Eletromagnetismo

4300372

F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

Guilherme Germano (monitor)

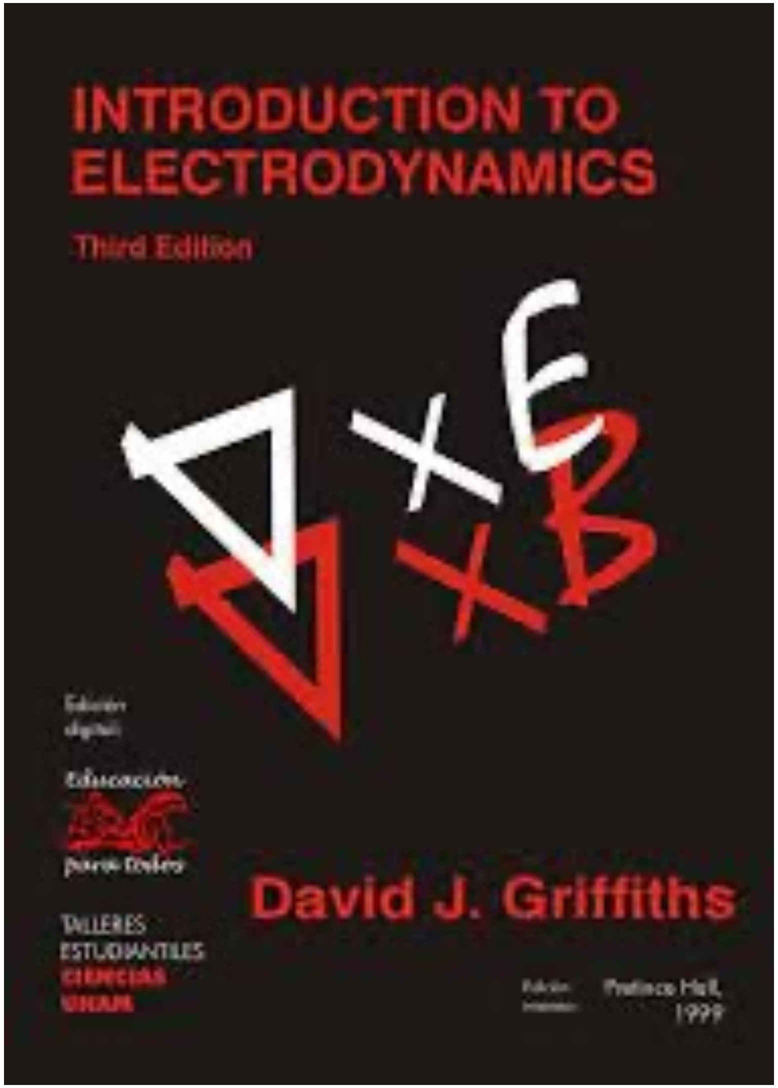
guilherme.germano@usp.br

edisciplinas.if.usp.br

Plano do Curso

16/08	13/09	11/10	08/11
19/08	16/09	14/10	11/11
23/08	20/09 P1	18/10	15/11
26/08	23/09	21/10 P2	18/11
30/08	27/09	25/10	22/11
02/09	30/09	28/10	25/11 P3
06/09	04/10	01/11	29/11 correção
09/09	07/10	04/11	02/12 S1
			06/12 revisão
			09/12 S2

Bibliografia



Capítulo 2 : eletrostática

Capítulo 5 : magnetostática

Capítulo 7 : eletrodinâmica

Capítulo 8 : leis de conservação

Capítulo 9 : ondas eletromagnéticas

Capítulo 10 : campos e potenciais

Capítulo 11 : radiação

Equações de Maxwell

$$\vec{\nabla} \, . \, \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad \oint_S \vec{E} \, . \, d\vec{a} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \oint_C \vec{E} \, . \, d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \, . \, d\vec{a}$$

$$\vec{\nabla} \, . \, \vec{B} = 0 \qquad \oint_S \vec{B} \, . \, d\vec{a} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, \vec{J} + \mu_0 \, \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad \oint_C \vec{B} \, . \, d\vec{l} = \mu_0 \, I_{int} + \mu_0 \, \epsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \, . \, d\vec{a}$$

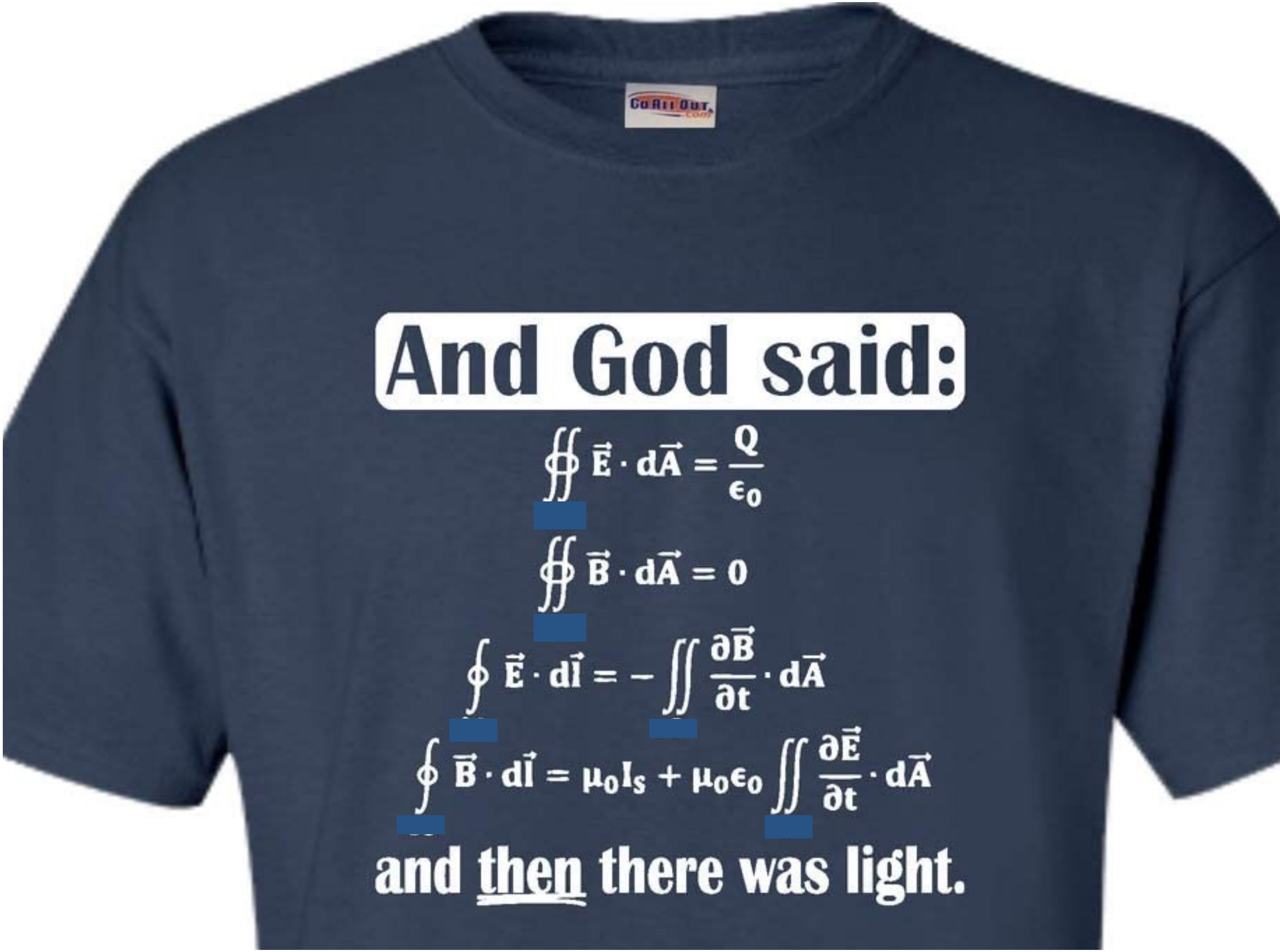
O grande projeto da eletrostática e magnetostática:

Conhecendo as densidades ("fontes"), encontrar os campos !

$\rho \rightarrow \text{Coulomb ou Gauss} \rightarrow \vec{E}$

$\vec{J} \rightarrow \text{Biot-Savart ou Ampère} \rightarrow \vec{B}$


$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$



And God said:
$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$
$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$
$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$
$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_S + \mu_0 \epsilon_0 \iint \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{A}$
and then there was light.

Aula 16

Leis de Conservação

Teorema de Poynting

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 \, d^3r$$

energia elétrica

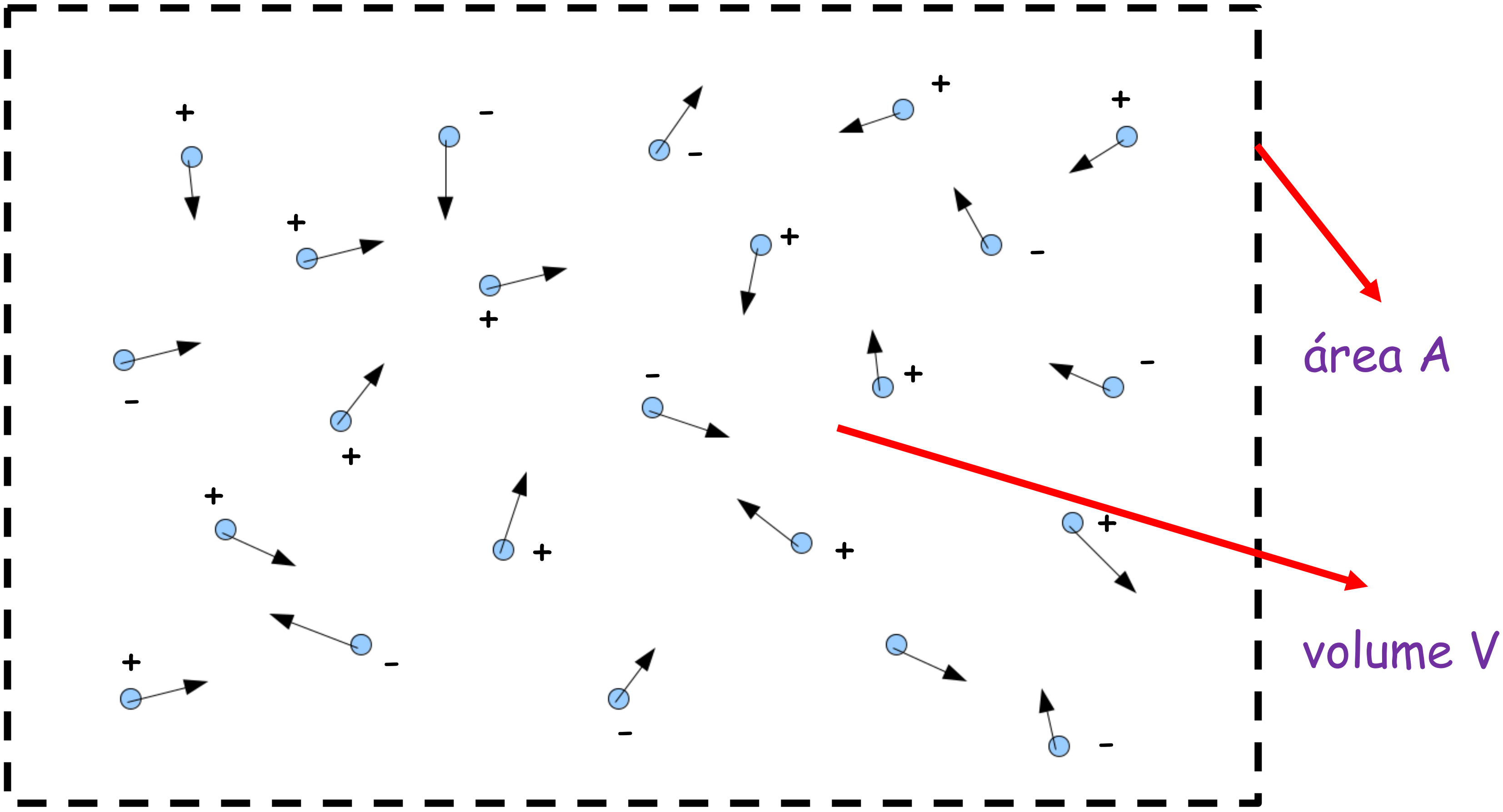
$$W_m = \frac{1}{2\,\mu_0} \int B^2 \, d^3r$$

energia magnética

$$U_{em} = \frac{1}{2} \int (\epsilon_0 \, E^2 \, + \, \frac{B^2}{\mu_0}) \, d^3r$$

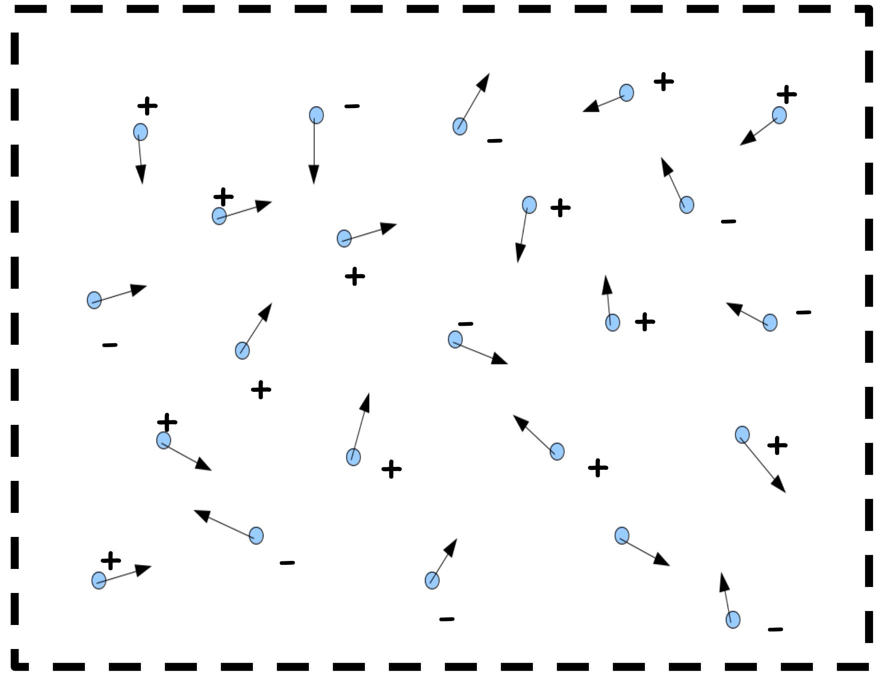
energia total acumulada no campo eletromagnético

Sistema de partículas carregadas



As cargas estão em movimento : existem campos elétricos e magnéticos

Trabalho feito pela força eletromagnética sobre as cargas no intervalo de tempo dt



Força sobre cada carga :

$$\vec{F} = q\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Deslocamento da carga :

$$d\vec{l} = \vec{v}\,dt$$

Trabalho: $dW = \vec{F}\,.\,d\vec{l} \;\; = q\,(\vec{E} + \cancelto{0}{\vec{v} \times \vec{B}})\,.\,\vec{v}\,dt \;\; = q\,\vec{E}\,.\,\vec{v}\,dt$

$$dW = dq\,\vec{E}\,.\,\vec{v}\,dt \qquad dq = \rho\,d^3r \qquad dW = \rho\,d^3r\,\vec{E}\,.\,\vec{v}\,dt$$

$$\rho\,\vec{v} = \vec{J} \qquad dW = d^3r\,\vec{E}\,.\,\vec{J}\,dt$$

$$\boxed{\frac{dW}{dt} = \int \vec{E}\,.\,\vec{J}\;d^3r}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, \vec{J} + \mu_0 \, \epsilon_0 \, \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{E} \, . \, \vec{J} \, d^3 r$$

$$\vec{E} \, . \, (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu_0 \, \vec{E} \, . \, \vec{J} + \mu_0 \, \epsilon_0 \, \vec{E} \, . \, \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

(fato matemático)

$$\left\{ \begin{aligned} & \vec{\nabla} \, . \, (\vec{E} \times \vec{B}) = (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \, . \, \vec{B} - \vec{E} \, . \, (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \\ & \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ & \vec{E} \, . \, (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -\vec{B} \, . \, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{\nabla} \, . \, (\vec{E} \times \vec{B}) \end{aligned} \right.$$

$$-\vec{B} \, . \, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{\nabla} \, . \, (\vec{E} \times \vec{B}) = \mu_0 \, \vec{E} \, . \, \vec{J} + \mu_0 \, \epsilon_0 \, \vec{E} \, . \, \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\mu_0 \, \vec{E} \, . \, \vec{J} = -\vec{B} \, . \, \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \mu_0 \, \epsilon_0 \, \vec{E} \, . \, \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \vec{\nabla} \, . \, (\vec{E} \times \vec{B})$$

$$\vec{E} \, . \, \vec{J} = -\frac{1}{2 \, \mu_0} \, \frac{\partial B^2}{\partial t} - \frac{\epsilon_0}{2} \, \frac{\partial E^2}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \, . \, (\vec{E} \times \vec{B})$$

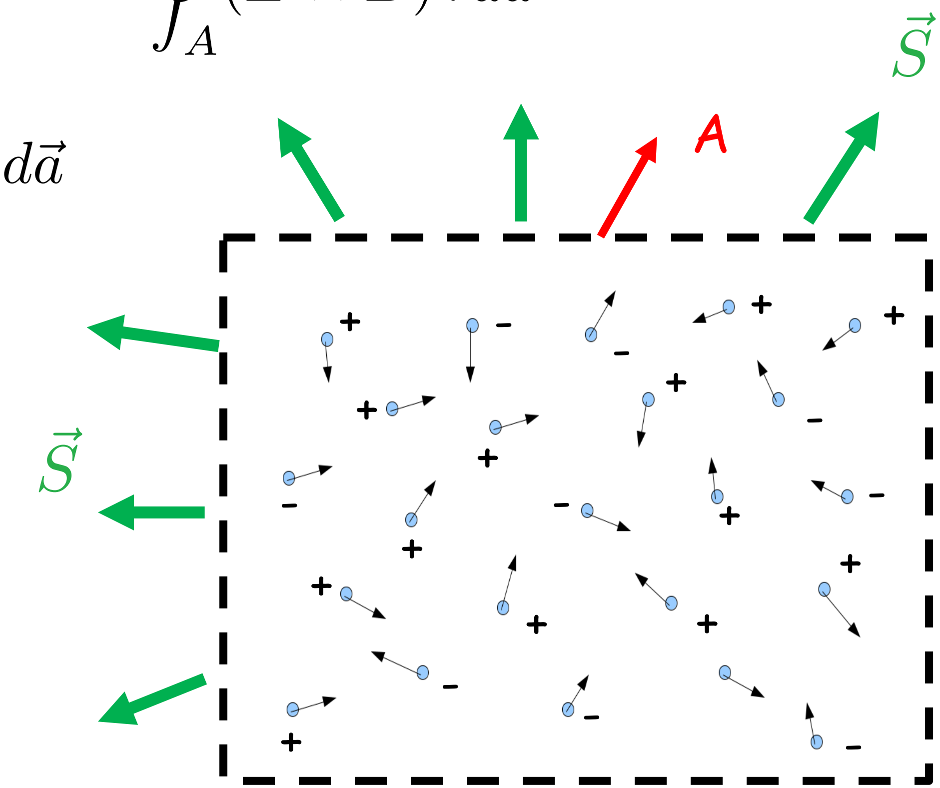
$$\frac{dW}{dt} = \int \vec{E}\,.\,\vec{J}\,d^3r \qquad \vec{E}\,.\,\vec{J} = -\frac{1}{2\,\mu_0}\frac{\partial B^2}{\partial t} - \frac{\epsilon_0}{2}\frac{\partial E^2}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0}\vec{\nabla}\,.\,(\vec{E}\times\vec{B})$$

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{\partial}{\partial t}\underbrace{\int \frac{1}{2}\,(\frac{B^2}{\mu_0} + \epsilon_0\,E^2)\,d^3r}_{U_{em}} - \frac{1}{\mu_0}\underbrace{\int \vec{\nabla}\,.\,(\vec{E}\times\vec{B})\,d^3r}_{\oint_A (\vec{E}\times\vec{B})\,.\,d\vec{a}}$$

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{d}{dt}U_{em} - \oint_a \frac{1}{\mu_0}\,(\vec{E}\times\vec{B})\,.\,d\vec{a}$$

$$\boxed{\frac{dW}{dt} = -\frac{d}{dt}U_{em} - \oint_A \vec{S}\,.\,d\vec{a}}$$

$$\boxed{-\frac{d}{dt}U_{em} = \frac{dW}{dt} + \oint_A \vec{S}\,.\,d\vec{a}}$$



$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E} \times \vec{B})$$ Vetor de Poynting

A diminuição da energia armazenada nos campos é igual ao aumento de energia das partículas mais a energia que escapa do volume de observação com o vetor de Poynting

A energia armazenada nos campos é transferida para as partículas e para fora do volume de observação (ela é irradiada)

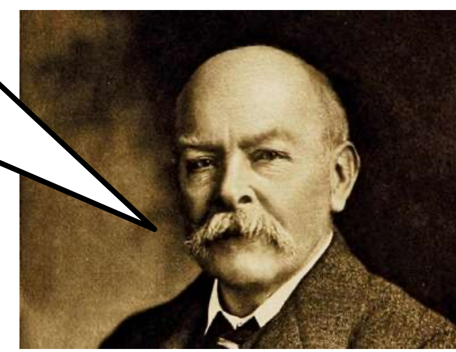
Filho de padre

Estudou em Cambridge

Assistente de Maxwell

Escreveu livro texto usado por 50 anos !

Nome de cratera na Lua e em Marte



John Henry Poynting

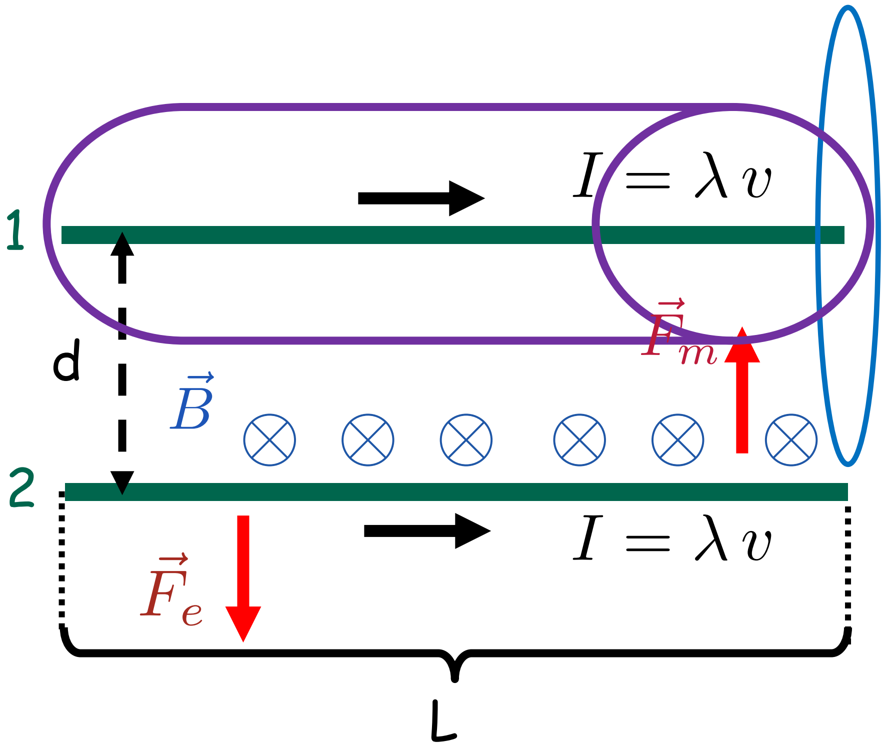
(1852 – 1914)

Exercícios

Correção da segunda prova de 2021

Questão 1

1) Dois fios retilíneos, de raio a, infinitos e paralelos, separados por uma distância d ($d >> a$), são percorridos por correntes de mesmo módulo, I e mesmo sentido. Sabemos que $I = \lambda v$, onde λ é a densidade linear de carga e v é a velocidade das cargas. a) Usando a lei de Ampère calcule o campo magnético produzido por cada fio. b) Calcule a força magnética (por unidade de comprimento) que cada fio faz no outro. Há repulsão ou atração? c) Usando a lei de Gauss, calcule o campo elétrico gerado por cada fio. d) Calcule a força elétrica (por unidade de comprimento) que cada fio faz no outro. Há repulsão ou atração? e) Determine a velocidade para a qual as forças elétrica e magnética são iguais. f) Suponha agora que o sentido de uma das correntes seja invertido. Calcule o fluxo magnético (por unidade de comprimento) que atravessa a área entre os fios (a distância relevante entre os fios vai de a até $d - a$). g) Calcule a indutância do sistema.



$$2\,\pi\,r\,B = \mu_0\,I$$

$$B = \frac{\mu_0\,I}{2\,\pi\,r} \qquad \boxed{B = \frac{\mu_0\,I}{2\,\pi\,d}}$$

$$\vec{F} = I \int \vec{dl} \times \vec{B}$$

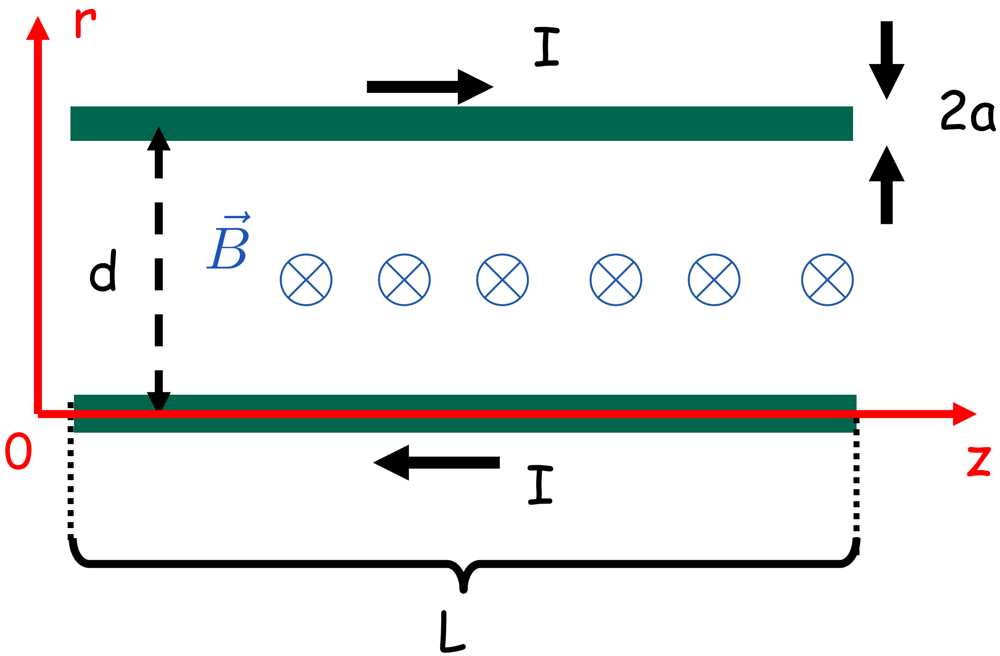
$$F = I\,L\,B$$

$$F_m = \frac{\mu_0\,I^2\,L}{2\,\pi\,d} \boxed{= \frac{\mu_0\,\lambda^2\,v^2\,L}{2\,\pi\,d}}$$

$$E\,2\,\pi\,r\,L = \frac{\lambda\,L}{\epsilon_0} \qquad \boxed{E = \frac{\lambda}{2\,\pi\,d\,\epsilon_0}}$$

$$F = q\,E \qquad \boxed{F_e = \frac{\lambda^2\,L}{2\,\pi\,d\,\epsilon_0}}$$

$$F_e = F_m \qquad \boxed{v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\,\epsilon_0}}}$$



O fio 1 e o fio 2 geram campos entrando no slide

Os fluxos são iguais. Basta calcular um e multiplicar por 2.

$$\phi = \frac{\mu_0\, I\, L}{2\,\pi}\, ln \frac{d-a}{a}$$

$$\phi = \int B\, da \quad \begin{cases} da = dr\, dz \\ B = \dfrac{\mu_0\, I}{2\,\pi\, r} \end{cases}$$

$$\phi = \int_0^L dz \int_a^{d-a} dr\, \frac{\mu_0\, I}{2\,\pi\, r}$$

O fluxo final é :

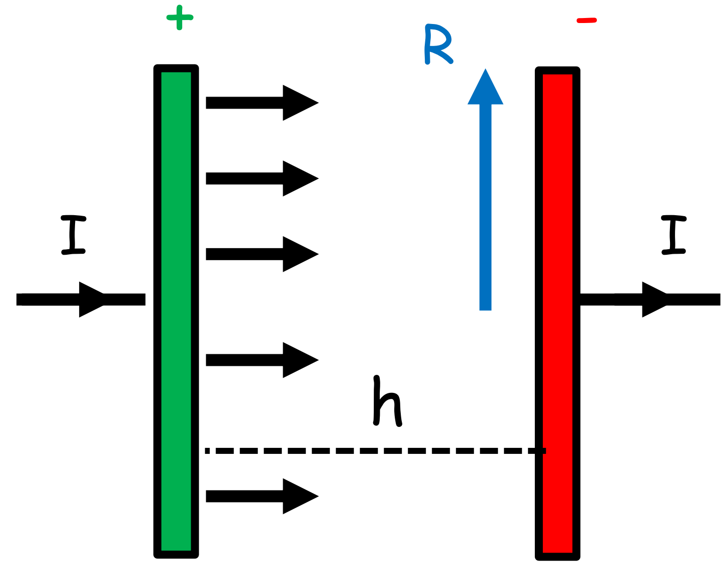
$$\boxed{\phi = \frac{\mu_0\, I\, L}{\pi}\, ln \frac{d-a}{a}}$$

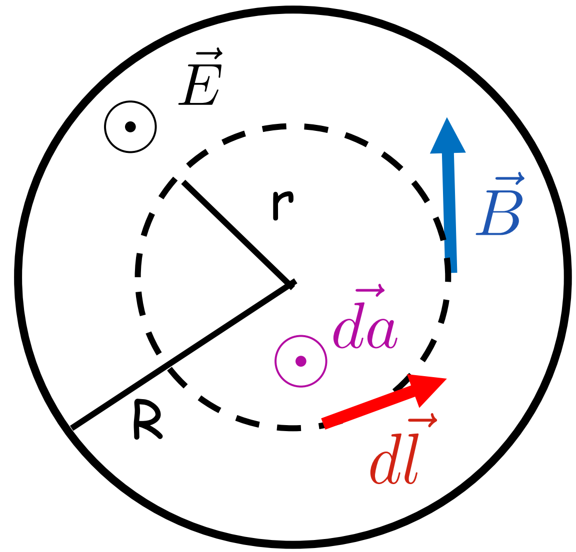
A indutância é: $\mathcal{L} = \dfrac{\phi}{I}$

$$\boxed{\mathcal{L} = \frac{\mu_0\, L}{\pi}\, ln \frac{d-a}{a}}$$

Questão 3

3) Um capacitor de placas paralelas e circulares de raio R, separados por uma distância h é carregado por um fio reto, pelo qual passa uma corrente I na direção $\hat{z}$. a) Calcule $\vec{E}$ como função do tempo entre as placas do capacitor. b) Calcule $\vec{B}$ como função do tempo entre as placas do capacitor. c) Calcule a energia eletromagnética (elétrica mais magnética) armazenada no interior do capacitor como função do tempo.





$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{A\,\epsilon_0} \boxed{= \frac{I\,t}{\pi\,R^2\,\epsilon_0}}$$

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{2}\int E^2 d^3r$$

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{2}\left(\frac{I\,t}{\pi\,R^2\,\epsilon_0}\right)^2 \pi\,R^2\,h$$

$$\boxed{W_e = \frac{I^2\,t^2\,h}{2\,\pi\,R^2\,\epsilon_0}}$$

$$\oint \vec{B}\,.\,\vec{dl} = \mu_0\,\epsilon_0 \int \frac{d\vec{E}}{dt}\,.\,\vec{da}$$

$$2\,\pi\,r\,B = \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{dE}{dt}\,\pi\,r^2$$

$$B = \frac{1}{2}\mu_0\,\epsilon_0\,\frac{I}{\pi\,R^2\,\epsilon_0}r$$

$$\boxed{B = \frac{1}{2}\frac{\mu_0\,I}{\pi\,R^2}r}$$

$$W_m = \frac{1}{2\,\mu_0} \int B^2 d^3 r$$

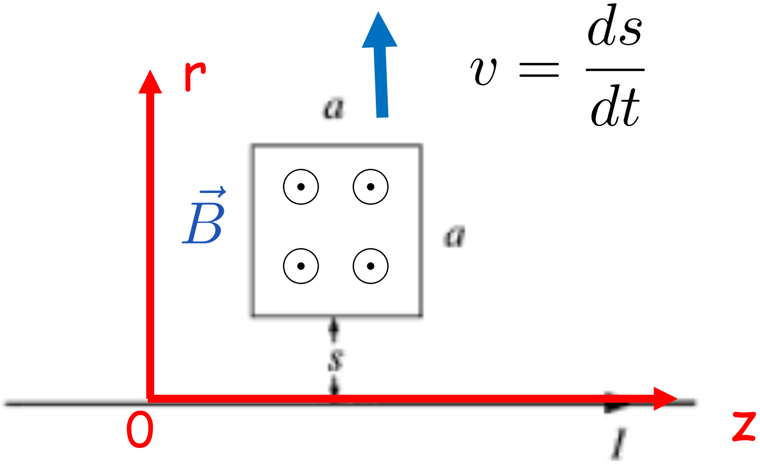
$$B = \frac{1}{2} \frac{\mu_0\, I}{\pi\, R^2} r$$

$$d^3 r = r\, d\theta\, dr\, dz$$

$$W_m = \frac{1}{2\,\mu_0} \frac{\mu_0^2\, I^2}{4\,\pi^2\, R^4} \int_0^h dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R r^3\, dr$$

$$\boxed{W_m = \frac{\mu_0\, I^2\, h}{16\,\pi}}$$

(1) Um fio em forma de loop quadrado de lado a está sobre uma mesa, a uma distância s de um fio infinito que carrega corrente I, conforme a figura.



$$v = \frac{ds}{dt}$$

(a) Qual o fluxo do campo magnético $\mathbf{B}$ do fio através do loop ?

(b) Se o loop é puxado para longe do fio, a uma velocidade v, qual a força eletromotriz produzida ? Em que direção (horário ou anti-horário) flui a corrente ?

(c) E se o loop for puxado para a direita com velocidade v ?

$$\phi = \int B\, da \quad \begin{cases} da = dr\, dz \\ B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{cases}$$

$$\phi = \int_0^a dz \int_s^{s+a} dr\, \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

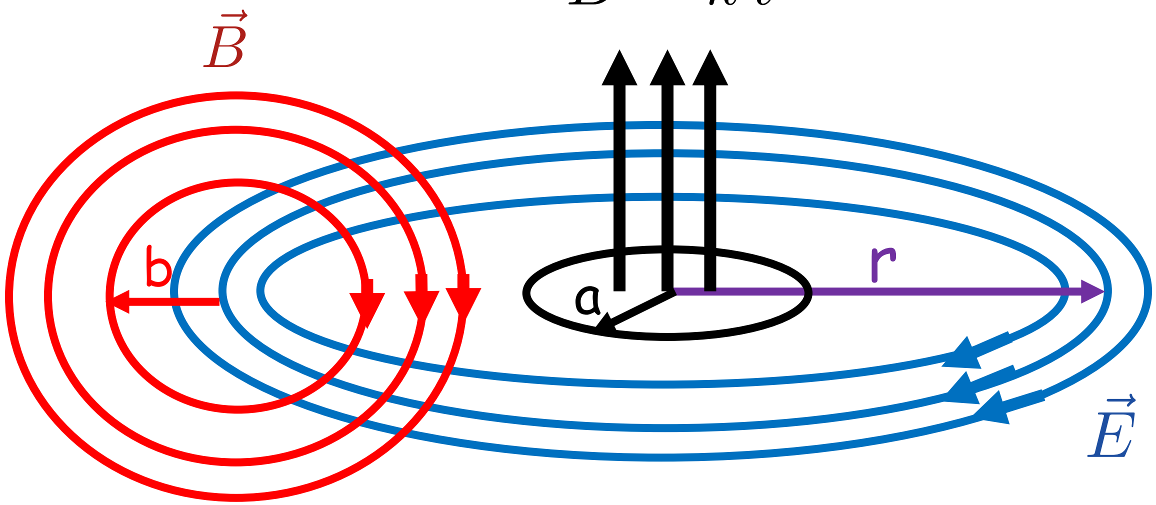
$$\boxed{\phi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} ln \frac{s+a}{s}}$$

$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi}\left[\frac{d\, ln(s+a)}{ds} - \frac{d\, ln(s)}{ds}\right]\frac{ds}{dt} \quad \boxed{= \frac{\mu_0 I a}{2\pi}\frac{a\, v}{s(s+a)}}$$

Corrente no sentido anti-horário!

Problema : "chafariz" com campo magnético aumentando

$$B = k\,t^2$$



$$\oint_C \vec{E}\,.\,d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\,.\,d\vec{a}$$

$$2\,\pi\,r\,E = -\frac{d}{dt}(k\,t^2\,\pi\,a^2)$$

$$E = \frac{k\,a^2\,t}{r}$$

$$J_d = \epsilon_0\,\frac{dE}{dt} = \epsilon_0\,\frac{k\,a^2}{r}$$

$$I_d = J_d\,\pi\,b^2 = \epsilon_0\,\frac{k\,\pi\,a^2\,b^2}{r}$$

$$\oint_C \vec{B}\,.\,d\vec{l} = \mu_0\,I_d$$

$$B\,2\,\pi\,b = \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{k\,\pi\,a^2\,b^2}{r}$$

$$B = \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{k\,a^2\,b}{2\,r}$$

FIM