

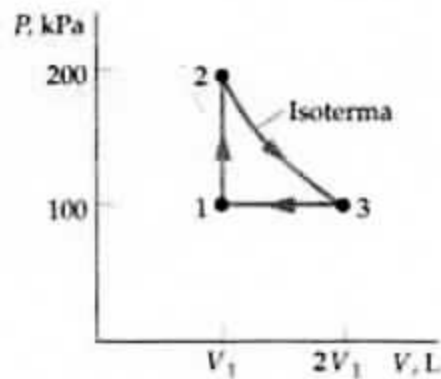
6ª Avaliação (100 minutos)

NOME: _____ Número USP: _____

NOME: _____ Número USP: _____

1) A figura mostra um ciclo de transformações termodinâmicas sofridas por 1,0 mol de um gás monoatômico ideal com volume inicial $V_1 = 25,0$ L. Todos os processos são quase-estáticos. Para cada uma das etapas do ciclo, determine:

- a variação na energia interna do gás
- o trabalho transferido, interpretando se o gás realizou ou sofreu trabalho
- o calor transferido, interpretando se o gás recebeu ou perdeu energia térmica



2) Uma amostra de 0,500 mol de um gás monoatômico ideal, inicialmente a 400 kPa e 300 K, expande-se em um processo quase-estático até que sua pressão diminui para 160 kPa. Determine a temperatura final do gás, o volume final do gás, o trabalho e a troca de calor nas seguintes condições:

- expansão isotérmica e gás ideal monoatômico
- expansão adiabática e gás ideal monoatômico
- expansão isotérmica e gás ideal diatômico
- expansão adiabática e gás ideal diatômico

Exercício 6 - 20/10/2022

- ① $n = 1,0 \text{ mol}$ Gás monoatômico ideal $dU = \frac{3}{2} nRdT$
 $V_1 = 25,0 \text{ L}$

Utilizando a Lei dos Gases Ideais, podemos determinar a temperatura dos estados 1, 2 e 3:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \quad T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR}, \quad T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR}, \quad T_3 = \frac{P_3 V_3}{nR}$$

Etapas 1-2: transformação isovolumétrica, com $V = 25,0 \text{ L}$, $P_1 = 100 \text{ kPa}$,
 $P_2 = 200 \text{ kPa}$

a) $dU = \frac{3}{2} nRdT$

$$\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} \frac{3}{2} nRdT = \frac{3}{2} nR (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} nR \left(\frac{P_2 V_2}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR} \right)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (200 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-3} - 100 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-3}) = 3750 \text{ J} //$$

- b) $W = \int P dV = 0 //$, pois $dV = 0$ Não houve realização de trabalho.

c) $dU = dQ + dW \xrightarrow{dW=0} dQ = dU$

$$Q = \Delta U = 3750 \text{ J} // \text{ O gás recebe calor.}$$

Etapas 2-3: transformação isotérmica, com $V_2 = 25,0 \text{ L}$, $V_3 = 2V_2$, $P_2 = 200 \text{ kPa}$,
 $P_3 = 100 \text{ kPa}$

a) $dU = \frac{3}{2} nRdT$

$$\Delta U = \int_{T_2}^{T_3} \frac{3}{2} nRdT = 0, \text{ pois } dT = 0 //$$

b) $W = \int_{V_2}^{V_3} P dV = \int_{V_2}^{V_3} \frac{nRT_2}{V} dV = nRT_2 \int_{V_2}^{V_3} \frac{1}{V} dV = nRT_2 \cdot \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = nRT_2 \cdot \ln \left(\frac{2V_2}{V_2} \right)$

Como $T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR}$, vem:

$$W = nR \cdot \frac{P_2 V_2}{nR} \cdot \ln(2) = 200 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-3} \ln(2) \approx +3466 \text{ J} //$$

O gás realizou trabalho.

c) $dU = dQ + dW$

$$dQ = +dW$$

$$Q = 3466 \text{ J} // \text{ O gás recebe calor.}$$

Etapa 3-1 : transformação isobárica, com $P_1 = P_3 = 100 \text{ hPa}$, $V_3 = 50,0 \text{ L}$,
 $V_1 = 25,0 \text{ L}$.

a) $dU = \frac{3}{2} nR dT$

$$\Delta U = \int_{T_3}^{T_1} \frac{3}{2} nR dT = \frac{3}{2} nR (T_1 - T_3) = \frac{3}{2} nR \left(\frac{P_1 V_1}{nR} - \frac{P_3 V_3}{nR} \right) = \frac{3}{2} P_1 (V_1 - V_3)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot 100 \cdot 10^3 (25 - 50) \cdot 10^{-3} = -3750 \text{ J} //$$

b) $W = + \int_{V_3}^{V_1} P dV = + P \int_{V_3}^{V_1} dV = + P (V_1 - V_3) = + 100 \cdot 10^3 (25 - 50) \cdot 10^{-3} = -2500 \text{ J} //$

O gás sofreu trabalho, isto é, a vizinhança realizou trabalho sobre o gás.

c) $dU = dQ + dW$

$$dQ = dU + dW$$

$$Q = -3750 - 2500$$

$$Q = -6250 \text{ J} // \quad \text{O gás perdeu energia térmica.}$$

② $n = 9500 \text{ mol}$ $P_1 = 400 \text{ hPa}$, $T_1 = 300 \text{ K}$
 $P_2 = 160 \text{ hPa}$

$T_2 = ?$
 $V_2 = ?$
 $dW = ?$
 $dQ = ?$

a) Gás monoatômico ideal: $C_v = \frac{3}{2} nR$, $C_p = \frac{5}{2} nR$
 Transformação isotérmica

$T = \text{cte} \Rightarrow T_2 = T_1 = 300 \text{ K}$

Utilizando a Lei dos Gases Ideais, podemos determinar V_1 e V_2 :

$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = 0,0031 \text{ m}^3$ $V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = \frac{0,500 \cdot 8,314 \cdot 300}{160 \cdot 10^3} \approx 0,0078 \text{ m}^3$

$V_2 = 7,8 \text{ L}$

$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = +nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = +nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

$W = +nRT \cdot \ln\left(\frac{nRT_2/P_2}{nRT_1/P_1}\right) = +nRT \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = +0,5 \cdot 8,314 \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{400}{160}\right)$
 $(T_1 = T_2)$

$W \approx +1143 \text{ J}$

Utilizando a 1ª Lei da Termodinâmica; e lembrando que $dU = \frac{3}{2} nR dT$, vem:

$dU = dQ + dW$

$dU = \frac{3}{2} nR dT = 0$, pois $dT = 0$

$dQ = -dW$

$Q = +W = 1143 \text{ J}$

b) Gás monoatômico ideal: $C_v = \frac{3}{2} nR$, $C_p = \frac{5}{2} nR$

Transformação adiabática $\rightarrow$ não há troca de calor, logo $Q = 0$

Para determinar o volume final, podemos utilizar:

$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}$, onde $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ é a constante adiabática.

$V_2^{\gamma} = \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{P_2} \Rightarrow V_2 = \left(\frac{P_1 V_1^{\gamma}}{P_2}\right)^{1/\gamma} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma} \cdot V_1$

Como $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{5}{2} nR}{\frac{3}{2} nR} = \frac{5}{3}$, vem:

$V_2 = \left(\frac{400}{160}\right)^{3/5} \cdot 0,0031 \approx 0,0054 \text{ m}^3$

$V_2 \approx 5,4 \text{ L}$

Para determinar a temperatura final, basta utilizar a Lei dos Gases, já que P_2 e V_2 são conhecidos:

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{160 \cdot 10^3 \cdot 5,4 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 8,314} \approx 207,8 \text{ K} \quad \boxed{T_2 \approx 207,8 \text{ K}}$$

Como $Q = 0$, pela 1ª Lei da Termodinâmica temos:

$$dU = dQ + dW \Rightarrow dW = -dU$$

$$dW = -C_V dT$$

$$W = -\int C_V dT = -\frac{3}{2} nR \Delta T = -\frac{3}{2} nR (T_2 - T_1)$$

~~$$W = -\frac{3}{2} \cdot 0,5 \cdot 8,314 (207,8 - 300)$$~~

$$W = -\frac{3}{2} \cdot 0,5 \cdot 8,314 (207,8 - 300)$$

$$\boxed{W \approx +574,9 \text{ J}}$$

c) Gás diatômico ideal, transformação isotérmica.

O fato do gás ser diatômico muda apenas a variação de sua energia interna. Como em uma transformação isotérmica $dU = 0$, o trabalho e a troca de calor não se alteram se o gás for diatômico.

Logo: $T_2 = 300 \text{ K}$, $V_2 = 7,8 \text{ L}$, $W = +1143 \text{ J}$, $Q = 1143 \text{ J}$

Gás diatômico ideal, transformação adiabática.

O fato do gás ser diatômico implica na mudança da constante adiabática, que, por sua vez, implica em mudanças no volume e na temperatura final do gás, bem como no trabalho.

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{7}{2} nR}{\frac{5}{2} nR} = \frac{7}{5}$$

$$V_2 = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{1/\gamma} V_1 = \left(\frac{400}{160} \right)^{5/7} \cdot 3,1 \Rightarrow \boxed{V_2 \approx 6,0 \text{ L}}$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{160 \cdot 10^3 \cdot 6,0 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 8,314} \Rightarrow \boxed{T_2 \approx 231 \text{ K}}$$

$$W = -\int C_V dT = -\frac{5}{2} nR \Delta T = -\frac{5}{2} nR (T_2 - T_1) = -\frac{5}{2} \cdot 0,5 \cdot 8,314 \cdot (231 - 300)$$

$$\boxed{W \approx 717 \text{ J}}$$

$$\boxed{Q = 0} \quad (\text{transformação adiabática})$$