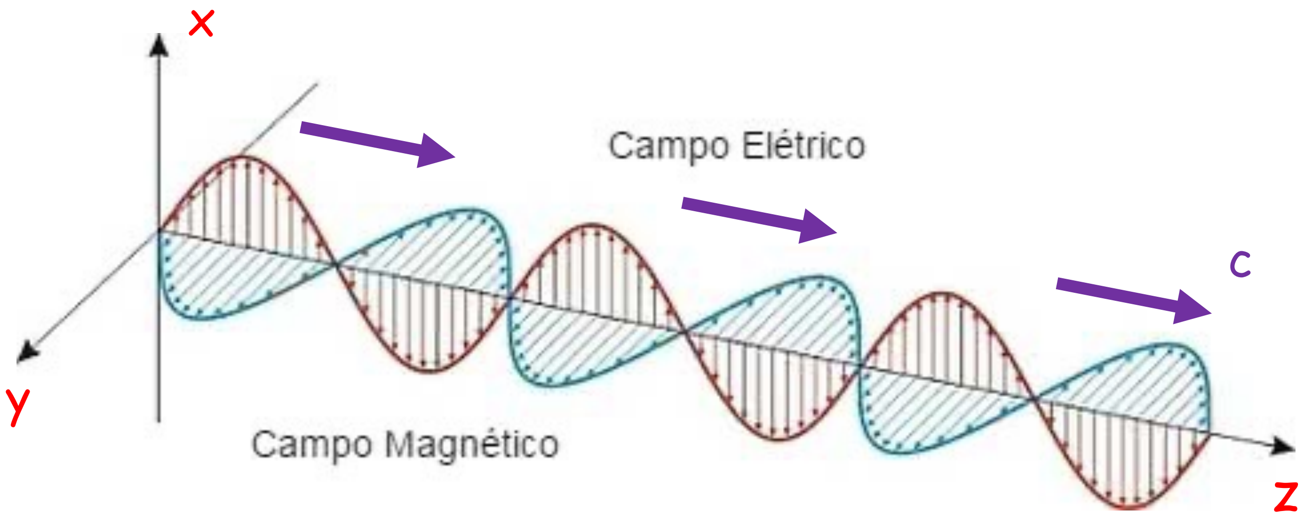
$$= c\,\epsilon_0\,E_0^2\,\frac{1}{T}\int_0^T dt\,cos^2\,(kz - \omega t)$$

$$= \frac{1}{2}\,c\,\epsilon_0\,E_0^2$$

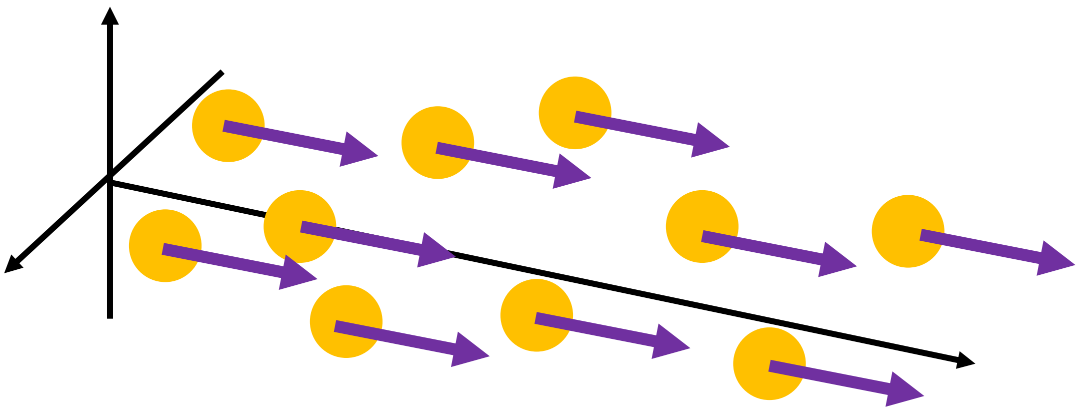
$$\frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(kz - 2\pi t/T + \delta)\,dt = 1/2.$$

$$\boxed{I = \frac{1}{2}\,c\,\epsilon_0\,E_0^2} \quad = \quad \frac{\text{energia}}{\text{área}}$$

Momento Linear do Campo Eletromagnético



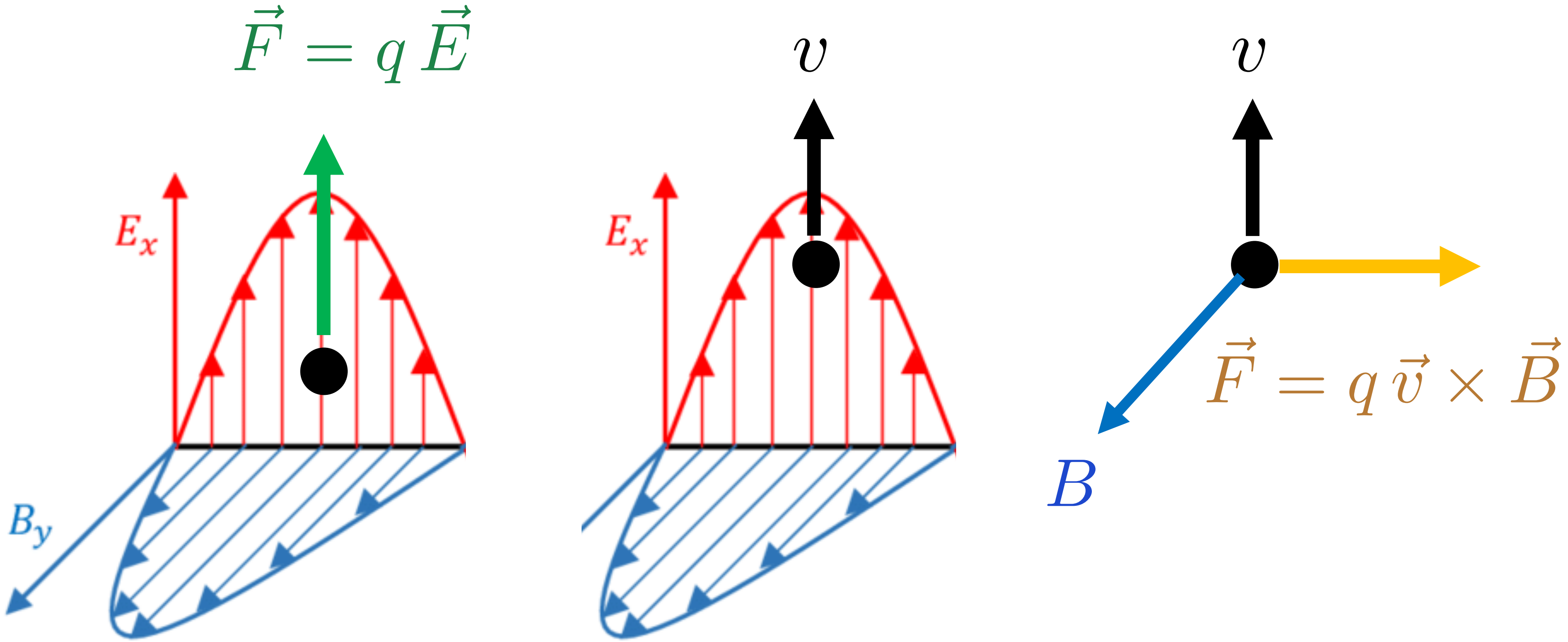
descrição clássica



descrição quântica

Luz = soma de fótons

O campo elétrico levanta !   O campo magnético corta !



Energia de uma partícula livre não-relativística : $U = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}$

Energia de uma partícula livre relativística : $U = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$

Energia de uma partícula livre relativística sem massa : $U = p c$

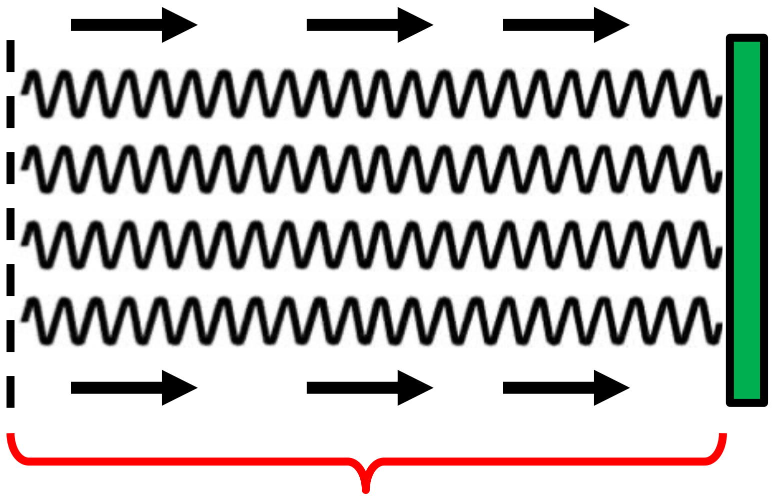
Momento linear de um fóton : $p_\gamma = \frac{U_\gamma}{c}$

Para um conjunto de fótons : $p_{em} = \sum p_\gamma$ $U_{em} = \sum U_\gamma$

$$p_{em} = \frac{U_{em}}{c} \qquad U_{em} = \int u \, d^3 r \qquad u = \frac{S}{c} \qquad p_{em} = \frac{1}{c^2} \int S \, d^3 r$$

Momento médio levado pela onda e.m. : $\boxed{\langle p_{em} \rangle = \frac{1}{c^2} \int \langle S \rangle \, d^3 r}$

Pressão de Radiação



Pressão : força /área

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A}\,\frac{\Delta p}{\Delta t}$$

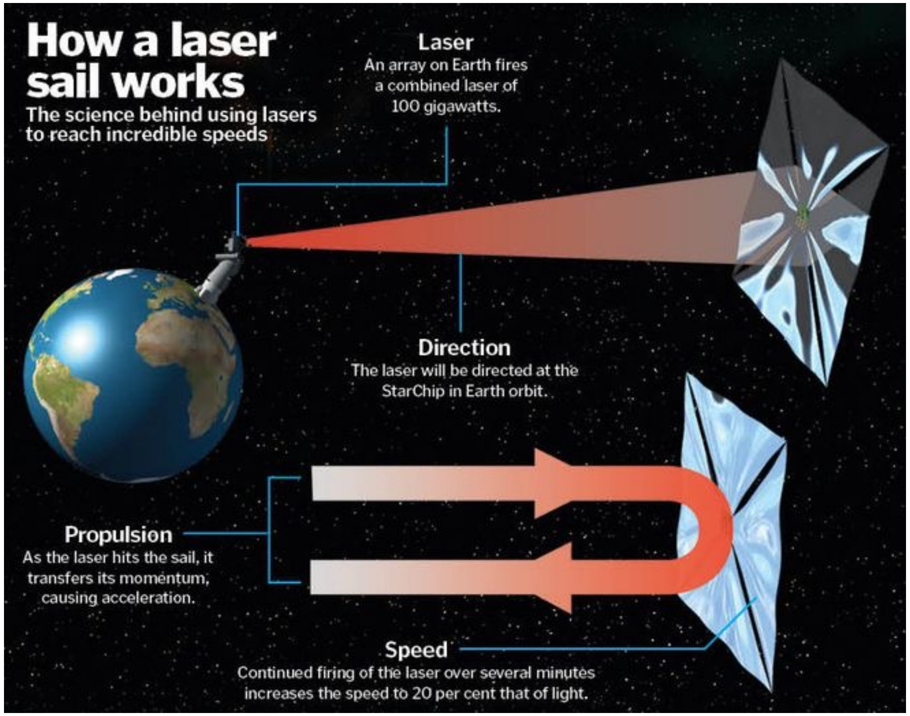
$$\Delta p = \langle p_{em} \rangle = \frac{1}{c^2}\int \langle S \rangle\, d^3r = \frac{1}{c^2}\int \frac{1}{2}\, c\,\epsilon_0\, E_0^2\, d^3r = \frac{\epsilon_0\, E_0^2}{2\,c}\, A\, c\,\Delta t$$

$$P = \frac{1}{A}\,\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1}{\cancel{A}}\,\frac{\epsilon_0\, E_0^2}{2\,\cancel{c}}\,\cancel{A}\,\cancel{c}\,\cancel{\Delta} t\,\frac{1}{\cancel{\Delta} t} = \frac{\epsilon_0\, E_0^2}{2}$$

$$I = \frac{1}{2}\, c\,\epsilon_0\, E_0^2$$

$$\boxed{P = \frac{I}{c}}$$

Vela solar


How a laser sail works
The science behind using lasers to reach incredible speeds
Laser
An array on Earth fires a combined laser of 100 gigawatts.
Direction
The laser will be directed at the StarChip in Earth orbit.
Propulsion
As the laser hits the sail, it transfers its momentum, causing acceleration.
Speed
Continued firing of the laser over several minutes increases the speed to 20 per cent that of light.