

Fundamentos de Mecânica – 4300151

Lista de exercícios 3

Primeiro semestre de 2013

Os exercícios da lista deverão ser todos feitos. Não há necessidade de entregá-los. O conteúdo será cobrado nas provas e Provinhas, ao longo da disciplina. Procure solucionar as dúvidas nos horários de atendimento da monitoria, ou nas aulas de exercícios.

- Um barco veleja sobre a superfície de um lago com aceleração constante produzida pelo vento. Em certo instante, sua velocidade é de $6,30\hat{i} - 8,43\hat{j}$, medida em metros por segundo. Três segundos mais tarde, o barco está instantaneamente com velocidade nula. Qual sua aceleração média durante esse intervalo de tempo?
- Uma partícula se move de tal maneira que sua posição como função do tempo é $\vec{r}(t) = A\hat{i} + Bt^2\hat{j} - Ct\hat{k}$, com $A = 1,0\text{ m}$, $B = 4,0\text{ m/s}^2$, e $C = 1,0\text{ m/s}$. Determine
 - a velocidade da partícula em função do tempo;
 - a aceleração da partícula em função do tempo;
 - a forma da trajetória da partícula.
- Uma partícula A move-se ao longo de uma reta com velocidade constante, igual a 20 m/s . Quando A passa pela origem ($x = 0, y = 0$), uma segunda partícula, B, parte do repouso da posição $x = 0, y = 40\text{ m}$, com aceleração a constante e igual a $0,25\text{ m/s}^2$, na direção do eixo x , como mostrado na figura.

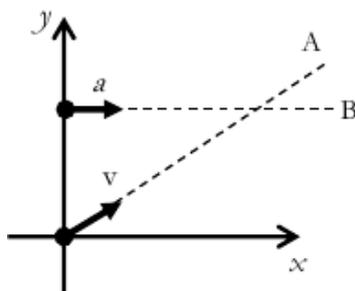


Figura 1: problema 3.

- Qual deve ser o ângulo θ entre a direção da partícula A e o eixo x para que a situação resulte em colisão?
 - Nessas circunstâncias, quanto tempo depois de B ter partido ocorrerá a colisão?
- No instante $t = 0$, uma partícula parte da posição da origem do sistema de referências com velocidade inicial $\vec{v}_0 = -2\hat{i}\text{ m/s}$ e move-se em um plano sujeita a uma aceleração $\vec{a} = (9\hat{i} + 2\hat{j})\text{ m/s}^2$.
 - Obtenha uma expressão para a velocidade $\vec{v}(t)$.
 - Represente graficamente o comportamento de cada uma das componentes $v_x(t)$ e $v_y(t)$.
 - Qual é o módulo da velocidade no instante $t = 2\text{ s}$?
 - Obtenha uma expressão para o vetor posição da partícula, $\vec{r}(t) = \hat{i}x(t) + \hat{j}y(t)$, em função do tempo.

- (e) Represente graficamente o comportamento de $x(t)$ e $y(t)$.
- (f) Construa um gráfico representando a trajetória da partícula, ou seja, $y(x)$, para o intervalo $0 \leq t \leq 10$ s.
5. Considere uma partícula lançada de uma posição inicial (x_0, y_0) no instante $t = 0$, com velocidade \vec{v}_0 formando um ângulo α com a direção horizontal. Despreze a resistência do ar e considere que a partícula está sujeita apenas à aceleração da gravidade \vec{g} , vertical para baixo.
- (a) Escreva as equações horárias para $x(t)$ e $y(t)$.
- (b) Qual a altura máxima atingida pela partícula?
- (c) Combine as equações para $x(t)$ e $y(t)$ de modo a obter a equação da trajetória $y(x)$.
- (d) Considere que $x_0 = 0$, e calcule a que distância do ponto de lançamento a partícula atingirá o solo.
6. Um corpo realiza um movimento no plano xy , com uma trajetória descrita pela figura. Move-se inicialmente de baixo para cima, e em seguida da direita para a esquerda. Ao longo de toda a trajetória, o módulo da velocidade é constante e igual a 4 m/s.

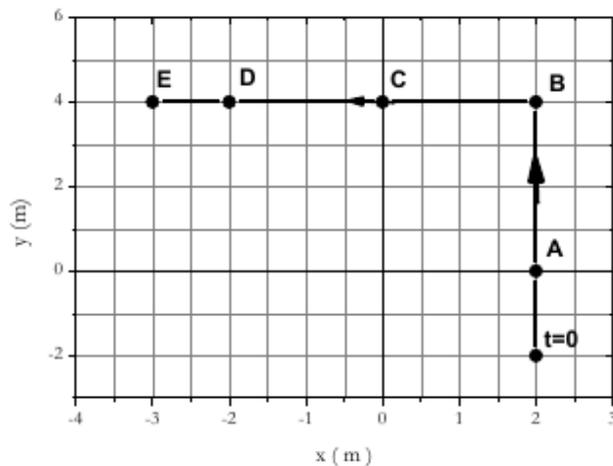


Figura 2: problema 6.

- (a) Escreva o vetor posição do corpo quando ele se encontra em cada um dos pontos A, B, C, D e E da trajetória.
- (b) Determine os instantes t_A , t_B , t_C , t_D e t_E em que o corpo se encontra nesses pontos.
- (c) Faça o gráfico das projeções $x(t)$ e $y(t)$ em função do tempo.
7. Em um jogo de vôlei, um jogador realiza um saque do tipo “jornada nas estrelas”, desde uma distância de 14 m da rede. A bola sobe 20 m acima da altura lançamento e desce até a altura do lançamento em um ponto do campo adversário situado a 1 m da rede e 8 m à esquerda do ponto de lançamento. Despreze a resistência do ar.
- (a) Segundo que ângulo a partir da horizontal a bola foi lançada?
- (b) Com que velocidade (em km/h) ela volta a atingir a altura de lançamento?
- (c) Quanto tempo ela gasta nesse percurso?
8. Prove que, para o movimento plano com aceleração constante \vec{a} , são satisfeitas as relações

$$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0),$$

$$\vec{r} - \vec{r}_0 = \frac{1}{2} (\vec{v} + \vec{v}_0) t,$$

em que \vec{r}_0 é a posição inicial do corpo e \vec{v}_0 é sua velocidade inicial.

9. Uma bola é chutada de uma pequena elevação acima do solo a uma velocidade de $12,0 \text{ m/s}$, formando um ângulo de $51,0^\circ$ acima da horizontal. A bola atinge o solo $2,08 \text{ s}$ após o chute. Despreze a resistência do ar. (Dados: $g = 9,78 \text{ m/s}^2$, $\text{sen } 51^\circ = 0,777$, $\text{cos } 51^\circ = 0,629$.)
- Escreva as equações horárias dos movimentos horizontal e vertical da bola, especificando o sistema de referências usado. Quais são as componentes da aceleração da bola durante o voo?
 - Quais são as componentes da velocidade da bola no início e no final de sua trajetória?
 - Qual é a altura da elevação de onde a bola foi chutada?
 - Qual a distância horizontal percorrida pela bola?
 - Por que a expressão do alcance máximo $R = v_0^2 \text{sen}(2\theta) / g$ não pode ser usada no item anterior?

Respostas

- $(-2,10\hat{i} + 2,81\hat{j}) \text{ m/s}^2$
- (a) $(8,0t\hat{j} - 1,0\hat{k}) \text{ m/s}$; (b) $8,0\hat{j} \text{ m/s}^2$; (c) parábola
- (a) $0,72^\circ$; (b) 160 s
- (a) $[(-2 + 9t)\hat{i} + 2t\hat{j}] \text{ m/s}$; (b) $16,5 \text{ m/s}$; (c) $[(-2t + 4,5t^2)\hat{i} + t^2\hat{j}] \text{ m}$
- (a) $x(t) = x_0 + (v_0 \cos \alpha)t$, $y(t) = y_0 + (v_0 \text{sen } \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$; (b) $h = y_0 + \frac{v_0^2 \text{sen}^2 \alpha}{2g}$; (c) $y = y_0 + (x - x_0) \text{tg } \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} (x - x_0)^2$; (d) $D = \left(\text{tg } \alpha + \sqrt{\text{tg}^2 \alpha + \frac{2y_0 g}{v_0^2 \cos^2 \alpha}} \right)$
- (a) $\vec{r}_A = 2\hat{i}$, $\vec{r}_B = 2\hat{i} + 4\hat{j}$, $\vec{r}_C = 4\hat{j}$, $\vec{r}_D = -2\hat{i} + 4\hat{j}$, $\vec{r}_E = -3\hat{i} + 4\hat{j}$; (b) $t_A = 0,5 \text{ s}$, $t_B = 1,5 \text{ s}$, $t_C = 2,0 \text{ s}$, $t_D = 2,5 \text{ s}$, $t_E = 2,75 \text{ s}$
- (a) 78° ; (b) 73 km/h ; (c) 4 s
- (a) Em um sistema de referências com eixo y orientando verticalmente para cima e origem no solo, escolhendo a origem do eixo x na coordenada horizontal do lançamento, as equações horárias são $x(t) = 7,55t$, $y(t) = y_0 + 9,32t - 4,89t^2$; (b) $v_{0x} = 7,55 \text{ m/s} = v_{fx}$, $v_{0y} = 9,32 \text{ m/s}$, $v_{fy} = -11,0 \text{ m/s}$; (c) $1,77 \text{ m}$; (d) $15,70 \text{ m}$.