

PGF5312 - 2 FUNDAMENTOS DE PROCESSAMENTO DIGITAL DE IMAGENS MÉDICAS

Aula 19 - FILTROS NO DOMÍNIO DE FREQUÊNCIAS E ESPACIAL

Paulo R. Costa

Grupo de Dosimetria das Radiações
e Física Médica

Instituto de Física - USP



O que veremos hoje

- Filtros no domínio de frequências
- Filtro Butterworth passa baixas
- Filtros passa baixas gaussianos
- Filtros corta-banda
- Filtros direcionais
- Laplaciano no domínio de frequências

- Filtros no domínio espacial
- Gradiente e filtros de evidenciamento de bordas



O que veremos hoje

- Filtros no domínio de frequências
- Filtro Butterworth passa baixas
- Filtros passa baixas gaussianos
- Filtros corta-banda
- Filtros direcionais
- Laplaciano no domínio de frequências

- Filtros no domínio espacial
- Gradiente e filtros de evidenciamento de bordas



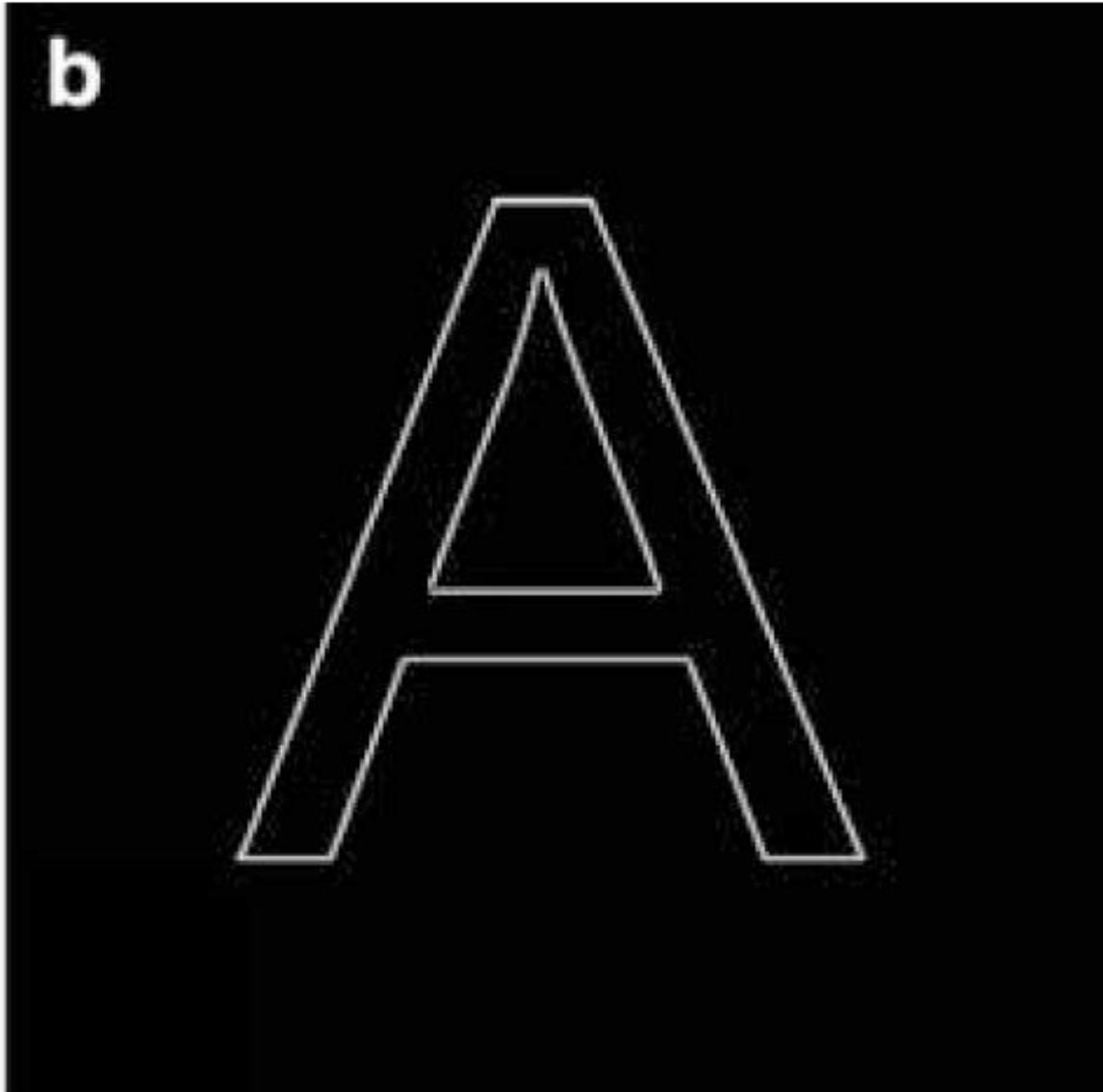
- Modificar a transformada de Fourier de uma imagem
- Cálculo da inversa para obter o resultado.

$$g(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}[H(u, v)F(u, v)]$$

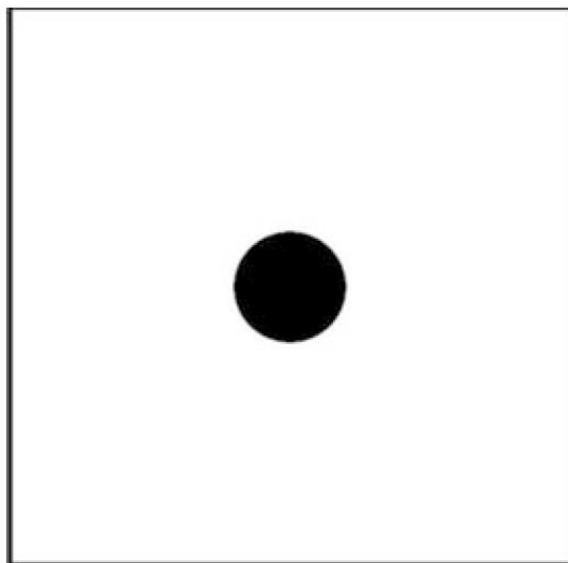
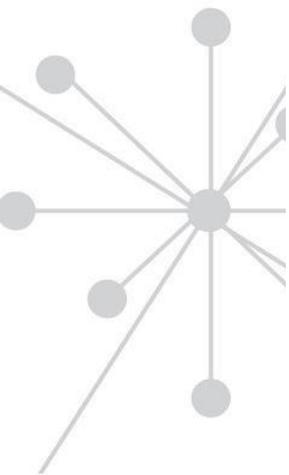
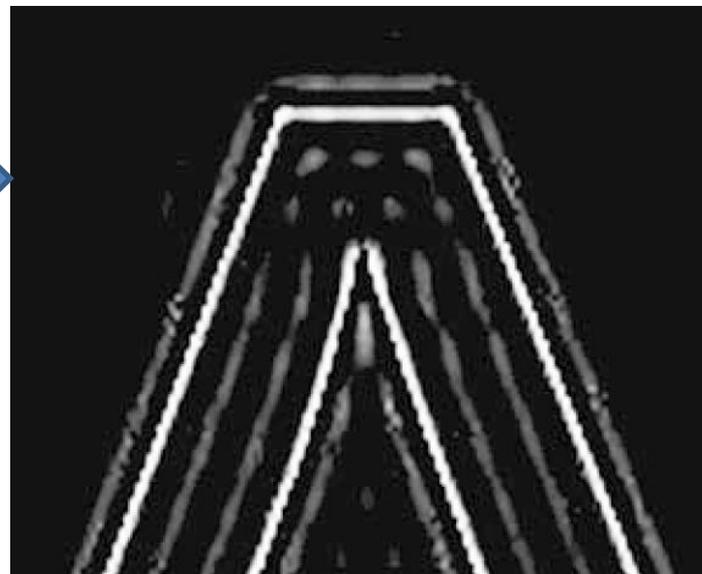
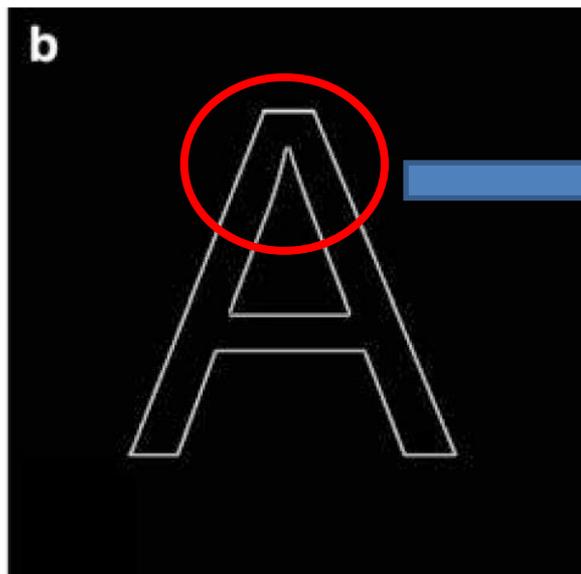
- onde $H(u, v)$ é a função de filtro
- $F(u, v)$ é a TF da imagem original
- $g(x, y)$ é a imagem filtrada.

Matrizes de
mesmo tamanho

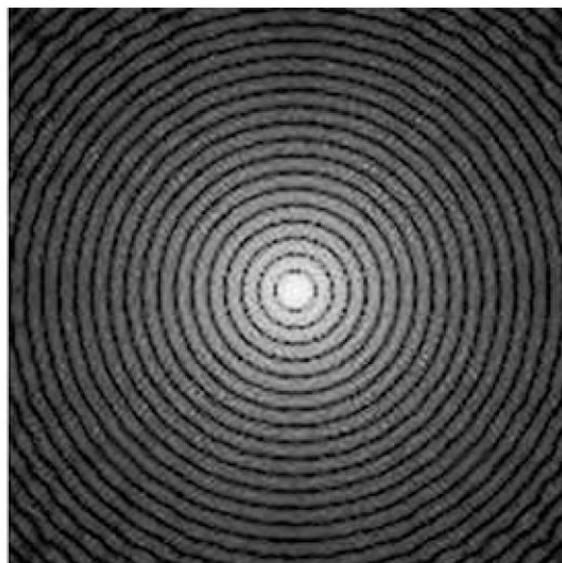
Lembrando de um exemplo do início do curso



Lembrando de um exemplo do início do curso



FT



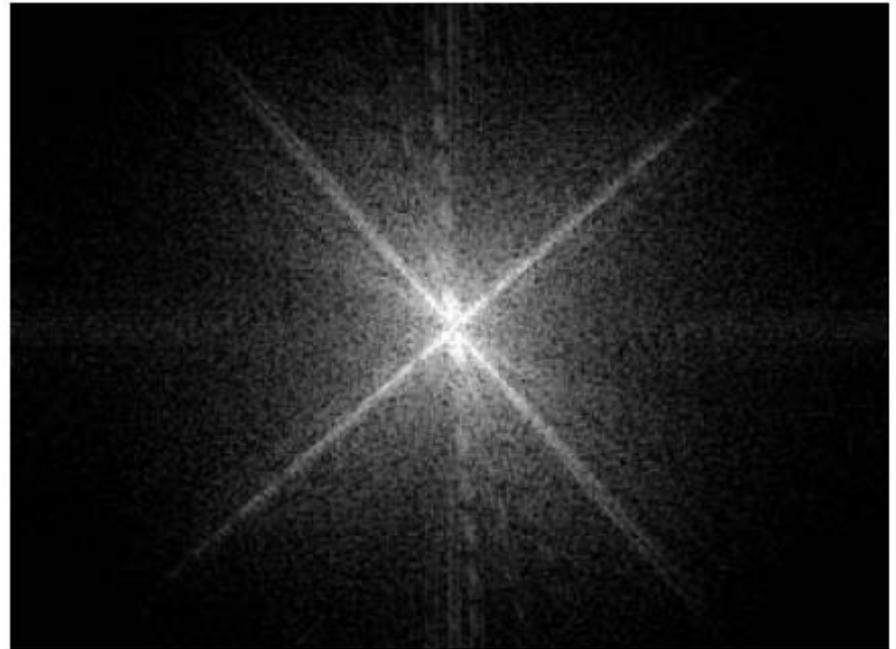
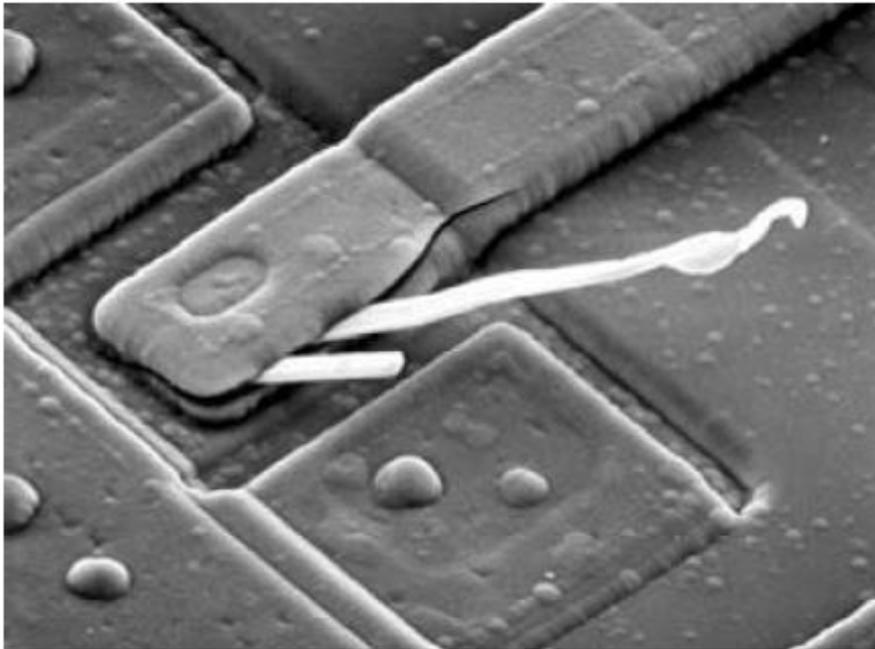
- Exemplo:

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & u = 0 \text{ e } v = 0 \\ 1 & \forall u, v \end{cases}$$

- Mas o termo DC é responsável pela intensidade média de uma imagem

$$F(0,0) = MN \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) = MN \bar{f}(x, y)$$

- Fazendo esse termo igual a zero, reduz-se a intensidade média da imagem de saída para zero.

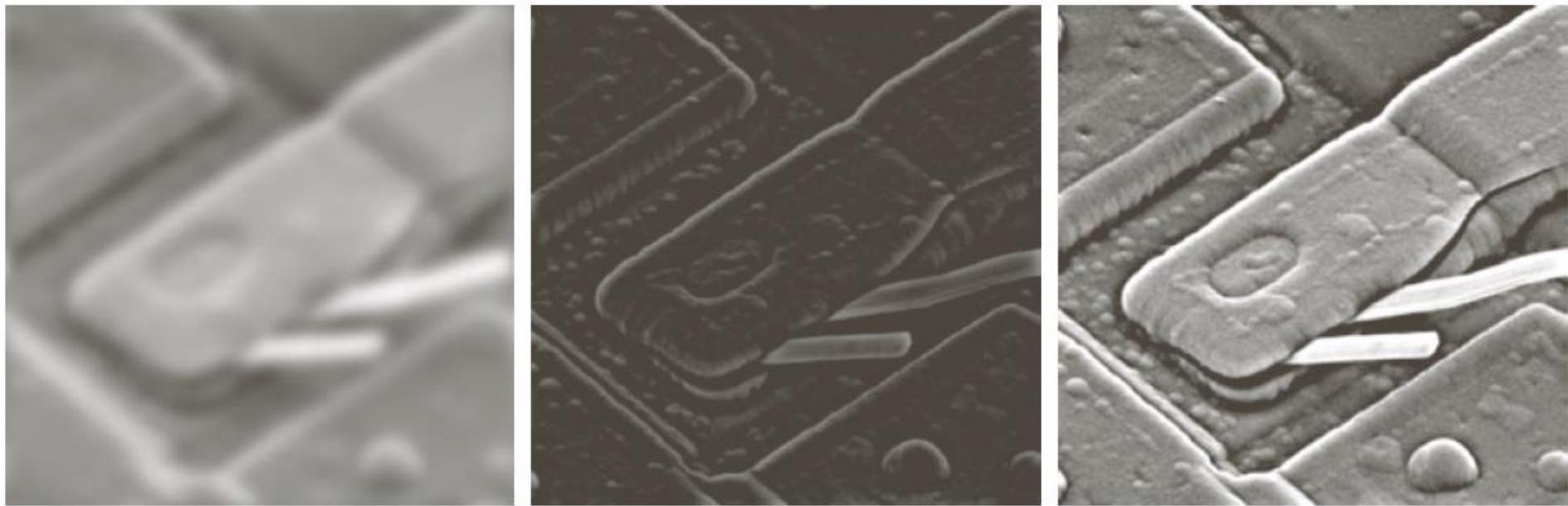
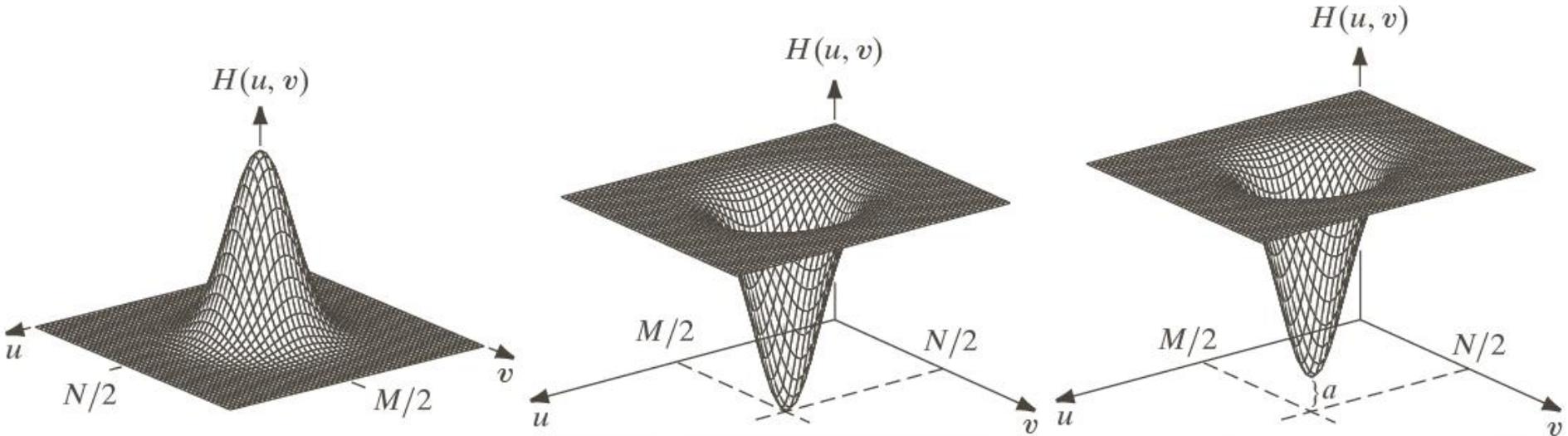


a b

FIGURE 4.29 (a) SEM image of a damaged integrated circuit. (b) Fourier spectrum of (a). (Original image courtesy of Dr. J. M. Hudak, Brockhouse Institute for Materials Research, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada.)

FILTRAGEM NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

- Baixas frequências na transformada
 - componentes que variam "lentamente" na imagem
- Altas frequências são causadas por transições agudas em intensidade
 - tais como bordas e ruídos
- Filtros que atenuam altas frequências
 - *low pass filter*
 - borramento
- Filtros que permitem altas frequências
 - *high pass filter*
 - melhorar os detalhes de bordas, mas causa redução no contraste da imagem



a	b	c
d	e	f

Fonte: Gonzalez&Woolds – 3ª. Ed

FIGURE 4.31 Top row: frequency domain filters. Bottom row: corresponding filtered images obtained using Eq. (4.7-1). We used $a = 0.85$ in (c) to obtain (f) (the height of the filter itself is 1). Compare (f) with Fig. 4.29(a).

O que veremos hoje

- Filtros no domínio de frequências
- **Filtro Butterworth passa baixas**
- Filtros passa baixas gaussianos
- Filtros corta-banda
- Filtros direcionais
- Laplaciano no domínio de frequências

- Filtros no domínio espacial
- Gradiente e filtros de evidenciamento de bordas



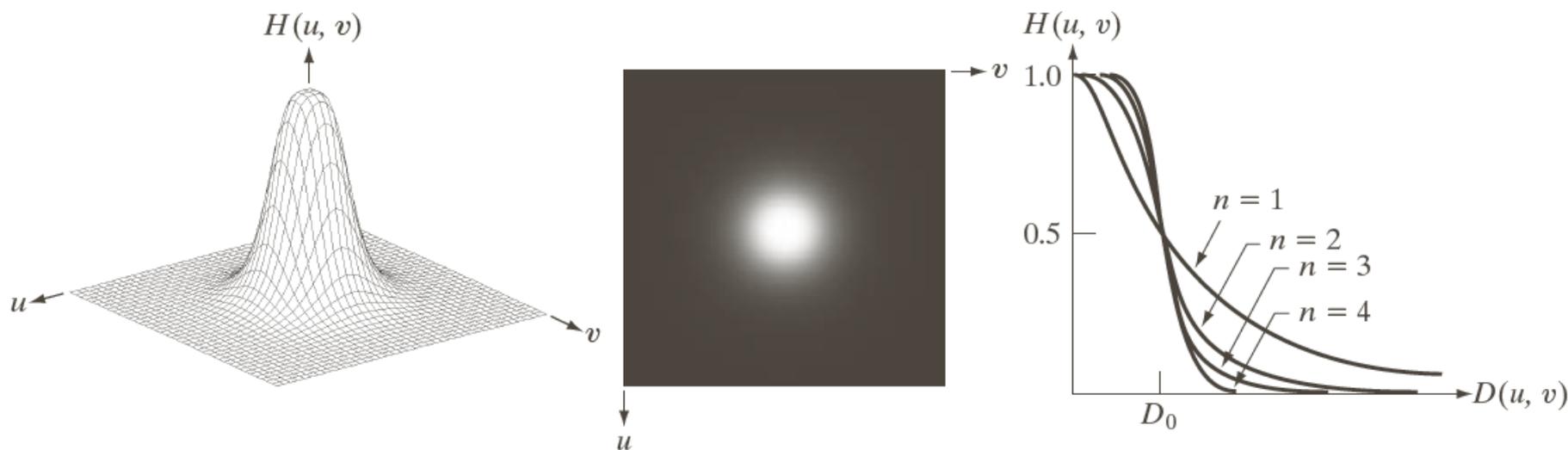
- Filtro de passa baixa Butterworth (BLPF)
 - de ordem n ,
 - frequência de corte a uma distância D_0 da origem:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}} \quad \begin{array}{l} P \geq 2M - 1 \\ Q \geq 2N - 1 \end{array}$$


$$D(u, v) = [(u - P/2)^2 + (v - Q/2)^2]^{1/2}$$

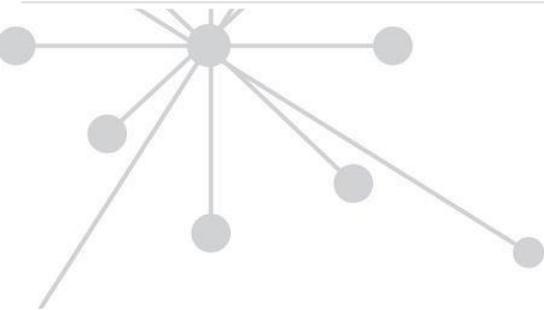
- BLPF não tem descontinuidade aguda
 - fornece uma clara linha de corte entre as frequências passantes e filtradas.

FILTRO BUTTERWORTH PASSA BAIXAS

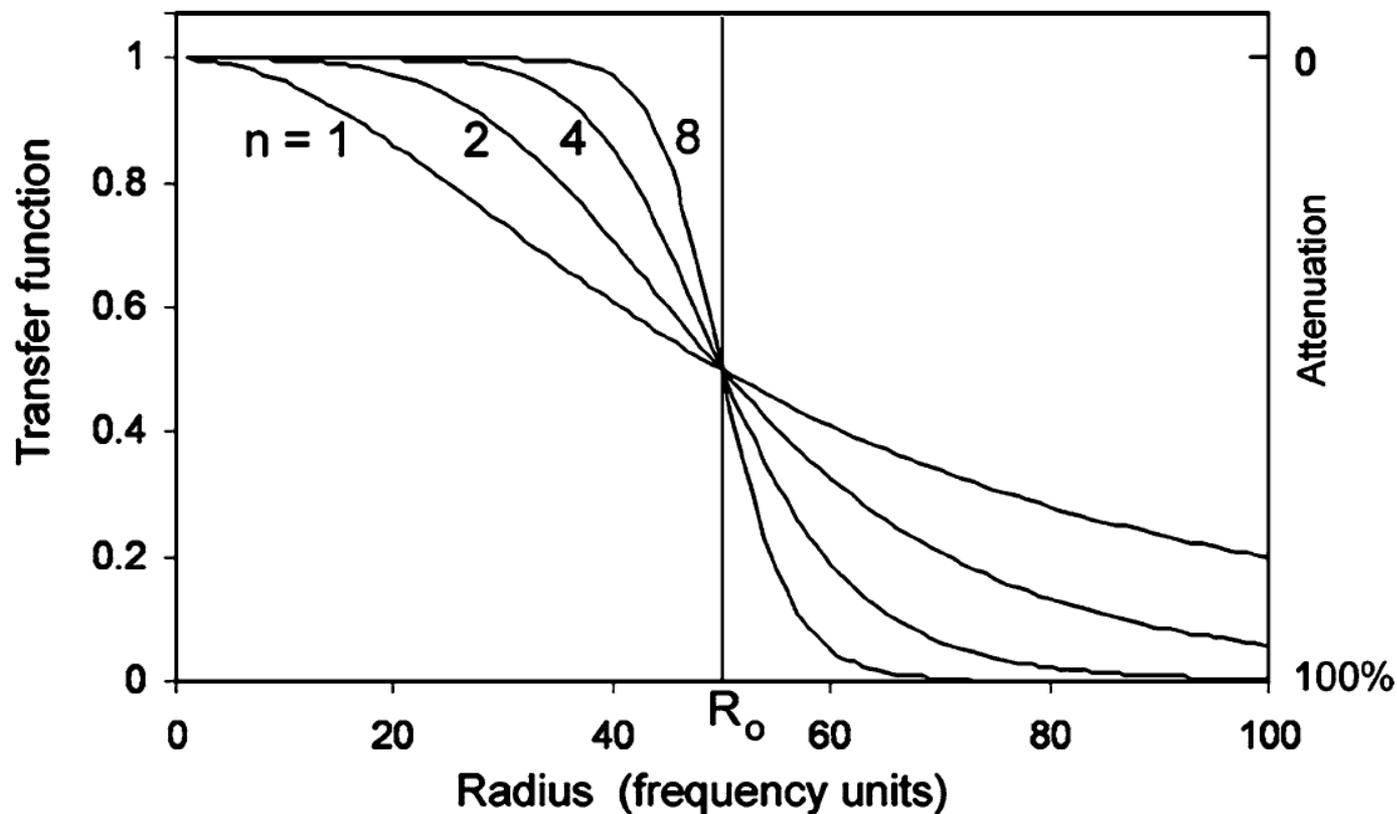


a b c

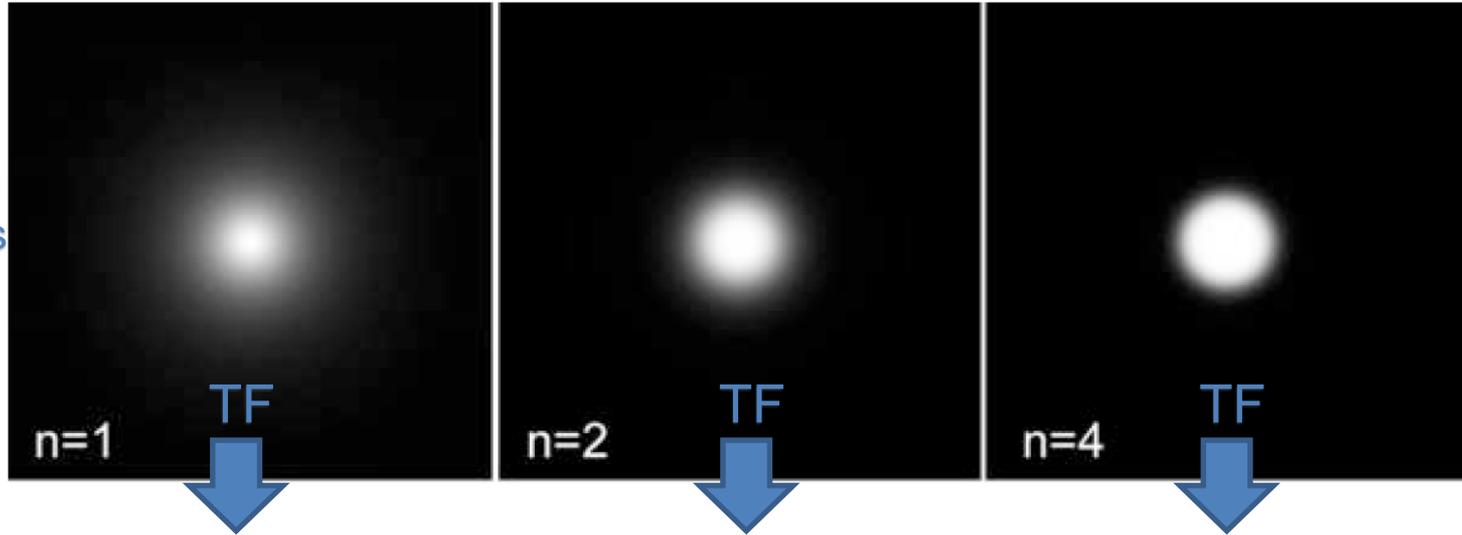
FIGURE 4.44 (a) Perspective plot of a Butterworth lowpass-filter transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections of orders 1 through 4.



FILTRO BUTTERWORTH PASSA BAIXAS



Domínio de
frequências



Domínio de
espacial



Artefato
de anel

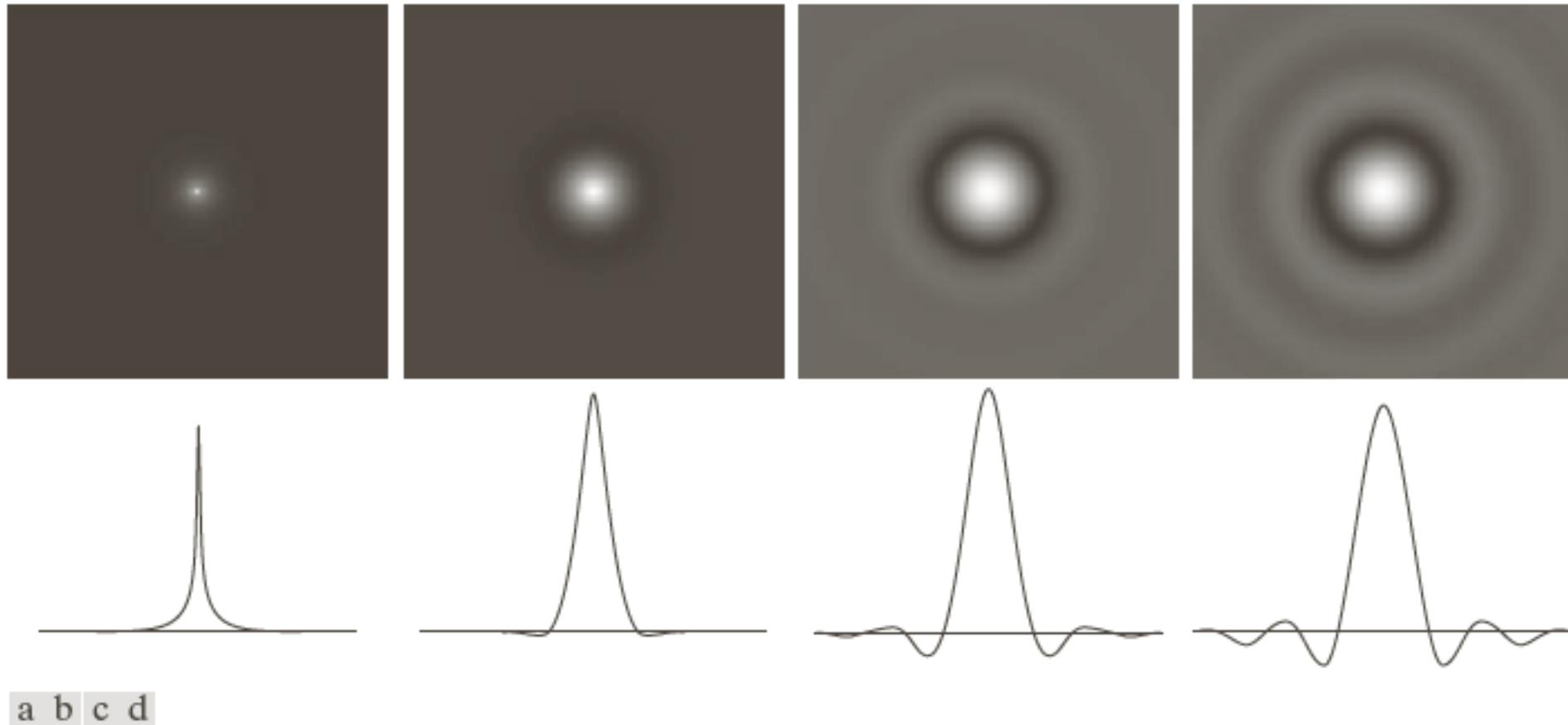
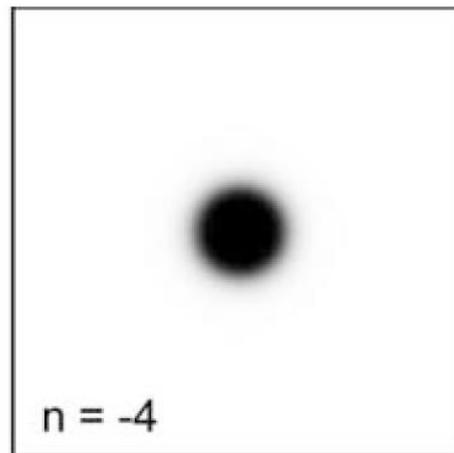
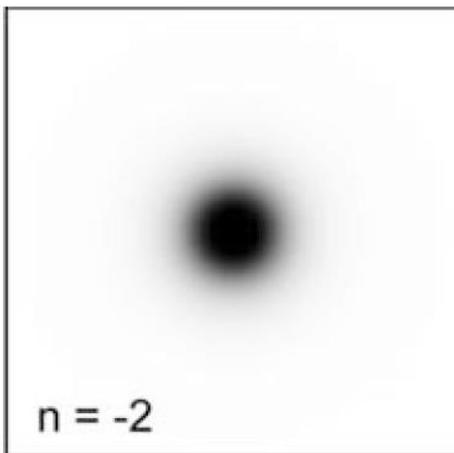
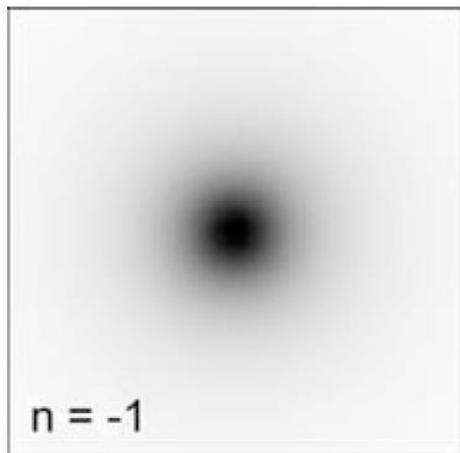
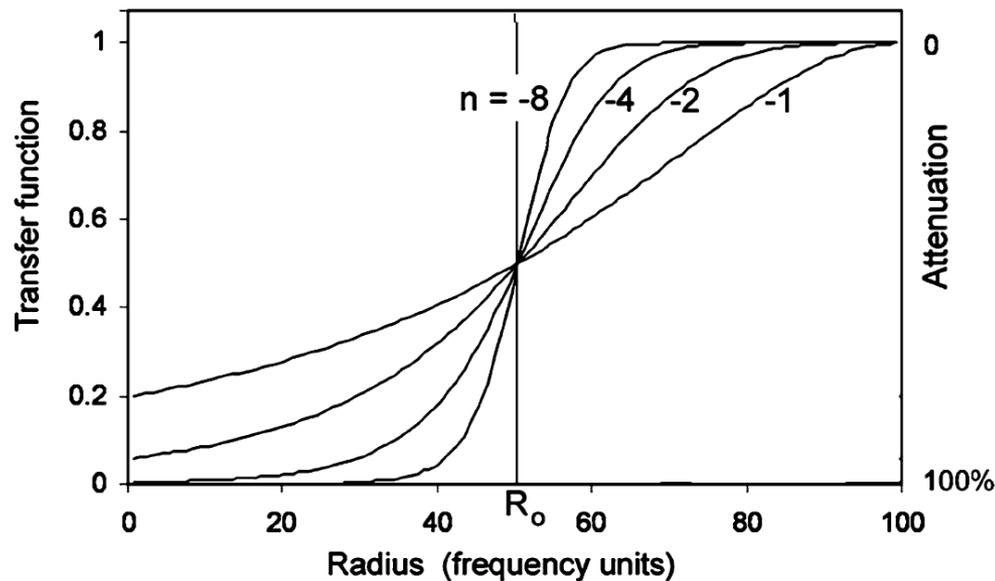


FIGURE 4.46 (a)–(d) Spatial representation of BLPFs of order 1, 2, 5, and 20, and corresponding intensity profiles through the center of the filters (the size in all cases is 1000×1000 and the cutoff frequency is 5). Observe how ringing increases as a function of filter order.

FILTRO BUTTERWORTH PASSA ALTAS

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u, v)]^{2n}}$$



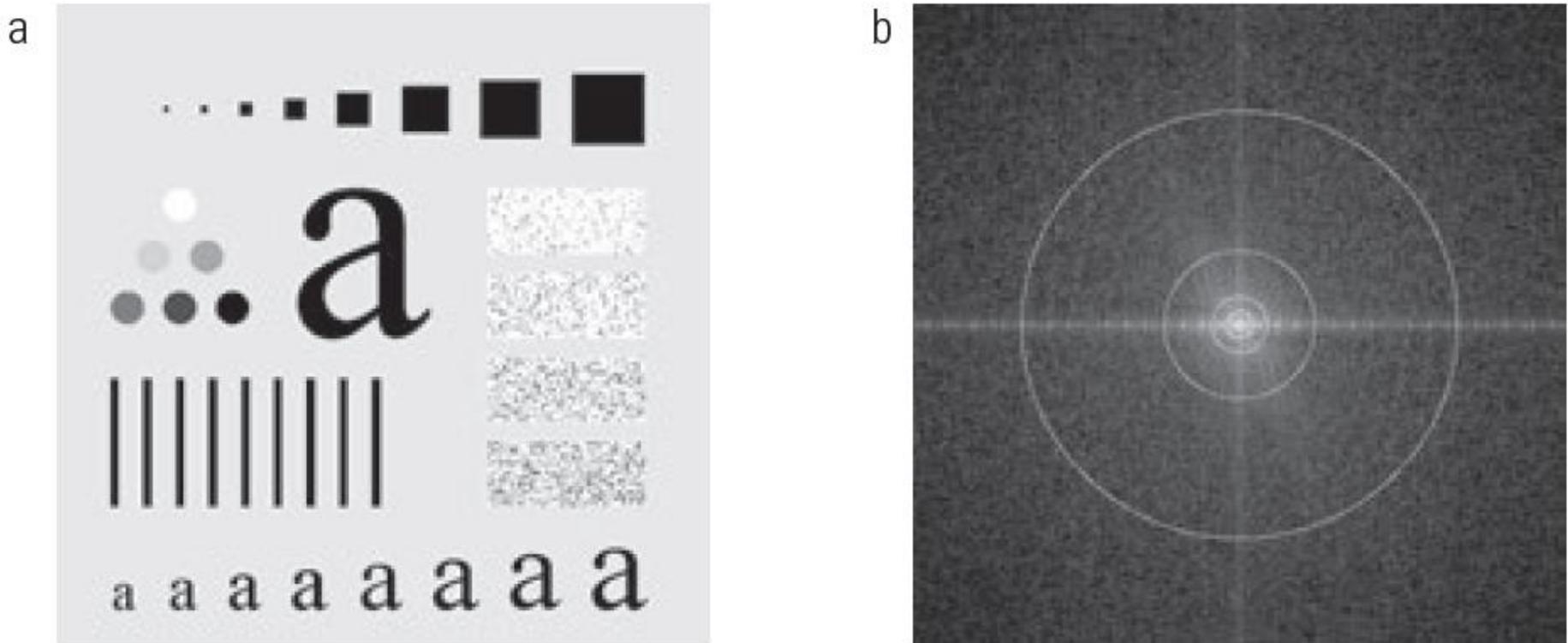


Figura 4.41 (a) Padrão de teste de tamanho 688×688 pixels e (b) seu espectro de Fourier. O espectro tem o dobro do tamanho da imagem em virtude do preenchimento, mas é mostrado na metade do tamanho para caber na página. Os círculos sobrepostos têm raios iguais a 10, 30, 60, 160 e 460 em relação à imagem total do espectro. Esses raios incluem 87,0, 93,1, 95,7, 97,8 e 99,2% da potência da imagem preenchida, respectivamente.

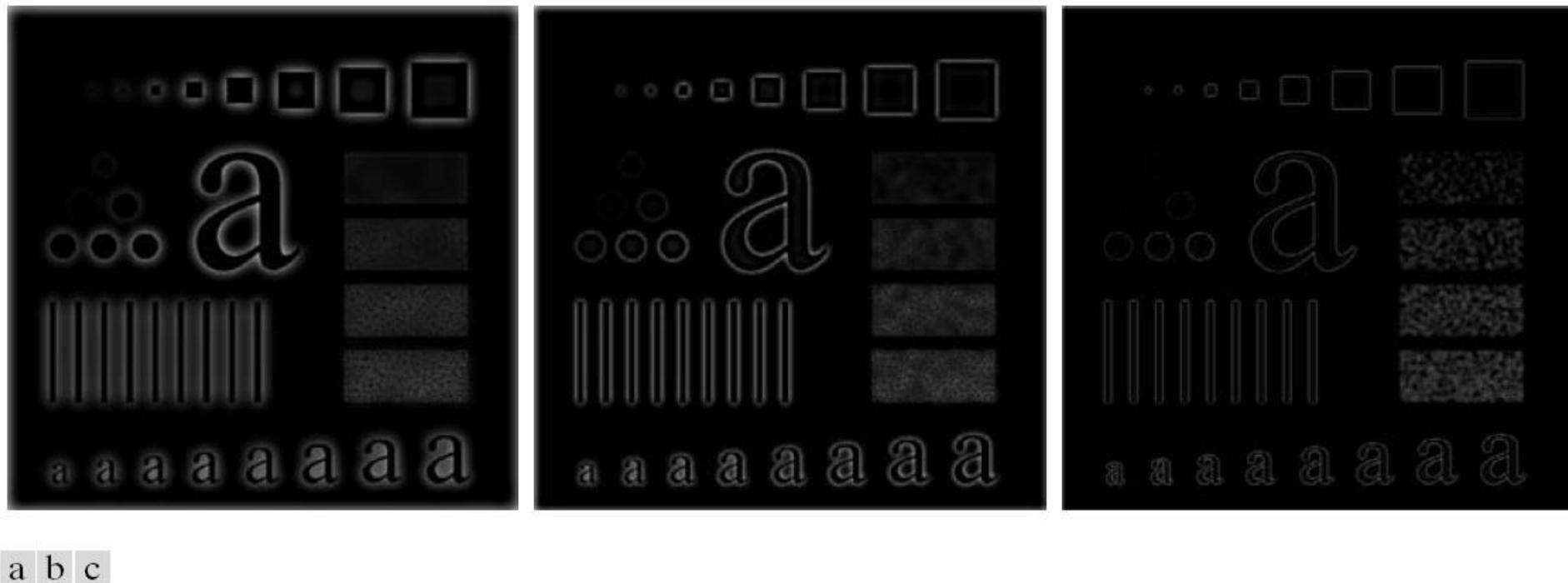


FIGURE 4.55 Results of highpass filtering the image in Fig. 4.41(a) using a BHPF of order 2 with $D_0 = 30, 60,$ and 160, corresponding to the circles in Fig. 4.41(b). These results are much smoother than those obtained with an IHPF.

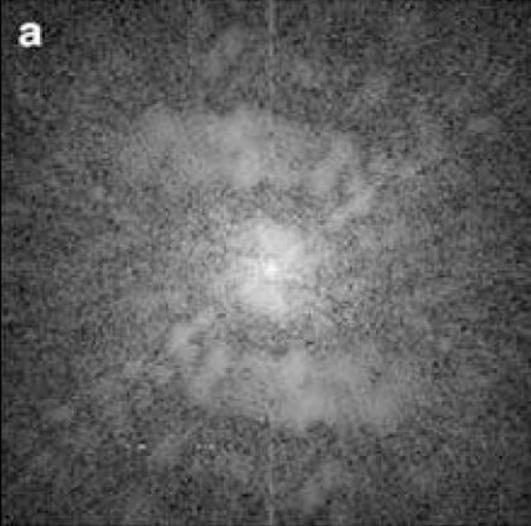


a b c

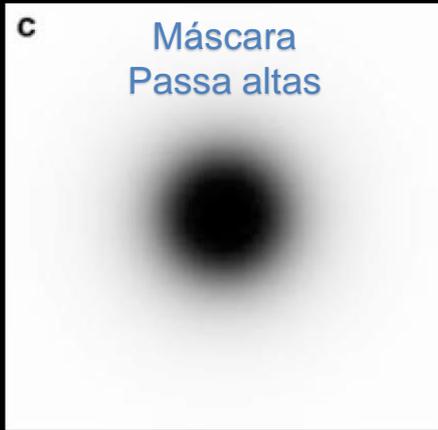
FIGURE 4.57 (a) Thumb print. (b) Result of highpass filtering (a). (c) Result of thresholding (b). (Original image courtesy of the U.S. National Institute of Standards and Technology.)

A Fig. 4.57 mostra um resultado da aplicação de um filtro de Butterworth passa alta, de ordem 4 e frequência de corte 50. Como a imagem filtrada perde a tonalidade de cinza, por reduzir o termo dc igual a 0, o resultado é uma imagem escura. Assim um procedimento de clarear o resultado como o thresholding pode ser aplicado.

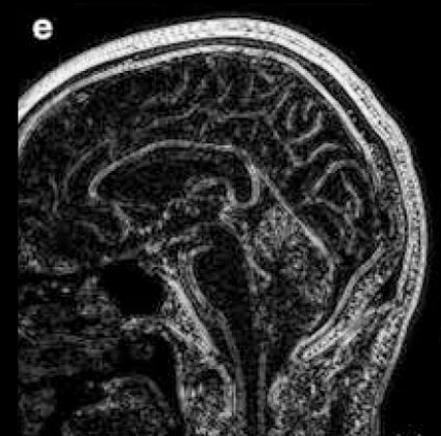
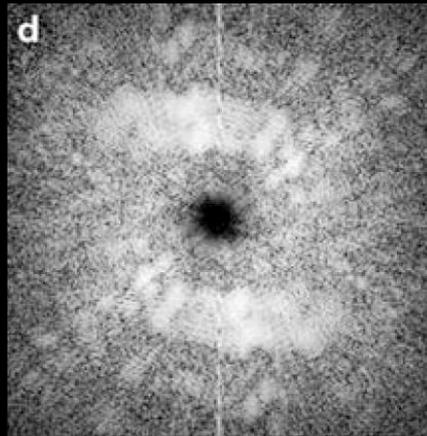
Dados Brutos
no domínio
de frequências



TF



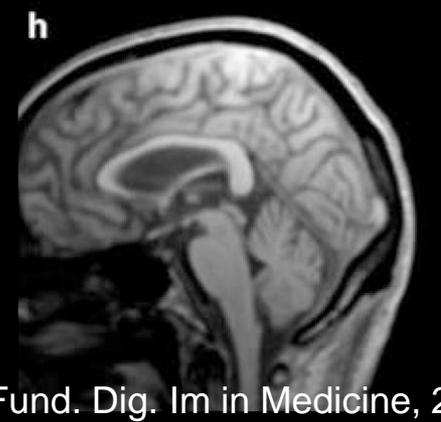
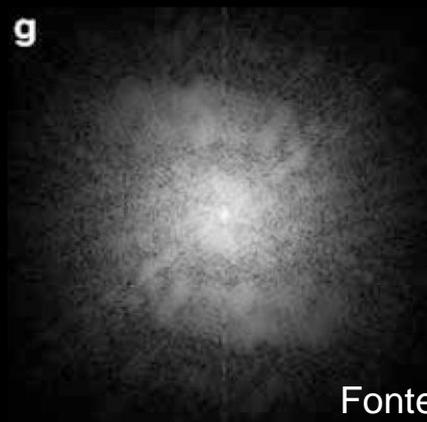
TF



f

Máscara
Passa baixas

TF



O que veremos hoje

- Filtros no domínio de frequências
- Filtro Butterworth passa baixas
- **Filtros passa baixas gaussianos**
- Filtros corta-banda
- Filtros direcionais
- Laplaciano no domínio de frequências

- Filtros no domínio espacial
- Gradiente e filtros de evidenciamento de bordas



- **Filtros Gaussianos**
 - Transformadas de uma função Gaussiana são funções Gaussianas reais.
 - Usadas para tratar ruídos gaussianos ou quânticos
 - No domínio da frequência 1-D

$$H(u) = Ae^{-u^2/2\sigma^2}$$

- O correspondente filtro no domínio espacial é:

$$h(x) = \sqrt{2\pi}\sigma Ae^{-2\pi^2\sigma^2x^2}$$

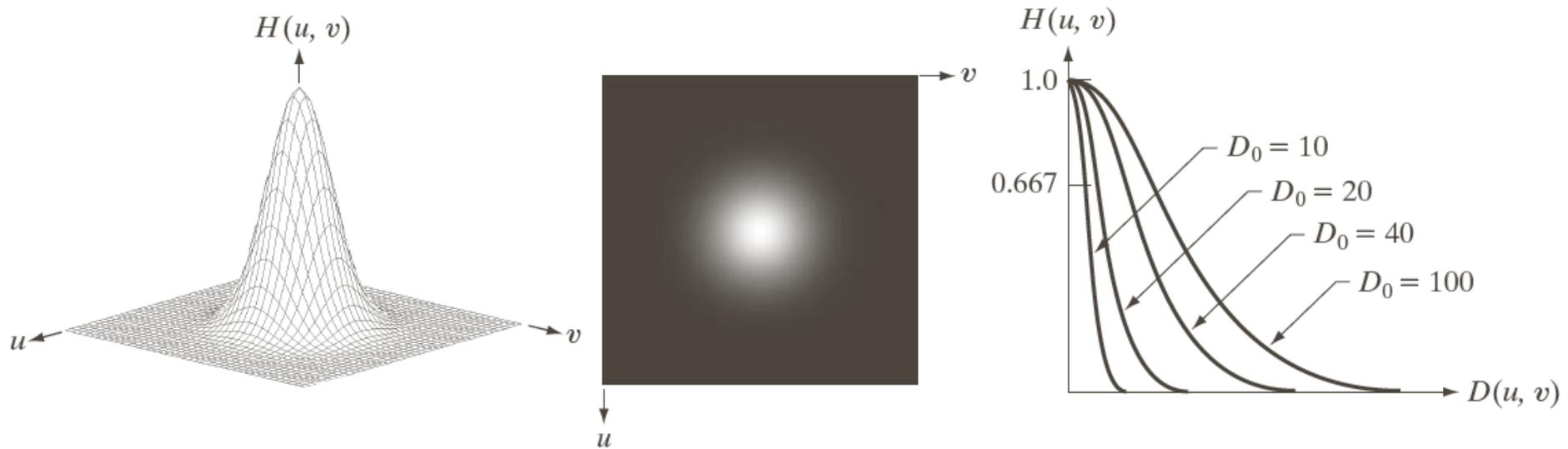
- Não provoca artefatos de anel

- Filtrros de passa baixa Gaussianos (GLPF):

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2\sigma^2}$$

- Fazendo $\sigma = D_0$, frequência de corte, a notação fica compatível com os outros filtros


$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}$$



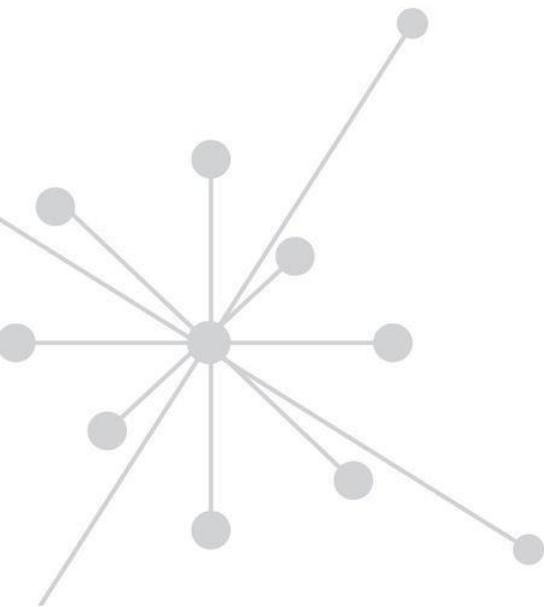
a b c

FIGURE 4.47 (a) Perspective plot of a GLPF transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections for various values of D_0 .

TABLE 4.4

Lowpass filters. D_0 is the cutoff frequency and n is the order of the Butterworth filter.

Ideal	Butterworth	Gaussian
$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{if } D(u, v) > D_0 \end{cases}$	$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$	$H(u, v) = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



a b

FIGURE 4.49
(a) Sample text of low resolution (note broken characters in magnified view).
(b) Result of filtering with a GLPF (broken character segments were joined).



a b c

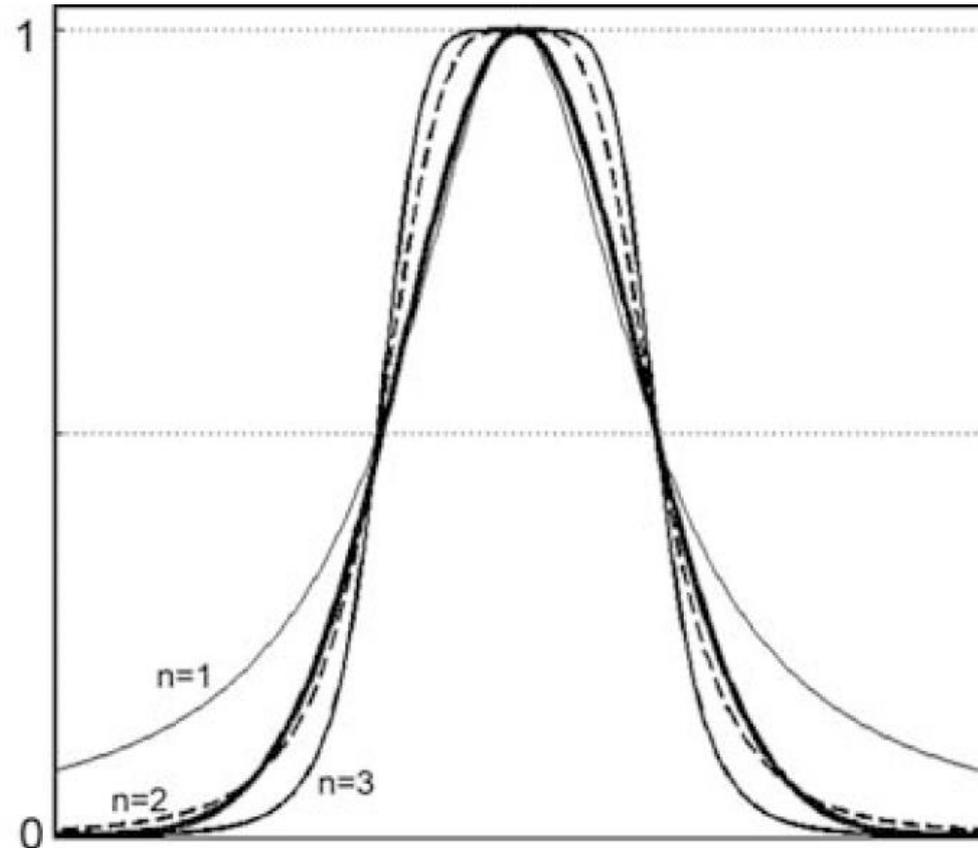
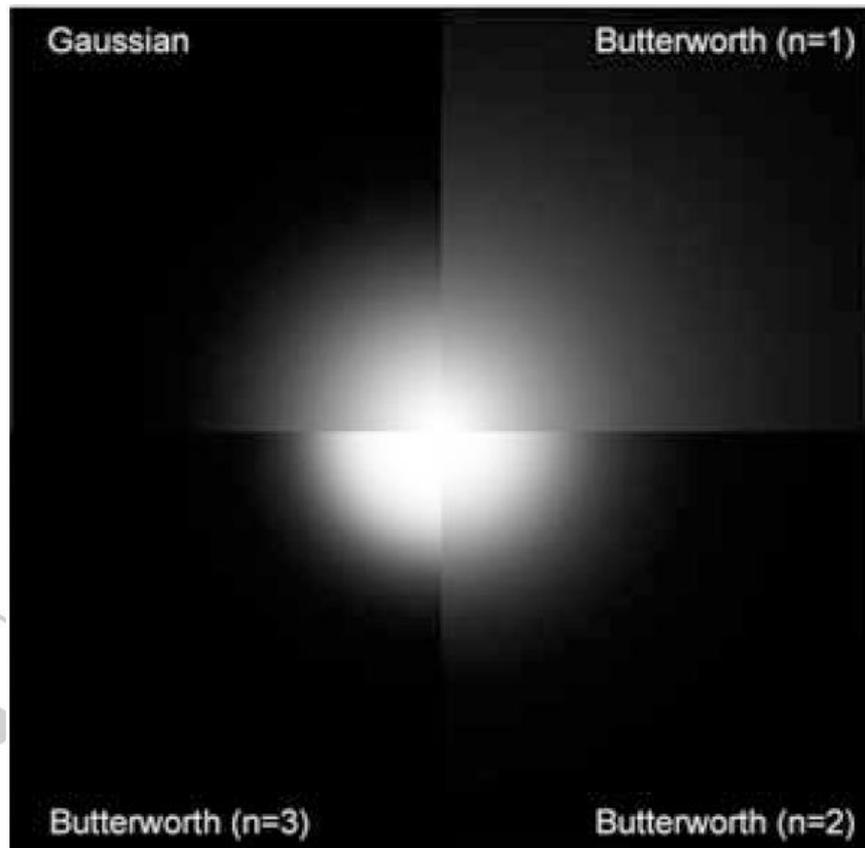
FIGURE 4.50 (a) Original image (784×732 pixels). (b) Result of filtering using a GLPF with $D_0 = 100$. (c) Result of filtering using a GLPF with $D_0 = 80$. Note the reduction in fine skin lines in the magnified sections in (b) and (c).



a b c

FIGURE 4.51 (a) Image showing prominent horizontal scan lines. (b) Result of filtering using a GLPF with $D_0 = 50$. (c) Result of using a GLPF with $D_0 = 20$. (Original image courtesy of NOAA.)

Comparando Butterworth com Gaussianos



O que veremos hoje

- Filtros no domínio de frequências
- Filtro Butterworth passa baixas
- Filtros passa baixas gaussianos
- **Filtros corta-banda**
- Filtros direcionais
- Laplaciano no domínio de frequências

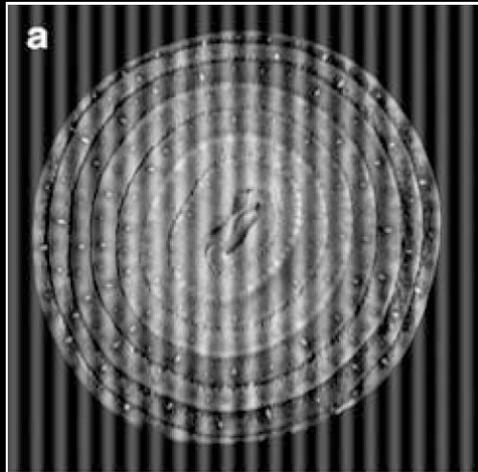
- Filtros no domínio espacial
- Gradiente e filtros de evidenciamento de bordas



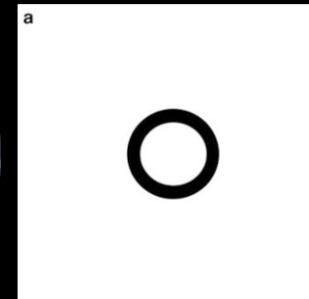
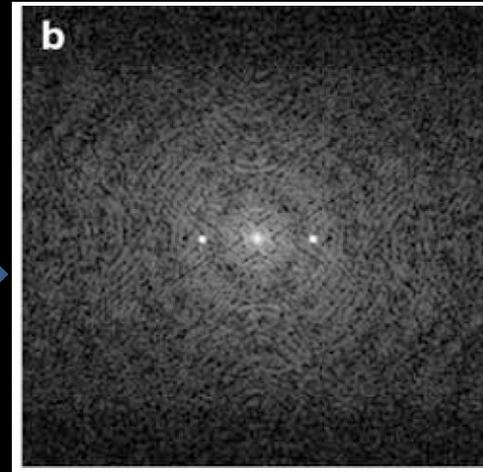
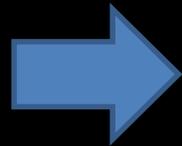
Filtros corta-banda



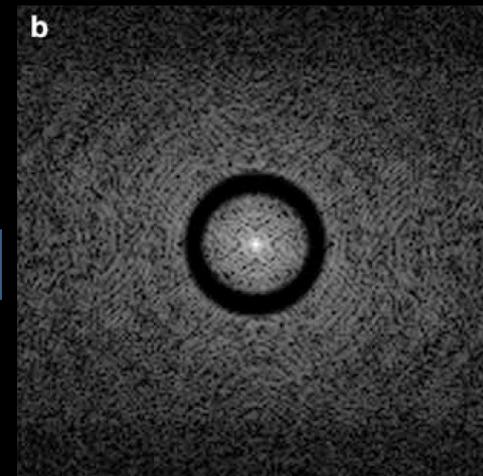
E é uma
imagem
de que?



TF

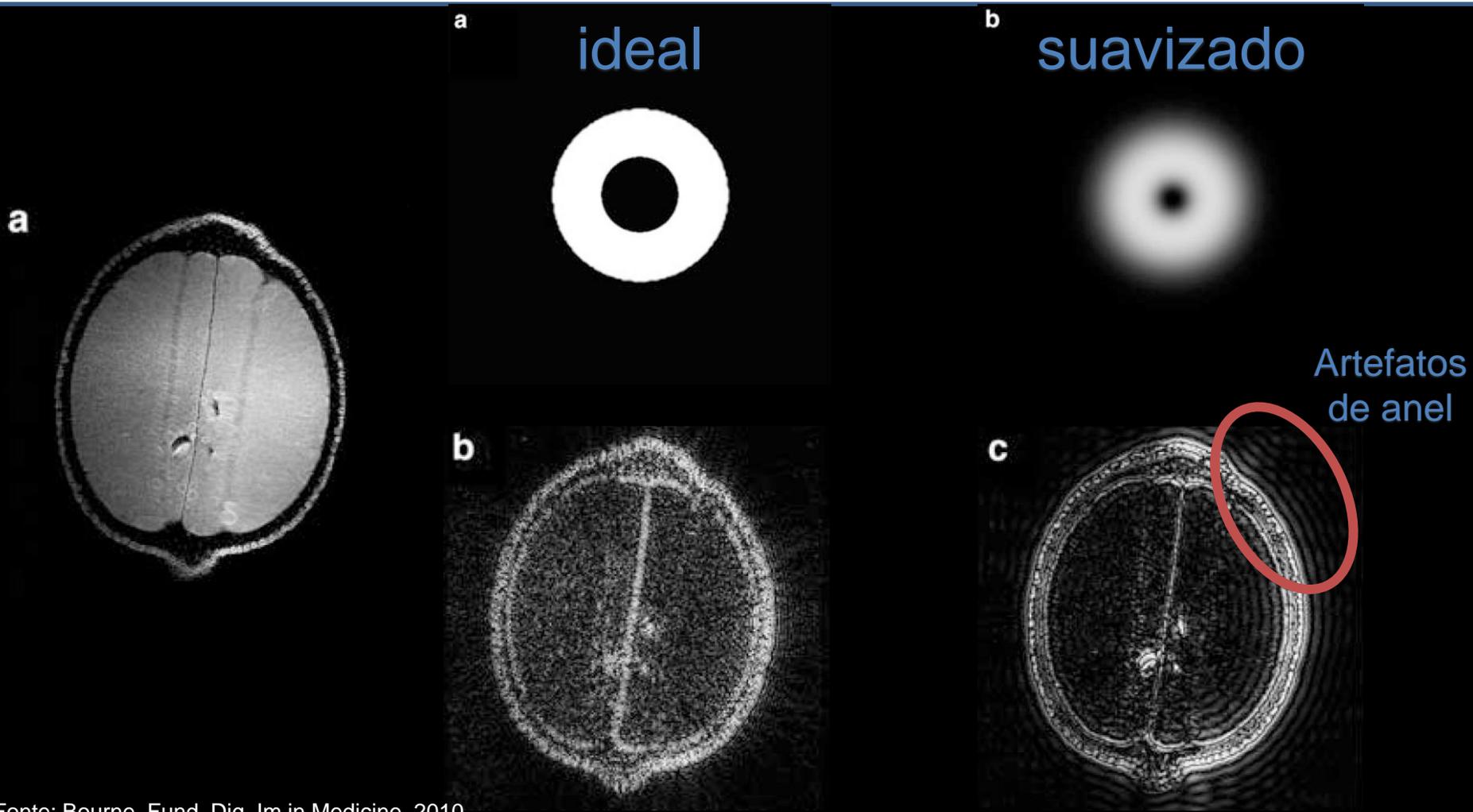


TFI

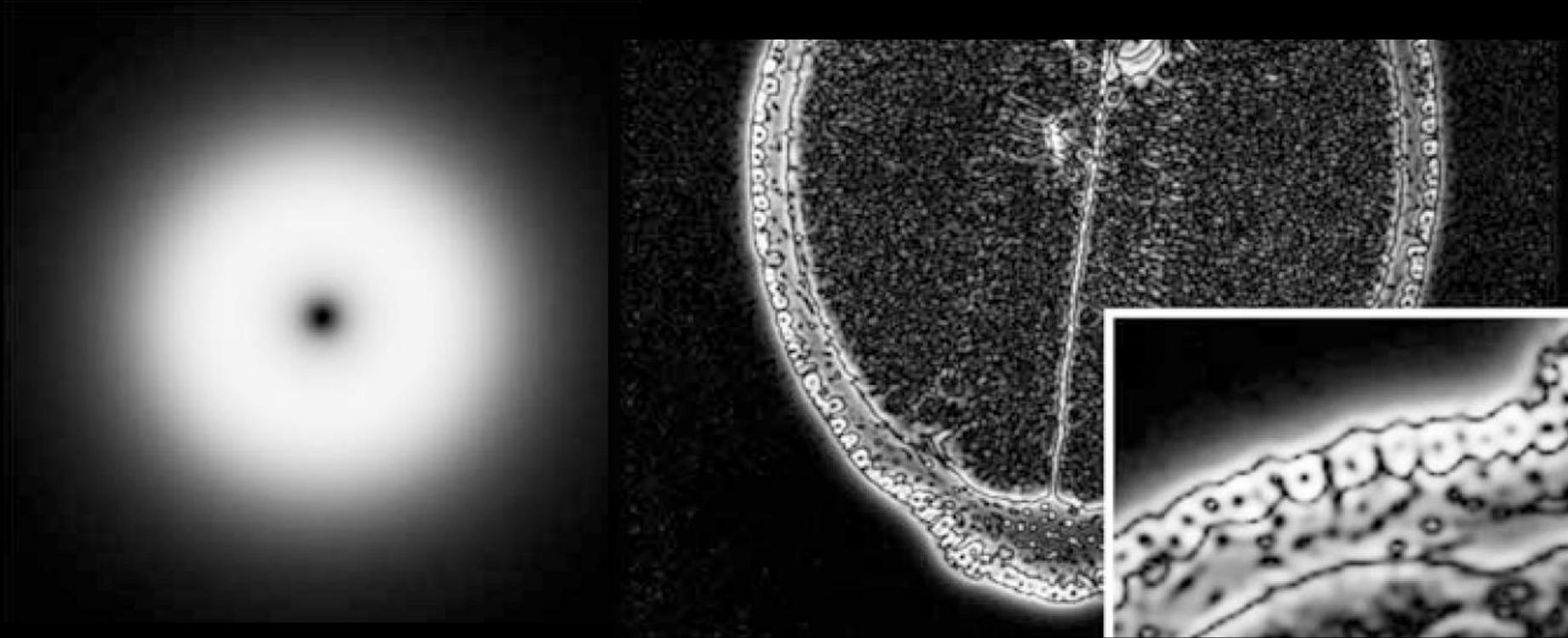


Filtros passa-banda

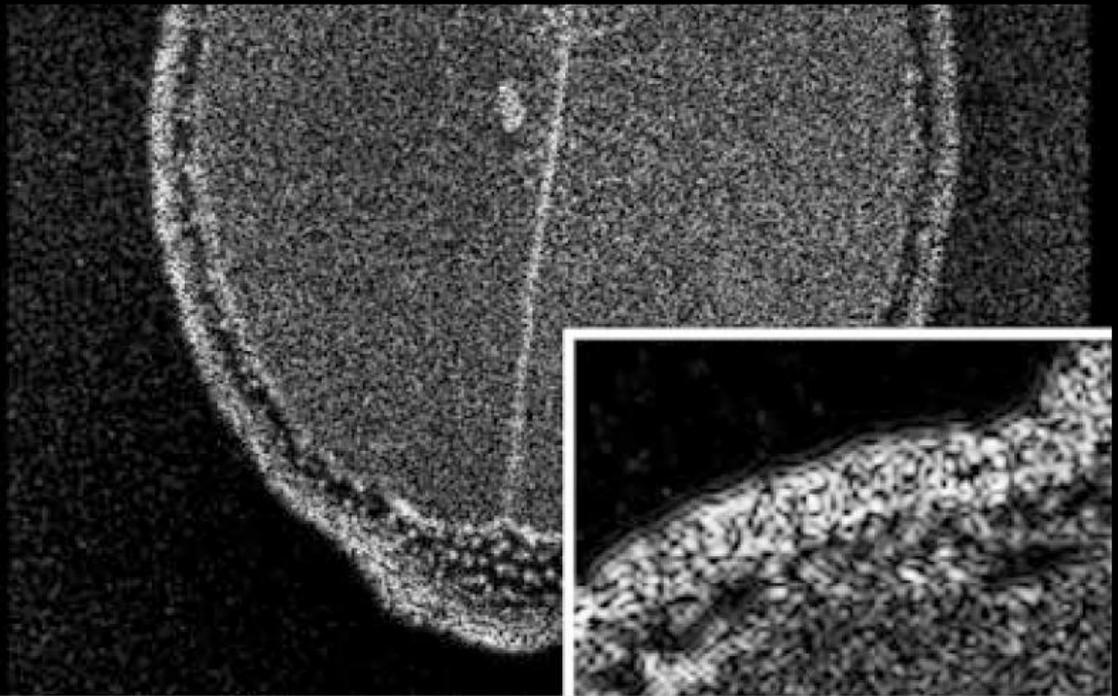
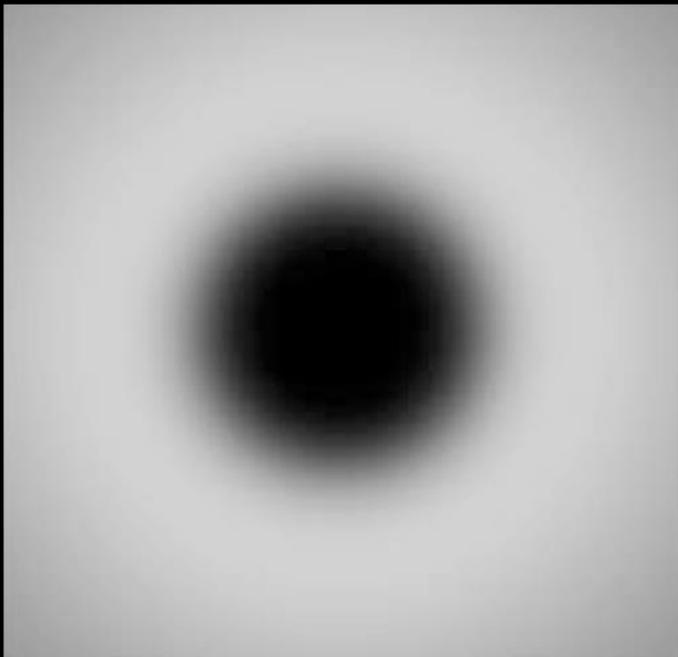
- Remoção de ruídos periódicos



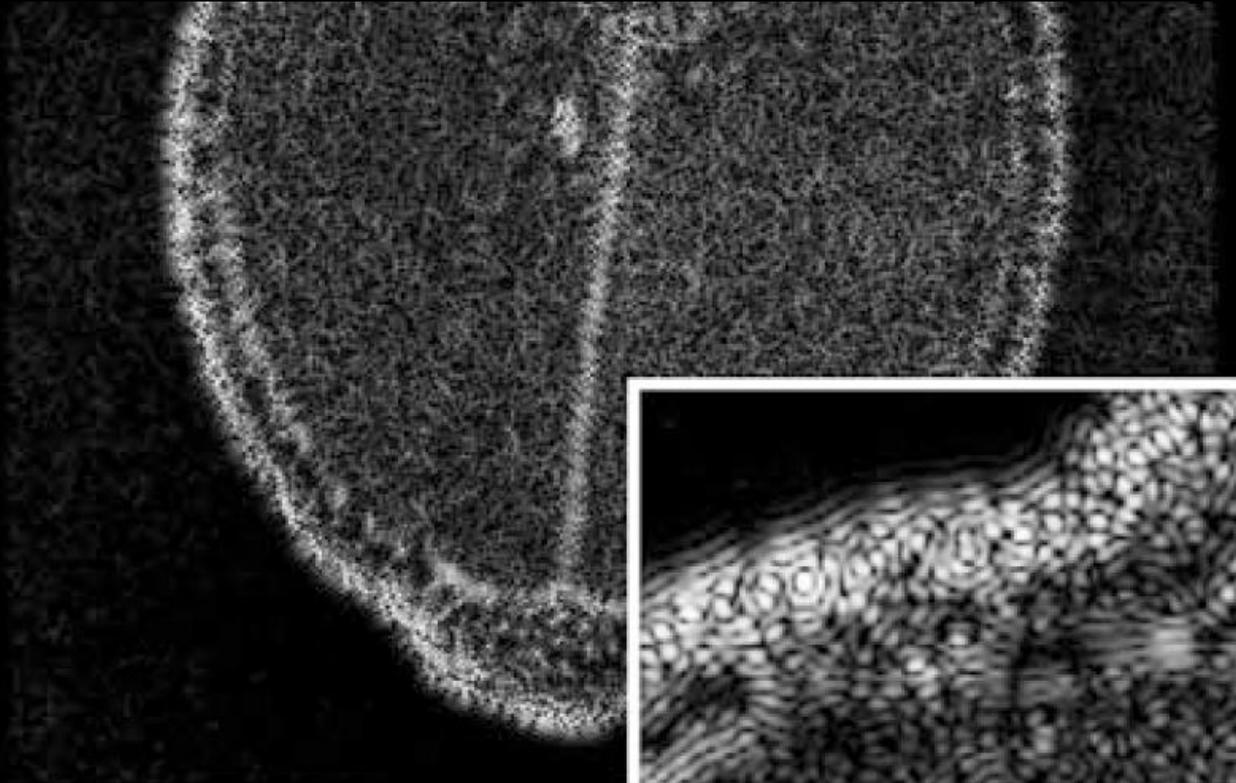
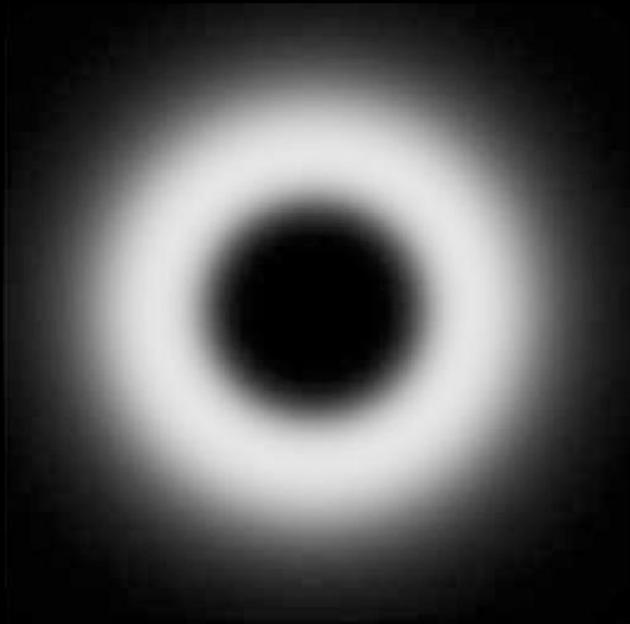
Filtros passa-banda



Filtros passa-banda

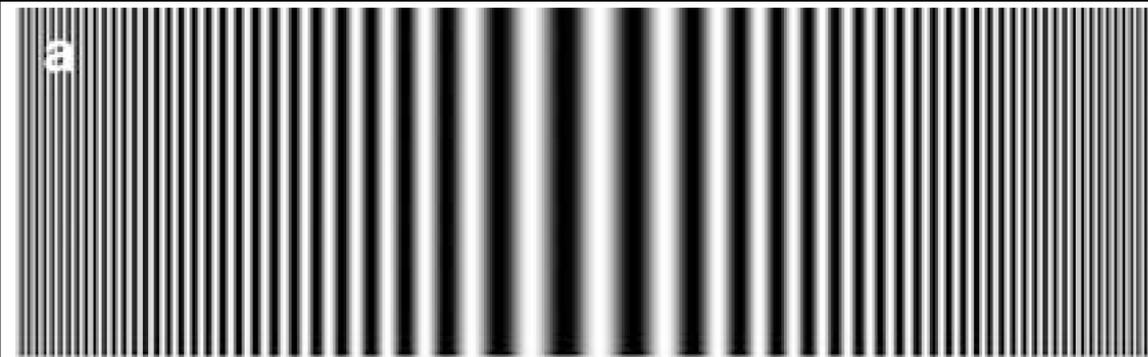


Filtros passa-banda



Filtros passa-banda

a

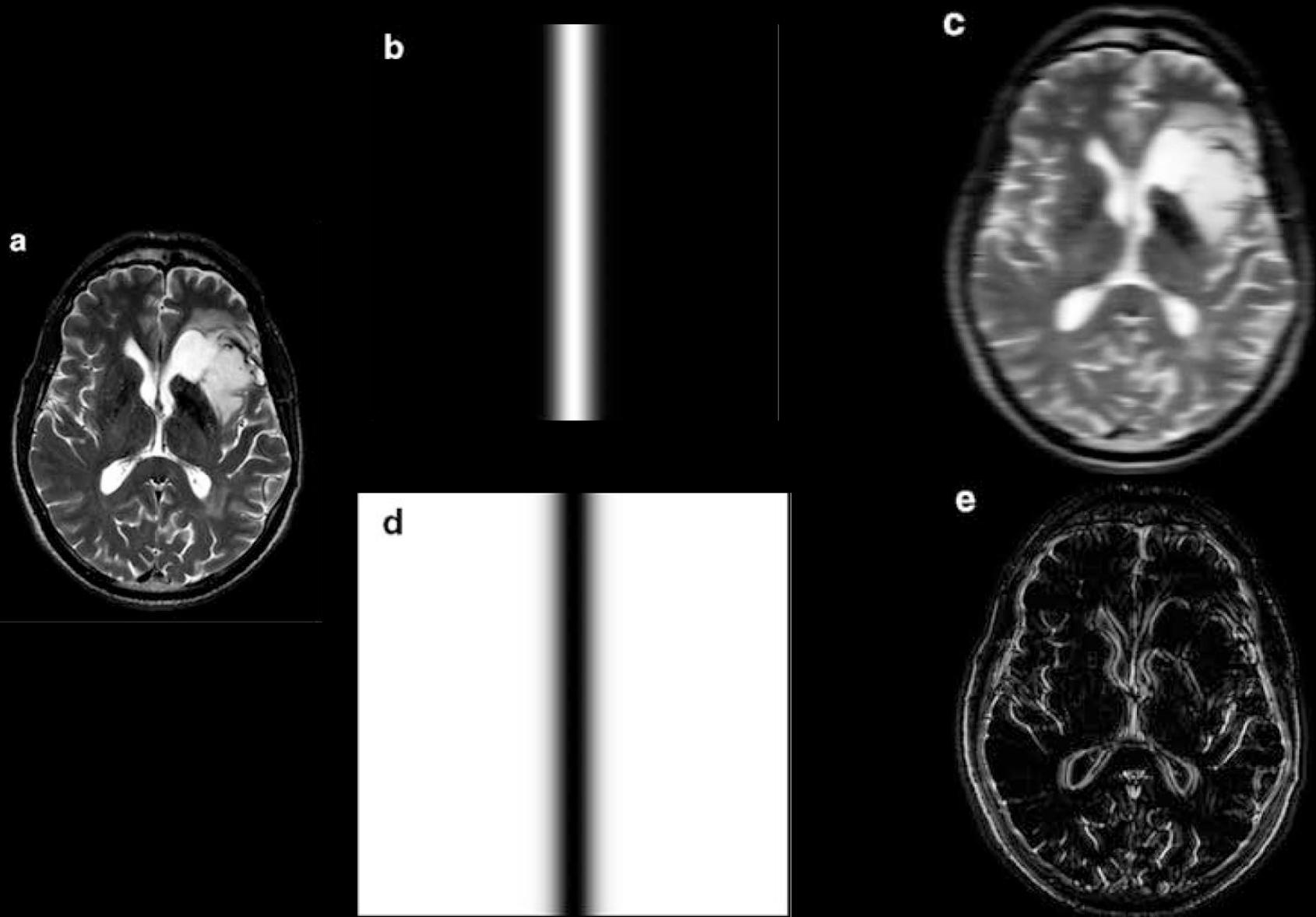


O que veremos hoje

- Filtros no domínio de frequências
- Filtro Butterworth passa baixas
- Filtros passa baixas gaussianos
- Filtros corta-banda
- **Filtros direcionais**
- Laplaciano no domínio de frequências
- Filtros no domínio espacial
- Gradiente e filtros de evidenciamento de bordas



Filtros direcionais



O que veremos hoje

- Filtros no domínio de frequências
- Filtro Butterworth passa baixas
- Filtros passa baixas gaussianos
- Filtros corta-banda
- Filtros direcionais
- Laplaciano no domínio de frequências
- Filtros no domínio espacial
- Gradiente e filtros de evidenciamento de bordas



LAPLACIANO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

- Laplaciano → melhora de imagens no domínio espacial.
- Equivalente no domínio de frequência

$$H(u, v) = -4\pi^2(u^2 + v^2)$$

- Com respeito ao centro do retângulo de frequência:

$$H(u, v) = -4\pi^2 \left[(u - P/2)^2 + (v - Q/2)^2 \right] = -4\pi^2 D^2(u, v)$$

- Imagem Laplaciana:

$$\nabla^2 f(x, y) = \mathfrak{F}^{-1} \{ H(u, v) F(u, v) \}$$

- O melhoramento é obtido por

$$g(x, y) = f(x, y) + c \nabla^2 f(x, y)$$

- onde $c = -1$, pois $H(u, v)$ é negativa.



O que veremos hoje

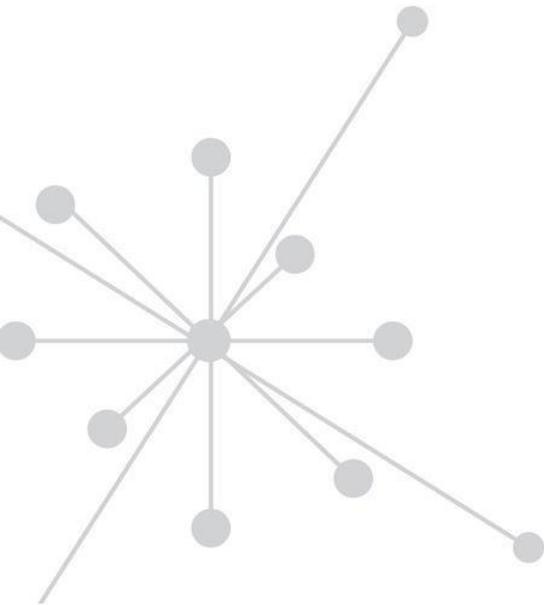
- Filtros no domínio de frequências
- Filtro Butterworth passa baixas
- Filtros passa baixas gaussianos
- Filtros corta-banda
- Filtros direcionais
- Laplaciano no domínio de frequências

- **Filtros no domínio espacial**
- Gradiente e filtros de evidenciamento de bordas



Filtros no domínio espacial

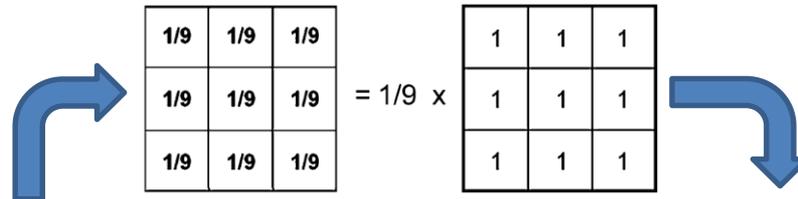
- Operações de vizinhanças
 - Tratamento do valor do pixel central utilizando os valores dos pixels vizinhos



Filtros no domínio espacial

- Operações de vizinhanças
 - Tratamento do valor do pixel central utilizando os valores dos pixels vizinhos
- Suavização e borrramento
 - Suponha imagem com ruído gaussiano
 - Média dos pixels considerando os vizinhos deve atenuar a influência do ruído (operação de suavização)

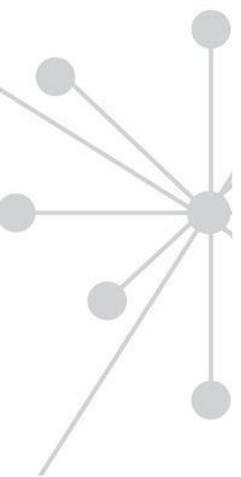
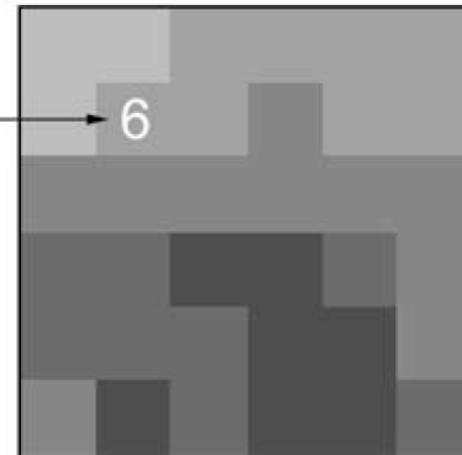
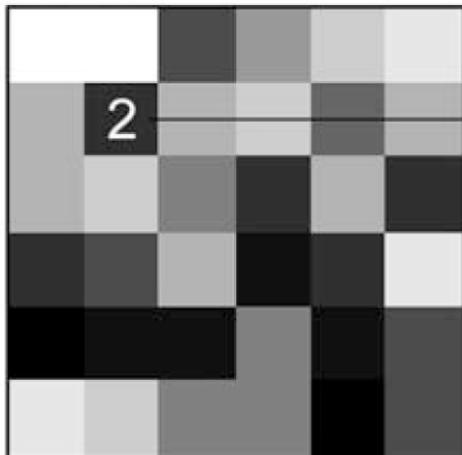
Filtros no domínio espacial



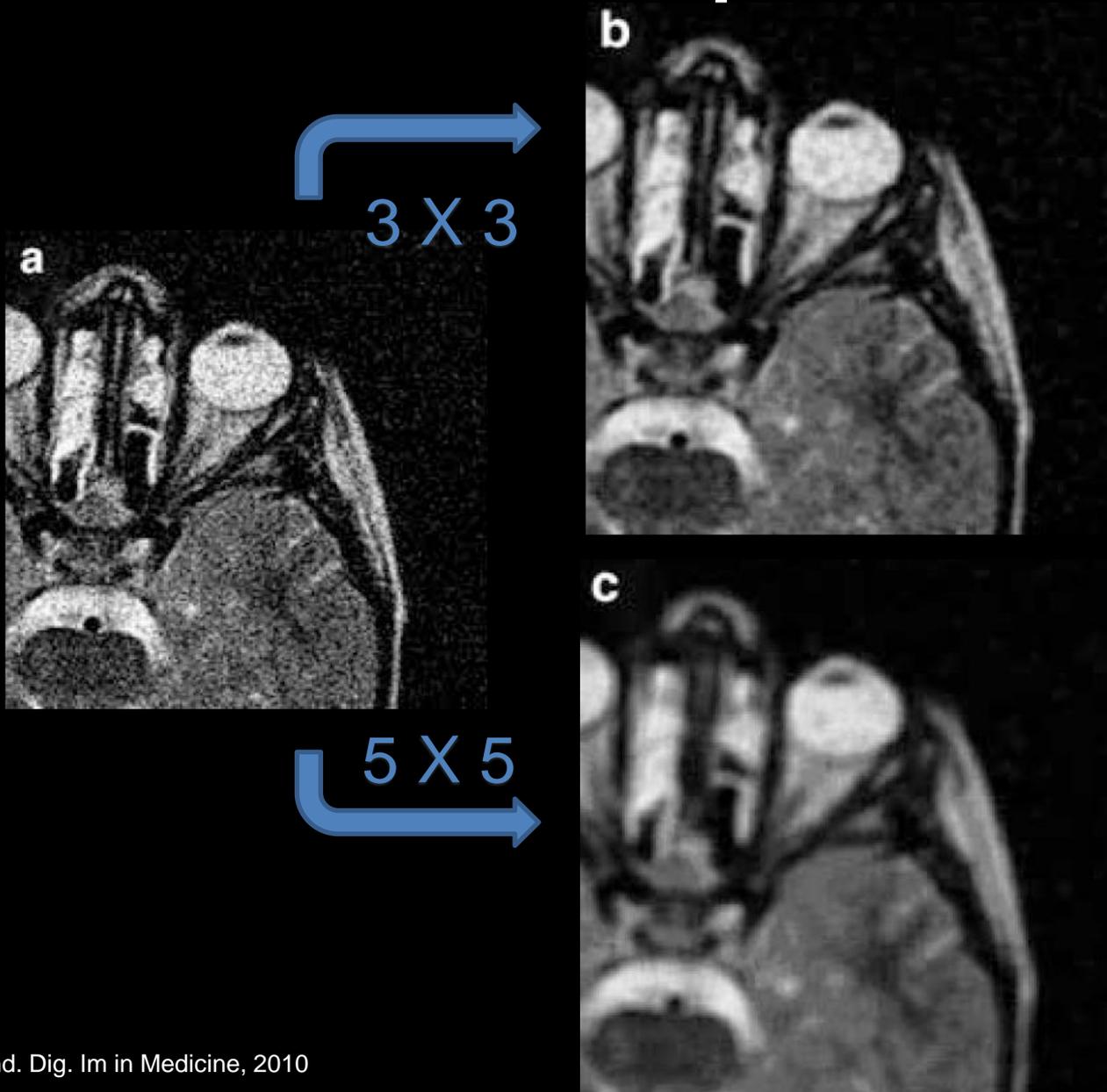
Convolução
com média
local 3 X 3

6	8	3	10	3	4	4	10
7	10	10	3	6	8	9	7
9	7	2	7	8	4	7	2
3	7	8	5	2	7	2	5
2	2	3	7	1	2	9	8
10	0	1	1	5	1	3	4
1	9	8	5	5	0	3	10
6	4	3	0	9	4	0	9

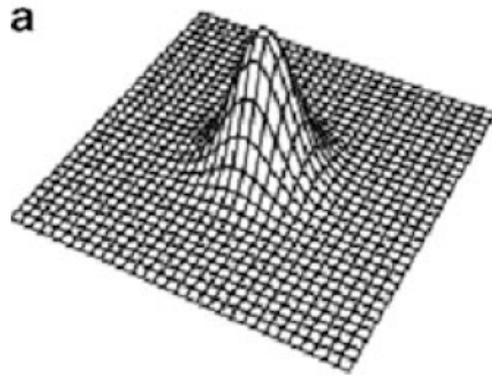
7	7	6	6	6	6
7	6	6	5	6	6
5	5	5	5	5	5
4	4	3	3	4	5
4	4	4	3	3	5
5	3	4	3	3	4



Filtros no domínio espacial



Filtros no domínio espacial



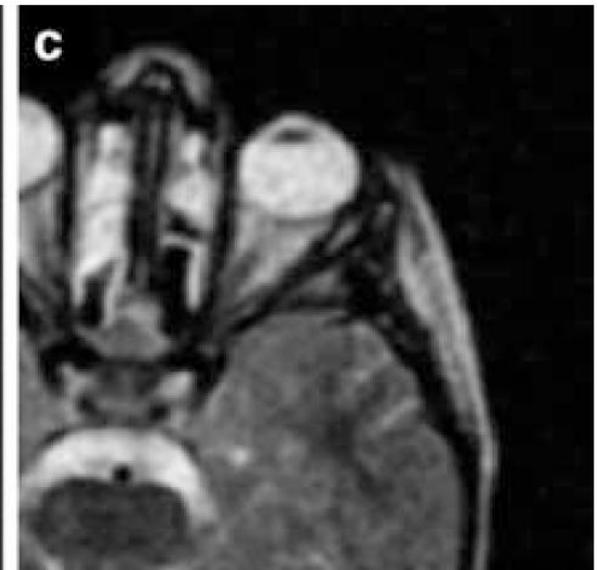
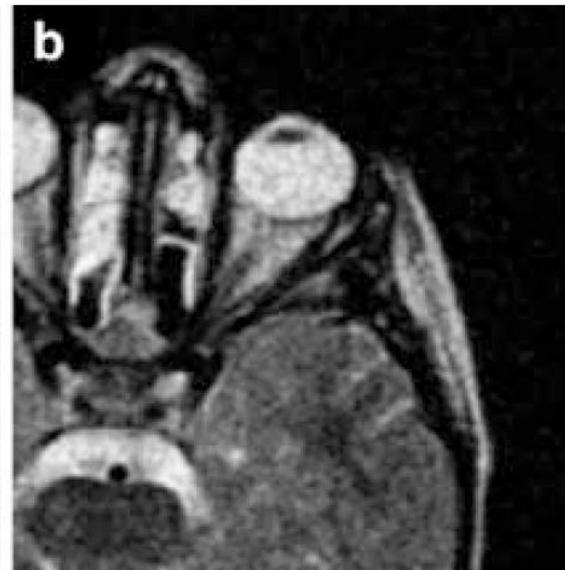
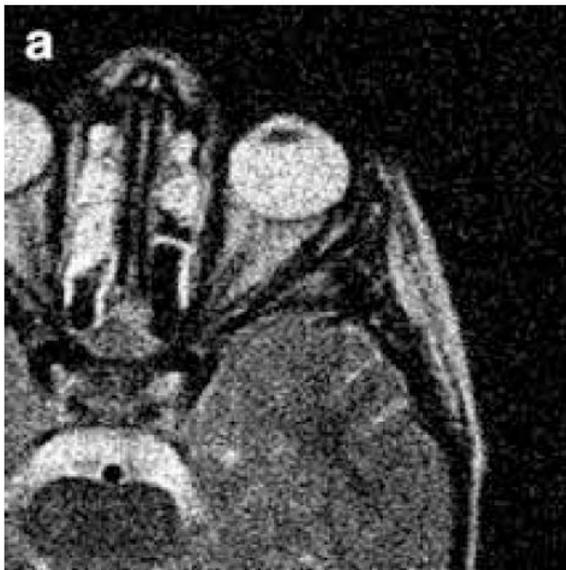
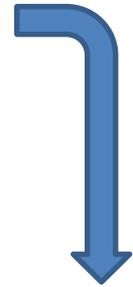
b

1	2	1
2	4	2
1	2	1



c

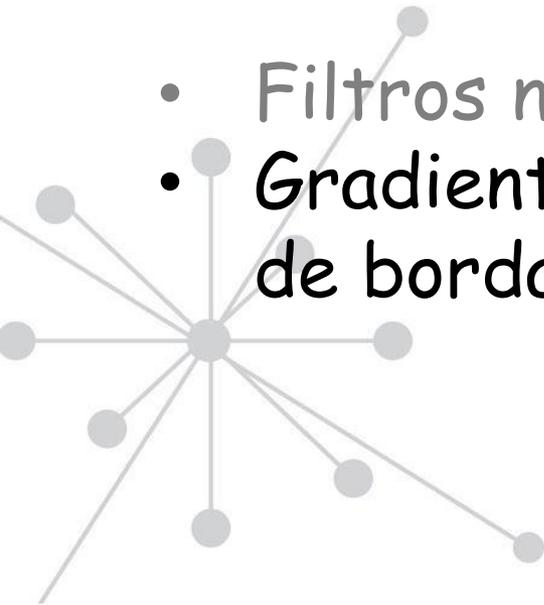
2	4	5	4	2
4	9	12	9	4
5	12	15	12	5
4	9	12	9	4
2	4	5	4	2



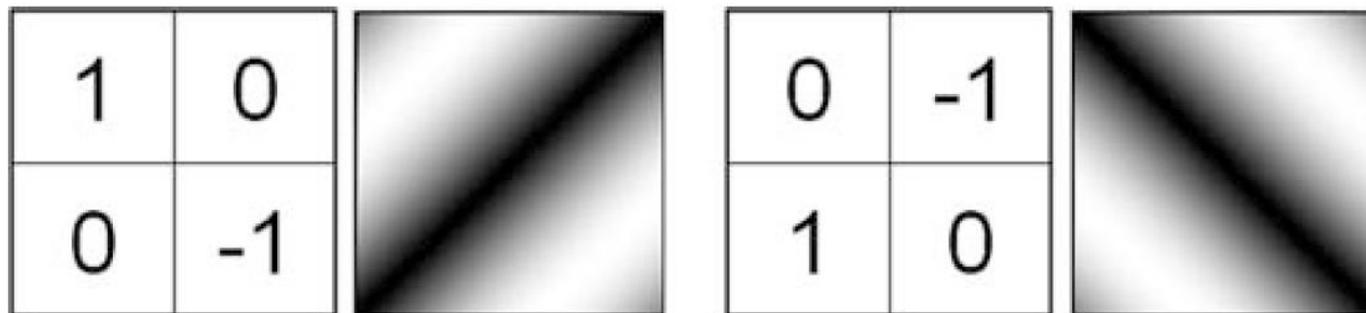
O que veremos hoje

- Filtros no domínio de frequências
- Filtro Butterworth passa baixas
- Filtros passa baixas gaussianos
- Filtros corta-banda
- Filtros direcionais
- Laplaciano no domínio de frequências

- Filtros no domínio espacial
- **Gradiente e filtros de evidenciamento de bordas**

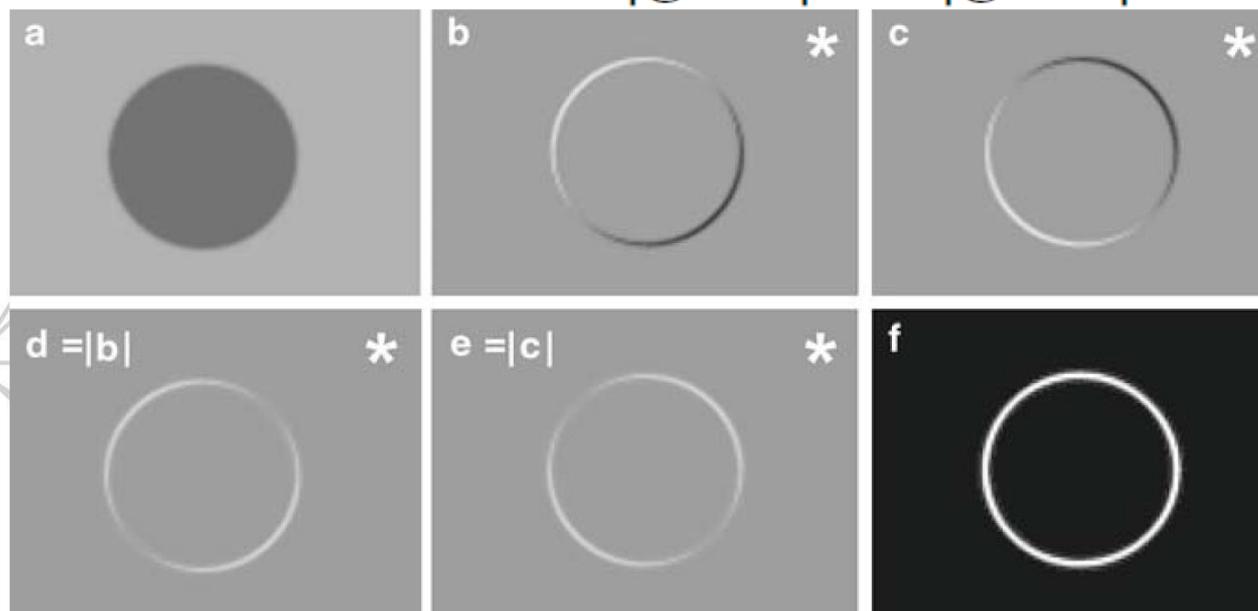


○ Filtro Roberts Cross



1ª. derivada

$$G = |g_{R1}| + |g_{R2}|$$



○ Filtros Prewitt e Sobel

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

1	2	1
0	0	0
-1	-2	-1

g_y

2	1	0
1	0	-1
0	-1	-2

g_{yx}

1	0	-1
2	0	-2
1	0	-1

g_x

0	-1	-2
1	0	-1
2	1	0

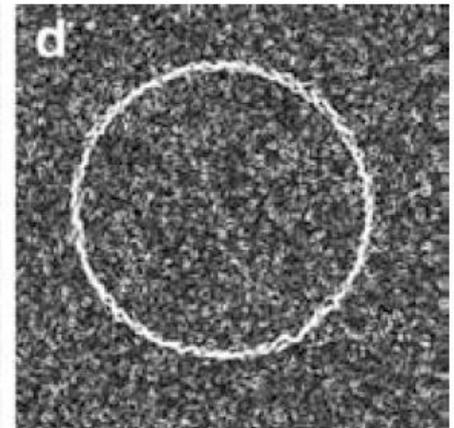
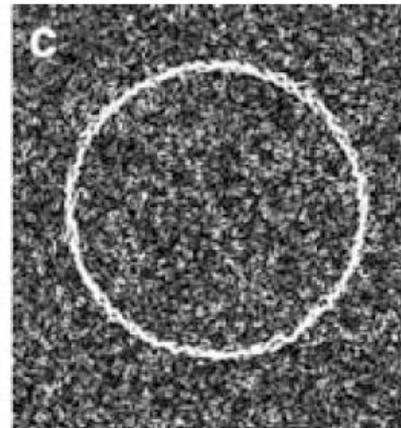
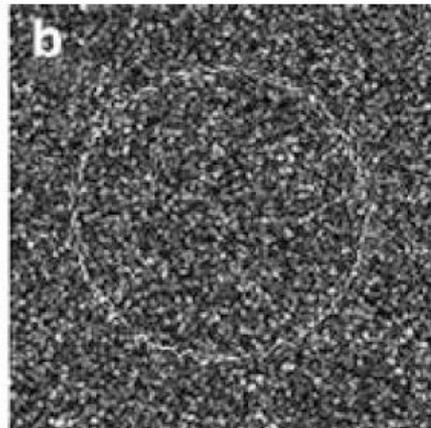
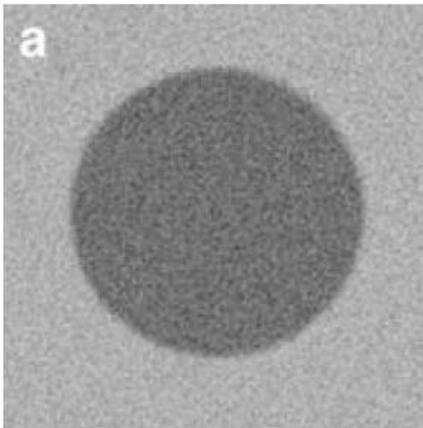
g_{xy}

$$G = |g_x| + |g_{xy}| + |g_y| + |g_{yx}| \quad \text{OU} \quad G = \sqrt{g_x^2 + g_{xy}^2 + g_y^2 + g_{yx}^2}$$

Robert Cross

Prewitt

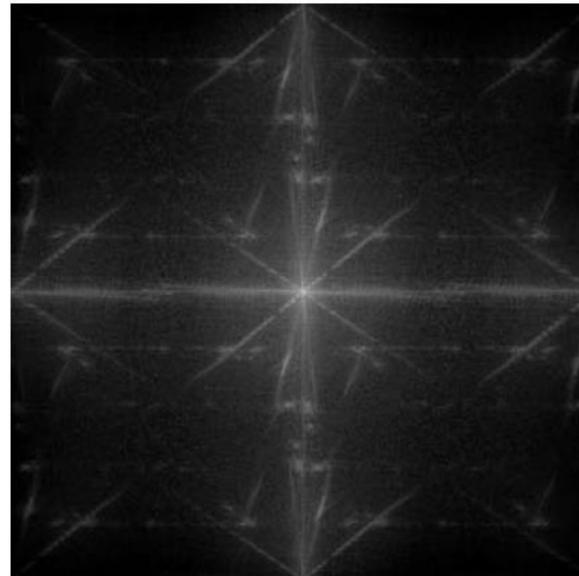
Sobel



Exemplo

- Máscara espacial
- Detector de borda vertical de Sobel 3x3

-1	-2	-1	-1	0	1
0	0	0	-2	0	2
1	2	1	-1	0	1

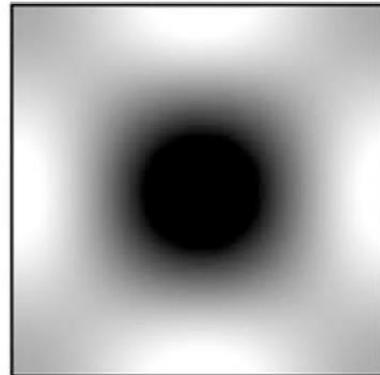




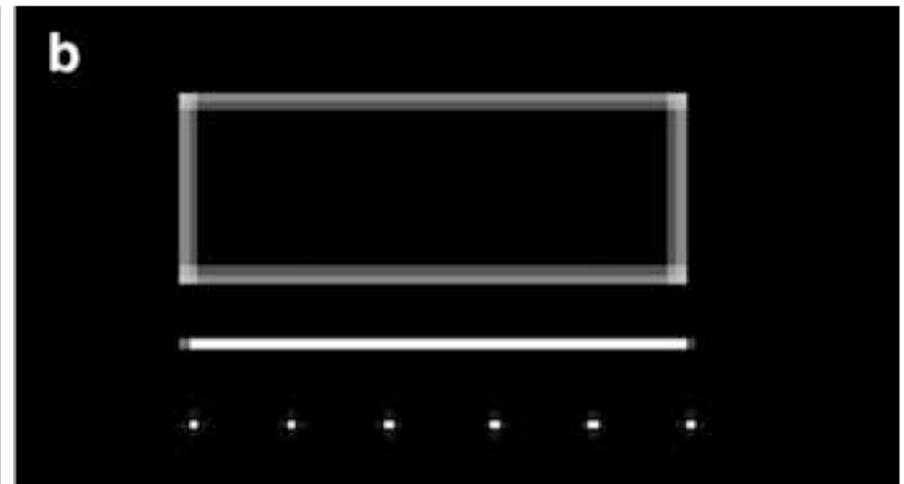
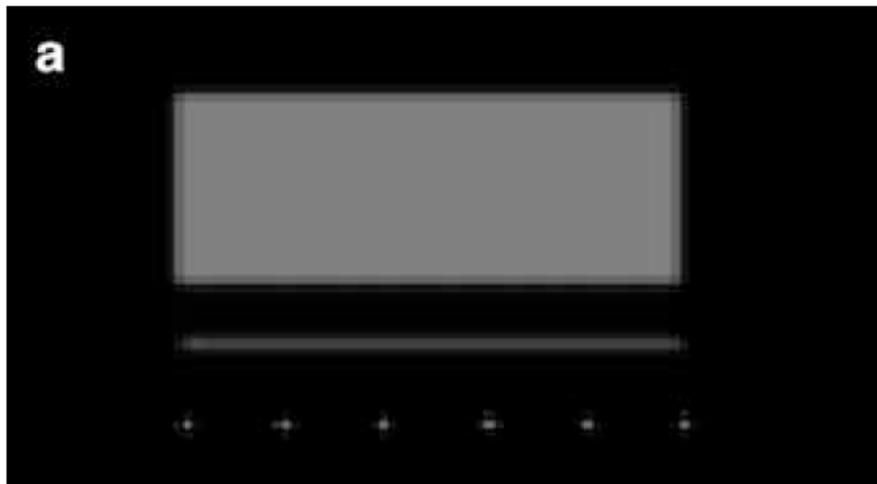
Filtros de gradiente e bordas

○ Laplaciano

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1



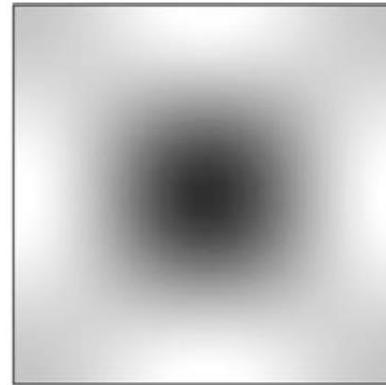
2^a. derivada



Filtros de gradiente e bordas

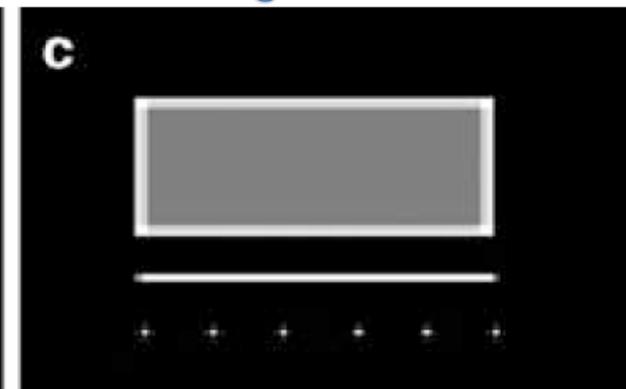
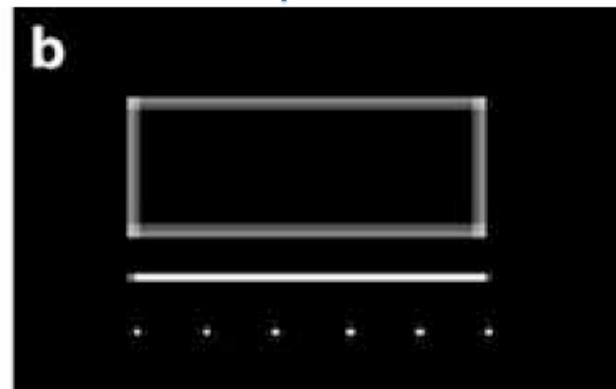
- Filtro *high boost*

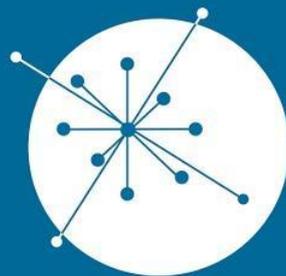
-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1



Laplaciano

High boost





GRUPO DE
**DOSIMETRIA
DAS RADIAÇÕES**
e FÍSICA MÉDICA

IFUSP - Instituto de Física da USP