capítulo

7

Diferentes Formas de Resolver Problemas

Cláudia T. Cavalcanti

Incentivar os alunos a buscarem diferentes formas de resolver problemas permite uma reflexão mais elaborada sobre os processos de resolução, sejam eles através de algoritmos convencionais, desenhos, esquemas ou até mesmo através da oralidade.

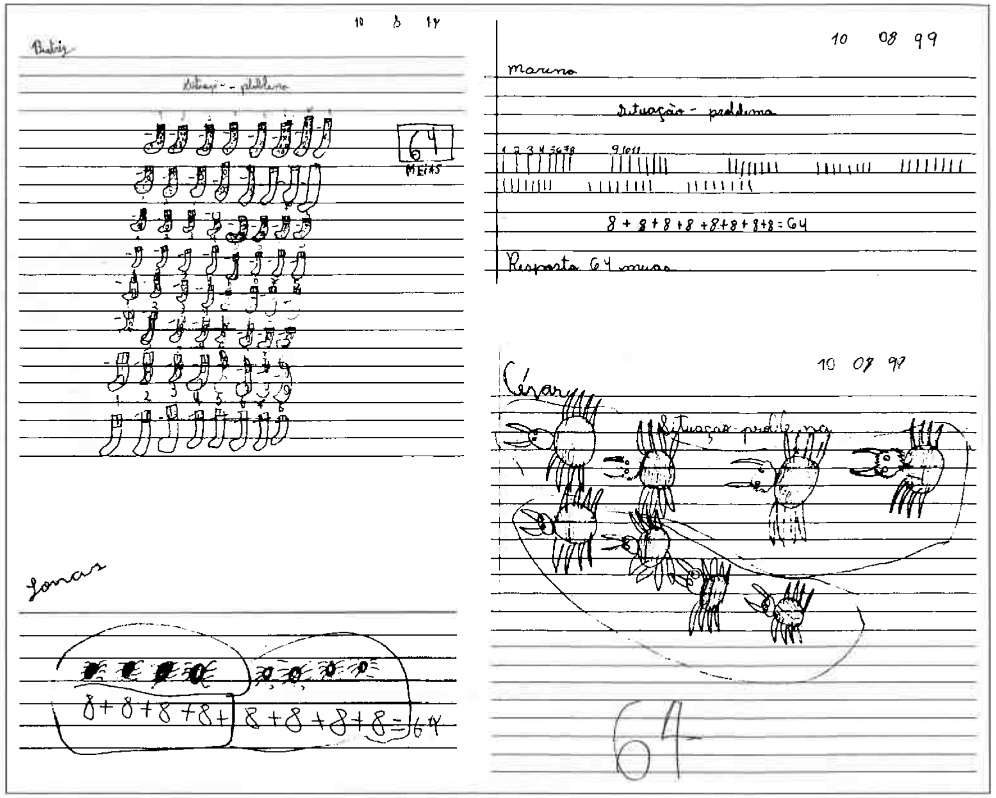
Aceitar e analisar as diversas estratégias de resolução como válidas e importantes etapas do desenvolvimento do pensamento permitem a aprendizagem pela reflexão e auxiliam o aluno a ter autonomia e confiança em sua capacidade de pensar matematicamente.

Em nossa experiência com resolução de problemas nas séries iniciais, temos visto que tão importante quanto o tipo de problema a ser trabalhado e a compreensão do texto é a atenção que devemos dar aos diferentes modos pelos quais as crianças podem resolver problemas. Acreditamos que este é um caminho que contribui muito para que tal ato seja um processo de investigação, no qual o aluno se posicione com autonomia e confiança e possa combinar seus conhecimentos para resolver a situação apresentada.

Para começarmos a refletir sobre essa questão, observemos o problema a seguir:

> *Clóvis é um colecionador muito estranho. Ele tem 2 caixas. Em cada caixa há 4 aranhas. Cada aranha tem 8 patas. Se Clóvis tivesse que comprar meias no inverno para suas aranhas, quantas meias compraria?*

Provavelmente, se fôssemos resolver o problema, pensaríamos em fazer 8 X 8 = 64, mas será esse o único modo? Vejamos como crianças de uma 2ª série resolveram a situação proposta.



Para muitos professores, pode parecer incomum a maneira como as crianças resolveram o problema, afinal não aprendemos dessa forma e ela difere muito da convencional e tradicionalmente exigida pela escola como resolução correta.

No entanto, um olhar mais voltado para o processo e o raciocínio utilizado pelas crianças revela-nos que elas estão em busca de um caminho próprio e que resolver um problema, nesse momento, está muito longe da tarefa de identificação do algoritmo que solucione a situação apresentada. Para elas, não é estranho fazer um desenho na tentativa de encontrar a solução; muito pelo contrário, tal ação surge naturalmente, sendo vista como um caminho viável para se chegar à solução.

Na resolução de problemas, muitas vezes, os alunos optam por representar suas soluções com base no contexto ou na estrutura do problema, o que varia de acordo com sua própria segurança. Das várias representações que fazem, uma ou outra se aproxima da técnica operatória, o que não se traduz necessariamente em algoritmo convencional.

O objetivo deste capítulo é discutir de modo mais detalhado essas questões e como viabilizar o trabalho em sala de aula para que os alunos possam resolver problemas de matemática de uma maneira mais prazerosa e autônoma, explorando as situações apresentadas, buscando caminhos próprios e compreendendo a linguagem matemática como um recurso de comunicação de idéias.

POR QUE DIFERENTES FORMAS DE RESOLVER PROBLEMAS?

Conforme foi discutido em capítulos anteriores, no modelo tradicional, o trabalho de resolução de problemas se inicia após a introdução de conteúdos matemáticos, ou seja, após as operações serem apresentadas aos alunos. Assim, apresentam-se problemas de adição após os alunos conhecerem a técnica da adição e o mesmo ocorre com as outras operações.

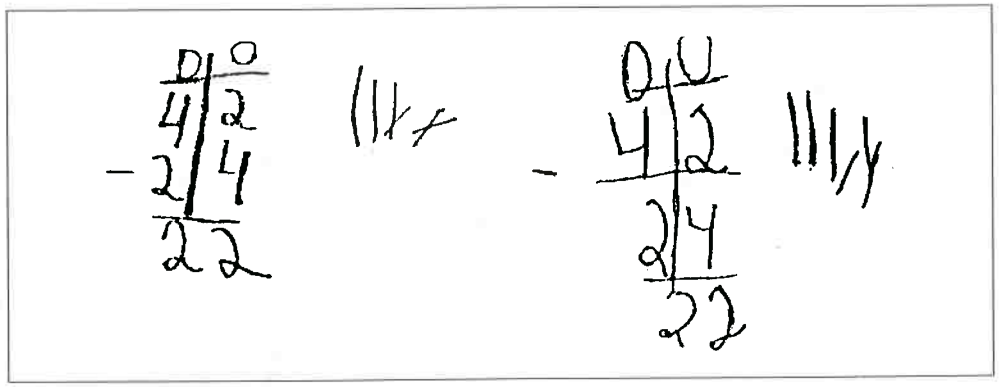
Desse modo, o problema exemplificado anteriormente viria após a introdução da multiplicação com o objetivo de verificar se as crianças entenderam e fazem uso desse algoritmo. Isto ocorre porque, geralmente, acredita-se que elas precisam dominar técnicas operatórias para resolver problemas, tendo um mínimo de linguagem matemática adquirida para expressar suas resoluções.

Decorre também dessa postura uma outra prática comum que é exigir que os alunos comecem a resolver problemas escrevendo corretamente a sentença ou expressão matemática que o traduz. No entanto, temos notado que a exigência precoce pelo algoritmo na resolução de problemas pode criar dificuldades para os alunos, quer na compreensão do que o problema pede, quer na elaboração adequada de uma estratégia para a sua resolução.

Vejamos um exemplo que irá esclarecer melhor o que estamos dizendo. Em duas 1[as] séries, pedimos aos alunos que resolvessem o seguinte problema:

A professora Regina tem 42 alunos. A professora Ana tem 24 alunos.
a) Quem tem menos alunos?
b) Quantos alunos as duas professoras têm juntas?
c) Quantos alunos a professora Ana tem a menos que a professora Regina?

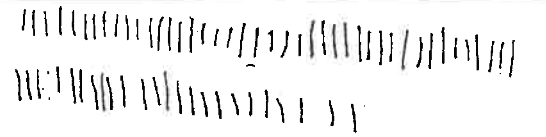
Inicialmente, pensávamos em colher dados, a partir da terceira pergunta, para verificar se as crianças, em um dado momento da escolaridade, resolviam ou não problemas envolvendo subtração. Observemos como uma das classes resolveu o problema:



As crianças iniciaram a subtração da direita para a esquerda, porém de baixo para cima. Fizeram quatro menos dois igual a dois. Depois, da esquerda para a direita novamente, quatro menos dois igual a dois, obtendo como resultado vinte e dois. Isso ocorreu porque esses alunos ainda não operavam com subtração com recurso e não sabiam o que fazer diante dessa situação nova para eles.

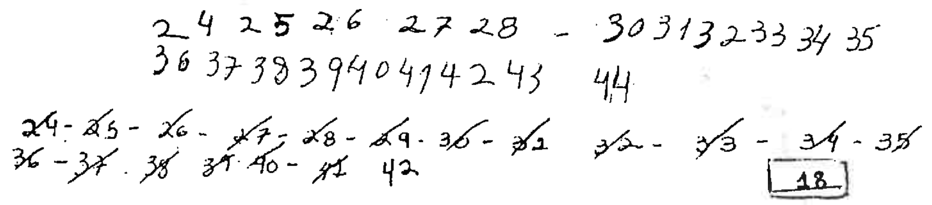
Nessa classe, a maioria dos alunos resolveu o problema conforme demonstrado, e os demais deixaram a questão em branco. Analisando as soluções apresentadas, foi possível notar que um número elevado de alunos identificou o algoritmo que solucionaria o problema; porém, como ainda não haviam aprendido a operar com ele, não conseguiram se sair bem diante da situação. Além disso, as crianças não buscaram outros caminhos para solucionar o problema. Foi possível perceber que, para elas, resolver problemas ainda significava identificar a operação adequada e representá-la através do algoritmo convencional; como não operavam com esse algoritmo, ficaram imobilizadas.

Vejamos como uma outra classe resolveu o mesmo problema:



QUANTOS ALUNOS A PROFESSORA ANA TEM A MENOS QUE A PROFESSORA REGINA? 20

Observe que nesta classe as crianças buscaram outros caminhos para solucionar o problema. Neste primeiro exemplo, a criança representou os alunos das professoras Ana e Regina com risquinhos. Ela utilizou o desenho para interpretar a situação apresentada, mas confundiu-se na contagem e não obteve a resposta correta.



A segunda criança iniciou a contagem partindo de 24 até chegar a 42. Depois, ela contou nos dedos à medida que riscava os números, chegando ao resultado correto.

Podemos observar que, nessa turma, as crianças identificaram a operação porque compreenderam a noção de subtração e, mesmo não conhecendo o algoritmo convencional, buscaram uma forma própria de resolução. Muitas crianças resolveram a situação por contagem: partindo do 24, contaram nos dedos até 42 e verificaram quanto faltava para chegar ao número desejado. Isto fez com que deixassem o espaço da resolução em branco, colocando apenas 18 como resposta.

Outras crianças fizeram desenhos, esquemas e um grande número de alunos chegou ao resultado correto. Apenas duas crianças dos 32 alunos que participaram dessa aula deixaram a questão em branco. Observamos que, para esse grupo, resolver um problema é um desafio que pode ser vencido por inúmeros caminhos.

Uma breve reflexão entre o resultado de um trabalho pautado na exigência da sentença e da operação matemática e outro que incentiva as crianças a buscarem caminhos pessoais de resolução leva-nos a perceber que o desenvolvimento da autonomia torna-se difícil, se for tirada das crianças a oportunidade de apresentarem o que realmente pensaram sobre a situação e se a ênfase da resolução recair apenas sobre a técnica.

Vamos rever as resoluções do problema feitas pelas duas classes e destacar que, ao analisarmos a resposta apresentada pelos alunos da primeira classe, é possível notar que a estratégia utilizada por eles não está inadequada, porém o resultado obtido é incorreto. Na segunda classe, a resposta obtida estava correta, mas o tipo de resolução pautado na contagem com os dedos sugere outro problema se os números envolvidos forem maiores.

Quando incentivamos as crianças a buscarem diferentes resoluções, podemos observar e acompanhar como pensam e registram as diferentes formas de resolução, o que permite a intervenção direcionada às dificuldades apresentadas ou aos avanços que os alunos estão prontos para enfrentar. Tal fato pode ser exemplificado através das ações de ensino que as professoras das duas classes puderam realizar.

Na primeira classe, a professora, ao discutir o problema com os alunos, não classificou suas respostas em certo ou errado, mas instigou a classe a buscar maneiras diferentes que poderiam ser utilizadas para resolver o problema, ampliando, assim, o leque de possibilidades de cada criança.

Na segunda classe, as crianças já solucionavam o problema utilizando desenhos, contagem e comparação entre quantidades; portanto, fez-se necessário criar momentos de intervenção, apresentando também soluções através do algoritmo da subtração para que avançassem conhecendo um outro tipo de resolução. A professora aproveitou a situação para enfocar a técnica operatória da subtração com recurso.

Ao criar uma estratégia pessoal, o aluno poderá refletir sobre um conceito matemático, dependendo da situação proposta. Isto pode ser visto no problema das aranhas do início do capítulo, no qual observamos que as crianças iniciam sua aprendizagem sobre o conceito de multiplicação como uma adição de parcelas iguais por meio de diferentes procedimentos utilizados.

Deixar que os alunos criem suas próprias estratégias para resolver problemas favorece um envolvimento maior deles com a situação dada. Eles passam a sentir-se responsáveis pela resolução que apresentam e têm a possibilidade de aprender a expor seu raciocínio na discussão com seus pares.

DIFERENTES FORMAS DE RESOLVER PROBLEMAS

Para que os alunos sejam capazes de apresentar as diferentes maneiras que utilizam para resolver problemas, cabe ao professor propiciar um espaço de discussão no qual eles pensem sobre os problemas que irão resolver, elaborem uma estratégia e façam o registro da solução encontrada ou dos recursos que utilizaram para chegar ao resultado. Assegurar esse espaço é uma forma de intervenção didática que favorece a formação do pensamento matemático, livre do apego às regras e às crenças tão presentes nas aulas de matemática. Ou seja, a valorização dos diferentes modos de resolução apresentados pelas crianças inibe o desenvolvimento de algumas atitudes inadequadas em relação à resolução de problemas, como, por exemplo, abandonar rapidamente um problema quando a técnica envolvida não é identificada, esperar que alguém o resolva, ficar perguntando qual é a operação que resolve a situação, ou acreditar que não vale a pena pensar mais demoradamente para resolver um problema.

Para representar seus pensamentos, as crianças podem lançar mão dos recursos que lhes sejam mais familiares como a oralidade e o desenho, além da utilização de escritas matemáticas. O resolvedor faz sua opção, dependendo do problema proposto, do seu grau de envolvimento com a situação e dos conhecimentos prévios que possui para lidar com o problema. Cabe ao professor planejar ações que assegurem um espaço para a elaboração individual de estratégias e momentos coletivos, ou em pequenos grupos, para que as crianças apresentem suas hipóteses e possam ouvir a opinião dos colegas a respeito de seu procedimento de resolução. Assegurar o registro individual é o primeiro caminho.

Ao fazer registros, a criança exterioriza um conhecimento, revelando sua compreensão do próprio problema e o domínio que possui dos conteúdos matemáticos que fazem parte daquela atividade. Não podemos esquecer que uma das tarefas da escola é formar crianças que façam uso da leitura e da escrita com autonomia em todas as áreas do currículo. Por esse motivo, propomos que, durante as aulas de matemática, as crianças sejam convidadas a registrar e comunicar informações e suas próprias descobertas. Desse modo, teremos não apenas um meio de interação das crianças entre si, mas também poderemos favorecer a compreensão sobre a tarefa que estiverem realizando.

A IMPORTÂNCIA DA ORALIDADE

A linguagem oral está presente na vida das crianças mesmo antes do início de sua escolaridade, constituindo-se, por isso, em um recurso muito utilizado por elas para expressarem seus sentimentos, necessidades, desconfortos, descobertas. A criança, mesmo não dominando a linguagem escrita, é capaz de resolver situações e expressar-se oralmente para transmitir a sua resposta e o seu raciocínio. A linguagem oral é rápida e permite integração do locutor com o interlocutor no momento em que está sendo produzida. Logo, a troca entre pares através da linguagem oral ocorre naturalmente.

A oralidade utilizada como recurso na resolução de problemas pode ampliar a compreensão do problema e ser veículo de acesso a outros tipos de raciocínio. Falar e ouvir nas aulas de matemática permite uma maior troca de experiências entre as crianças, amplia o vocabulário matemático e lingüístico da classe e faz com que idéias e procedimentos sejam compartilhados. Ao ouvir seus pares e o professor, a compreensão do enunciado, por exemplo, modifica-se. Trabalhar oralmente com resolução de problemas, ainda que com crianças que não sejam leitoras e escritoras, é uma maneira de inseri-las nesse novo universo e aproximá-las da linguagem matemática.

A oralidade pode ser estimulada de várias maneiras no trabalho com resolução de problemas: na exposição do procedimento de resolução, na resolução elaborada em dupla ou grupo e na resolução coletiva.

Na exposição do procedimento utilizado para resolver o problema, a criança pode ser convidada a explicar como pensou e esclarecer as dúvidas dos colegas de classe. Nesse momento, ela lança mão de procedimentos que não aparecem no registro escrito para explicar seu raciocínio, cria formas de comunicar-se através de gestos e expressões que não conseguiu incluir apenas no desenho ou na escrita.

Um modo de envolver as crianças é ir perguntando diretamente àquelas que não gostam de falar se concordam ou não com a proposta apresentada por um colega. No início, elas podem simplesmente dizer sim ou não, mas com o tempo passam a justificar suas opiniões.

As crianças que não gostam de se expor nos momentos de discussão na classe precisam de um espaço assegurado de discussão nos grupos e duplas. Essa é uma forma de garantir que falem e sejam ouvidas, opinem e recebam sugestões e pontos de vista de seu interlocutor.

Muitas crianças farão perguntas apenas com o objetivo de acompanhar o que estão ouvindo; outras emitem opiniões, julgamentos, soluções. Cabe ao professor garantir que todos estejam entendendo a tarefa e procurar selecionar problemas acessíveis à sua classe que sejam, ao mesmo tempo, desafiadores e não envolvam conteúdos totalmente novos.

É preciso também que o professor organize-se para anotar informações que lhe ajudem a planejar as próximas intervenções, anotando que alunos tiveram maiores dúvidas, que tipo de dúvidas apresentaram, quais alunos resolveram a situação com facilidade, se houve envolvimento ou não da classe e por quê. Não é necessário anotar tudo em uma única aula; o professor pode planejar o que deseja observar, escolhendo um ou dois itens e atendo-se a eles. Com o passar dos dias, logo terá um grande conjunto de informações à sua disposição, úteis no planejamento e organização das próximas aulas.

Em pequenos grupos ou em duplas, as crianças também resolvem problemas propostos pelo professor ou criados por seus colegas de classe. Propor que resolvam em pequenos grupos é uma forma de assegurar que todas as crianças falem e sejam ouvidas, recebendo do interlocutor suas opiniões. Enquanto solucionam o problema, o professor pode ir circulando pelos grupos para observar o que cada criança fez.

Durante as correções dos problemas, algumas crianças podem expor suas estratégias no quadro e explicar à classe como pensaram. Em cada caso, o professor pode fazer uso das informações obtidas para planejar as próximas intervenções e consolidar o caráter diagnóstico que toda avaliação possui.

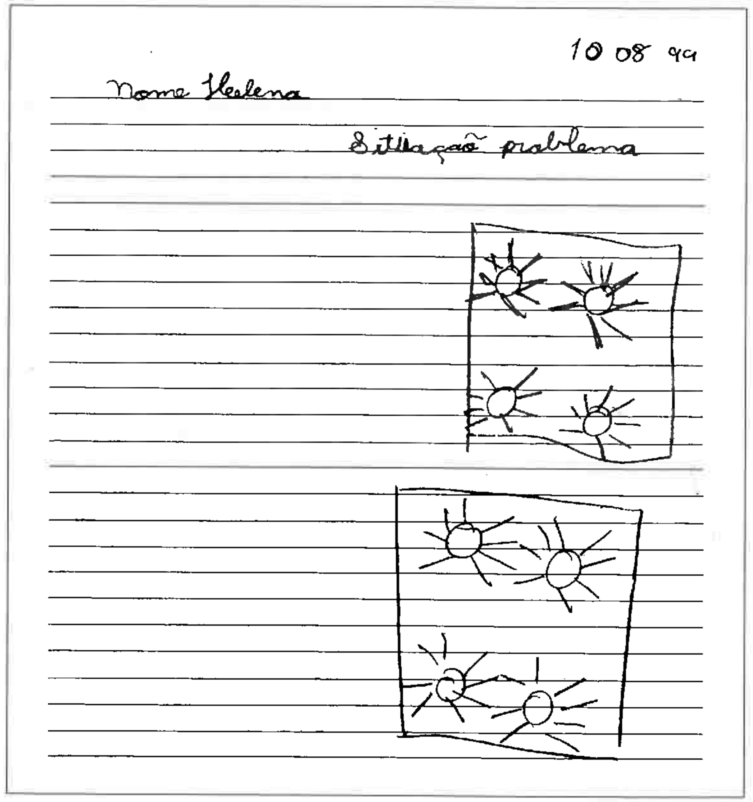
Tais observações podem parecer óbvias, mas, muitas vezes, esquecemo-nos de abrir esse espaço para que as crianças possam falar sobre um problema ou outro assunto qualquer que já esteja colocado para toda a classe em seu formato correto e final. Podemos surpreender-nos com afirmações que revelam incompreensões ou outras percepções sobre aquilo que, com freqüência, consideramos terminado. A fala das crianças indica o que fica encoberto pelo consentimento silencioso do coletivo de uma classe e, até mesmo, pelos registros escritos que podem não traduzir exatamente o que a criança pensou ao realizar a tarefa.

RESOLVENDO PROBLEMAS ATRAVÉS DE DESENHOS

Nas aulas de matemática, o desenho serve como recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução. Isto pode ser observado claramente nos desenhos utilizados pelas crianças na resolução do problema do início deste capítulo.

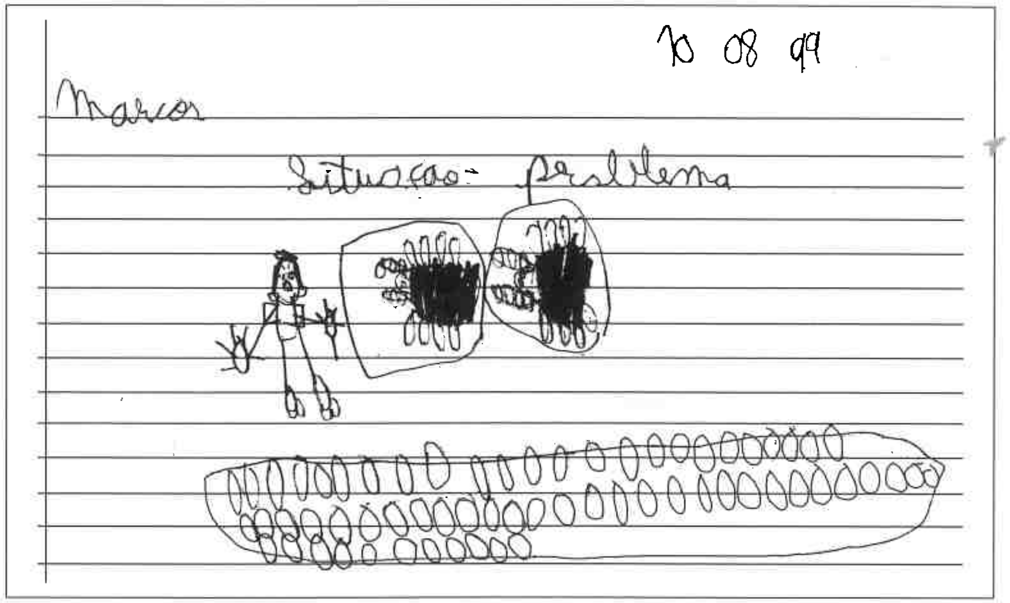
Algumas crianças iniciam seus registros com desenhos e, posteriormente, passam a empregar números e sinais, em especial nas situações em que têm um domínio maior do tema e dos conteúdos matemáticos envolvidos. Quando desenham, elas explicitam mais facilmente os significados presentes no texto – palavras, cenas, informações, operações, etc. – e assim constroem uma representação mental dos mesmos. O desenho também fornece ao professor pistas sobre a criança, como ela pensou e agiu para solucionar determinado problema, e à criança fornece um meio de manifestar como age sobre o problema, como expressa suas idéias e comunica-se. Contudo, é importante propor situações nas quais desenhar implique a discussão com parceiros, a troca de idéias, o ato de ouvir e emitir impressões sobre as idéias que o desenho suscitou.

Estudos diversos indicam que o desenho pode ser utilizado de três maneiras diferentes na resolução de problemas (Zunino, 1995). Em uma primeira etapa, o resolvedor utiliza o desenho para representar aspectos da situação apresentada no texto, mas não expressa relações que identifiquem as transformações numéricas, ou que indiquem que estivesse resolvendo o problema através do desenho. Podemos verificar isso no desenho abaixo, feito por um aluno ao resolver o problema apresentado no início do capítulo e que mostra apenas as duas caixas com aranhas:



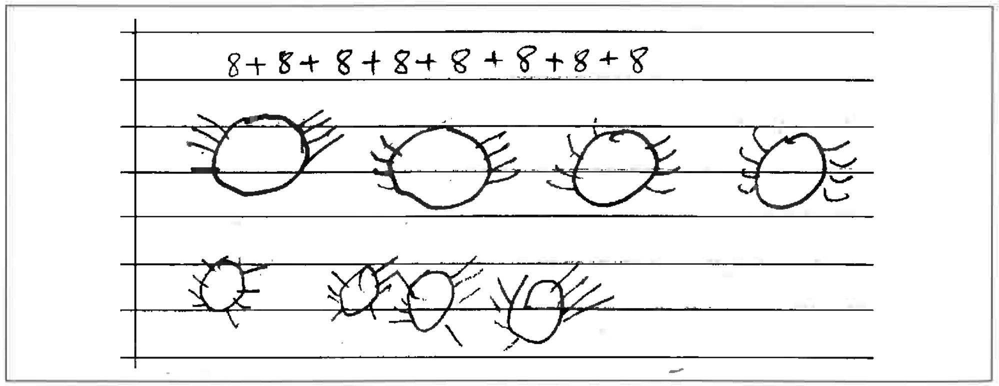
Em uma segunda etapa, o resolvedor consegue representar a resolução completa do problema utilizando apenas o desenho, o que demonstra que ele está explorando o significado das transformações e das operações presentes no texto. Podemos ver isso no registro a seguir, feito para o mesmo problema das aranhas e

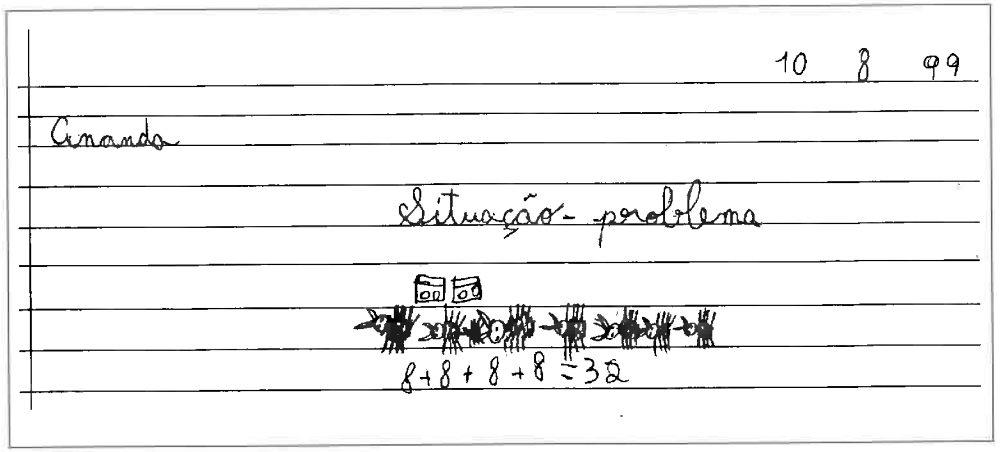
que mostra tanto o colecionador e as caixas, informações dadas no texto, quanto as 64 meias desenhadas para a resposta:

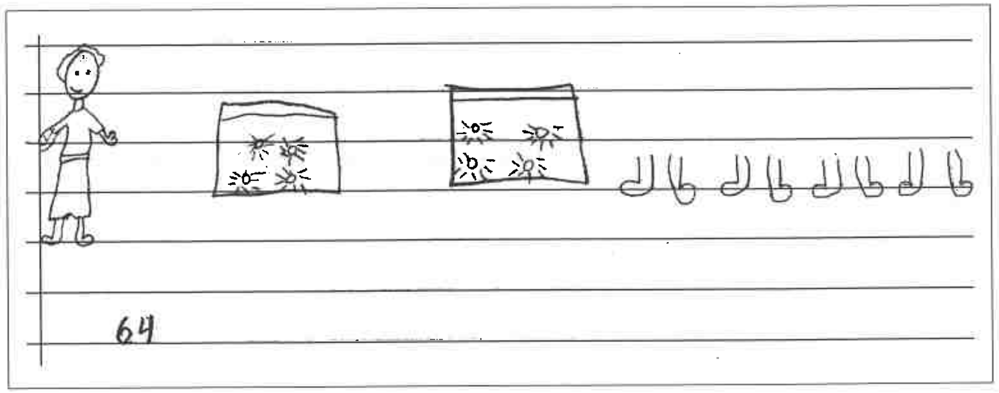


Finalmente, em uma terceira etapa, o resolvedor começa a misturar desenhos e sinais matemáticos, e dois fatos podem decorrer dessa representação: ou a criança está utilizando o desenho para interpretar o texto e expressa a resolução através de uma escrita matemática, como se fizesse uma relação entre duas linguagens, ou faz a resolução numérica e utiliza o desenho para comprovar se sua resposta está correta.

Em ambos os casos, temos um sinal claro de que o resolvedor começa não apenas a perceber relações entre diferentes linguagens na resolução de problemas, mas também a se apropriar da escrita matemática, atribuindo-lhe um significado. Vejamos a seguir três exemplos que ilustram tais aspectos. Nos dois primeiros, o desenho serve como auxílio à resolução e, no terceiro, como recurso para conferir a resposta:







Desenhar por desenhar não se constitui em uma forma de comunicação, pois esta implica interação com outras crianças. Para que isso ocorra, é necessário organizar atividades que garantam apreciação dos desenhos produzidos pelas crianças, ou seja, fazer com que o desenho seja realmente um veículo de transmissão de idéias. Sendo assim, é importante propor situações nas quais desenhar envolva discussão com os parceiros e troca de idéias.

Queremos ressaltar, mais uma vez (ver Capítulos 1 e 2), que não cabe ao professor fazer uma interpretação do desenho da criança para a classe, mas ao contrário criar situações nas quais o desenho será utilizado como recurso de linguagem, cumprindo um papel importante como veículo de comunicação. Desse modo, cada vez mais as crianças passarão a buscar maneiras de interagir com seu interlocutor e, com o tempo, sentirão a necessidade de incluir símbolos e sinais matemáticos para serem mais claras, mais econômicas ou mesmo mais rápidas.

A CONQUISTA DA LINGUAGEM MATEMÁTICA

Na perspectiva de Resolução de Problemas que desejamos trabalhar, nosso objetivo em relação à aquisição da linguagem matemática modifica-se e amplia-se, pois

passamos a considerar a linguagem formal da matemática como uma conquista, complexa e demorada, que se faz por aproximações sucessivas mediadas pelas trocas que ocorrem entre os alunos e entre o professor e os alunos.

Aprender a linguagem escrita da matemática é um dos conteúdos de aprendizagem escolar que se constrói através de seu uso, que se inicia de modo bastante simples e, muitas vezes, inadequado e, paulatinamente, torna-se mais sofisticado e complexo à medida que os alunos têm oportunidade de usar as formas de representação que consideram válidas, de confrontar-se com aquelas utilizadas por outros membros do grupo e de discutir a eficácia comunicativa das diversas representações que usam. Por essa razão, as experiências de cada criança, seu percurso individual e as aprendizagens do grupo não podem ser esquecidas como elementos fundamentais para favorecer a apropriação e o aperfeiçoamento dessa linguagem.

Em um ambiente que privilegie a comunicação, a representação convencional, utilizada por pessoas que dominam a linguagem matemática, também será considerada um procedimento a ser ensinado na escola, devendo aparecer como *mais uma* possibilidade de solução ao problema apresentado, e não como *única*.

Para que a representação convencional seja objeto de análise das crianças, é importante prever no planejamento situações de aprendizagem que lhes permitam descobrir as funções das representações convencionais, isto é, o aluno deve ter oportunidades para verificar que a escrita matemática permite maior economia de esforço e tempo na busca do resultado e, como a linguagem escrita, pode ser entendida por muitas pessoas em todos os lugares. Esse objetivo pode ser trabalhado por meio de comparações entre a escrita na linguagem matemática e aquela presente nas diversas resoluções elaboradas pelas crianças, as quais podem ser realizadas oralmente ou com o corpo, com desenhos, materiais e, até mesmo, com escritas matemáticas ainda incipientes ou imprecisas.

É preciso lembrar que, quando as crianças registram o que pensam e suas soluções para os problemas, não há uma ordenação partindo-se da oralidade para o desenho e do desenho para a escrita; essas três formas de expressão convivem juntas, e as crianças fazem uso de uma ou outra de acordo com suas necessidades e possibilidades.

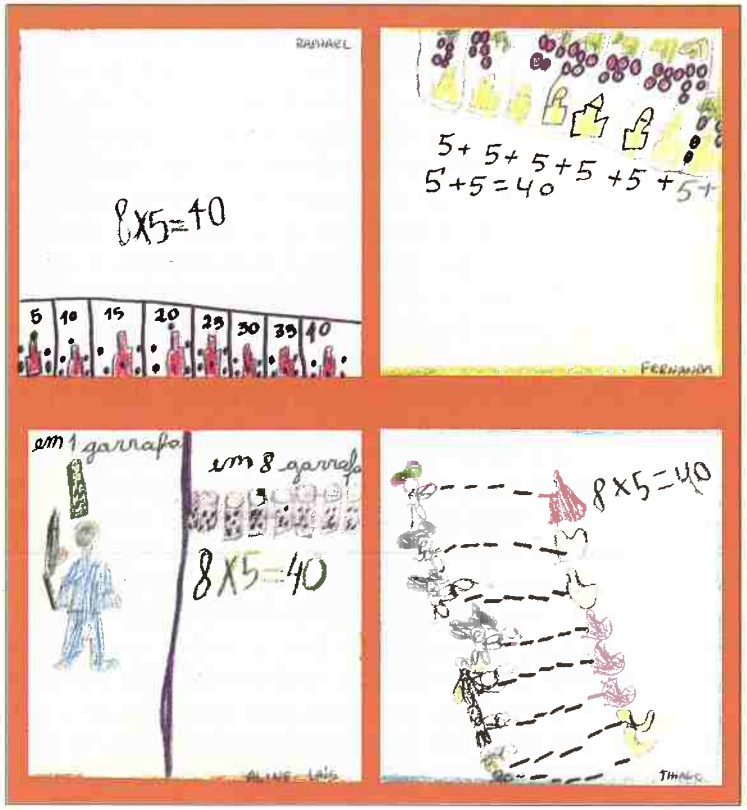
Colocar isto em prática requer de nós, professores, um planejamento que garanta o espaço para que tais representações possam aparecer e fazer parte do processo de aprendizagem de cada criança. Depois disso, quando as crianças souberem o significado das operações que realizam com números em situações-problema, a próxima etapa envolve a aprendizagem de sinais convencionais e regras que lhes permitirão escrever sentenças matemáticas.

À medida que as crianças apropriam-se de formas mais elaboradas de representação de suas idéias, em especial da escrita, é comum que a escola faça com que abandonem os desenhos, exigindo a utilização de uma linguagem matemática mais formal que, em geral, elas ainda não dominam.

Porém, em nossa experiência, temos visto que em vários momentos, mesmo as crianças que já utilizam a linguagem matemática com maior precisão, sentem a necessidade de voltar ao desenho em qualquer fase da escolaridade. Para tanto, é fundamental que em sala de aula possam – sempre que quiserem ou sentirem necessidade – utilizar o desenho como mais um recurso, seja de auxílio na interpretação de texto, na representação do problema ou em sua resolução.

A decisão de usar desenho ou fazer uma operação matemática deve partir da criança, que o fará de acordo com suas possibilidades e seus conhecimentos, dependendo do contexto ou da estrutura do problema. Isto pode ser observado nas resoluções apresentadas a seguir:

Maiqui Cat é um pistoleiro. Ele derruba uma garrafa de uísque com 5 tiros. Quantos tiros dará para derrubar 8 garrafas?[1]



Podemos observar que para os dois primeiros alunos o desenho serviu de apoio para a resolução, enquanto que para os dois últimos ele foi usado apenas para ilustrar a história do problema.

Iniciar um trabalho desse tipo não é simples, pois requer planejamento, reflexão e cuidados. É desse assunto que nos ocuparemos a partir de agora.

INCENTIVANDO A BUSCA DE DIFERENTES RESOLUÇÕES

Inicialmente, é preciso ser cuidadoso quanto à escolha do problema. Problemas simples, que envolvem conceitos de uma operação matemática, possuem linguagem apoiada em imagens e texto curto, podem ser adequados para crianças de séries iniciais que não conhecem nenhuma técnica operatória, mas não favorecem o aparecimento de diferentes soluções para alunos que conhecem os algoritmos e que os resolvem facilmente, fazendo os cálculos necessários.

[1]Exemplo extraído de Gwinner, P. *"Pobremas": enigmas matemáticos*. São Paulo: Vozes, 1990, v.2 e 3.

Observamos que, muitas vezes, os alunos das séries iniciais, habituados a um trabalho mais convencional, resolvem mentalmente um problema que consideram fácil e escrevem qualquer operação que dê o resultado esperado pelo simples fato de achar que algum tipo de conta deve aparecer naquele momento, ou ocupar o espaço da folha reservado para esse fim. No entanto, mesmo no caso de problemas mais elaborados, quando os números envolvidos são pequenos e os alunos têm alguma compreensão do sistema de numeração, as operações são feitas mentalmente por estimativa ou por tentativa. Em qualquer dos casos, podemos notar que a escrita matemática não possui nenhuma significação além de ser o tipo de escrita que a escola considera correta.

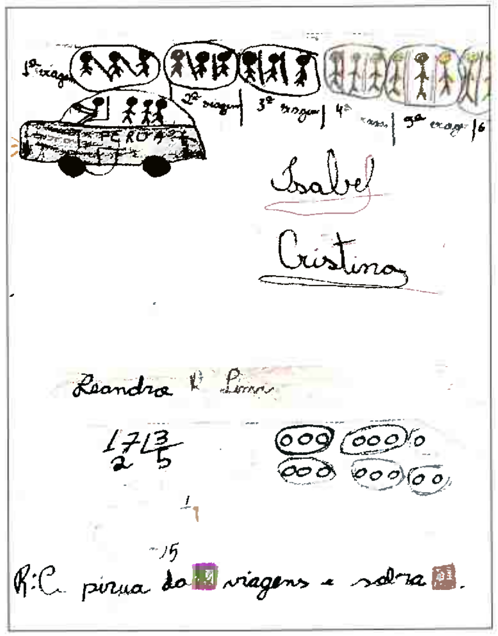
Um exemplo bastante comum é a resposta que os alunos apresentam para problemas como: *Tenho 3 figurinhas. Quantas faltam para que eu consiga ter 10 figurinhas?* Em geral, eles escrevem 7 e complementam com a conta 3 + 7 = 10 apenas para confirmar a resposta obtida mentalmente, surpreendendo-se quando o professor exige ou reforça que a conta correta é 10 – 3 = 7.

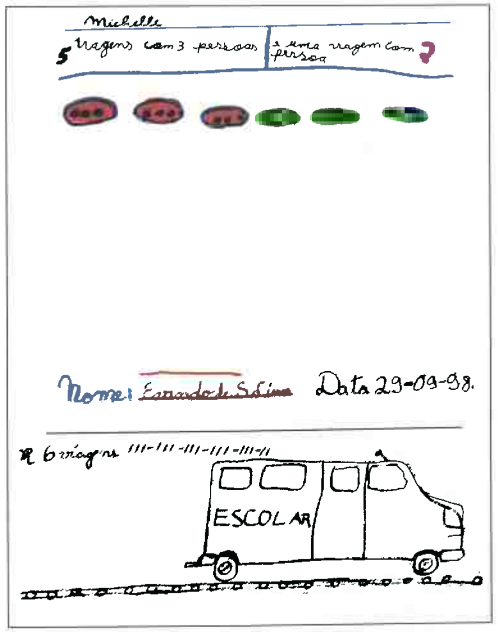
No entanto, mesmo problemas bastante convencionais podem apresentar várias formas de resolução quando os alunos são incentivados a isso e ainda não dominam as técnicas específicas das operações.

Foi proposto o seguinte problema para alunos de 2ª série que estavam iniciando o estudo do algoritmo convencional da divisão:

> *Uma perua escolar precisa levar 17 crianças para casa. As crianças estão com pressa de ir embora, mas a perua só pode levar 3 crianças dessa escola de cada vez. Quantas viagens a perua terá de fazer para transportar todas as crianças?*

Vejamos como algumas crianças resolveram-no antes de conhecer a técnica operatória da divisão:





Um outro exemplo da tentativa de encontrar diferentes modos de resolução pode ser observado pelas propostas apresentadas por alunos de 2ª série para resolver um problema convencional de multiplicação quando eles ainda não dominavam a técnica operatória, mas já possuíam alguns conhecimentos sobre ela:

Uma águia pescadora come 42 peixes por dia. Em 6 dias quantos peixes ela come?

As resoluções foram as seguintes:

- pela indicação 6 x 42 = 252 e pela explicação dada oralmente *"Fui contando de 40 em 40 e de 2 em 2"*.
- pelo uso da decomposição do número 42 nas ordens do sistema:

$$\begin{array}{ccc} & 42 & \\ 40 & + & 2 \\ \underline{\times\ 6} & & \underline{\times\ 6} \\ 240 & + & 12 = 252 \end{array}$$

- por adições sucessivas agrupadas: 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42

$$\begin{array}{ccccc} 84 & + & 84 & + & 84 \\ & 168 & + & 84 & = 252 \end{array}$$

- pela decomposição em multiplicações mais simples: 3 x 42 = 126

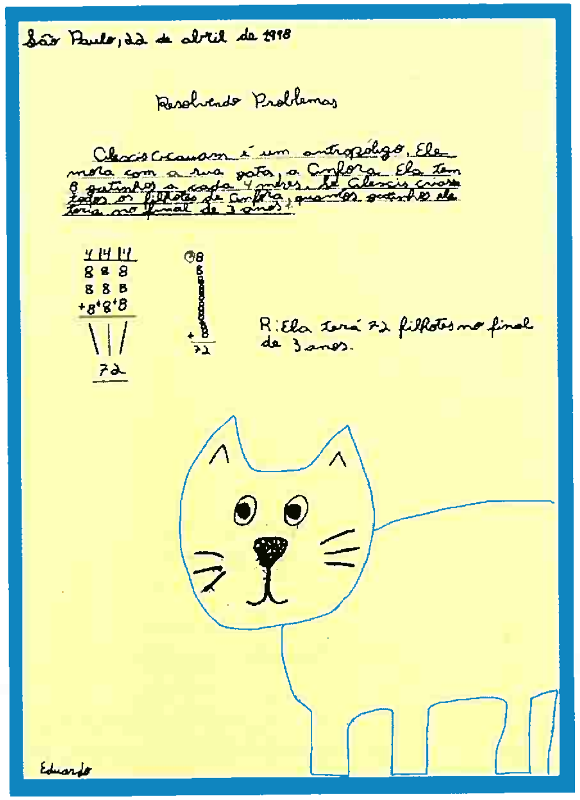
$$\begin{array}{r} 3 \times 42 = 126 \\ 3 \times 42 = 126 \\ \hline 256 \end{array}$$

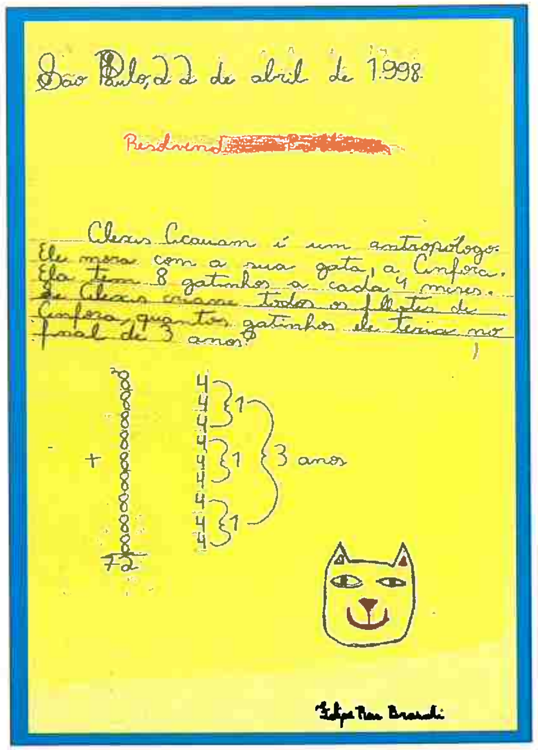
Entretanto, os problemas que envolvem mais de uma operação, os que envolvem o raciocínio combinatório e os não-convencionais são mais adequados para o início desse trabalho, pois naturalmente podem ser resolvidos de várias maneiras diferentes. Vejamos um exemplo proposto a uma 3ª série que já conhecia os algoritmos das operações, ao tentar resolver a situação que é apresentada em uma modalidade textual que não é comum na maioria dos problemas de livro didático.

Alexis Acauam é um antropólogo. Ele mora com a sua gata, Ânfora. Ela tem 8 gatinhos a cada 4 meses. Se Alexis criasse todos os filhotes de Ânfora, quantos gatinhos ele teria no final de 3 anos?[2]

No entanto, ao discutir sobre diferentes resoluções para um mesmo problema, surge uma outra questão que merece nossa atenção. Seja por não estarem

[2]Exemplos extraídos de Gwinner, P. *"Pobremas": enigmas matemáticos.* São Paulo: Vozes, 1990, v.2 e 3.





habituados a resolver problemas, seja por considerarem que a resolução de uma situação é única, nas primeiras propostas os alunos podem não apresentar diferentes formas de resolução. Nesse caso, o que fazer?

É importante planejar ações para estimular as diferentes resoluções, por exemplo:

- No momento da correção, colocamos as alternativas encontradas pelas crianças no quadro e discutimos com elas, para assegurar que todos compreenderam as soluções apresentadas para o problema.
- Se não surgirem várias soluções diferentes, apresentamos um jeito que difere daquele, que pode ter surgido em outra classe ou que tenhamos preparado antes. O professor coloca a solução no quadro para que a classe analise e tente explicá-la.
- Ao terminar a discussão, os alunos devem copiar duas ou três soluções diferentes, anotando o nome dos autores para garantir a autoria e sistematizar o trabalho realizado.

Da próxima vez, um número bem maior de alunos irá buscar um novo modo, não só para ter seu nome no caderno de todo o grupo, mas também porque sente que seu esforço será reconhecido e valorizado pelo professor.

Quando as crianças tiverem solucionado um problema, o professor deve organizar a apresentação das diferentes soluções encontradas no quadro e assegurar um espaço para os comentários dos colegas. Nesse momento, é importante que as discussões não se direcionem para a escolha da melhor solução, caso contrário, da próxima vez, poucos alunos buscarão seus próprios caminhos e muitos tentarão resolver como fez o amigo que foi elogiado. O ideal é que o professor proporcione que a troca de idéias seja valorizada e respeitada. Aos poucos, as crianças começam a ficar mais independentes e a olhar cada vez mais para os problemas como um desafio, e não como um conjunto de dados que devem organizar em um ou mais algoritmos.

Ao trabalhar com procedimentos utilizados pelas crianças para resolver os problemas, é importante ter em mente que estes poderão ser diferentes daqueles que elas usariam para resolver cálculos na forma de algoritmos. Por exemplo, em uma situação envolvendo a multiplicação, as crianças podem resolver o problema através de somas de parcelas iguais ou agrupamentos diversos, misturando adições e multiplicações, conforme foi mostrado nos exemplos anteriores.

Apesar de importante, o trabalho mais sistemático com as operações pode ser feito em paralelo com a proposição de problemas, através do uso de materiais ou jogos, mas não pode tornar-se um obstáculo para o surgimento de diferentes formas de resolução, principalmente se os alunos estiverem no início da escolarização.

O QUE FAZER COM AS DIVERSAS RESOLUÇÕES APRESENTADAS PELAS CRIANÇAS? INTERFERÊNCIAS PARA AVANÇAR

Uma maneira de contribuir para que o trabalho evolua é realizar o confronto entre as diversas representações que surgem na classe e discutir sua eficácia comunicativa, ou seja, se é ou não possível que os demais membros da classe compreendam o caminho que determinada criança utilizou para chegar à conclusão. Por isso, é importante que se faça uma análise da solução encontrada a fim de verificar se é adequada ou não.

Quando pedimos aos alunos que exponham as diferentes estratégias de resolução encontradas e orientamos as discussões para que eles possam refletir sobre a validade de cada uma delas, cabe também incentivar a análise sobre quais das soluções apresentadas são adequadas à situação proposta, que semelhanças e diferenças existem entre elas, quais são mais simples, etc.

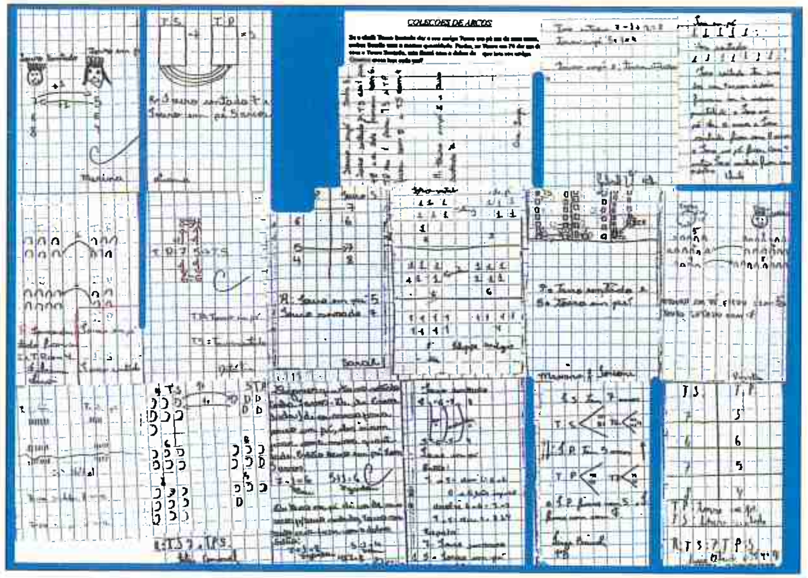
Existem vários tipos de trabalho que podem ser realizadas com esse objetivo. Um deles é fazer um painel de soluções. Essa atividade é realizada a partir da coleta de diferentes soluções apresentadas pelas crianças que, colocadas em um painel, possibilita à classe conhecer os diferentes caminhos encontrados para resolver uma mesma situação. Mesmo que algumas estratégias não estejam completamente corretas, é importante que elas também sejam afixadas para que, através da discussão, as crianças percebam em que erraram e como é possível avançar. A própria classe pode apontar caminhos para que os colegas sintam-se incentivados a prosseguir.

Esse painel, que contém todas as soluções ou apenas parte delas, também pode ser afixado fora da sala de aula. Tal prática faz com que as crianças posicionem-se diante do grupo e opinem sobre os caminhos dos amigos em pequenos grupos que se reúnem ao terminar uma tarefa, na hora do recreio ou antes da entrada.

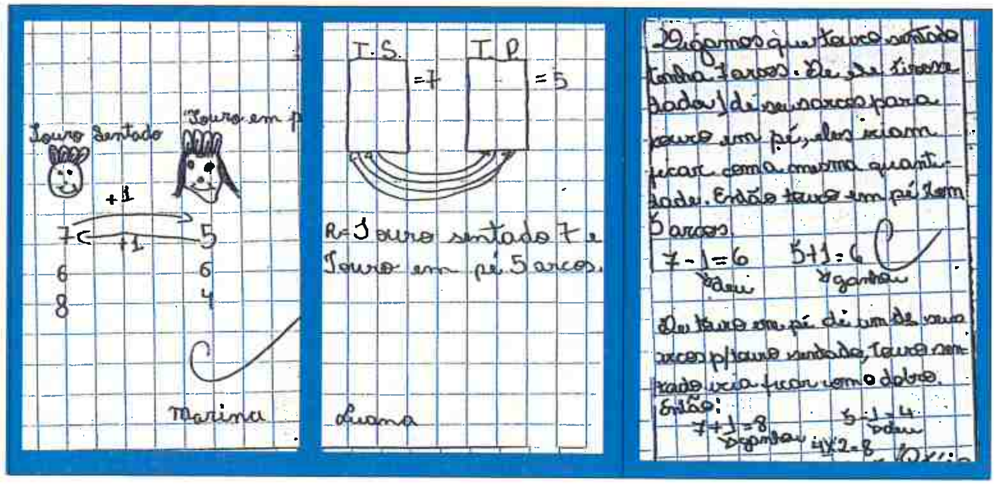
Em qualquer dos casos, os alunos sentem-se estimulados a expressar a solução encontrada por escrito, uma vez que ela será lida e analisada por um interlocutor real que emite juízos e opiniões sobre sua leitura. Isto faz com que a atividade de escrever sua resolução para um problema ganhe sentido, o que, muitas vezes, a leitura feita apenas pelo professor está longe de garantir.

Vejamos a imagem de um desses painéis, feito após os alunos terem resolvido o seguinte problema:

Se o chefe Touro Sentado der a seu amigo Touro em Pé um de seus arcos, ambos ficarão com a mesma quantidade de arcos. Porém, se Touro em Pé der um dos seus a Touro Sentado, este ficará com o dobro do que tem seu amigo. Quantos arcos tem cada um?



Vamos destacar três das resoluções que aparecem nesse painel:



Como foi dito anteriormente, o professor também pode colocar as diferentes soluções no quadro e pedir aos alunos que escolham duas ou três estratégias para copiarem em seus cadernos, colocando o nome do autor. Isto fará com que, da próxima vez em que trabalhar com problemas, o número de crianças estimuladas a apresentar sua solução seja bem maior.

Avançando a Partir dos Erros

Nesse processo de resolução, quando os alunos são incentivados a expressar livremente seu modo de pensar, é natural que surjam algumas soluções incorretas. Há várias ações que o professor pode realizar diante do erro, porém o mais importante é garantir que haja um clima de respeito e confiança em sala de aula para que as crianças sintam-se à vontade para lidar com o erro. Discutir com o grupo por que a solução está errada é uma das formas de trabalho que contribui muito para que a criança reveja suas estratégias, localize seu erro e reorganize os dados em busca de uma solução correta.

Ao identificar erros que venham acontecendo com certa freqüência, o professor pode selecionar alguns deles e montar uma folha para que as crianças descubram onde está o erro e tentem corrigi-lo através da discussão com os colegas.

Em uma turma de 3ª série, no início do ano, a professora percebeu alguns erros que surgiam quando os alunos resolviam problemas com adição e subtração com recurso. Então, ela elaborou uma atividade a fim de que todos pudessem refletir sobre esses erros. Vejamos a atividade descrita a seguir.

Um ônibus inicia seu trajeto com 15 passageiros. Na primeira parada sobem 22 passageiros e descem 7. Na segunda parada descem 11 pessoas e 27 sobem. Ele rodou mais algum tempo sem subir e descer ninguém e finalmente chegou ao seu destino.

Quantos passageiros havia no ônibus quando ele parou?

Veja como Camila resolveu esse problema:

15 + 22 + 27 = 64
64 passageiros entraram no ônibus

$$\begin{array}{r} 7 \\ +\ 11 \\ \hline 81 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 81 \\ -\ 64 \\ \hline 17 \end{array}$$

R. Na chegada havia 17 passageiros.

Quando olhou o problema, a professora disse: – *Camila, pense melhor sobre o problema.*

Por que será que a professora fez essa observação?

Após os alunos analisarem a resposta de Camila ao problema, vejamos quais suas percepções e comentários sobre a solução:

> *Porque ela colocou o 7 na dezena e somou como se fosse 70 e por isso errou a conta 3* **Maurício**.
> *Porque na conta 2 ela pôs o sete na posição da dezena e então ela se confundiu, errando automaticamente a terceira conta porque deveria ser o número de passageiros que entraram menos os que saíram* **Marina**.

A finalidade dessa atividade é fazer os alunos refletirem sobre o erro de organização das técnicas operatórias. Essa percepção é expressa claramente nas duas respostas que mostramos.

Outra possibilidade diante do aparecimento de uma estratégia inadequada à situação apresentada é o professor sugerir que a classe crie um novo problema que possa ser resolvido por aquela estratégia e comparar os dois: o original com solução inadequada e o criado para se adaptar àquela resolução.

Em uma classe de 4ª série, ao resolver o problema:

A cada pulo de uma mãe canguru, seu filho dá três pulos para acompanhá-la. Se a mãe canguru der 26 pulos, quantos pulos dará seu filhote para acompanha-la? Pedro apresentou à classe a seguinte resposta no painel de soluções:

26 |3
-24   8
02

O filhote dará 8 pulos.

Após discutirem todas as resoluções, os alunos chegaram à conclusão de que a solução de Pedro não era adequada ao problema proposto. A professora organizou a classe para que elaborasse coletivamente um problema que tivesse como resposta a solução de Pedro. O texto ficou assim:

Uma fábrica de carros faz um carro a cada 3 horas. Quantos carros vai fazer em 26 horas?

Essa é uma atividade bem mais complexa e, em um primeiro momento, pode ser coletiva, com o professor escrevendo para o grupo. Os alunos podem, então, perceber que uma solução incorreta em dada situação pode ser adequada para outro problema, ou seja, eles podem interferir e produzir problemas e perceber que o erro pode gerar um novo momento de aprendizagem(ver Capítulo 8).

Uma outra maneira de refletir sobre o erro como etapa importante da tentativa de resolução adequada ou correta de um problema consiste na atividade de transgredir, resolvendo um problema de forma errada. Para isso, as crianças precisam saber como são resolvidos os problemas que irão transgredir, para assim poderem realizar a tarefa com consciência, apontando quais são as ações que não solucionam o problema e por que isso ocorreu. Após serem resolvidos erroneamente, os problemas devem ser trocados entre os alunos para que encontrem e corrijam o erro propositadamente feito pelo colega. Depois disso, os alunos devem ser estimulados a conversar sobre como foram feitas as correções.

Vejamos como uma turma de 4ª série trabalhou com uma proposta dessas, realizada a partir do problema abaixo:

> *Uma empresa que produz caixas de embalagens emprega 25 mulheres e 75 homens. Das pessoas que trabalham na empresa, a quarta parte vai a pé para o trabalho.*
>
> *Na empresa são produzidas diariamente 2 centenas de caixas grandes, 38 dezenas de caixas médias e meio milhar de caixas pequenas.*
>
> *Quantas pessoas usam algum tipo de transporte para ir ao trabalho? Quantas caixas são produzidas por dia na semana?*

Vejamos os erros que eles cometeram propositadamente.

Jeito errado: 75 + 25 = 90 - 4 = 86

3800
200 +
500
4500

R. 86 pessoas usam transporte para ir ao trabalho. Por dia são produzidas 4500 caixas.

75 + 25 = 90

90 |4
8   25
10
20
10

25 + 25 + 25 = 65

65 pessoas usam transporte para ir ao trabalho

100 + 308 + 50 = 458

São produzidas 458 caixas

Após trocarem e corrigirem as soluções, os alunos fizeram uma lista sobre os possíveis erros que podem cometer ao resolver um problema como este e deram dicas de como evitá-los:

Erros:
- *esquecer que a quarta parte de 100 se faz 100 ÷ 4;*
- *não saber quanto é 38 dezenas de caixa e meio milhar de caixas;*
- *somar errado 200 + 380 + 500;*
- *achar quantas caixas e esquecer de achar o número de pessoas que usam transporte;*
- *fazer 75 + 25 = 90;*
- *fazer 75 + 25 = 100 e esquecer de calcular 100 ÷ 4.*

Dicas para não errar:
- *ler com calma;*
- *se não souber como faz quarta parte de 100 olhar no caderno ou perguntar;*
- *acabar o problema e conferir;*
- *pensar bem enquanto faz as contas;*
- *ver se não esqueceu nenhuma pergunta.*

Conquistando a Resolução Convencional

Trabalhar apenas com discussão das estratégias criadas pelas crianças com problemas isolados não garante a aprendizagem dos conteúdos matemáticos. É necessário que o trabalho com resolução tenha um fio condutor e que haja uma seqüência a ser seguida, a qual possibilite um maior entendimento de determinado conteúdo matemático. Ao trabalhar com multiplicação, por exemplo, é possível partir da discussão do problema de contagem de pernas das aranhas do início deste capítulo e propor uma série de outros problemas, fazendo com que as crianças vivenciem várias situações que podem ser resolvidas através de uma multiplicação, ora aumentando o valor numérico dos dados, ora mudando a pergunta, como nos seguintes exemplos:

As aranhas de Clóvis tiveram filhotes, agora ele tem 5 caixas. Em cada caixa há 4 aranhas com 3 filhotes cada uma. Se Clóvis tivesse que comprar meias para as aranhas e todos os filhotes, quantas meias ele teria que comprar?

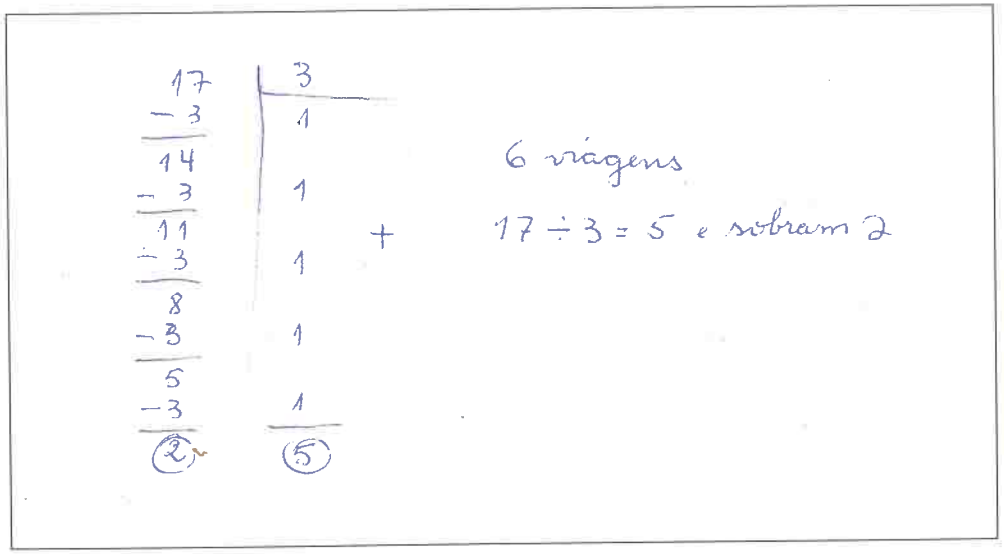
Se Clóvis tivesse 32 meias, quantas aranhas ele poderia aquecer no inverno?

Propor problemas com números maiores cria uma situação na qual o recurso do desenho será dificultado à criança, que é forçada a pensar em outras formas de resolução. Isto pode fazer com que algumas delas não consigam resolvê-los sozinhas, o que pode ser contornado organizando-se o trabalho em pequenos grupos ou em duplas que se apóiam na busca de uma boa estratégia de resolução.

Um outro modo de trabalhar com a linguagem matemática é propor aos alunos que analisem a resolução através do algoritmo convencional. Aqueles que até então estavam resolvendo problemas a seu modo, utilizando desenhos ou outras estratégias de solução, podem conhecer mais uma possibilidade de resolução. As crianças podem ser incentivadas a comparar as diferentes resoluções com a convencional e perceber que esta é muitas vezes mais econômica e mais rápida do que outros procedimentos. Em outras situações, as crianças podem resolver os problemas por desenho, pois o objetivo não é obrigá-la a utilizar apenas a técnica convencional, mas fazer com que conheça um algoritmo que possa ser utilizado sempre que necessário.

Um exemplo desse encaminhamento pode ser dado a partir do problema da perua escolar que citamos anteriormente. Depois que a classe discutiu as diversas formas de resolução que encontraram usando desenhos e escrita, a professora apresentou o seguinte desafio:

Numa outra classe, ao resolver esse problema, uma criança apresentou a seguinte solução:[3]



Gostaria que vocês analisassem essa solução em duplas, a qual está correta, e tentassem explicar como ela foi feita, o que os números significam e tudo o mais que acharem importante.

[3]A professora desta classe optou por trabalhar a técnica da divisão pelo processo de estimativa e subtrações sucessivas, também conhecido como algoritmo americano.

Após discutirem intensamente a solução, os alunos produziram explicações como:

O 17 representa o total de crianças; o 3 quer dizer que se foi 3 crianças; o 1 representa a perua; e o dois é as últimas crianças a irem embora.

Entendi que temos 17 crianças e em cada perua só cabe 3 crianças de cada vez.

Eu entendi que tinha 17 crianças em 1 perua foram 3 crianças. Depois ficaram 14 crianças e foram 3 crianças. Depois ficaram 11 crianças e foram 3 crianças. Depois ficaram 8 crianças e foram 3 crianças. Depois ficaram 5 crianças e foram 3 crianças. Sobraram 2 crianças e contando quantas vezes ele viajou 5 vezes levando 3 crianças e somando mais 1 viagem no total deu 6.

Todas as análises foram compartilhadas, a técnica foi analisada e, então, a professora propôs dois novos problemas, sugerindo que a classe tentasse resolver cada um deles de duas maneiras distintas, sendo uma delas através do algoritmo.

Com esse procedimento, a professora não apenas criou a oportunidade para introduzir um algoritmo convencional em uma situação que permitisse a reflexão das crianças sem a dificuldade da resolução, como também continuou a valorizar as soluções individuais. Agindo assim, ela garantiu que tanto os alunos confiassem em sua capacidade quanto permitiu que se apropriassem progressivamente da linguagem matemática convencional.

À medida que os alunos familiarizam-se com os algoritmos, o professor pode pedir que eles retomem as resoluções feitas por desenhos ou técnicas pessoais de cálculo e que resolvam novamente o problema, utilizando as técnicas convencionais. Depois disso, podem ser propostas situações nas quais os alunos possam praticar os conhecimentos adquiridos. Isto não quer dizer que necessitem receber uma lista enorme com problemas para cada técnica operatória, mas que ao longo do ano será necessário propor atividades nas quais esse conhecimento torne-se cada mais familiar ao aluno, procurando proporcionar situações criativas nas quais a exercitação não seja cansativa e enfadonha.

Escrevendo para Avançar

Outra sugestão que permite o avanço na resolução dos problemas é pedir que as crianças escrevam sobre o que aprenderam por meio das diferentes resoluções apresentadas na classe. Essas escritas podem fazer parte de um espaço reservado no caderno onde as crianças registram o que aprenderam. Esse registro torna-se memória do grupo, e as crianças poderão consultá-lo sempre que necessário.

Propôs-se a uma 4ª série o seguinte problema de lógica (Coquetel, 1990):

Três mulheres de 30 anos, uma de 25 e uma 32, foram entrevistas e soube-se que:

Duas eram casadas com publicitários, uma com bancário e duas com arquitetos.
Quatro tem 3 filhos, e uma, dois.
Miriam não é a mais velha e a mais nova não é Carmem.
A bancária não casou com o bancário nem é a mais velha que casou com um arquiteto, como a mais nova.
Lina tem três filhos e não casou com um publicitário, exatamente como Fernanda que não é a mais velha.
Marta casou com um publicitário e, como Fernanda, não tem dois filhos.
Fernanda não casou com um arquiteto, e Carmem tem três filhos, cujo pai não é arquiteto.

Nome	Idade	Nº filhos	Profissão marido

Após a discussão das soluções, a professora pediu a cada aluno que escrevesse o que aprendeu ao resolver o problema. Vejamos uma dessas respostas:

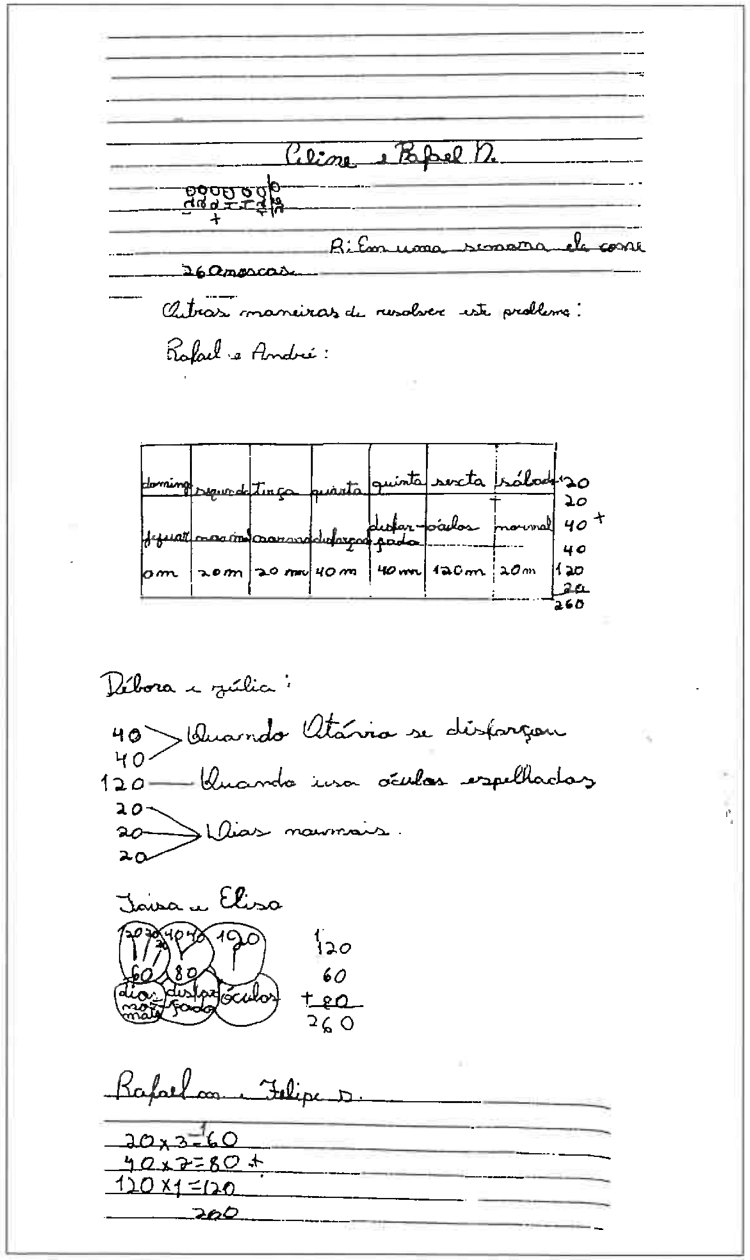
Eu aprendi que tem que prestar bastante atenção, reler o texto, ter uma tabela, tem que ser persistente, anotar o porque das coisas e ter rascunho.

Sempre que possível, é interessante que as crianças escrevam em equipe, pois assim a própria tarefa exigirá a troca, a comunicação do que se aprendeu. Nesse processo, elas necessariamente terão que dar sua opinião, fazer-se ouvir, fazer-se compreender em uma situação de confronto, na qual terão que argumentar, expor idéias, dar e receber informações.

Um exemplo disso pode ser observado em uma 3ª série que fez um painel de soluções para o seguinte problema:[4]

[4]Exemplo extraído de Gwinner, P. *"Pobremas": enigmas matemáticos.* São Paulo: Vozes, 1990, v.2 e 3.

Otávio é um sapo. Ele come vinte moscas por dia. Quando Otávio se disfarça, ele consegue comer o dobro de moscas. Quando usa óculos espelhados come o triplo do que ele consegue comer disfarçado. Otávio se disfarça duas vezes por semana e nas sextas-feiras usa seus óculos espelhados. Aos domingos jejua. Em uma semana, quantas moscas Otávio come?[5]



Aline e Rafael N.

R: Em uma semana ele come 260 moscas.

Outras maneiras de resolver este problema:

Rafael e André:

domingo	segunda	terça	quarta	quinta	sexta	sábado
jejuar	normal	normal	disfarçado	disfarçado	óculos	normal
0 m	20 m	20 m	40 m	40 m	120 m	20 m

20 + 20 + 40 + 40 + 120 + 20 = 260

Débora e Júlia:

40 — Quando Otávio se disfarçou
40
120 — Quando usa óculos espelhados
20
20 — Dias normais.
20

Taísa e Elisa

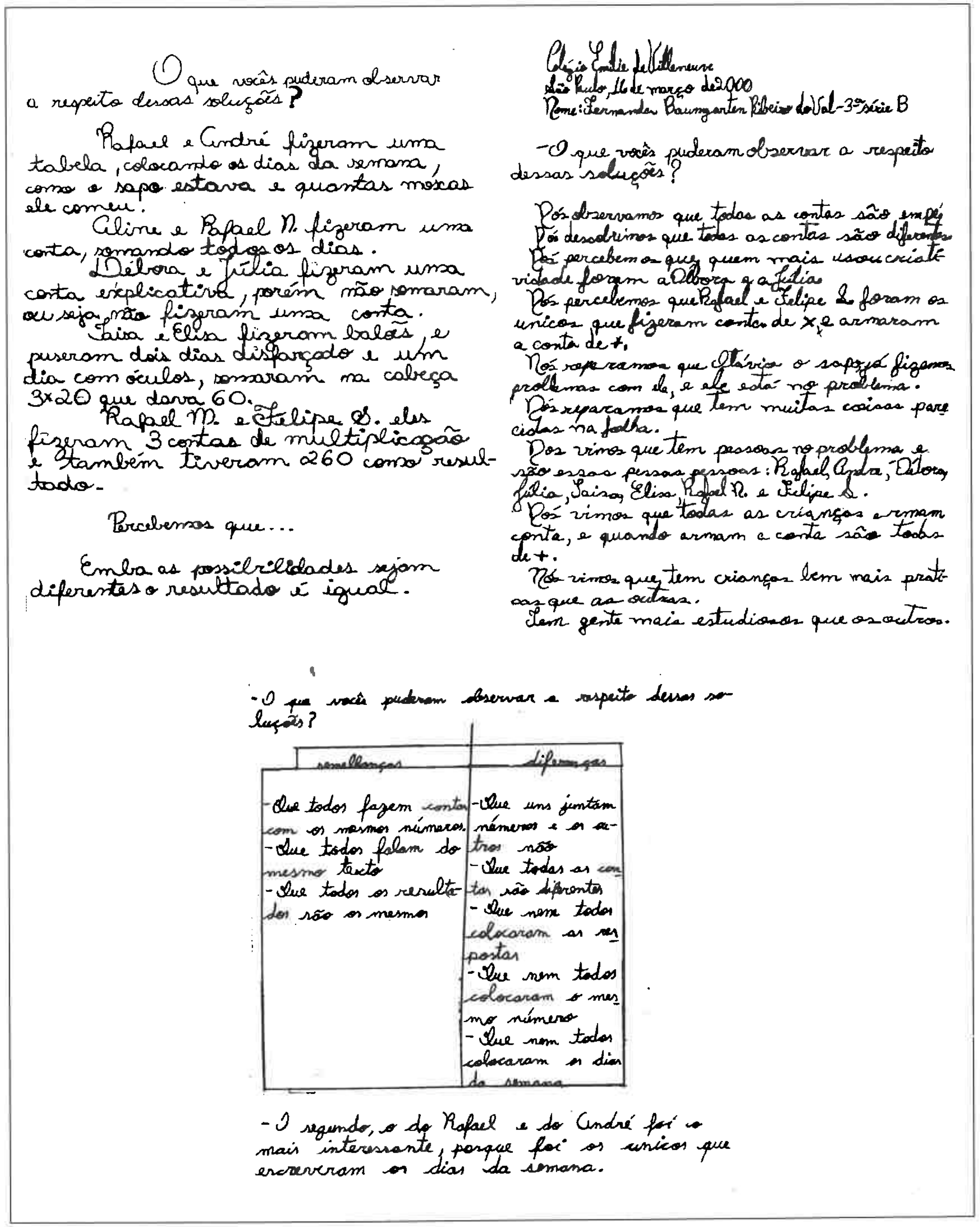
120
60
+ 80
260

Rafael e Felipe S.

20 x 3 = 60
40 x 2 = 80 +
120 x 1 = 120
260

Discutidas as diferentes soluções, a professora solicitou que os alunos produzissem em duplas um texto sobre o que observaram a respeito das diferentes soluções(ver Capítulo 2).

Alguns exemplos dos textos das crianças são estes:



O que vocês puderam observar a respeito dessas soluções?

Rafael e André fizeram uma tabela, colocando os dias da semana, como o sapo estava e quantas moscas ele comeu.

Aline e Rafael N. fizeram uma conta, somando todos os dias.

Débora e Júlia fizeram uma conta explicativa, porém não somaram, ou seja, não fizeram uma conta.

Taísa e Elisa fizeram balões, e puseram dois dias disfarçado e um dia com óculos, somaram na cabeça 3x20 que dava 60.

Rafael M. e Felipe S. eles fizeram 3 contas de multiplicação e também tiveram 260 como resultado.

Percebemos que...

Embora as possibilidades sejam diferentes o resultado é igual.

Colégio Emilie de Villeneuve
São Paulo, 16 de março de 2000
Nome: Fernanda Baumgarten Ribeiro do Val - 3ª série B

– O que vocês puderam observar a respeito dessas soluções?

Nós observamos que todas as contas são simples.
Nós descobrimos que todas as contas são diferentes.
Nós percebemos que quem mais usou criatividade foram a Débora e a Júlia.
Nós percebemos que Rafael e Felipe S. foram os únicos que fizeram conta de x, e armaram a conta de +.
Nós reparamos que Otávio o sapo já fizemos problemas com ele, e ele está no problema.
Nós reparamos que tem muitas coisas parecidas na folha.
Nós vimos que tem pessoas no problema e são essas pessoas: Rafael, André, Débora, Júlia, Taísa, Elisa, Rafael N. e Felipe S.
Nós vimos que todas as crianças armam conta, e quando armam a conta são todas de +.
Nós vimos que tem crianças bem mais práticas que as outras.
Tem gente mais estudiosa que os outros.

– O que vocês puderam observar a respeito dessas soluções?

semelhanças	diferenças
– Que todos fazem contas com os mesmos números. – Que todos falam do mesmo texto – Que todos os resultados são os mesmos	– Que uns juntam números e os outros não – Que todas as contas são diferentes – Que nem todos colocaram as respostas – Que nem todos colocaram o mesmo número – Que nem todos colocaram os dias da semana

– O segundo, o do Rafael e do André foi o mais interessante, porque foi os únicos que escreveram os dias da semana.

[5]Exemplo extraído de Gwinner P. *"Pobremas": enigmas matemáticos*. São Paulo: Vozes, 1990. v.3.

Os Registros do Professor

Como podemos observar, os diferentes caminhos utilizados pelos alunos revelam muito sobre seu percurso individual enquanto resolvedores de problemas, demonstrando a forma como estão lendo, se compreenderam ou não o problema, de que maneira utilizam os dados em suas estratégias, se levam em consideração a pergunta dada, se sabem operar com os conhecimentos matemáticos necessários para resolvê-lo e o que significa para eles resolver um problema de matemática.

A realização dessa tarefa requer do professor alguma organização para observar e acompanhar o ritmo de seus alunos, e, para isso, registrar é imprescindível para a obtenção de um mapa do que falta construir, do que é preciso revisitar de uma outra forma e do que os alunos já sabem. Observar envolve planejamento, reflexão, avaliação e replanejamento. A cada novo indício, a cada nova pista, a direção do olhar vai sendo colocada na direção correta.

Apenas como exemplo, observemos algumas anotações da professora para a resolução do problema das aranhas proposto no início deste capítulo, mas com a pergunta modificada para: *Quantos **pares** de meias compraria?*

Observações a partir do problema da aranha – 2ª série B

Alunos	Compreendeu o Problema?	Estratégia utilizada	Considerou a pergunta?	Resposta	Resultado
Bianca	Sim	Desenho / contagem / soma	Sim, mas não escreveu a resposta	Representou através de uma multiplicação.	Considerou pares de meia (32).
Rodrigo	Sim	Desenho / multiplicação	Sim	Representou através de uma multiplicação.	Considerou meias (64) e não pares de meia.
Joana	Sim	Desenho / contagem	Sim	Não utilizou uma representação específica.	Não há. Parece considerar pares de meia.
Manoel	Sim	Desenho / multiplicação	Sim	Representou através de uma multiplicação.	Considerou pares de meia (32).

Não é obrigatório que se faça uma tabela para coletar dados sobre a classe. Contudo, é fundamental haver algum tipo de registro que forneça pistas sobre cada aluno e atue como memória desse processo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Olhando para a Resolução de Problemas de modo novo, ela passa a ser vista como um objetivo do ensino de matemática que propicia um posicionamento diferenciado diante de situações desafiadoras. A resolução de cada problema é um momento em que as crianças terão a possibilidade de tentar encontrar um caminho próprio, desenvolver relações aritméticas de forma contextualizada e refletir sobre as operações matemáticas. Por outro lado, é preciso assegurar que elas tenham acesso à linguagem matemática por meio de aproximações sucessivas ao longo da escolaridade, garantindo-se uma aquisição equilibrada e gradual.

Para tanto, é preciso que sejam encorajadas a se engajarem ativamente em situações novas. Nesse sentido, acreditamos que trabalhando com diferentes explorações e reformulações, buscando desenvolver o interesse pelo problema, explorando sua linguagem, incentivando e desafiando nossas crianças, estamos contribuindo para que elas sejam muito mais autônomas e capazes de enfrentar os problemas propostos sem medo ou receios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: Parra, C.; Saiz, I. (Org.).*Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas (Artmed), 1996.

GÓMEZ-GRANELL, C. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. (Org.). *Além da alfabetização*. São Paulo: Ática, 1996.

SCHNEIDER, J.; SAUNDERS, K. As linguagens ilustradas na Resolução de Problemas. In: KRULIK, S. E.; REYS, R. (Orgs.). *A Resolução de Problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1998.

ZUNINO, D. L. *A matemática na escola: aqui e agora*. 2.ed. Porto Alegre: Artes Médicas (Artmed), 1995.

REVISTA Coquetel Super, n. 18, 1990.