

Astronomia de Posição

2º semestre - 2022

Aula_12 – 19/10/2022

Noções de trigonometria esférica

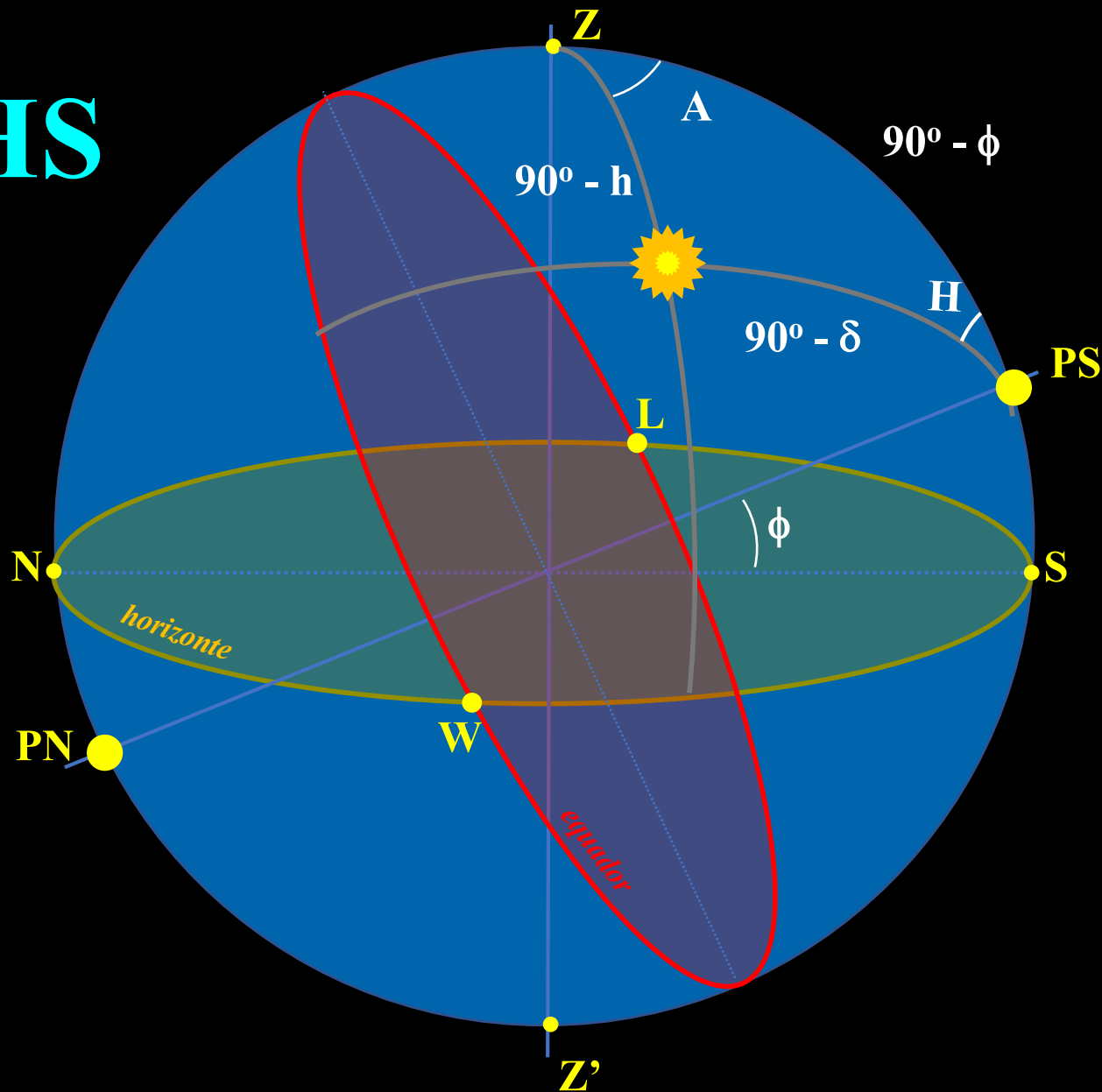
Ramachrisna Teixeira

IAG-USP

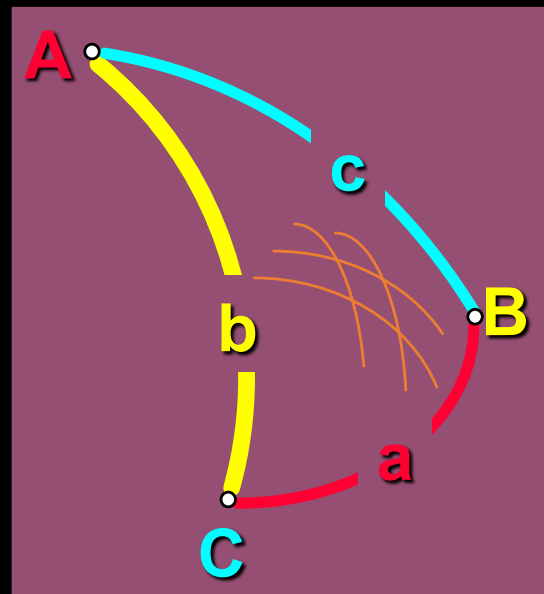
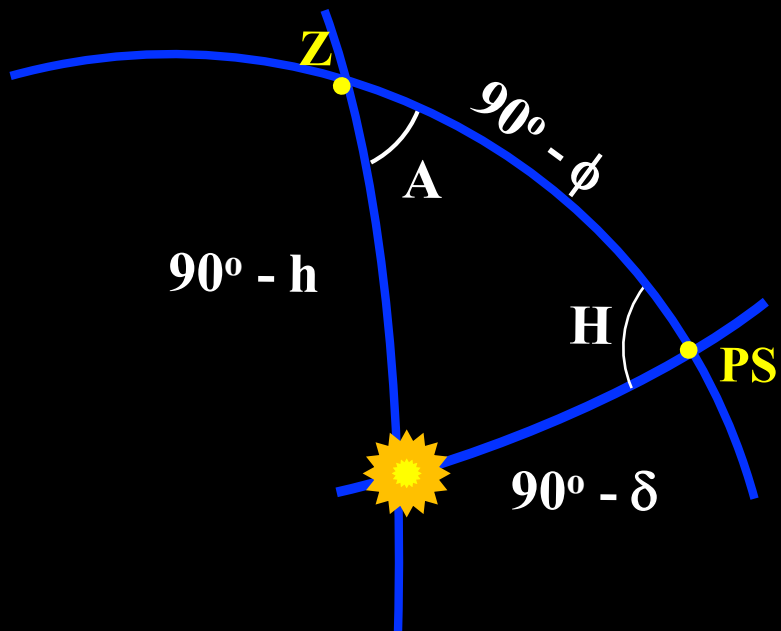
rama.teixeira@iag.usp.br

Exemplo 1 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.

VERÃO - HS



Exemplo 1 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.

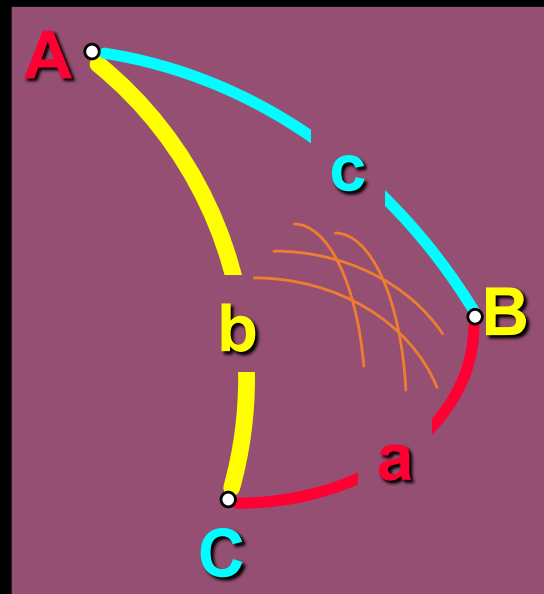
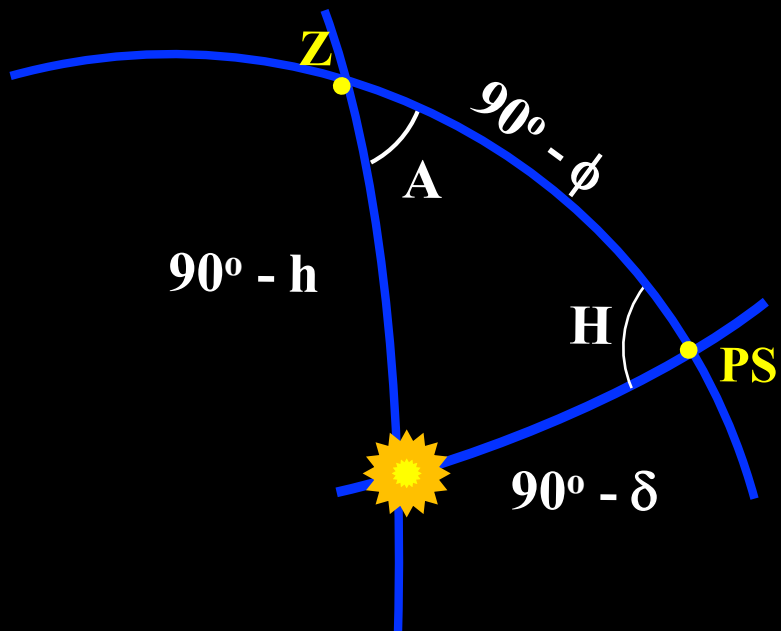


$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(90^\circ - h) \cdot \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - h) \cdot \sin(90^\circ - \phi) \cdot \cos(A)$$

$$\sin(\delta) = \sin(h) \cdot \sin(\phi) + \cos(h) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(A)$$

Exemplo 1 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.



$$\text{sen}(\delta) = \text{sen}(h) \cdot \text{sen}(\phi) + \text{cos}(h) \cdot \text{cos}(\phi) \cdot \text{cos}(A)$$

nascer/ocaso $\longrightarrow h = 0^\circ$

$$\text{sen}(\delta) = \text{cos}(\phi) \cdot \text{cos}(A)$$

Exemplo 1 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.

$$\text{sen}(\delta) = \cos(\phi) \cdot \cos(A)$$

$$\cos(A) = \frac{\text{sen}(\delta)}{\cos(\phi)}$$

equinócios $\longrightarrow \delta = 0^\circ$

$$\cos(A) = 0 \left[\begin{array}{l} \longrightarrow A_o = 90^\circ \\ \longrightarrow A_n = 270^\circ \end{array} \right.$$

Exemplo 1 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.

$$\text{sen}(\delta) = \cos(\phi) \cdot \cos(A)$$

$$\cos(A) = \frac{\text{sen}(\delta)}{\cos(\phi)}$$

solstício verão



$$\delta = 23,5^\circ$$

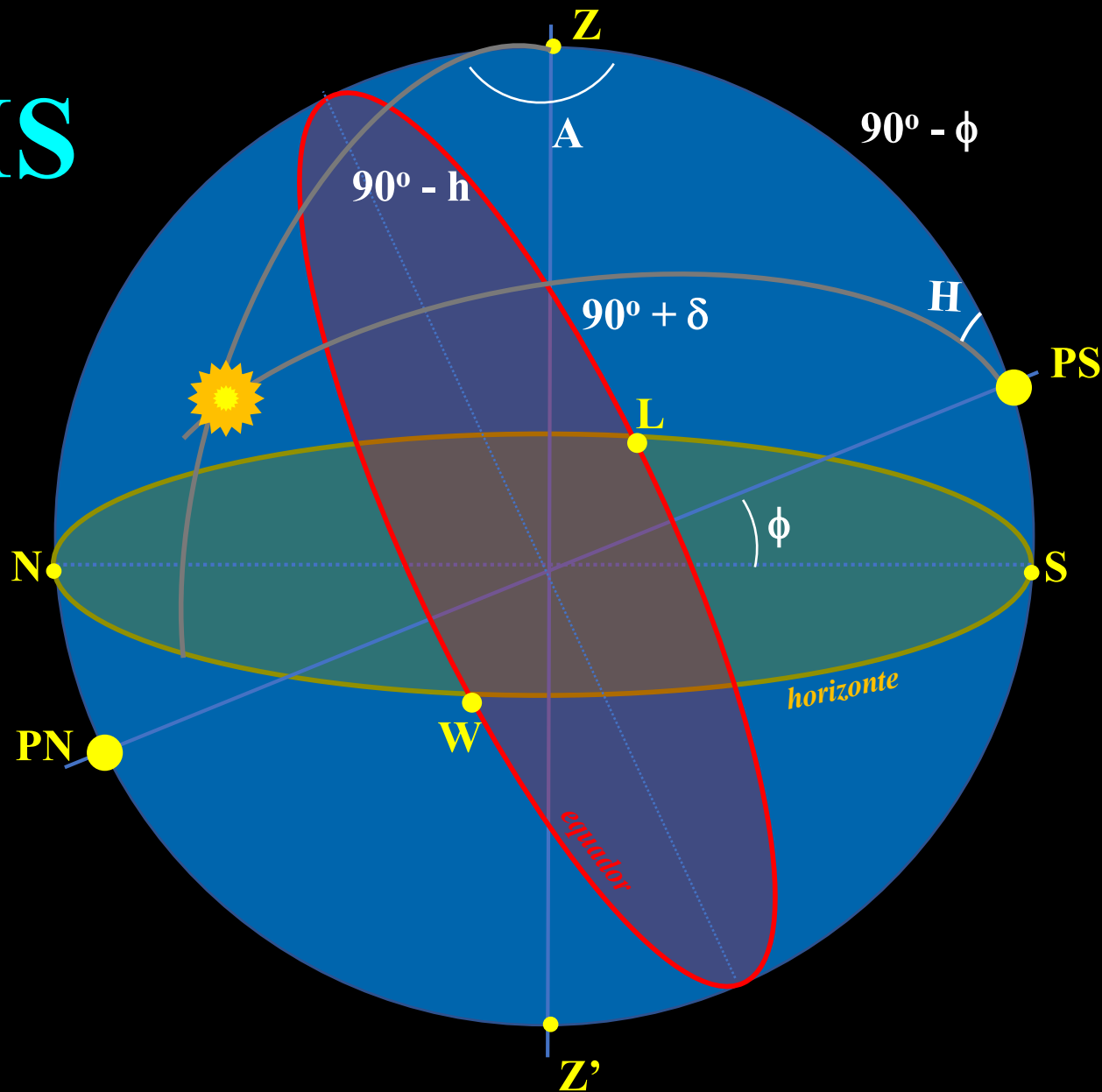
*figura já organizada
com o Sol no hemisfério sul*

$$\cos(A) = +\text{tg}(23,5^\circ)$$

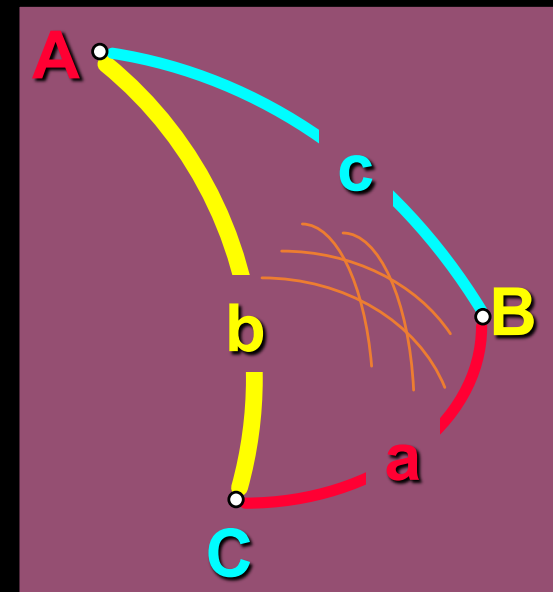
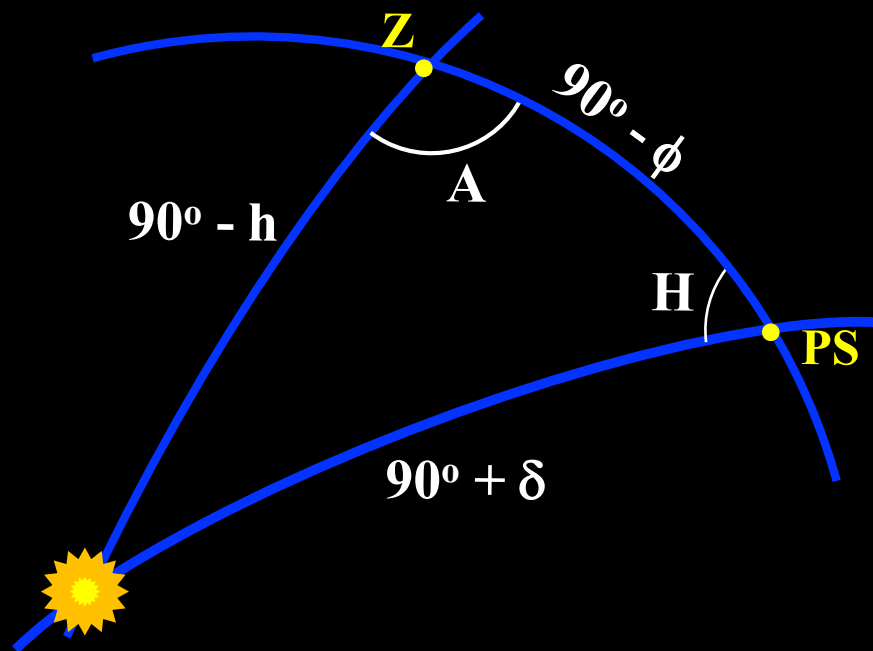
$$\left[\begin{array}{l} \rightarrow A_n = 295,8^\circ \\ \rightarrow A_o = 64,2^\circ \end{array} \right.$$

Exemplo 1 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.

Inverno - HS



Exemplo 1 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.



$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

$$\cos(90^\circ + \delta) = \cos(90^\circ - h) \cdot \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - h) \cdot \sin(90^\circ - \phi) \cdot \cos(A)$$

$$-\sin(\delta) = \sin(h) \cdot \sin(\phi) + \cos(h) \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(A)$$

Exemplo 1 - obter azimute do nascer e de ocaso do Sol nos equinócios e solstícios de um observador em São Paulo.

$$-\text{sen}(\delta) = \text{sen}(h) \cdot \text{sen}(\phi) + \text{cos}(h) \cdot \text{cos}(\phi) \cdot \text{cos}(A)$$

nascer/ocaso $\longrightarrow h = 0^\circ$

$$\text{sen}(\delta) = -\text{cos}(\phi) \cdot \text{cos}(A) \longrightarrow \text{cos}(A) = \frac{-\text{sen}(\delta)}{\text{cos}(\phi)}$$

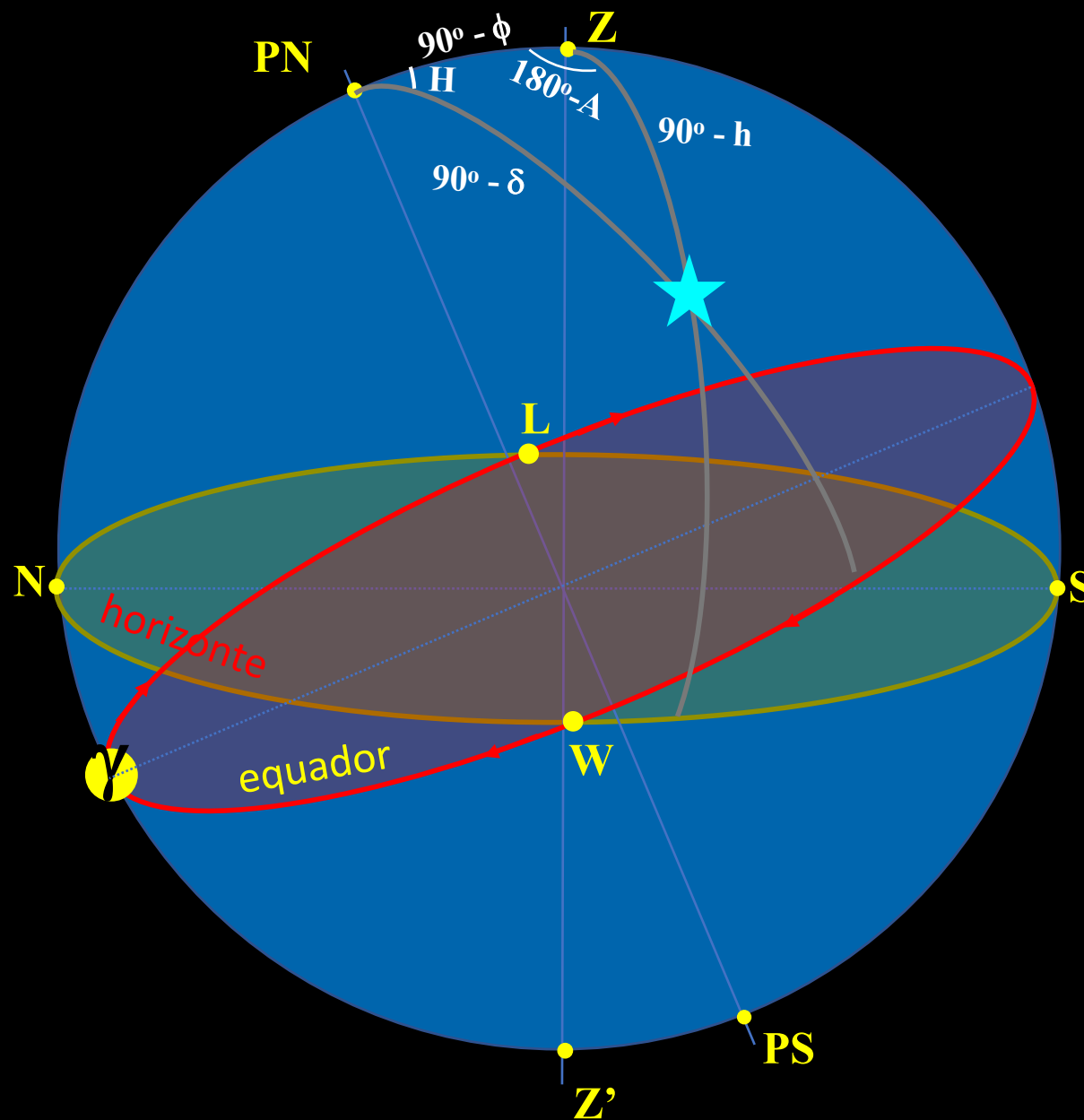
solstício inverno $\longrightarrow \delta = 23,5^\circ$ *figura já organizada com o Sol no hemisfério norte*

$$\text{cos}(A) = -\text{tg}(23,5^\circ) \left[\begin{array}{l} \longrightarrow A_n = 244,2^\circ \\ \longrightarrow A_o = 115,8^\circ \end{array} \right.$$

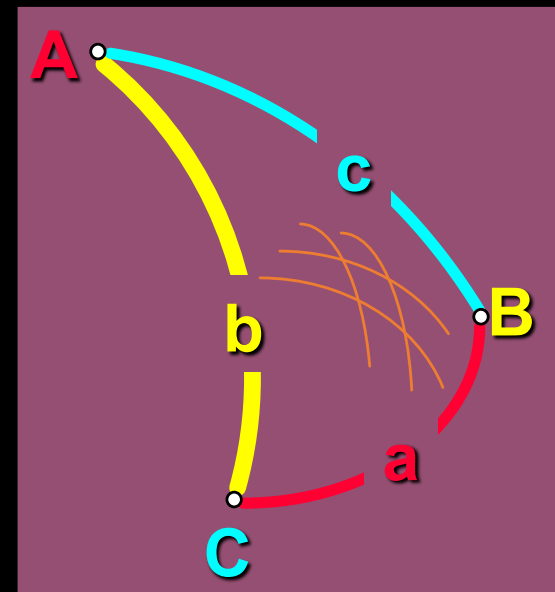
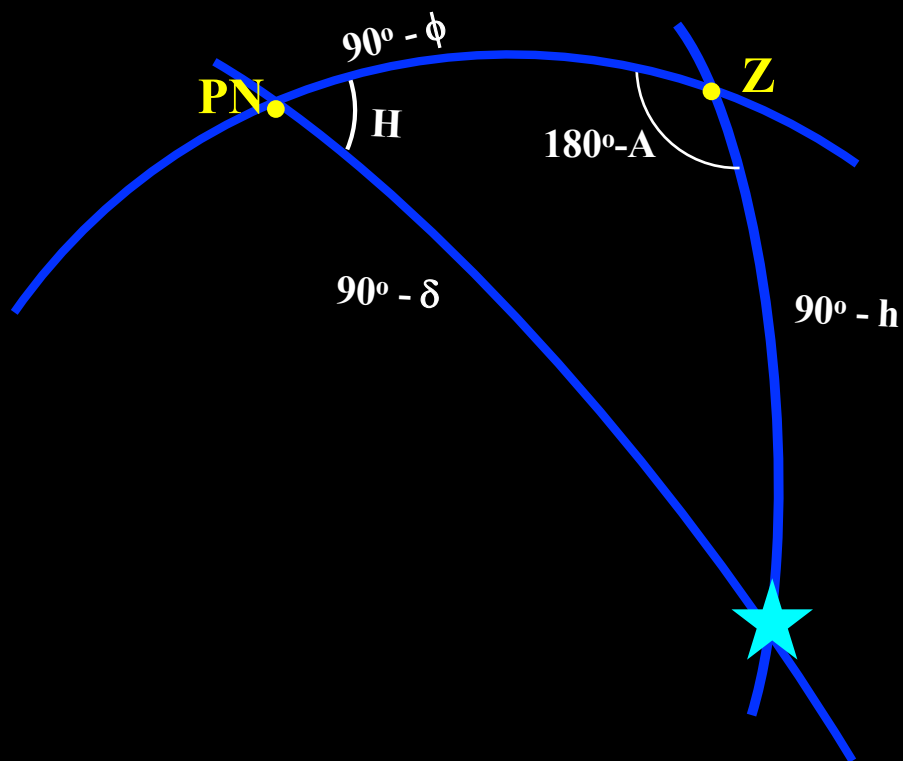
Atividades

Exemplo 1 - obter as coordenadas equatoriais de um astro a partir das horizontais para o instante sideral $TS=12h$.

Exemplo 1 - obter as coordenadas equatoriais de um astro a partir das horizontais para o instante sideral $TS=12h$.



Exemplo 1 - obter as coordenadas equatoriais de um astro a partir das horizontais para o instante sideral TS=12h.

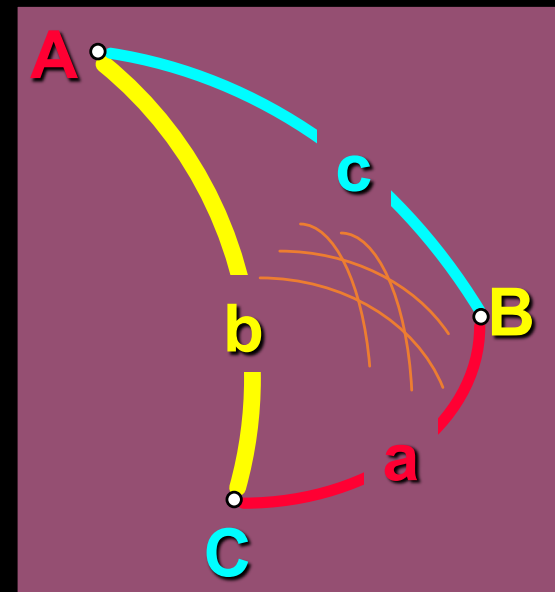
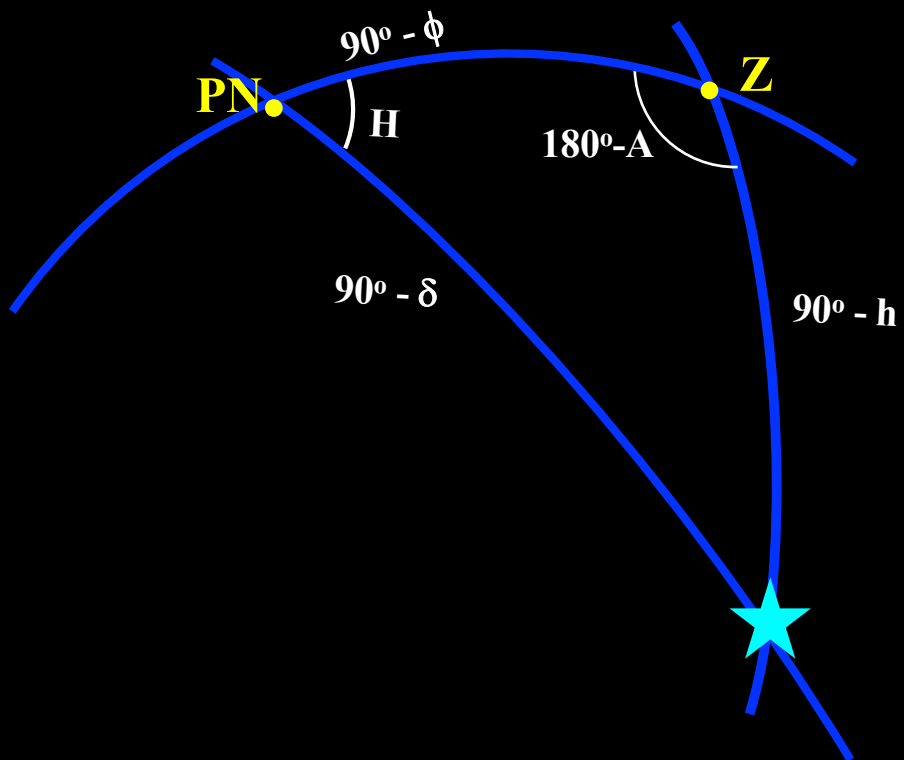


$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

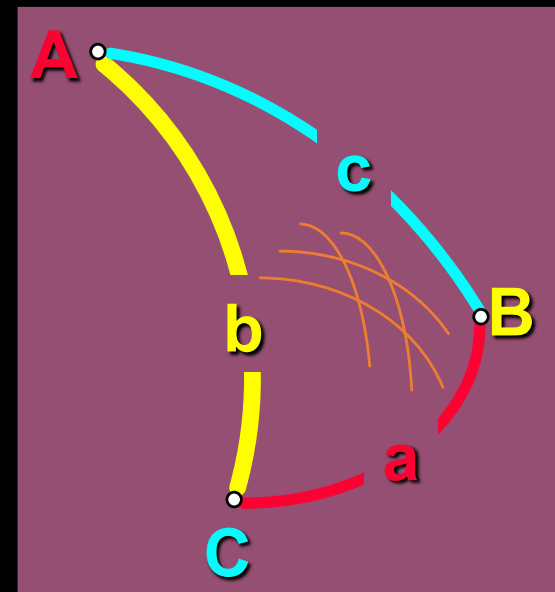
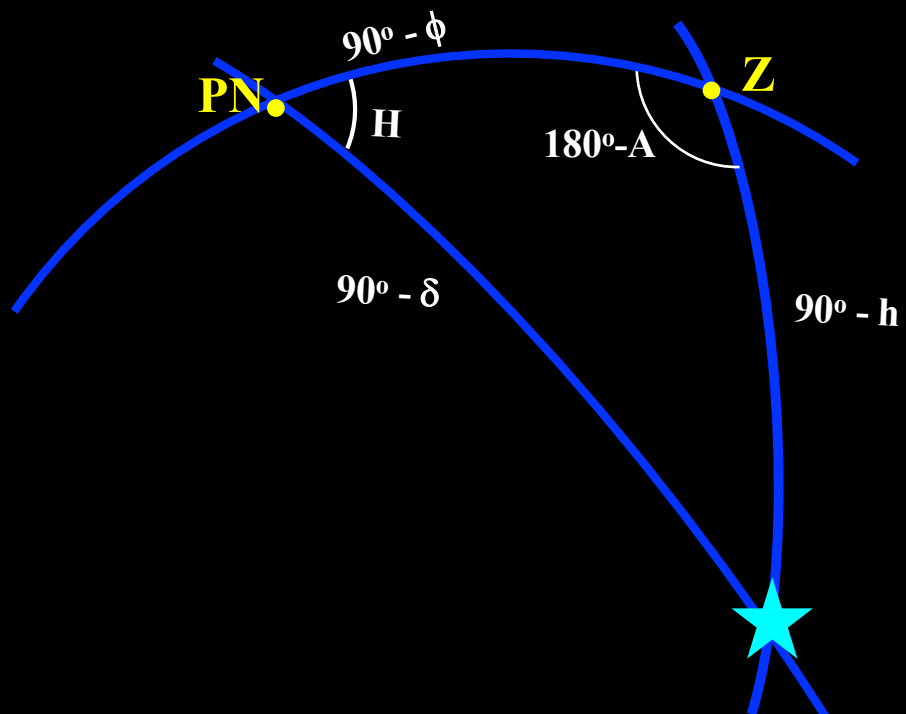
$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(90^\circ - h) \cdot \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - h) \cdot \sin(90^\circ - \phi) \cdot \cos(180^\circ - A)$$

$$\sin \delta = \sinh \cdot \sin \phi - \cosh \cdot \cos \phi \cdot \cos A \quad \rightarrow \quad \delta$$

Exemplo 1 - obter as coordenadas equatoriais de um astro a partir das horizontais para o instante sideral $TS=12h$.



Exemplo 1 - obter as coordenadas equatoriais de um astro a partir das horizontais para o instante sideral $TS=12h$.



$$\frac{\text{sen } a}{\text{sen } A} = \frac{\text{sen } b}{\text{sen } B} = \frac{\text{sen } c}{\text{sen } C}$$



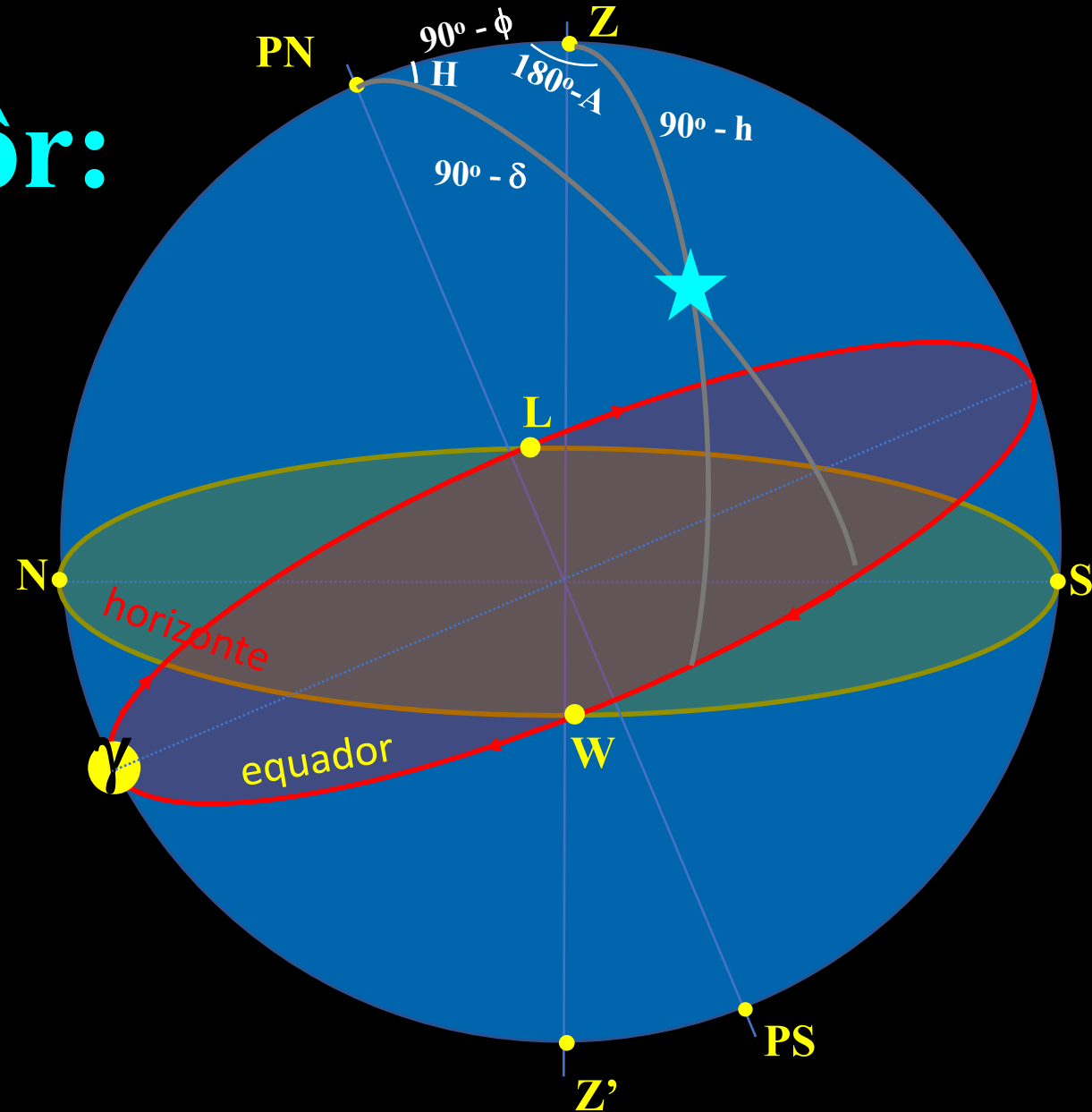
$$\text{sen } H = (\text{cosh} \cdot \text{sen } A) / \text{cos } \delta$$

$$\frac{\text{sen}(90^\circ - h)}{\text{sen } H} = \frac{\text{sen}(90^\circ - \delta)}{\text{sen}(180^\circ - A)}$$

$$TS = H + \alpha \rightarrow \alpha$$

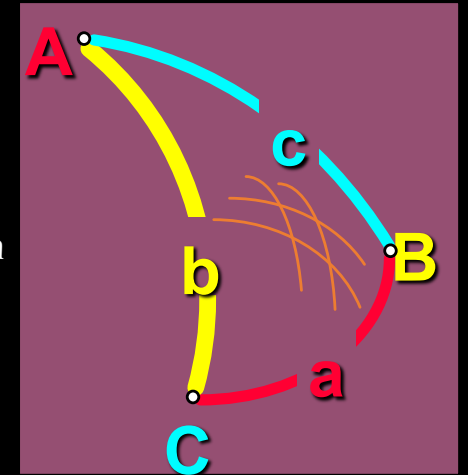
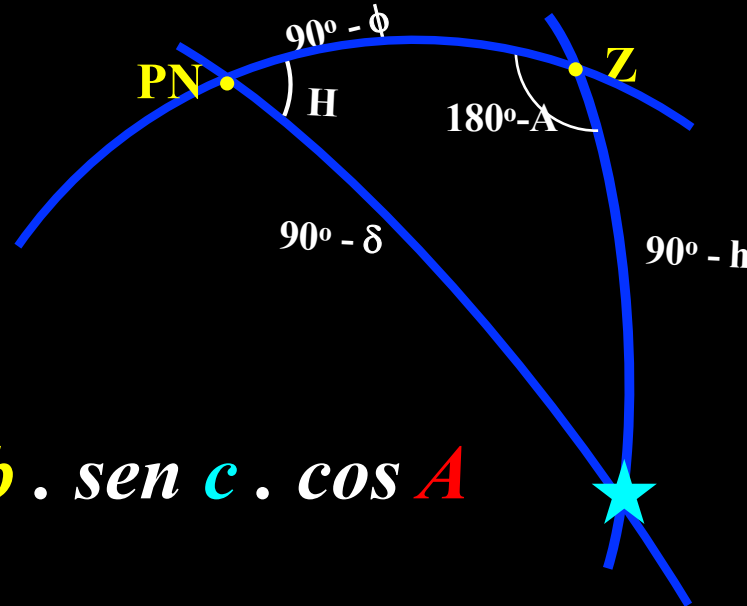
Exemplo_2 - Quais os ângulos horários de nascer e pôr do Sol nos equinócios para um observador em Paris ($\phi = 49^\circ$)? Considere o Sol como um ponto e despreze efeitos atmosféricos.

nascer e pôr:
 $h = 0$



Exemplo_2 - Quais os ângulos horários de nascer e pôr do Sol nos equinócios e solstícios para um observador em Paris ($\phi = 49^\circ$)? Considere o Sol como um ponto e despreze efeitos atmosféricos.

nascer e ocaso $\Rightarrow h = 0$



$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

$$\cos(90^\circ - h) = \cos(90^\circ - \delta) \cdot \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - \delta) \cdot \sin(90^\circ - \phi) \cdot \cos(H)$$

$$\sin h = \sin \delta \cdot \sin \phi + \cos \delta \cdot \cos \phi \cdot \cos H$$



$$\cos H_{Sol} = - \operatorname{tg} \delta_{Sol} \cdot \operatorname{tg} \phi$$

Exemplo_2 - Quais os ângulos horários de nascer e pôr do Sol nos equinócios e solstícios para um observador em Paris ($\phi = 49^\circ$)? Considere o Sol como um ponto e despreze efeitos atmosféricos.

$$\cos H_{Sol} = - \operatorname{tg} \delta_{Sol} \cdot \operatorname{tg} \phi$$

$$\text{Equinócios} \Rightarrow \delta_{Sol} = 0^\circ \quad \longrightarrow \quad \cos H_{Sol} = 0$$

$$H_{Sol} = 270^\circ = 18h$$



nascer do Sol
ponto cardinal Leste

$$H_{Sol} = 90^\circ = 6h$$



pôr do Sol
ponto cardinal Oeste

Exemplo_2 - Quais os ângulos horários de nascer e pôr do Sol nos equinócios e solstícios para um observador em Paris ($\phi = 49^\circ$)? Considere o Sol como um ponto e despreze efeitos atmosféricos.

$$\cos H_{Sol} = - \operatorname{tg} \delta_{Sol} \cdot \operatorname{tg} \phi$$

Solstício Verão

$$\delta_{Sol} = 23.5^\circ \quad \longrightarrow \quad \cos H_{Sol} = -0.50019$$

$$H_{nascer} \cong 240^\circ \sim 16h$$

$$H_{ocaso} \cong 120^\circ \sim 08h$$

Exemplo_2 - Quais os ângulos horários de nascer e pôr do Sol nos equinócios e solstícios para um observador em Paris ($\phi = 49^\circ$)? Considere o Sol como um ponto e despreze efeitos atmosféricos.

$$\cos H_{Sol} = - \operatorname{tg} \delta_{Sol} \cdot \operatorname{tg} \phi$$

Solstício Inverno

$$\delta_{Sol} = -23.5^\circ \longrightarrow \cos H_{Sol} = 0.50019$$

$$H_{nascer} \cong 300^\circ \sim 20h$$

$$H_{ocaso} \cong 60^\circ \sim 04h$$

Exemplo_3 - Quais os instantes de Tempo Solar do nascer e ocaso do Sol nessas datas e para esse observador?

$$T_{sol} = H_{sol} + 12h$$

Equinócios: \Rightarrow

$$H_{nascer} = 18h \Rightarrow T_{sol} = 6h$$
$$H_{ocaso} = 6h \Rightarrow T_{sol} = 18h$$

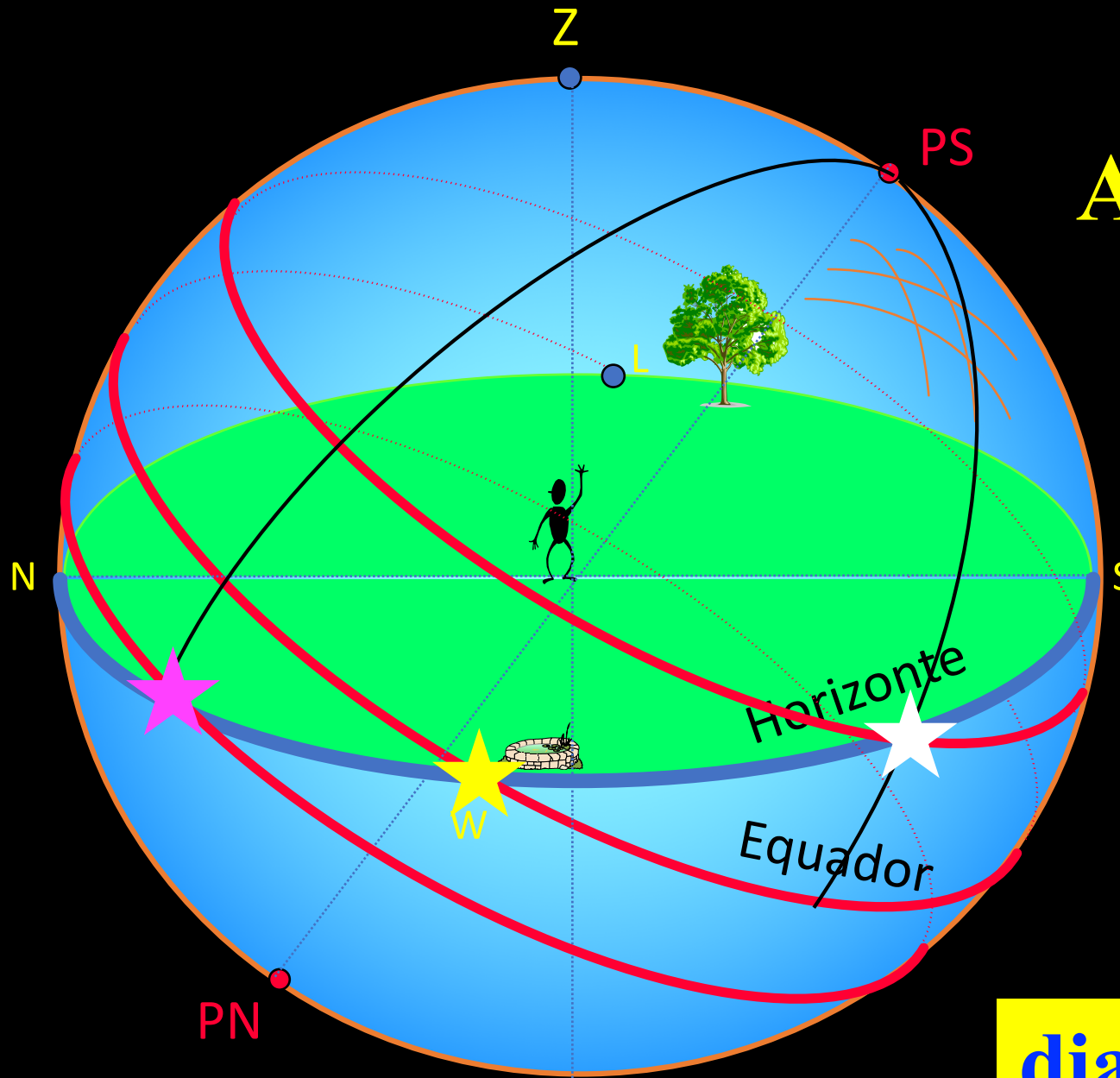
Solstício Verão: \Rightarrow

$$H_{nascer} = 16h \Rightarrow T_{sol} = 04h$$
$$H_{ocaso} = 08h \Rightarrow T_{sol} = 20h$$

Solstício Inverno: \Rightarrow

$$H_{nascer} = 20h \Rightarrow T_{sol} = 08h$$
$$H_{ocaso} = 04h \Rightarrow T_{sol} = 16h$$

Visibilidade



Arco semi-diurno

$$\Delta t_{\text{visib}} = 2 \times H_{\text{ocaso}}$$

$$\text{dia claro} = 2 \times H_{\text{ocaso-Sol}}$$

Parte clara do dia

$$\Delta t_{\text{dia claro}} = 2 \times H_{\text{ocaso Sol}}$$

$$\Delta t_{\text{dia claro}} = T_{\text{ocaso}} - T_{\text{nascer}}$$

Equinócios: \rightarrow

$$H_{\text{nascer}} = 18h \Rightarrow T_{\text{Sol}} = 06h$$
$$H_{\text{ocaso}} = 06h \Rightarrow T_{\text{Sol}} = 18h$$
$$\Delta t = 12h$$

Solstício V: \rightarrow

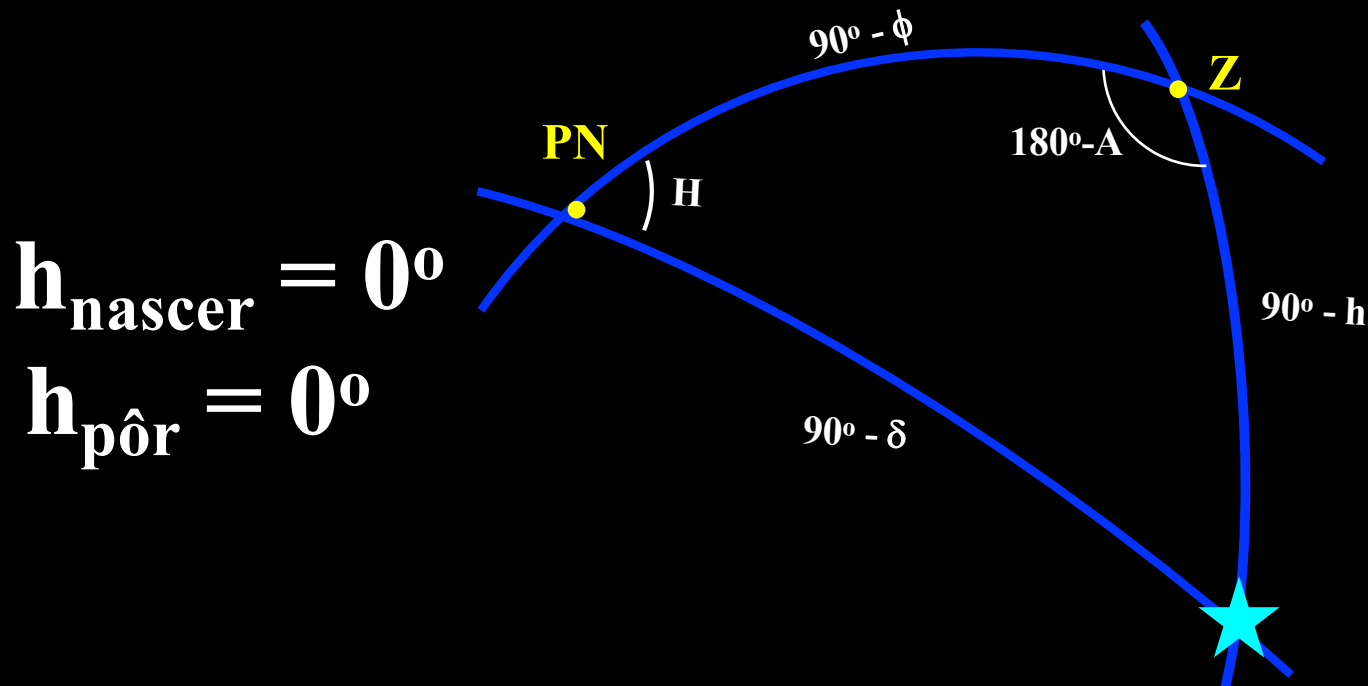
$$H_{\text{nascer}} = 16h \Rightarrow T_{\text{sol}} = 04h$$
$$H_{\text{ocaso}} = 08h \Rightarrow T_{\text{sol}} = 20h$$
$$\Delta t = 16h$$

Solstício I: \rightarrow

$$H_{\text{nascer}} = 20h \Rightarrow T_{\text{sol}} = 08h$$
$$H_{\text{ocaso}} = 04h \Rightarrow T_{\text{sol}} = 16h$$
$$\Delta t = 08h$$

FIM

Exemplo: obter os ângulos horários de nascer e de ocaso de um astro qualquer para um observador qualquer, desprezando a refração atmosférica.



$$h_{\text{nasc}} = 0^\circ$$

$$h_{\text{pôr}} = 0^\circ$$

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A$$

$$\cos(90^\circ - h) = \cos(90^\circ - \delta) \cdot \cos(90^\circ - \phi) + \sin(90^\circ - \delta) \cdot \sin(90^\circ - \phi) \cdot \cos(H)$$

$$\sin h = \sin \delta \cdot \sin \phi + \cos \delta \cdot \cos \phi \cdot \cos H$$

$$\cos H = -\operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \phi$$

