4300375 – Física Moderna 1 – **Lista 3**

Questões

1. Um elétron e um próton são acelerados a partir do repouso por uma mesma diferença de potencial. Qual das partículas tem comprimento de onda maior?

2. Porque o caráter ondulatório da matéria não é observável nas experiências do nosso dia a dia?

3. De que maneira o modelo de Bohr para o H viola o princípio da incerteza?

4. Determine a energia cinética de um elétron de comprimento de onda igual ao diâmetro do átomo de H. Como ela se compara com a energia do estado fundamental do H?

5. Para que um elétron pudesse ser confinado em um núcleo, seu comprimento de onda deveria ser menor que 10^{-14} m. Qual seria sua energia cinética? Com base nesse resultado, você esperaria encontrar um elétron dentro do núcleo?

6. Deseja-se medir simultaneamente o comprimento de onda e a posição de um fóton. Assuma que o comprimento de onda obtido tenha sido λ = 600 nm, com uma precisão de 1 ppm, ou seja, $\Delta\lambda/\lambda = 10^{-6}$. Qual é a incerteza mínima na posição do fóton?

7. Uma espingarda de ar comprimido é usada para atirar projéteis de 1 g a uma velocidade de 100 m/s através de um buraco de 2 mm de diâmetro. A que distância do furo deve estar um observador para que ele perceba uma abertura de 1 cm no feixe de projéteis devido ao princípio da incerteza? Compare esse valor com o diâmetro do universo, ~ 2×10^{26} m.

8. Por que ocorrem dificuldades na aplicação do postulado de de Broglie, $\lambda = h/p$, a uma partícula cujo momento tem módulo variável ?

9. Por que a equação de Schroedinger não é válida para partículas relativísticas ?

10. O que é a função de onda da mecânica quântica ? Explique quais informações podemos obter através dela.

11. Devido a que a função de onda que descreve o comportamento de uma partícula satisfaz a uma equação diferencial, sua evolução no tempo é perfeitamente previsível. Como este fato se ajusta ao princípio da incerteza?

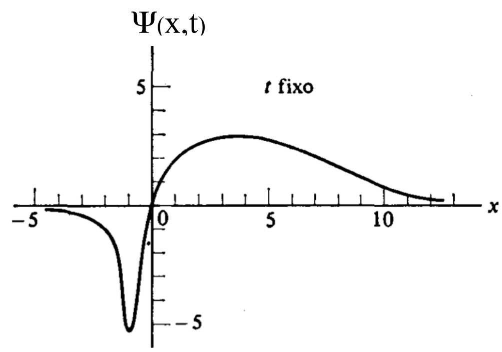
12. Por que ψ *é* necessariamente uma função oscilatória, quando $V(x) < E$?

13. Se uma partícula não está ligada em um potencial, sua energia total não é quantizada. Isto significa que o potencial *não* tem efeito sobre o comportamento da partícula ? Que efeito você esperaria que ele tivesse ?

Problemas

1. Se as funções de onda $\Psi_1(x,t)$ e $\Psi_2(x,t)$ são duas soluções da equação de Schrödinger para um potencial particular $V(x,t)$, mostre que a combinação linear arbitrária $\Psi(x,t) = c_1\Psi_1(x,t) + c_2\Psi_2(x,t)$ também é uma solução desta equação.

2. Em um certo instante, uma função de onda depende da posição conforme está mostrado na figura abaixo. (a) Se fosse feita uma medida que possa localizar a partícula associada em um elemento dx do eixo x nesse instante, onde seria maior a probabilidade de encontrá-la ? (b) Onde seria menor esta probabilidade ? (c) As chances de que ela seja encontrada em *qualquer* valor positivo do eixo x seriam melhores do que as chances de que seja encontrada em *qualquer* valor negativo ?



3. Use a função de onda para a partícula em uma caixa “unidimensional” de comprimento a, dada abaixo, para calcular a probabilidade de que, em uma medida, a partícula seja encontrada dentro de uma região medindo $a/3$, considerada a partir do extremo direito da caixa. A partícula está em seu estado de menor energia. Compare com a probabilidade que seria prevista classicamente.

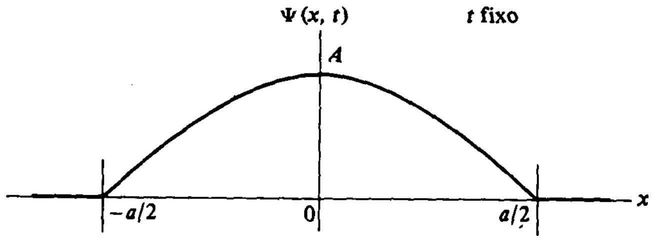
$$\Psi(x,t) = \begin{cases} (2/a)^{1/2} \cos(\pi x/a)\, e^{-iEt/\hbar}, & -a/2 < x < a/2 \\ 0, & x \leq -a/2 \text{ ou } x \geq a/2 \end{cases}$$

4. A função de onda do exercício anterior satisfaz a equação de Shrödinger, desde que $E = \pi^2\hbar^2/2ma^2$. Utilize-a para estimar a energia total de um nêutron, de massa de cerca de 10^{-27}kg, quando supomos que ele se move livremente dentro de um núcleo com dimensões lineares de aproximadamente 10^{-14} m, mas que está estritamente confinado ao núcleo. Expresse a estimativa em Me V. Ela será próxima da energia real de um nêutron no estado de menor energia de um núcleo típico.

5. (a) Verifique que a função de onda

$$\Psi(x,t) = \begin{cases} A\, sen\,(2\pi x/a)\, e^{-iEt/\hbar}, & -a/2 < x < a/2 \\ 0, & x \leq -a/2 \text{ ou } x \geq a/2 \end{cases}$$

é uma solução para a equação de Schrödinger na região $-a/2 < x < +a/2$, para uma partícula que se move livremente nessa região, mas que está estritamente confinada a ela. (b) Determine também o valor da energia total E da partícula nesse primeiro estado excitado do sistema. (c) Trace um gráfico da dependência espacial dessa função de onda. Compare com a função de onda do estado fundamental da figura abaixo e dê um argumento qualitativo que relacione a diferença entre as duas funções de onda com a diferença nas energias totais dos dois estados.



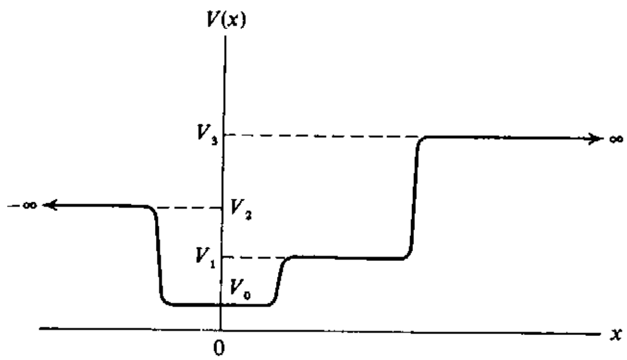
6. Normalize a função de onda do problema 5, ajustando o valor da constante multiplicativa A de forma que a probabilidade total de encontrar a partícula associada em algum ponto da região de comprimento a seja um. (b) Compare com o valor de $A = (a/2)^{1/2}$ do exercício 3. Discuta a comparação.

7. Calcule o valor esperado de x, *e o* valor esperado de x^2, para a partícula associada à função de onda do problema 6.

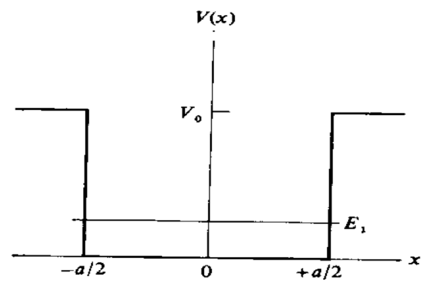
8. Calcule o valor esperado de p, e o valor esperado de p^2, para a partícula associada à função de onda do problema 6.

9. Use as grandezas calculadas nos dois problemas precedentes para calcular o produto das incertezas na posição e no momento da partícula no primeiro estado excitado do sistema considerado. (b) Compare com o produto das incertezas quando a partícula está no estado de menor energia do sistema do exercício 3 ($\Delta x \Delta p = 0{,}57\hbar$). Explique por que os produtos das incertezas são diferentes.

10. Considere uma partícula se movendo em um potencial $V(x)$ desenhado na figura abaixo. Para os seguintes intervalos de valores da energia total E, diga quando há algum valor possível de E, *e, se isto* ocorre, se eles são separados discretamente ou distribuídos continuamente. (a) $E < V_0$, (b) $V_0 < E < V_1$, (c) $V_1 < E < V_2$, (d) $V_2 < E < V_3$, , *(e)* $V_3 < E$.



11. Considere uma partícula se movendo no potencial $V(x)$ ilustrado na figura abaixo, que tem uma região retangular de profundidade V_0 e largura a, no qual a partícula pode estar ligada. Estes parâmetros estão relacionados com a massa m da partícula de uma forma tal que o estado de menor energia possível E_1 *se* encontra a uma energia de aproximadamente $V_0/4$ acima do "fundo". Use argumentos qualitativos para fazer um esboço da forma aproximada da autofunção correspondente $\psi_1(x)$.



12. Considere a autofunção ilustrada na parte superior da figura abaixo. (a) Qual dos três potenciais ilustrados na parte inferior da figura poderia levar a tal autofunção ? Dê argumentos qualitativos que justifiquem sua resposta. (b) A autofunção mostrada não é a correspondente ao estado de menor energia possível para o potencial. Trace um esboço da forma da autofunção que corresponde à menor energia. (c) Indique em outro esboço o intervalo de energias no qual você esperaria estados de energia possíveis discretos e o intervalo de energias no qual você esperaria que os estados de energia possíveis fossem distribuídos continuamente.