Universidade de São Paulo
EDM0341 - Fundamentos Teórico-metodológicos do Ensino de Matemática
Profª. Raquel Milani

Ensino e aprendizagem de frações

“Criança pode aprender frações. E gosta!” Terezinha Nunes

- Como se dá tradicionalmente o ensino de frações?

- O que a autora diz sobre o absoluto e o relativo no que se refere à fração?

- O que a autora defende sobre o ensino de fração?

- Apresentação do ensino tradicional de fração. Ênfase no tratamento como parte-todo.

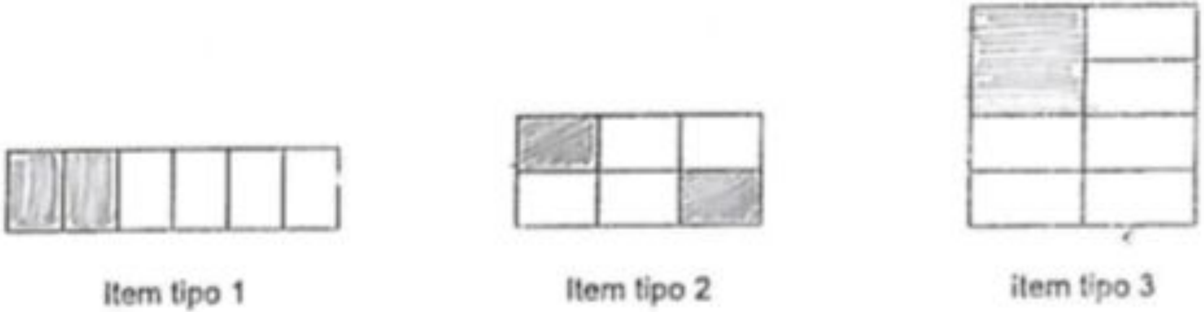


FIGURA 8.2. Exemplos de itens usados para estudar a compreensão das crianças sobre frações. FONTE: Campos e cols. (1995).

- “as crianças podem usar a linguagem das frações sem compreender completamente sua natureza” (p. 193).

- $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$
    - 5/7
    - 17/12
    - Repetição de uma rotina ensinada na sala de aula. “nenhuma [criança] conseguiu explicar por que havia mudado as frações e usado o denominador comum 12 antes de somar as frações” (p. 193).

“Criança pode aprender frações. E gosta!” Terezinha Nunes

- O relativo e o absoluto
- O conceito de divisão, resolução de problemas.

Problemas como:

- “A professora da 3ª série trouxe uma sacola com 20 bolinhos para distribuir entre os alunos, e hoje, vieram 30 alunos a aula. As crianças vão trabalhar em pequenos grupos, discutir suas respostas e depois apresentá-las classe” (p. 125)
- “Dois meninos e três meninas tem uma torta igual. As meninas vão repartir a torta delas igualmente. Os meninos também vão repartir a torta deles igualmente. São três meninas repartindo uma torta e dois meninos repartindo uma outra torta. Quando eles terminarem de repartir e forem comer seus pedaços de torta, cada menina vai comer a mesma quantidade de torta que cada menino?” (p. 125)

“Criança pode aprender frações. E gosta!” Terezinha Nunes

- O conceito de divisão, resolução de problemas.

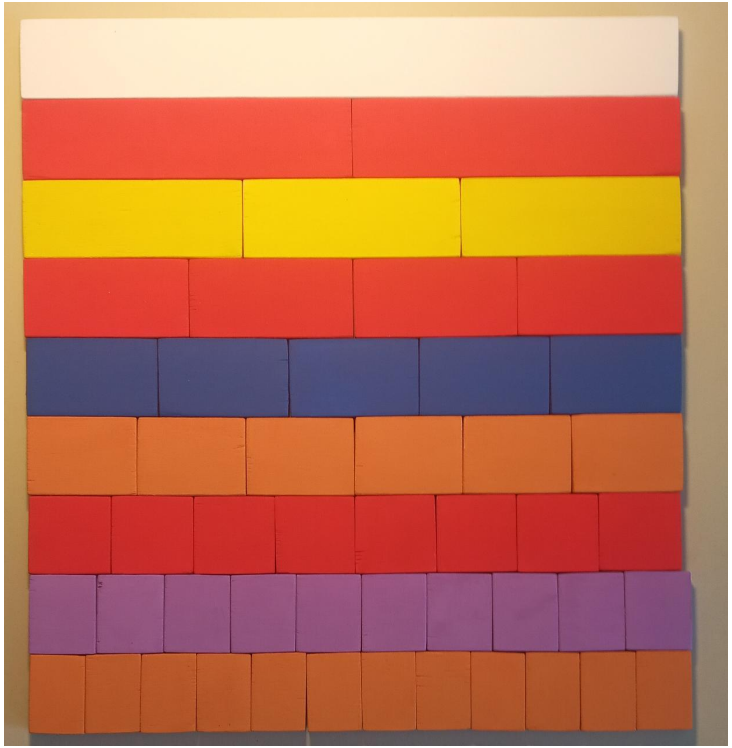
  Resolver de dois modos distintos cada uma das divisões abaixo.
  - 3 chocolates para 4 crianças;
  - 2 chocolates para 3 crianças.

“Criança pode aprender frações. E gosta!” Terezinha Nunes

“Quantos daqueles pedacinhos você precisa para fazer um todo?”, “Quantas vezes essa parte cabe no todo?”.

- “frações são números produzidos por divisões (em vez de por união com números inteiros); elas são números no campo dos quocientes” (p. 196).
  - “Todo mundo pode aprender frações e todo mundo gosta de aprender frações, quando pode utilizar seu próprio raciocínio” (p. 136).

Frac-soma 235



Instruções para construção e TCC sobre sua aplicação do Ensino Fundamental (moodle)

Explorando o frac-soma

Que dificuldades e cuidados devem ser tomados na construção do frac-soma?

Por que partir de tiras de 24 cm?

Por que não tem as peças representando 1/7 e 1/9?

Ao dar nome às partes do frac-soma, identificamos frações unitárias.

Explorando o frac-soma

Questão central: **Como se dá nome a uma fração?**

- Frações equivalentes são aquelas que representam a mesma parte do todo.

1) Escreva todas as possibilidades de famílias de frações equivalentes que aparecem no frac-soma construído.
2) Como podemos mostrar/induzir os alunos para que concluam sobre como gerar frações equivalentes a uma fração dada?

Atividade de dobradura - folha de papel.

Retomando a aula passada…

Quais ideias sobre frações são relevantes quando pensamos em seu ensino?

Explorando o frac-soma

“Um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los”.

O aluno precisa agir sobre o material, e não reproduzir o que o professor faz com ele.

“Não há nenhuma garantia que os alunos vejam as mesmas relações nos materiais que vemos”.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, v. 9, n. 9-10, 2005.

Explorando o frac-soma - operações

Crie 2 adições de frações com denominadores iguais cuja resolução possa ser visualizada no frac-soma.

Ideia de adição dos números naturais - juntar objetos de mesma espécie.

Cuidar com “$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$” - construção do material.

Crie 2 adições de frações com denominadores diferentes cuja resolução possa ser visualizada no frac-soma.

Qual seria o argumento para transformar as frações iniciais?

Explorando o frac-soma - operações

Discutir as diferentes formas de realizar essas operações:

- Utilizando o material;
- Frações equivalentes;
- MMC.

Explorando o frac-soma - operações

Crie 2 subtrações de frações com denominadores iguais cuja resolução possa ser visualizada no frac-soma.

Ideia de subtração dos números naturais - falta, comparar, completar

Crie 2 subtrações de frações com denominadores diferentes cuja resolução possa ser visualizada no frac-soma.

Qual seria o argumento para transformar as frações iniciais?

Explorando o frac-soma - operações

Multiplicação de frações:
- Crie multiplicações que possam ser resolvidas com o material, envolvendo um número natural e uma fração.

Ideia de multiplicação dos números naturais - somar tantas vezes um número com ele mesmo.

- Crie multiplicações que possam ser resolvidas com o material, envolvendo duas frações.

O sinal x é interpretado como a preposição "de"
2 x 5: o dobro de 5.

Explorando o frac-soma - operações

Multiplicação de frações:

Representação utilizando retângulo e cortes na vertical e horizontal.
Ex: $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

Criar outros.

Explorando o frac-soma - operações

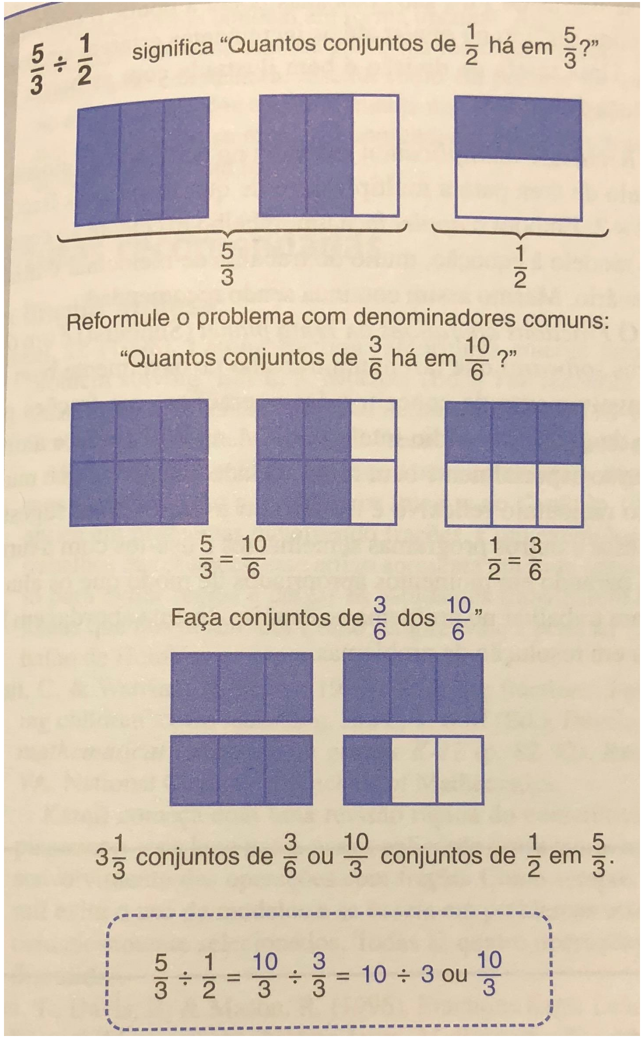
Divisão de frações:
- Como você faria para resolver divisões de frações utilizando o frac-soma?

fração e número natural
Duas frações.
$5/3 \div 1/2$

Ideia de divisão dos números naturais - distribuição e medição (quantas vezes cabe).

Estratégia de transformar em frações com mesmo denominador.

Como a divisão de frações aparece nos livros didáticos?


$\frac{5}{3} \div \frac{1}{2}$ significa "Quantos conjuntos de $\frac{1}{2}$ há em $\frac{5}{3}$?"

$\underbrace{}_{\frac{5}{3}}$ $\underbrace{}_{\frac{1}{2}}$

Reformule o problema com denominadores comuns:
"Quantos conjuntos de $\frac{3}{6}$ há em $\frac{10}{6}$?"

$\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$ $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$

Faça conjuntos de $\frac{3}{6}$ dos $\frac{10}{6}$"

$3\frac{1}{3}$ conjuntos de $\frac{3}{6}$ ou $\frac{10}{3}$ conjuntos de $\frac{1}{2}$ em $\frac{5}{3}$.

$\frac{5}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{10}{3} \div \frac{3}{3} = 10 \div 3$ ou $\frac{10}{3}$

Van de Walle, p. 359.

Transformar as frações em outras equivalentes com mesmo denominador

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = \square$$

Escreva a equação em uma forma equivalente como o produto com um fator desconhecido.

$$\frac{3}{4} = \square \times \frac{5}{6}$$

Multiplique ambos os lados por $\frac{6}{5}$.

($\frac{6}{5}$ é o inverso de $\frac{5}{6}$.)

$$\frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \square \times \left(\frac{5}{6} \times \frac{6}{5}\right)$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \square \times 1$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \square$$

Mas também $\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = \square$

Portanto,

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \times \frac{6}{5} = \square$$

Em geral

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Van de Walle, p. 360.

Entretanto, nem sempre representações desse tipo permitem a visualização do resultado e por isso deve-se lançar mão de outras estratégias. Por exemplo, a propriedade: "um quociente não se altera quando dividendo e divisor são multiplicados por um mesmo número" ("invariância do quociente") permite obter na divisão de frações, uma fração com denominador 1.

$$\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{5}{4} \times \frac{3}{2}}{\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}} = \frac{\frac{15}{8}}{1} = \frac{15}{8}.$$

Assim, uma forma de interpretar a divisão é lançar mão da idéia do inverso multiplicativo de um racional diferente de zero: "dividir é multiplicar pelo inverso"

$$\frac{5}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}.$$

Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática EF, p. 105.