

## Conhecendo Diferentes Tipos de Problemas

Renata Stancanelli

Neste capítulo, faremos uma reflexão sobre os diferentes tipos de problemas que podem ser propostos aos alunos, destacando suas características e funções no ensino e na aprendizagem da matemática. A partir da exploração e da análise dos diversos problemas propostos, pretendemos romper com crenças inadequadas sobre o que é problema, o que é resolver problemas e, conseqüentemente, sobre o que é pensar e aprender em matemática.

Uma das preocupações dos professores é fazer com que os alunos sejam capazes de resolver diferentes tipos de problemas nas aulas de matemática. Mas, afinal, o que exatamente isso significa?

Para auxiliar essa reflexão, vamos observar e resolver os dois problemas que seguem:

- A) Ricardo comprou 3 pacotes de figurinhas. Em cada pacote há 4 figurinhas. Quantas figurinhas Ricardo tem ao todo?



B) Isso é um cérbero. Cada vez que uma das suas cabeças está doendo, ele tem que tomar quatro comprimidos. Hoje as suas três cabeças tiveram dor. Mas o frasco já estava no fim e ficou faltando comprimidos para uma cabeça. Quantos comprimidos haviam no frasco?<sup>1</sup>



Analisando os dois problemas, notamos uma semelhança entre eles: ambos envolvem uma multiplicação. No entanto, as semelhanças acabam aí. Seja no processo de resolução, no número de respostas possíveis ou na forma de resolução, os dois problemas são muito diferentes.

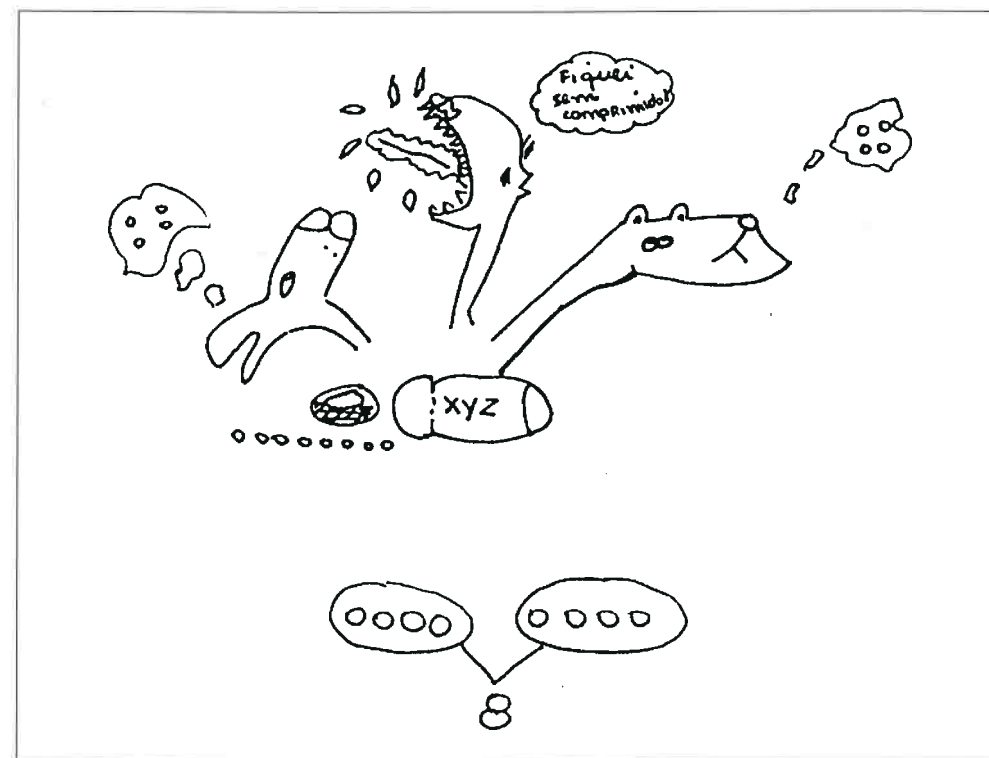
O problema A possui frases curtas e objetivas e não exige um pensamento mais elaborado para sua interpretação e resolução. Todos os dados de que o resolvidor necessita estão explícitos no texto de modo claro e na ordem em que devem ser usados. Além disso, pode ser resolvido pelo uso direto de um algoritmo e tem uma única resposta, que é numérica. Esse é o tipo mais comum de problema trabalhado nas aulas de matemática e geralmente encontrado em livros didáticos. Por apresentar as características citadas, ele é conhecido como *problema convencional*.

O problema B tem uma história com personagens, oferecendo uma situação inusitada. Isso motiva, encanta e envolve o aluno, quer pelo bom humor, quer pelo imaginário, pela fantasia. Exige que o aluno faça uma leitura mais cuidadosa do texto, selecione as informações, decida quais são essenciais para a resolução e utilize um pensamento muito mais elaborado na sua resolução do que no problema A, pois estimula o desenvolvimento de estratégias variadas de resolução, possibilitando, assim, um maior uso dos diferentes recursos de comunicação. O tra-

balho com o problema B favorece o desenvolvimento de diferentes modos de pensar além da aritmética, estimulando o raciocínio divergente, indutivo e lógico dedutivo nas aulas de matemática.

Vejamos algumas estratégias que podem ser usadas para resolver o problema B:

1. Desenhos:



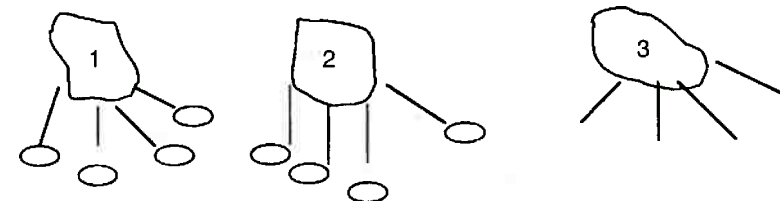
2. Algoritmos:

$$4 + 4 + 4 = 12$$

$$12 - 4 = 8$$

Havia 8 comprimidos.

3. Desenhos e algoritmo



$$2 \times 4 = 8$$

Oito comprimidos.

<sup>1</sup>Exemplos extraídos de Gwinner, P. "Pobremas": enigmas matemáticos. Petrópolis: Vozes, 1990.

## 4. Tabela

Cabeça 1	0 0 0 0
Cabeça 2	0 0 0 0
Cabeça 3	

Havia oito comprimidos no frasco.

## 5. Texto

*Cada uma das cabeças toma 4 comprimidos quando está com dor, precisamos de 12 comprimidos. Só, que ficou faltando comprimidos para uma cabeça, no frasco tinha apenas 8 comprimidos.*

**Camila** – 2ª série

Também é importante observar que este é um problema que possui mais de uma resposta possível:

Cabeça 1	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
Cabeça 2	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
Cabeça 3		0	0 0	0 0 0
Resposta:	8 comprimidos	9 comprimidos	10 comprimidos	11 comprimidos

De acordo com a leitura que se faz do texto, os alunos podem encontrar diferentes respostas para o problema. É muito comum eles encontrarem a resposta 8 quase de imediato, pois, quando lêem que faltaram comprimidos para uma cabeça, já “associa” isso a 4 comprimidos, ignorando o fato de que pode haver outras interpretações e, portanto, outras respostas possíveis.

No momento da discussão das diferentes resoluções, o professor pode solicitar a um aluno que coloque sua solução no quadro e perguntar se algum aluno fez de outra maneira ou se todos encontraram a mesma resposta. Caso apareçam outras soluções, estas podem ser colocadas no quadro e os alunos podem explicar como pensaram sobre o problema e chegaram a elas.

Caso apareça só uma resposta na classe, o professor pode interferir questionando: Será que só há essa resposta? E se tivesse 9 comprimidos no frasco? Vamos verificar o que aconteceria?

É importante que os alunos percebam que as quatro respostas são diferentes, porém todas estão corretas e resolvem o problema. Ao final da discussão e da socialização, eles devem ser incentivados a registrar no caderno as soluções que foram diferentes da sua.

Podemos, então, observar que, apesar de os dois problemas propostos aproximarem-se porque envolvem a idéia multiplicativa, o segundo exemplo é o que denominamos de um problema *não-convencional*, pelo fato de que possui várias soluções possíveis.

Uma vez que as características de um problema convencional são estar ligado a um conteúdo específico ou técnica; sempre ter solução e resposta única que,

em geral, é numérica; apresentar todos os dados de que o resolvidor necessita para sua resolução e não possuir dados supérfluos, denominamos um problema de não-convencional quando ele rompe com uma dessas características, como é o caso do exemplo anterior.

Ao trabalhar com os problemas não-convencionais, os alunos têm contato com diferentes tipos de textos e desenvolvem sua capacidade de leitura e análise crítica, pois, para resolver a situação proposta, é necessário voltar muitas vezes ao texto a fim de lidar com os dados e analisá-los, selecionando os que são relevantes e descartando aqueles supérfluos. Planejando o que fazer, como fazer, encontrando uma resposta e testando para verificar se ela faz sentido, o aluno compreende melhor o texto. Isto gera uma atitude que não é passiva e requer uma postura diferenciada frente à resolução de problemas.

A partir da exploração desses problemas, o professor pode iniciar um trabalho que leve os alunos a confrontarem opiniões e refletirem sobre a finalidade, a adequação e a utilização dos dados apresentados no texto, interpretando e analisando o problema com mais atenção.

É importante, ainda, ressaltar que a necessidade de entender uma situação, de considerar os dados fornecidos, de colecionar dados adicionais, de descartar dados irrelevantes, de analisar e obter conclusões a partir dos dados, de imaginar um plano para a resolução e, finalmente, de resolver e verificar a coerência da solução são procedimentos comuns tanto no entendimento de diferentes tipos de textos quanto nos problemas de matemática. Assim, o trabalho que aqui propomos pode auxiliar na interpretação de outros tipos de textos, como aqueles usados em outras disciplinas e fora dos limites da escola.

## DIFERENTES TIPOS DE PROBLEMAS

A seleção de diferentes tipos de problemas não pretende ser uma classificação, nem esgotar as formas que um problema não-convencional pode ter. Nosso objetivo é simplesmente auxiliar o trabalho em sala de aula e, especialmente, permitir ao professor que possa identificar dificuldades ou evitar que elas existam entre seus alunos ao trabalhar com resolução de problemas.

### Problemas sem Solução

Trabalhar com esse tipo de problema rompe com a concepção de que os dados apresentados devem ser usados na sua resolução e de que todo problema tem solução. Além disso, ajuda a desenvolver no aluno a habilidade de aprender a duvidar, a qual faz parte do pensamento crítico. Observemos os exemplos:

*Um menino possui 3 carrinhos com 4 rodas em cada um. Qual a idade do menino?*

Nesse tipo de problema, é comum que os alunos utilizem os números 3 e 4 para fazer uma “conta” e tentar encontrar, de qualquer maneira, a idade do menino. Isto ocorre, freqüentemente, porque eles estão habituados a resolver problemas convencionais, em que a única tarefa que desempenham é buscar um algoritmo para solucionar o problema, usando para isso os números apresentados no texto, sem analisá-los com maior atenção e reflexão.

Observe a seguinte resolução:



$$4 + 4 + 4 = 12$$

$$3 \times 4 = 12$$

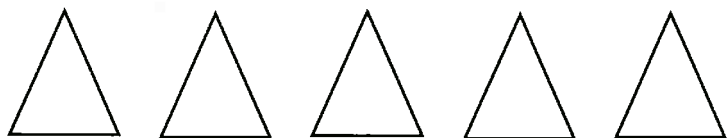
Esse é um problema sem solução, porque com os dados do texto não temos como saber a idade do menino, uma vez que faltam dados para que o problema possa ser resolvido. Vejamos um outro exemplo.

*Como eu posso dividir igualmente 2 gatos entre 3 pessoas?*

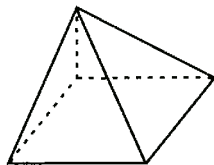
Nesse caso, o problema não tem solução porque a pergunta é inadequada ao contexto, isto é, a própria situação torna o problema impossível de ser resolvido. No entanto, 2 pode ser dividido por 3 se no texto do problema trocarmos gatos por barras de chocolate e, nesse caso, teríamos uma situação com solução possível.

É importante observar que uma mesma operação com os mesmos dados pode não gerar a mesma resposta por causa dos diferentes contextos. Contudo, podemos ter ainda outros casos de problemas sem solução por motivos diversos.

*Monte uma pirâmide de base quadrada usando os 5 triângulos abaixo.*



Esse é um exemplo de problema sem solução por causa de uma impossibilidade de matemática, pois não conseguimos construir uma pirâmide de base quadrada com cinco triângulos iguais. Para isso, necessitamos de um quadrado e quatro triângulos iguais e adequados. Podemos propor aos alunos que tornem o problema possível, e uma alternativa é trocar um dos triângulos por um quadrado.



Os professores podem elaborar problemas sem solução para seus alunos, transformando os textos de alguns dos problemas convencionais encontrados nos livros didáticos. Isto pode ser feito trocando-se a pergunta de tal forma, que os dados impeçam a resposta ou a partir de uma mudança do contexto ou, ainda retirando-se alguns dados e incluindo-se condições extras que tornem a situação impossível de ser resolvida.

Por exemplo, o problema convencional:

*Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média e cada um leva 4 pessoas. Quantos minutos ficarei na fila?*

Pode transformar-se nos seguintes problemas sem solução:

*Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média. Quantos minutos ficarei na fila?*

*Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média e cada um leva 4 pessoas. Quantos carrinhos estão nos trilhos da montanha russa?*

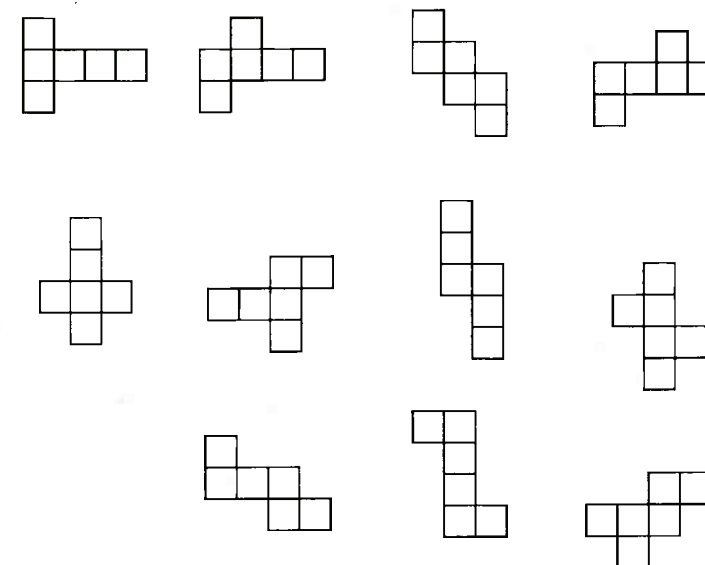
### Problemas com Mais de uma Solução

O uso desse tipo de problema nas aulas de matemática rompe com a crença de que todo problema tem uma única resposta, bem como com a crença de que há sempre uma maneira certa de resolvê-lo e que, mesmo quando há várias soluções, uma delas é a correta. Como vimos, nem todos os problemas têm solução e, quando têm, ela pode não ser única.

O trabalho com problemas com duas ou mais soluções faz com que o aluno perceba que resolvê-los é um processo de investigação do qual ele participa como ser pensante e produtor de seu próprio conhecimento. Vejamos alguns exemplos desse tipo de problema:

*Dados seis quadrados iguais, construir uma planificação para o cubo.*

Existem 11 possíveis soluções para esse problema e, em classe, os alunos podem ser incentivados a encontrar algumas delas.



Um outro exemplo:

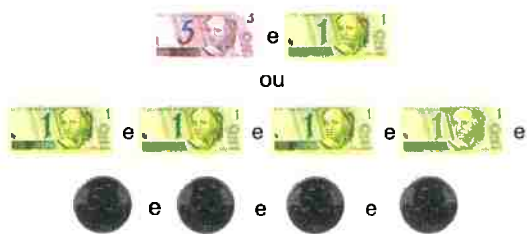
*Eu e você temos juntos 6 reais. Quanto dinheiro eu tenho?*

Algumas resoluções possíveis são:

Organizar os dados em uma tabela:

Eu	Você	Total
0	6	6
1	5	6
2	4	6
3	3	6
4	2	6
5	1	6
6	0	6

Fazer um desenho:



De acordo com a série na qual é proposto, esse problema pode ter diferentes respostas. Em uma 1ª série, os alunos podem usar notas, moedas ou desenho para resolvê-lo. Em uma 2ª série, podem usar uma tabela. Já na 3ª ou 4ª séries, eles podem usar números decimais, aumentando em muito o número de respostas possíveis:

Eu:  $0,10+0,50+0,05+0,05+0,05+0,05$

Você:  $0,05+0,05+0,05+0,05+5,0$

Eu e você:  $0,10+0,50+0,05+0,05+0,05+0,05+0,05+0,05+0,05+0,05+5,0 = 6$

Esses problemas também podem ser obtidos a partir de alguns textos de problemas convencionais, alterando-se algumas das condições do texto ou a pergunta. Por exemplo, usando o problema da montanha russa, podemos perguntar:

*Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média e alguns carrinhos levam 4 pessoas e outros levam 6 pessoas. Quantos minutos ficarei na fila?*

### Problemas com Excesso de Dados

Nesses problemas, nem todas as informações disponíveis no texto são usadas em sua resolução.

Trabalhar com eles rompe com a crença de que um problema não pode permitir dúvidas e de que todos os dados do texto são necessários para sua resolução. Além disso, evidencia ao aluno a importância de ler, fazendo com que aprenda a selecionar dados relevantes para a resolução de um problema.

Esse tipo de problema aproxima-se de situações mais realistas que o aluno deverá enfrentar em sua vida, pois, na maioria das vezes, os problemas que se apresentam no cotidiano não são propostos de forma objetiva e concisa. Nesses casos, o resolvidor terá pela frente, em geral, uma situação confusa, cheia de informações supérfluas que devem ser identificadas e descartadas.

Para trabalhar com esse tipo de problema, o professor pode acrescentar alguns dados numéricos ou não a um problema convencional e explorar esse novo texto. Vejamos o exemplo abaixo:

*Caio tinha 2 dúzias de bolinhas de gude. No final do jogo com Júnior, Caio perdeu um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou com o triplo de bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha no início do jogo?*

*Caio é um garoto de 6 anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo ele havia perdido um quarto de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha o triplo de bolinhas de Caio. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo?*

Nos dois problemas, a estrutura matemática de resolução é exatamente a mesma; porém, na segunda versão há uma série de dados desnecessários que devem ser descartados para a resolução.

Também há características desse tipo naqueles problemas que envolvem uma história e que, em geral, para descrever o ambiente, o enredo e os personagens da história utilizam informações textuais desnecessárias para a resolução matemática. Tais elementos requerem do leitor uma atenção maior para a seleção do que é relevante para obter a resposta do problema. Observe um exemplo:

*Horripilante Pânicos é uma assombração. Ela tem um cão fantasma, o Ossinho. Todas as sextas-feiras eles passeiam pelos cemitérios e viram as cruzes das covas. Às quintas, assombra os vampiros. Às terças, assustam os monstros. No resto da semana eles estão mortos de cansaço e descansam. Em quais dias da semana eles descansam sabendo-se que aos domingos Horripilante lava o seu lençol?*<sup>2</sup>

Outra maneira de propor problemas com excesso de dados é a partir de tabelas, artigos de jornais ou revistas, anúncios de vendas e gráficos. Estas são algumas das fontes bastante usadas para organizar e comunicar informações que envolvem muitos dados numéricos e por isso, permitem a formulação de perguntas que requerem a seleção de alguns dos vários dados para a obtenção da resposta. Alguns exemplos:

*José controla o número de torcedores que assistem aos jogos de futebol no estádio de sua cidade nos fins de semana. Veja os números do mês de junho:*

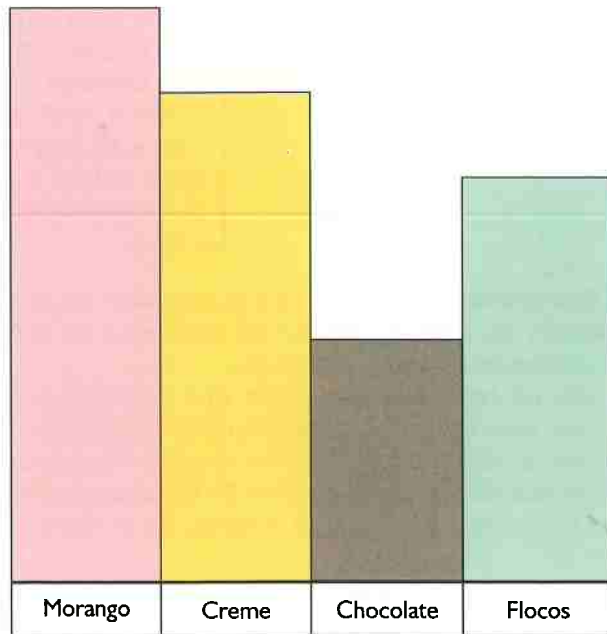
<sup>2</sup>Extraído de Gwinner, P. "Pobremas": enigmas matemáticos. Petrópolis: Vozes, 1990.

1º Sábado	12 525	3º Sábado	8 604
1º Domingo	22 086	3º Domingo	33 421
2º Sábado	13 467	4º Sábado	11 305
2º Domingo	34 558	4º Domingo	25 660

Quantos ingressos foram vendidos no último final de semana?

Em qual final de semana o estádio recebeu mais torcedores?

A classe de Caio fez uma votação sobre o sabor de sorvete predileto dos alunos e fez um gráfico com os totais dos votos. Observe o gráfico e responda:



Qual deve ser o título deste gráfico?

Quantos alunos preferem o sabor morango?

Quantos alunos tem a classe de Caio?

Observe este anúncio de supermercado. O que você compraria com 20 reais de modo a gastar o máximo desse dinheiro? Qual seria o troco?

**o MELHOR EM HORTIFRUTI TODA QUARTA PRA VOCÊ!**

# SUPER FEIRA

<p>Coqui Chocolate kg <b>0,68</b></p>	<p>Abacaxi un. <b>0,94</b></p>	<p>Abacate kg <b>0,21</b></p>	<p>Limão kg <b>0,16</b></p>	<p>Maçã Nacional Gala kg <b>0,84</b></p>
<p>Uva Ital. Embalada kg <b>1,59</b></p>	<p>Uva Rubi Embalada kg <b>1,69</b></p>	<p>Banana Nanica kg <b>0,35</b></p>	<p>Melancia Un. <b>1,76</b></p>	
<p>Ovos Gde. Bco. Dz. <b>1,09</b></p>	<p>Chuchu kg <b>0,15</b></p>	<p>Berinjela kg <b>0,69</b></p>	<p>Maracujá Azedo kg <b>1,19</b></p>	<p>Cenoura kg <b>0,82</b></p>
<p>Pimentão Vermelho kg <b>0,82</b></p>	<p>Pepino Comum kg <b>0,40</b></p>	<p>Milho Verde band. c/5 <b>0,85</b></p>	<p>Mamão Formosa kg <b>0,34</b></p>	<p>Pera Imp. Willian kg <b>1,84</b></p>
<p>Pimentão Verde kg <b>0,59</b></p>				

Leia com atenção esta notícia (Revista Época, n. 94, março de 2000) e depois responda:

FRANCES JONES, DE PARIS

### Tramas urbanas

#### Londres foi a primeira cidade a adotar o metrô

O primeiro metrô do mundo nasceu nos subterrâneos de Londres, em 1863. Hoje tem 401 quilômetros de extensão e reafirma a cada minuto a pontualidade britânica. Sua malha supera em quase cinco vezes as linhas exis-

tentes no Brasil. Antes de Paris, Atenas, Istambul, Budapeste, Glasgow e Viena já operavam trens urbanos.

O metrô de Buenos Aires foi o primeiro da América do Sul. Inaugurado em 1913, o sistema argentino surgiu nove anos depois da rede de Nova York. O de São Paulo, um dos mais caros do mundo, começou a funcionar em 14 de setembro de 1974. Mais de 60 anos depois do similar argentino.

- Quantos anos tem o primeiro metrô do mundo?
- Segundo a notícia, aproximadamente, quantos quilômetros de metrô o Brasil possui?
- Em que ano surgiu o metrô de Nova York?
- Quantos anos o metrô de Nova York tem a mais que o de São Paulo?
- Qual o significado da frase "reafirma a cada minuto a pontualidade britânica"?

### Problemas de Lógica

Estes são problemas que fornecem uma proposta de resolução cuja base não é numérica, que exigem raciocínio dedutivo e que propiciam uma experiência rica para o desenvolvimento de operações de pensamento como previsão e checagem, levantamento de hipóteses, busca de suposições, análise e classificação.

O método de tentativa e erro, o uso de tabelas, diagramas e listas são estratégias importantes para a resolução de problemas de lógica. Além da exigência de usar uma dessas estratégias não-convencionais para sua resolução, os problemas de lógica, pelo inusitado das histórias e pela sua estrutura, estimulam mais a análise dos dados, favorecem a leitura e interpretação do texto e, por serem motivadores, atenuam a pressão para obter-se a resposta correta imediatamente.

Exemplos desse tipo de problema são:



Alicé, Bernardo, Cecília, Otávio e Rodrigo são irmãos. Sabemos que:

- Alicé não é a mais velha
- Cecília não é a mais nova
- Alicé é mais velha que Cecília
- Bernardo é mais velho que Otávio
- Rodrigo é mais velho que Cecília e mais moço que Alicé.

Você pode descobrir a ordem em que nasceram esses 5 irmãos?

Resposta: Do mais velho ao mais novo: Bernardo, Alicé, Rodrigo, Cecília e Otávio

Mariana tem 3 chapéus, um amarelo com flores, um vermelho e outro azul.

Ela empresta seus chapéus à sua prima Raquel.

Hoje elas foram juntas a uma festa usando chapéus.

Siga as pistas e descubra que chapéu cada uma delas usou.

Quando chove Mariana não usa seu chapéu predileto que é vermelho.

O chapéu com flores não serve para Raquel.

Hoje choveu o dia todo.

Quando Mariana usa seu chapéu amarelo ela não sai com Raquel.

Resposta: Mariana com o chapéu azul e Raquel com o vermelho.

Uma fonte desse tipo de problemas são os almanaques e as revistas infantis, os quais os apresentam como desafios. Algumas sugestões dessas publicações estão no final deste capítulo.

Os tipos de problemas apresentados até aqui foram classificados desse modo porque existem algumas habilidades e funções específicas que não podem deixar de ser trabalhadas para romper com algumas crenças que mudem a postura do aluno diante da resolução de problemas. Existem outras classificações possíveis, que podem ser vistas e trabalhadas, e dentro delas outros tipos de problemas não-convencionais como os que mostraremos a seguir:

### Outros Problemas Não-Convencionais

Alguns problemas são mais favoráveis à problematização que outros; no entanto, depende do professor conhecer o potencial do problema para encaminhar os questionamentos de acordo com seus objetivos e o envolvimento dos alunos. Um exemplo é o problema a seguir que, além de ter várias soluções, pode transformar-se em novos problemas interessantes com a alteração de alguns de seus dados.

*Preencher as quadrículas da figura abaixo, usando os algarismos de 1 a 9, sem repeti-los, de tal modo que a soma dos números na horizontal, vertical e diagonal do quadrado seja 15.*


Em geral, as pessoas buscam imediatamente a solução por tentativas. Porém, como o enunciado é propositadamente impreciso, algumas pessoas não usam todos os números de 1 a 9, repetindo alguns deles; outras demoram a compreender o que foi pedido.

Nesse momento, surge a necessidade de esclarecer o enunciado de modo que todos trabalhem no mesmo problema. Salienta-se, assim, o primeiro passo da resolução de um problema: a compreensão do que é dado e do que é pedido. A seguir, procede-se à análise da solução, questionando-se:

6	1	8
7	5	3
2	9	4

- *Esta é a única solução?*
- *Como ela foi encontrada?*
- *O que ela tem de característica?*

Muitos alunos dizem que a solução não é única e apresentam outras:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

8	3	4
1	5	9
6	7	2

8	1	6
3	5	7
4	9	2

O importante é que, ao final da discussão, todos observem que as características das respostas são: o número 5 ocupa o centro do quadrado e, uma vez que esse número esteja colocado, os outros se encaixam; os números pares ocupam os cantos do quadrado e os ímpares estão nas casas intermediárias; dado qualquer um desses quadrados, fica fácil obter os outros, fazendo-se trocas convenientes de posições (rotação dos lados do quadrado).

É possível discutir o próprio problema proposto, perguntando-se:

- *Multiplique os números da primeira linha por 2. O quadrado continua sendo mágico? Por quê?*
- *Se multiplicarmos os números das linhas por 5, o que acontecerá com esse quadrado? Qual será sua soma? Ele será mágico?*
- *Multiplique cada número do quadrado por uma mesma quantidade. O que acontece com a soma? Ele continua sendo um quadrado mágico?*
- *Isto também acontece com as demais operações?*

Cabe ainda questionar:

- *É possível construir quadrados mágicos com outros números?*

É interessante observar que a resposta é "sim" e que as justificativas, quando solicitadas, são imprecisas e pouco satisfatórias. Um exemplo é construir um quadrado mágico usando os algarismos de 0 a 8 sem repeti-los:

7	0	5
2	4	6
3	8	1

O que deve ficar claro é a criação de novas questões a partir de uma situação simples, levando a perguntas que talvez não possam ser respondidas em uma abordagem inicial, mas que podem ser retomadas mais tarde.

O professor pode notar que este é um problema que por si só solicita uma estratégia para sua resolução que não é o algoritmo. Ele pode ser um problema de investigação se o professor, através da sua atitude, da sua postura frente ao problema, elabora novas perguntas que conduzem o aluno à busca por novas soluções.



O problema a seguir é o que denominamos de problema de estratégia, pois sua solução depende de combinar as informações do texto de forma adequada:

*Um homem precisa levar uma raposa, uma galinha e um cesto de milho até a outra margem do rio. O problema é que ele só pode levar uma dessas coisas de cada vez. Levando o cesto de milho, a raposa comerá a galinha. Se ele levar a raposa, a galinha come o milho. Como você faria para resolver esse problema?*

*Leva a galinha, porque se levar a raposa a galinha come o milho, depois eu levaria a raposa e a amarraria numa árvore. E por último o milho e não iria deixar a galinha comer o milho. Thiago – 3ª série*

*Na primeira viagem eu levaria a galinha, porque a galinha não seria atacada e nem comeria o milho. A raposa ficaria amarrada e o milho protegido para ninguém comê-lo. Quando eles chegassem do outro lado da margem o homem amarraria a galinha.*

*Na segunda viagem eu levaria a raposa e a deixaria bem longe, presa num cercado. E na terceira viagem eu levaria o milho. Carol – 3ª série*

As soluções das crianças são possíveis e interessantes apesar de diferirem da resolução clássica: – na primeira viagem levar a galinha, na segunda levar a raposa e trazer a galinha de volta, na terceira viagem levar o milho e, finalmente na quarta viagem levar a galinha.

Cabe ao professor discutir com os alunos as diversas soluções apresentadas. (ver Capítulo 7)

Nos dois exemplos abaixo, a resolução também depende da escolha de uma estratégia, mas elas são bem diversas da anterior. No primeiro exemplo, é interessante fazer um desenho ou pensar de trás para a frente, isto é, começar do fim da história para o começo. No segundo exemplo, é mais fácil tentar resolver primeiro um problema mais simples com números menores para elaborar um modo de resolver o problema com os números dados.

*Um elevador parte do andar térreo. Ao chegar ao 3º andar, descem 5 pessoas, no 4º andar descem 2 pessoas e sobem 4, no 7º andar desce 1 pessoa e sobem 3. No último andar descem 7 pessoas e o elevador fica vazio. Quantas pessoas estavam no elevador no andar térreo quando ele começou a subida?*

Resposta: 8 pessoas.

*Numa festa estão 10 convidados e todos eles se cumprimentam com um aperto de mão. Quantos apertos de mão serão dados?*

Resposta: 45 apertos de mão.

## MONTANDO UMA PROBLEMOTECA

Uma das maiores dificuldades que o professor encontra é localizar problemas não-convencionais. Portanto, para trabalhar com essa diversidade de problemas, ele pode montar uma *problemoteca*.



A *problemoteca* é uma coleção organizada de problemas colocada em uma caixa ou fichário, com fichas numeradas que contêm um problema e que podem trazer a resposta no seu verso, pois isso possibilita a autocorreção e favorece o trabalho independente.

Para que os alunos sintam-se desafiados a resolvê-los, os problemas devem ser variados e não-convencionais. Por isso, a coleção de problemas deve ser avaliada periodicamente, excluindo-se problemas muito difíceis ou fáceis demais e aqueles que não motivaram os alunos. Também é possível a inclusão de novos problemas, alguns deles propostos ou elaborados pelos próprios alunos.

Uma outra possibilidade é o professor e os alunos montarem um banco de problemas no computador, o que torna a escolha e a troca de problemas muito mais rápida e permite constantes atualizações do acervo.

A *problemoteca* pode ficar à disposição em um canto da classe e, sempre que houver trabalho diversificado, os alunos que desejarem poderão procurar problemas para resolver ou utilizar os que o professor indicar, anotando no caderno o número da ficha, os dados do enunciado e a resolução.

Relembrando a importância da comunicação na sala de aula, as fichas da *problemoteca* podem ser resolvidas em duplas, em grupos ou mesmo individualmente. O que se espera é que, à medida que os alunos tiverem clareza de que o objetivo do trabalho independente é favorecer sua autonomia, eles irão desenvolver, aos poucos, a postura de tentar resolver sozinhos, ou com a ajuda de colegas, possíveis dúvidas encontradas nas atividades propostas.

## COMENTÁRIOS FINAIS

Cada um dos tipos de problema apresentados neste capítulo são sugestões para o professor usar nas aulas de matemática de acordo com a necessidade dos alunos.

Entretanto, é preciso ficar claro que não devemos trabalhar com os diversos tipos de uma só vez na mesma semana. A resolução desses problemas deve estar presente ao longo de todo o curso de maneira diversificada e pertinente.

Cada momento na resolução dos problemas deve ser de investigação, descoberta, prazer e aprendizagem. A cada proposta de resolução, os alunos devem ser encorajados a refletir e analisar detalhadamente o texto, estabelecendo relações entre os dados numéricos e os outros elementos que o constituem e também com a resposta obtida, percebendo se esta é ou não coerente com a pergunta e com o próprio texto.

Optamos por trabalhar com essa diversidade de problemas para que o aluno possa mudar sua postura diante da resolução de problemas, desmistificando as crenças citadas e analisadas ao longo deste capítulo. Com isso, almejamos que ele desenvolva seu senso crítico, seu espírito de investigação e sua autonomia na resolução de problemas, tornando-se um indivíduo capaz de enfrentar, observar, discutir e deduzir os desafios, perseverando na busca de caminhos para possíveis soluções.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BUSHAW, D. *Aplicações da matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.  
KRULIK, S. et al. *A Resolução de Problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997.  
POZO, J. I. *A solução de problemas*. Porto Alegre: Artes Médicas (Artmed), 1998.

## SUGESTÃO DE LIVROS E REVISTAS PARA PROBLEMAS NÃO-CONVENCIONAIS

- BÜRGES, B.; PACHECO, E. *Problemas matemáticos*. São Paulo: Moderna, 1998.  
DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de matemática*. São Paulo: Ática, 1996.  
GONIK, T. *Truques e quebra-cabeças com números*. São Paulo: Tecnoprint, 1978.  
GWINNER, P. *"Pobremas": enigmas matemáticos*. Petrópolis: Vozes, 1990. v.1, 2 e 3.  
IMENES, L. M. *Problemas curiosos*. São Paulo: Scipione, 1989.  
JULIUS, E. H. *Aritmetruques*. Campinas: Papirus, 1997.  
O'BRIEN, T. *Desafios e investigações*. São Paulo: Callis, 1998. v.1 e 2.  
SNAPE, C.; SCOTT, H. *Enigmas matemáticos*. Lisboa: Gradiva, 1994.  
TOVAR, P. C. (Org.). *O livro de ouro de quebra-cabeças*. São Paulo: Tecnoprint, 1978.  
TYLER, J.; ROUND, G. *Enigmas com números*. Lisboa: Gradiva, 1980.

## REVISTAS

- Zá. Editora Pinus. Rua Alvarenga, 2382. São Paulo – SP CEP 05509 – 006. Fone (11) 816-4933. Fax (11) 210-4574.  
*Ciência Hoje das Crianças*. Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência. Rua Venceslau Brás, 71, fundos casa 27. Rio de Janeiro – RJ. CEP 22290 – 140. Fone (21) 295-4846. Fax (21) 541 – 5342.  
*Recreio*. Fundação Victor Civita – Editora Abril. Av. Nações Unidas, 7221, 20º andar. São Paulo – SP CEP 05477 – 000. Fone 0800 11 20 55. Fax (11) 3037 – 4322.  
*Galileu*. Editora Globo. Av. Jaguaré, 1485. São Paulo – SP CEP 053446 – 902. Fone (11) 3767-7758. Fax (11) 3767-7755.  
*Superinteressante* – Editora Abril. Rua Geraldo Flausino Gomes, 61. São Paulo – SP CEP 045573 – 900. Fone (11) 534-5344. Fax. (11) 534-5638.