

GEOESTATÍSTICA

- **Estatística clássica**
 - variáveis independentes
 - sem continuidade espacial
- **Estatística espacial**
 - valores associados à localização no espaço e/ou no tempo
 - distribuição contínua dos valores
 - processos de estimativa para pontos não amostrados
- **Geoestatística**
 - variáveis regionalizadas: fenômeno natural
- **Fenômeno natural**
 - aspecto estrutural (determinístico)
 - aspecto errático (casual)
 - correlação espacial
- **Variograma**
 - quantificação da continuidade espacial
- **Procedimentos em geoestatística**
 - análise exploratória dos dados
 - cálculo do variograma experimental
 - modelagem
 - krigagem: estimativa e interpolação
 - simulação

VARIOGRAMA

- Ferramenta básica, que permite descrever quantitativamente a variação no espaço de um fenômeno regionalizado.
- A natureza estrutural de um conjunto de dados, assumido pela variável regionalizada, é definida a partir da comparação de valores tomados simultaneamente em dois pontos, segundo uma determinada direção.
- A função variograma $2\gamma(h)$ é definida como sendo a esperança matemática do quadrado da diferença entre os valores de pontos no espaço, separados por uma distância h .

$$2\gamma(h) = E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\}$$

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [Z(x+h) - Z(x)]^2$$

- A interpretação do variograma permite obter parâmetros que descrevem o comportamento espacial das variáveis regionalizadas.
- Uma feição resultante da análise dos parâmetros do variograma experimental é a zona de influência: qualquer valor de $Z(x)$ estará correlacionado com outros valores $Z(x+h)$ que estiverem dentro de um raio "a" de x . Esta correlação, ou a influência de um valor em outro, decresce conforme $Z(x+h)$ aproxima-se de "a".
- O variograma é utilizado para calcular os valores de semivariância, para uma dada distância, os quais são necessários para a organização do sistema de equações de krigagem.
- Necessidade de ajustar uma função matemática que descreva continuamente a variabilidade ou correlação espacial existente nos dados. O variograma experimental não serve para esse fim, porque há necessidade de interpolação e os pontos apresentar-se-ão com uma certa dispersão, principalmente para distâncias grandes, quando o número de pares de amostras diminui.
- O variograma substitui a distância euclidiana "h" pela distância " $2\gamma(h)$ ", atributo específico do local em estudo. A distância dada pelo variograma mede o grau médio de similaridade entre um valor não amostrado e um valor conhecido vizinho.

A **geoestatística** estuda o comportamento das chamadas **variáveis regionalizadas** e fundamentalmente baseia-se nos seguintes pressupostos:

Ergodicidade: a esperança referente à média de todas as possíveis realizações da variável é igual a média de uma única realização dentro de um certo domínio;

Estacionariedade: na região em que se pretende fazer estimativas, o fenômeno é descrito como homogêneo dentro desse espaço;

Hipótese intrínseca: as diferenças entre valores apresentam fraco incremento, isto é, as diferenças são localmente estacionárias.

Para a obtenção de um variograma, portanto, é suposto que a variável regionalizada tenha um comportamento fracamente estacionário, onde os valores esperados, assim como sua covariância espacial, sejam os mesmos por uma determinada área.

Assume-se, desse modo, que os valores dentro da área de interesse não apresentem tendência que possam afetar os resultados.

- variável regionalizada $x(i)$ coletada em pontos i
- $x(i)$ e $x(i+h)$: valores de uma variável regionalizada obtidos nos pontos i e $i+h$, separados entre si por múltiplos da distância \vec{h} , vetor com direção específica, em um espaço a uma, duas ou três dimensões
- valor de cada ponto está relacionado com valores obtidos à partir de pontos situados a uma certa distância; a influência será tanto maior quanto menor for a distância entre os pontos
- grau de relação entre valores numa certa direção pode ser expresso pela **covariância** ou pela **variância**;
- covariância e variância entre valores de uma mesma variável, porem obtidos em **pontos x e $x+h$** .
- para qualquer deslocamento h , os dois primeiros momentos da diferença $[x(i)-x(i+h)]$ são independentes da localização de x e função apenas de h
média = $m = E[x(i)-x(i+h)] = E[Z(x)]$
variância = $E\{[x(i)-x(i+h)]-m\}^2 = E\{[Z(x) - m]^2\}$
- covariância = **$C(h) = E[Z(x+h).Z(x)] - m^2$**
 covariância depende do tamanho de h
 $h = 0$, $C(h)$ passa a representar a variância = **$C(0)$**
- semivariância: metade da variância das diferenças $x(i+h) - x(i)$
 $\gamma(\vec{h}) = \gamma(h) = \Sigma[Z(x+h) - Z(x)] / 2$
- variância de $X = [\Sigma x^2 / n] - [(\Sigma x/n)^2]$
 $\gamma(h) = [1/2 \Sigma (x(i+h) - x(i))^2] / n - [1/2 \Sigma (x(i+h) - x(i)) / n]^2$
 como $[1/2 \Sigma (x(i+h) - x(i)) / n] = 0$,
 $\gamma(h) = 1/2[\{\Sigma x(i+h)^2\} / n + \{\Sigma x(i)^2\} / n] - \{\Sigma x(i+h)x(i)\} / n$,
 o que significa que
 $\gamma(h) = C(0) - C(h)$
- sendo $x(1), x(2), \dots, x(i), \dots, x(n)$, realizações de uma variável regionalizada, satisfazendo a hipótese intrínseca, a estimativa não tendenciosa da semivariância é dada por
 $\gamma(h) = 1/2n \Sigma\{x(i+h) - x(i)\}^2$
- relações são mostradas quando a função $\gamma(h)$ é colocada em gráfico contra h para originar o semivariograma

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^n [x(i+h) - x(i)]^2$$

- semivariância distribui-se de 0, quando $h=0$, até um valor igual a variância das observações para um alto valor de h
- a distância, segundo a qual $\gamma(h)$ atinge um **patamar** (soleira/sill), igual a variância dos dados, é chamada de **alcance** (range).
- para a utilização do semivariograma as seguintes **suposições básicas** são requeridas:
 - a) as diferenças entre pares de valores de amostras são determinadas apenas pela orientação espacial relativa dessas amostras;
 - b) o interesse é focado apenas na média e na variância das diferenças, significando que esses dois parâmetros dependem unicamente da orientação (hipótese intrínseca);
 - c) por conveniência assume-se que os valores da área de interesse não apresentam tendência que possa afetar os resultados e assim a preocupação será apenas com a variância das diferenças entre valores das amostras.
- **Semivariograma** mostra, pela **análise estrutural**, o comportamento espacial da variável regionalizada ou de seus resíduos, quando na presença de tendência:
- **tamanho da zona de influência** em torno de uma amostra; toda amostra cuja distância ao ponto a ser estimado for menor ou igual ao alcance, fornece informações sobre o ponto
- **anisotropia**, quando os semivariogramas se mostram diferentes para diferentes direções de linhas de amostragem;
- **continuidade**, pela forma do variograma quando para $h=0$ $\gamma(h)$ já apresenta algum valor (**efeito pepita/nugget**); pode ser atribuído à **erros de medição** ou ao fato de que os dados não foram coletados a **intervalos** suficientemente pequenos para mostrar o comportamento espacial subjacente do fenômeno em estudo.

1. semivariograma experimental

- mínimo de **30** pares
- remoção de **valores anômalos**
- maior Δh , a **metade** da maior distância existente entre os pontos.
- grau de **casualidade** dos dados, $E = C_0/C$
 - $E < 0,15$: componente aleatória pequena
 - $0,15 < E < 0,30$: componente aleatória significativa
 - $E > 0,30$: componente aleatória muito significativa
 - extremo do grau de casualidade é o **modelo de pepita pura**, onde não ocorre covariância entre os valores e a análise semivariográfica **não se aplica**
- iniciar com semivariograma **omnidirecional**

2. semivariograma teórico

- **modelagem**: processo que envolve várias tentativas e no qual a **experiência** pesa muito
- pode-se optar por um **ajuste manual**, mais sujeito à erros, ou com o auxílio de **algoritmos**

3. ajuste do variograma experimental a um modelo variográfico teórico

- **Comparação visual**
- **Técnicas de ajuste automático:**
 - **Método dos mínimos quadrados**
 - **Critério AIC (Akaike Information Criterion)**
 - **Critério Cressie**
 - **Critério Variowin, etc.**
- **Validação cruzada**

Modelos teóricos de variogramas

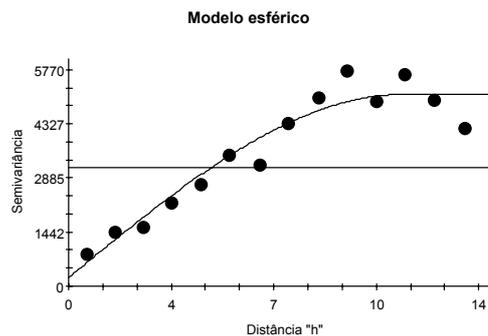
- **Modelos com soleira**

- **modelo esférico:**

$$\gamma(h) = C\left[\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{h}{a}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{h^3}{a^3}\right)\right], \text{ quando } h < a$$

$$\gamma(h) = C, \text{ quando } h \geq a,$$

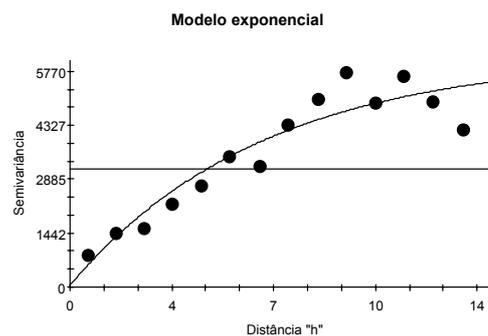
a inclinação da tangente junto a origem ($h=0$) é $3C/2a$; modelo mais comum



- **modelo exponencial**

$$\gamma(h) = C(1 - e^{-h/a})$$

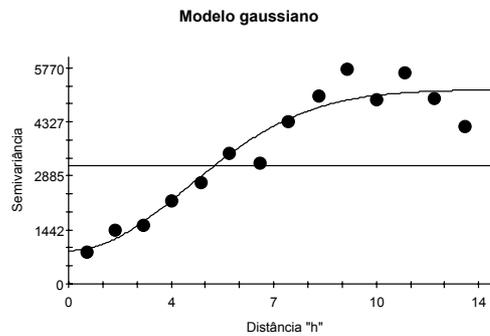
a inclinação da tangente junto a origem é C/a ; C é a assíntota de uma curva exponencial e pode ser equalizada junto à soleira.



- modelo **gaussiano**

$$\gamma(h) = C(1 - e^{-h^2/a^2})$$

curva parabólica junto a origem e a tangente nesse ponto é horizontal; indica pequena variabilidade para curtas distâncias



- **Modelos sem soleira**

- modelo **a potência**

$$\gamma(h) = Ch^n, \text{ com } n \text{ entre } 0 \text{ e } 2;$$

quando $n = 1$: modelo **linear**;

o modelo mais simples.

