Eletromagnetismo

4300372

F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

Guilherme Germano (monitor)

guilherme.germano@usp.br

edisciplinas.if.usp.br

Plano do Curso

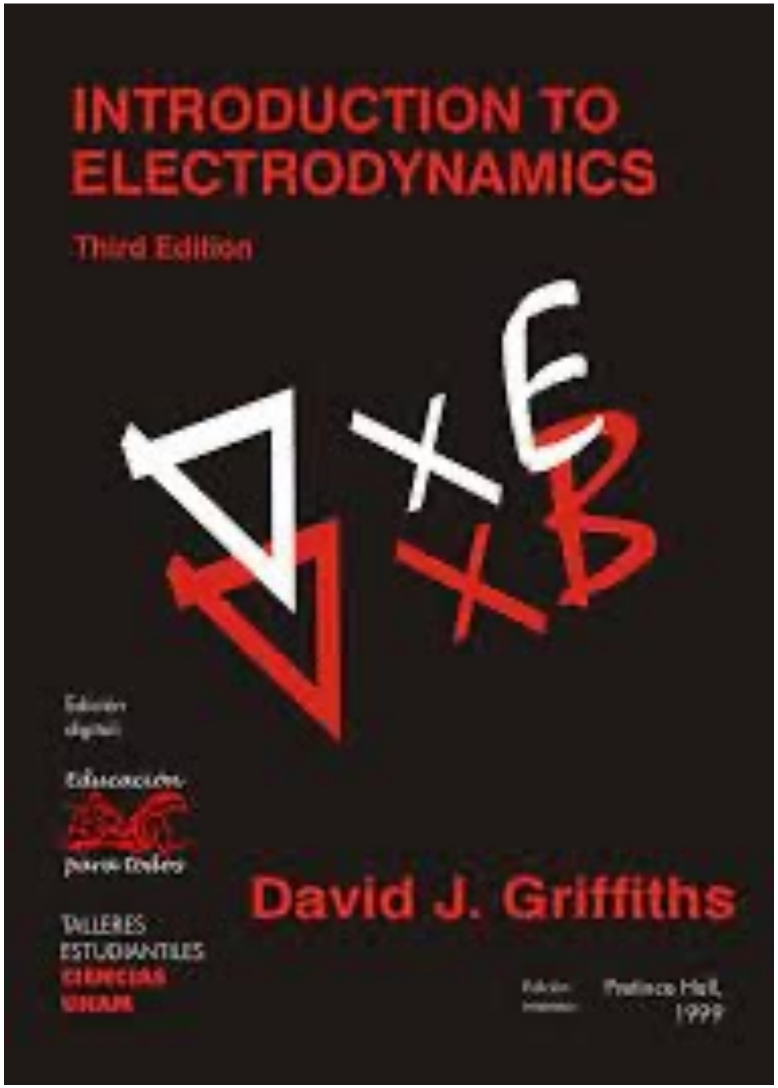
16/08
19/08
23/08
26/08
30/08
02/09
06/09
09/09

13/09
16/09
20/09 P1
23/09
27/09
30/09
04/10
07/10

11/10
14/10
18/10
21/10 P2
25/10
28/10
01/11
04/11

08/11
11/11
15/11
18/11
22/11
25/11
29/11 P3
02/12 ex
06/12 Sub

Bibliografia



Capítulo 2 : eletrostática

Capítulo 5 : magnetostática

Capítulo 7 : eletrodinâmica

Capítulo 8 : leis de conservação

Capítulo 9 : ondas eletromagnéticas

Capítulo 10 : campos e potenciais

Capítulo 11 : radiação

Aula 15

Eletrodinâmica

Campos elétricos e magnéticos variando no tempo

Segunda Prova: 21/10 (daqui a uma semana)

Magnetostática

Lista 3
- Lei de Biot-Savart
- Lei de Ampère

Eletrodinâmica

Lista 4
- Lei de Faraday
- Energia Magnética
- Indutância
- Corrente de Deslocamento

Equações de Maxwell

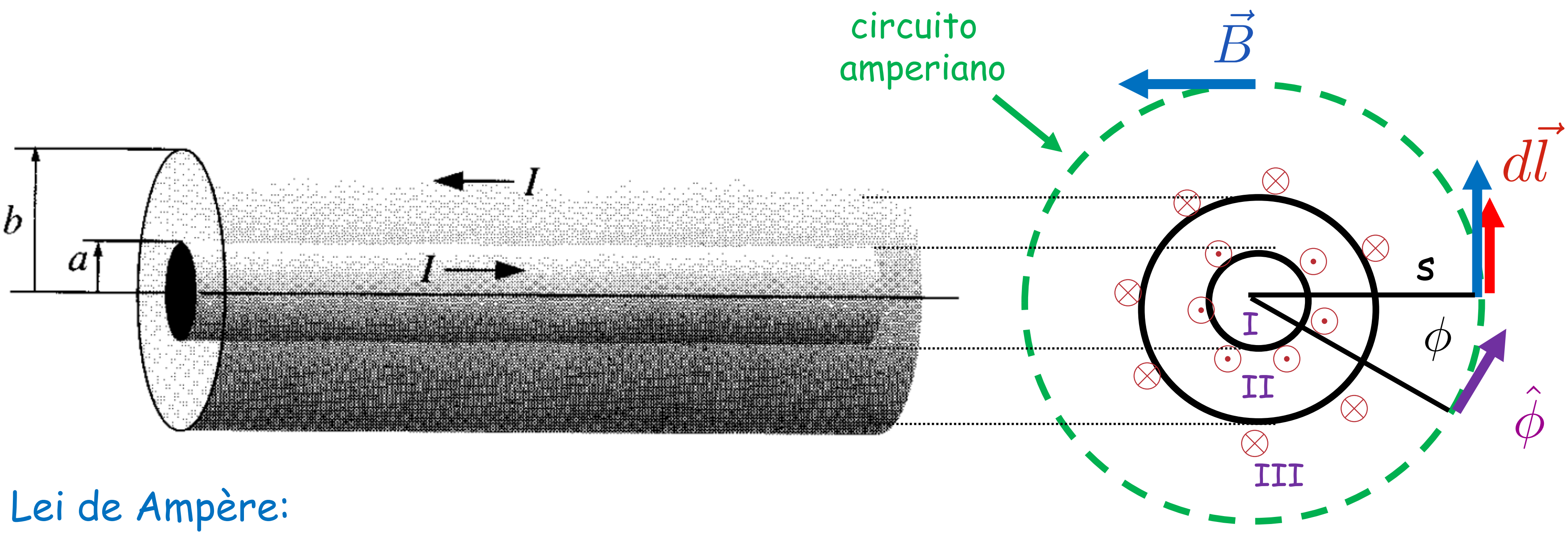
$$\vec{\nabla} . \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} . \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Exemplo 7.13 : Energia por comprimento armazenada no cabo coaxial ?



Lei de Ampère:

Em I: corrente enlaçada = 0   B = 0

Em III: corrente enlaçada = 0   B = 0

Em II: corrente enlaçada = I

$$2\,\pi\,s\,B = \mu_0\,I$$

$$B = \frac{\mu_0\,I}{2\,\pi\,s}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0\,I}{2\,\pi\,s}\,\hat{\phi}}$$

$$\oint_C \vec{B}\,.\,\vec{dl} = \mu_0\,I_{in} \quad \rightarrow \quad \oint_C B\,dl = \mu_0\,I$$

Energia magnética :

$$W = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 \, d^3 r$$

$$W = \frac{1}{2\mu_0} \int \left[\frac{\mu_0 \, I}{2 \, \pi \, s} \right]^2 d^3 r \qquad d^3 r = s \, d\phi \, ds \, dz$$

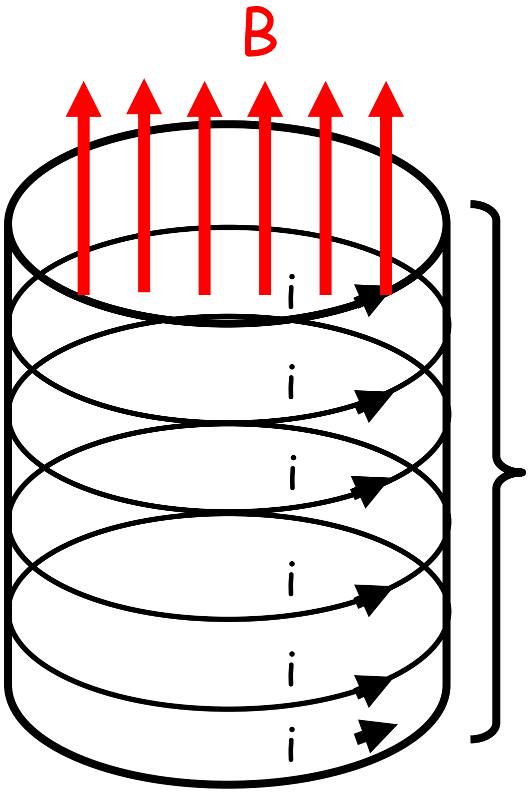
$$W = \frac{1}{2\mu_0} \int_0^h dz \int_0^{2\,\pi} d\phi \int_a^b s \, ds \left[\frac{\mu_0 \, I}{2 \, \pi \, s} \right]^2$$

$$\boxed{W = \frac{\mu_0 \, I^2 \, h}{4 \, \pi} \, ln \frac{b}{a}} \qquad \int dx \frac{1}{x} = ln \, x$$

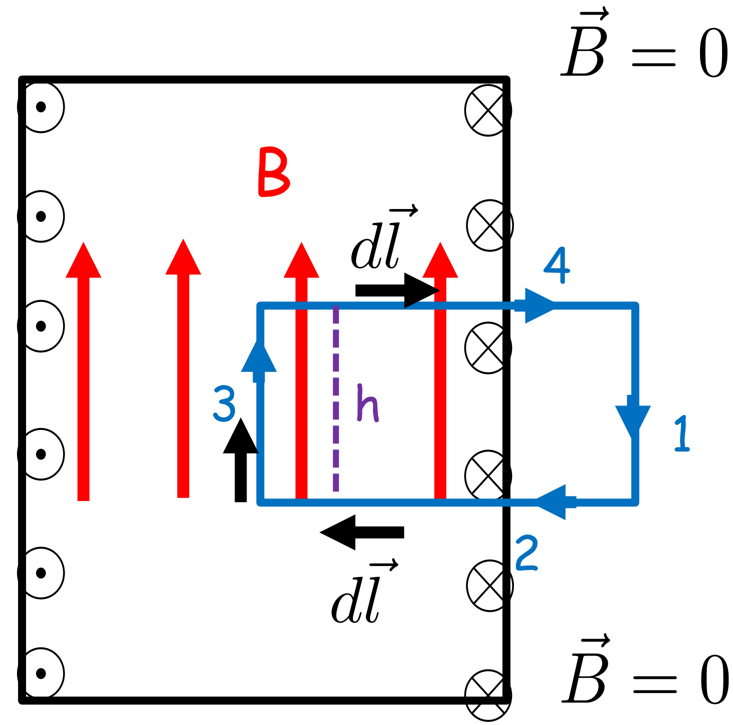
Lembrando de: $W = \frac{1}{2} \, L \, I^2$

Indutância : $\boxed{L = \frac{\mu_0 \, h}{2 \, \pi} \, ln \frac{b}{a}}$

Solenóide



n espiras
por unidade
de comprimento



$$\oint_C \vec{B}\,.\,d\vec{l} = \mu_0\, I_{in}$$

$$\oint_C \vec{B}\,.\,d\vec{l} = \int_1 \cancelto{0}{\vec{B}\,.\,d\vec{l}} + \int_2 \cancelto{0}{\vec{B}\,.\,d\vec{l}} + \int_3 \vec{B}\,.\,d\vec{l} + \int_4 \cancelto{0}{\vec{B}\,.\,d\vec{l}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \oint_C \vec{B}\,.\,d\vec{l} = B\,h \\ \\ I_{in} = n\,h\,i \end{array}\right\} \quad B\,h = \mu_0\, n\, h\, i$$

$$\boxed{B = \mu_0\, n\, i}$$

Solenóide

Energia acumulada no solenóide de comprimento h :

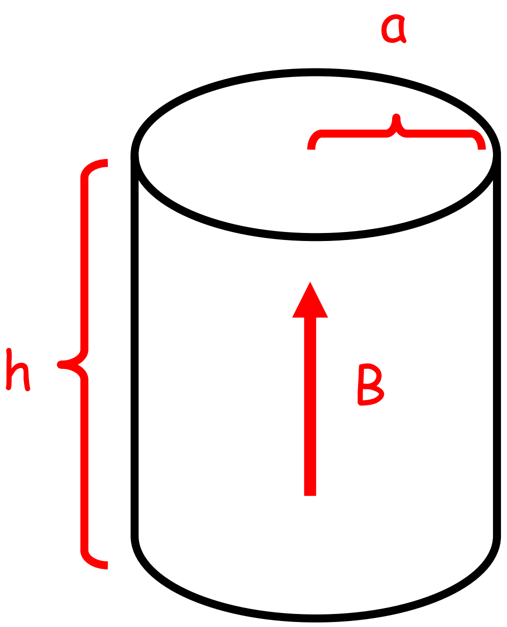
$$W = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 \, d^3 r$$

$$W = \frac{1}{2\,\mu_0} B^2 \int d^3 r$$

$$W = \frac{1}{2\,\mu_0} (\mu_0 \, n \, i)^2 \, \pi \, a^2 \, h$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2} \pi \, \mu_0 \, n^2 \, a^2 \, h \, i^2}$$

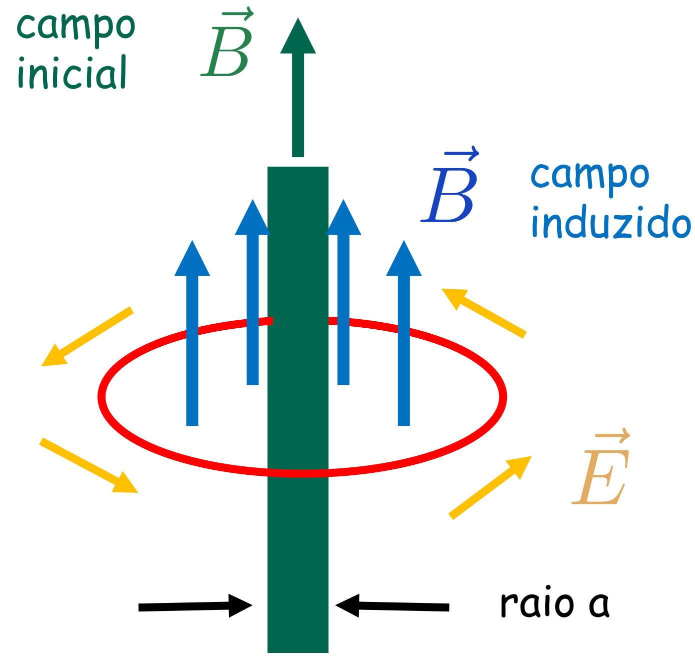
$$W = \frac{1}{2} L \, I^2$$



$$\boxed{L = \pi \, \mu_0 \, n^2 \, a^2 \, h}$$

(2) Um solenóide infinito, de raio a, com n voltas por unidade de comprimento, carrega uma corrente I_S. Coaxial ao solenóide, há um fio em forma de anel circular de raio $b >> a$, com resistência R. Quando a corrente no solenóide é gradualmente diminuida, uma corrente I_r é induzida no anel.

(a) Calcule I_r em termos de dI_S/dt.



O campo gerado pelo solenóide é $B = \mu_0 n I_S$

$$\Phi = \pi a^2 B = \mu_0 n \pi a^2 I_S$$

$$I_r = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{d\Phi}{dt}\frac{1}{R} = \boxed{-\frac{1}{R}(\mu_0 \pi a^2 n)\frac{dI_S}{dt}}$$

Calcule o campo elétrico na borda do solenóide (r=a) :

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = E(2\pi a) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 \pi a^2 n \frac{dI_S}{dt}$$

$$\boxed{\mathbf{E} = -\frac{1}{2}\mu_0 a n \frac{dI_S}{dt}\hat{\phi}}$$

Calcule o campo magnético induzido no eixo do solenóide a uma distância z do plano do anel :

Biot-Savart :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\, I}{4\,\pi}\frac{d\vec{l} \times \hat{s}}{s^2}$$

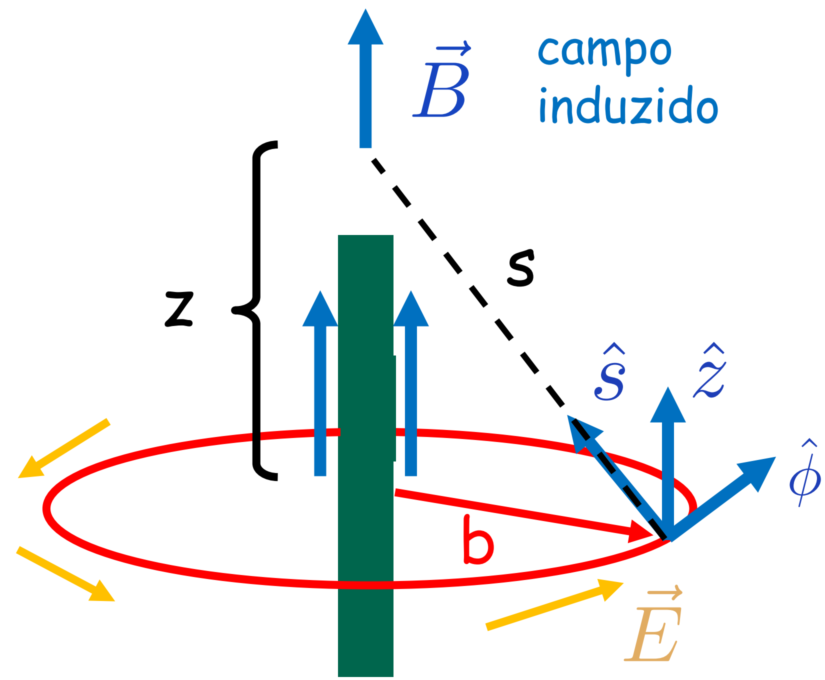
$$s^2 = b^2 + z^2 \qquad d\vec{l} = b\, d\phi\, \hat{\phi}$$

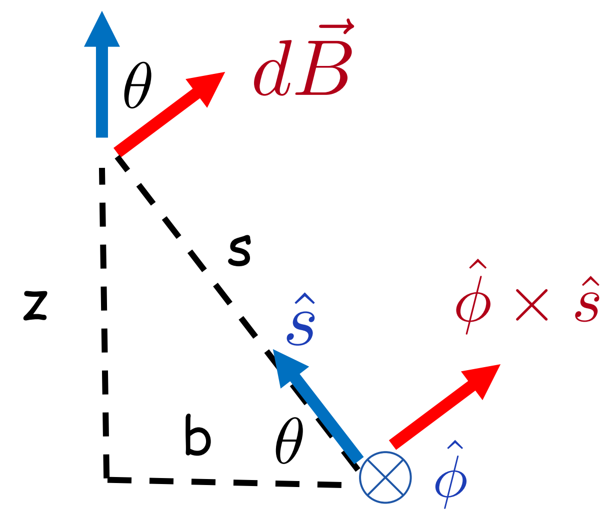
$$d\vec{l} \times \hat{s} = b\, d\phi\, \hat{\phi} \times \hat{s}$$

$$dB_z = dB\, cos\theta \qquad cos\,\theta = \frac{b}{\sqrt{b^2 + z^2}}$$

$$dB_z = \frac{\mu_0\, I}{4\,\pi}\frac{b\, d\phi}{b^2 + z^2}\frac{b}{\sqrt{b^2 + z^2}}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0\, I}{2}\frac{b^2}{[b^2 + z^2]^{3/2}}\,\hat{z}}$$





"Chafariz" magnético com campo B diminuindo

2) Sobre um disco situado no plano horizontal encontra-se uma carga q em repouso a uma distância r do centro. Por este disco passa um campo magnético uniforme $\vec{B} = B\hat{z}$. A partir de um certo instante t_0 o campo magnético começa variar no tempo de forma que:

$$\frac{dB}{dt} = a$$

a) Usando a lei de Faraday calcule o campo elétrico induzido. b) Supondo que $a < 0$, calcule a força elétrica que atua sobre a carga. Indique a direção e o sentido desta força. c) Logo após a carga entrar em movimento, indique a direção e o sentido da força magnética que atua sobre a carga. d) Observando o sistema de cima, esboçe uma trajetória possível desta carga.

$$\oint_C \vec{E} \,.\, d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \,.\, d\vec{a}$$

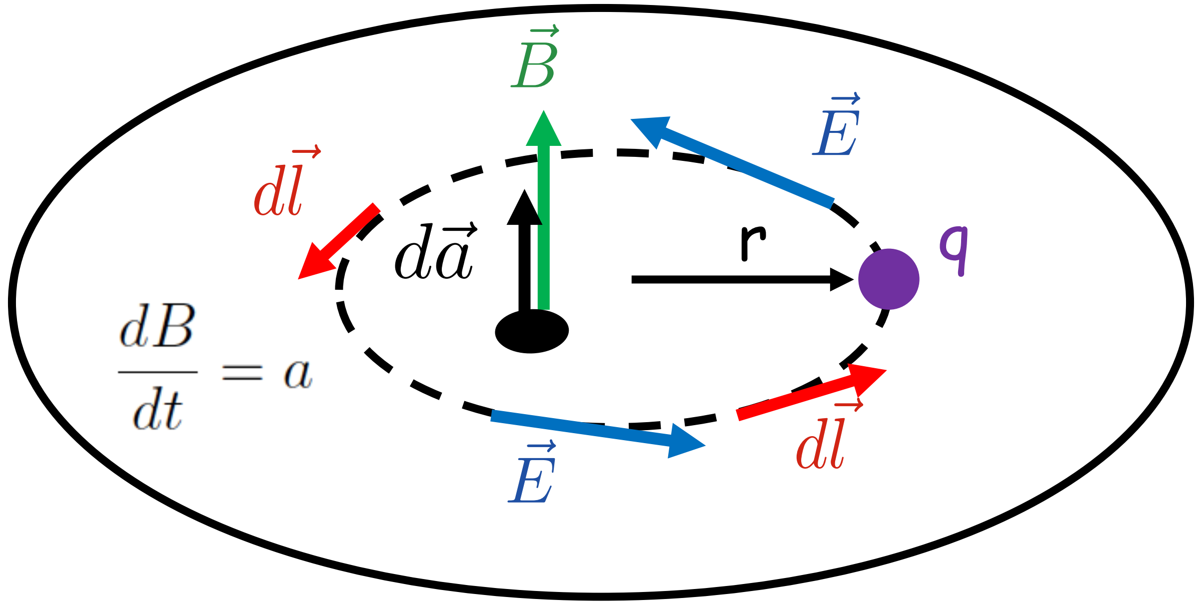
$$2\,\pi\, r\, E = -\frac{d}{dt}\left(B\,\pi\, r^2\right)$$

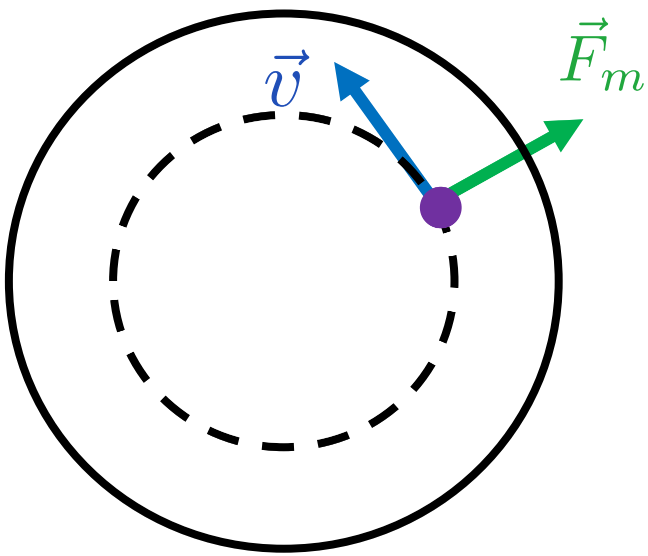
$$E = -\frac{dB}{dt}\,\frac{r}{2}$$

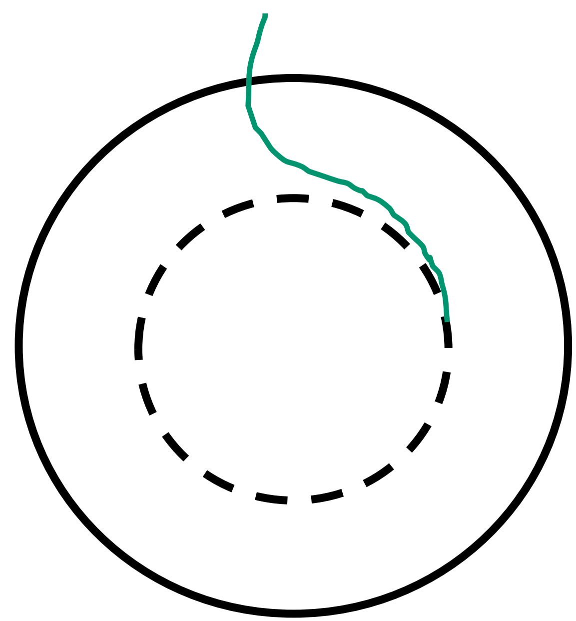
$$\boxed{\vec{E} = -\frac{a\, r}{2}\,\hat{\phi}}$$

$$\boxed{\vec{F}_e = \frac{q\,|a|\,r}{2}\,\hat{\phi}}$$

$$\boxed{\vec{F}_m = q\,\vec{v}\times\vec{B}}$$



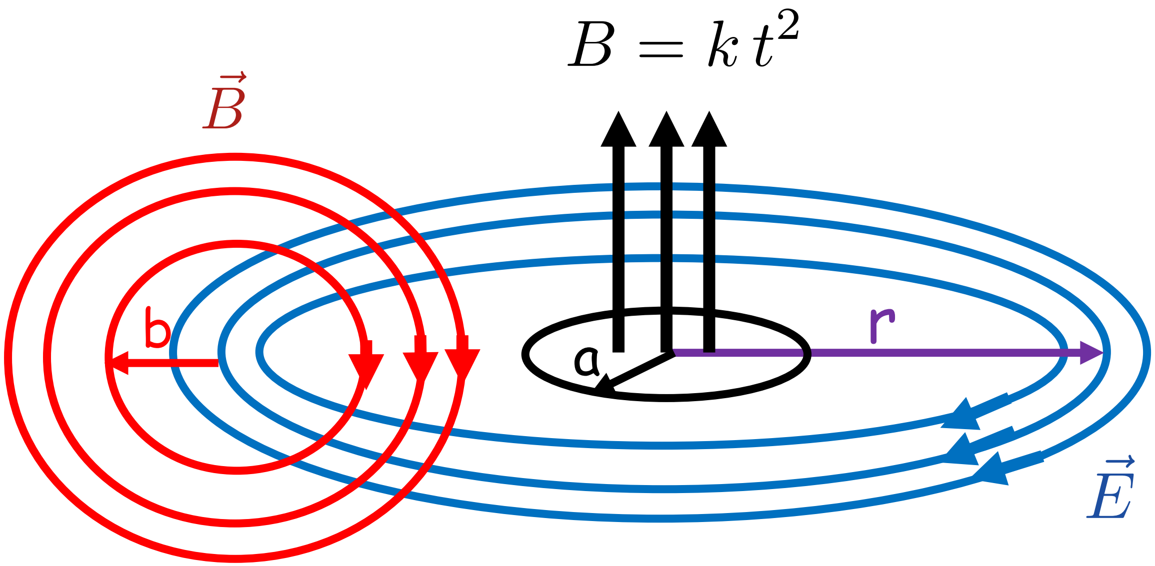




Fim

Problema : "chafariz" com campo magnético aumentando

$$\oint_C \vec{E}\,.\,d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\,.\,d\vec{a}$$



$$2\,\pi\,r\,E = -\frac{d}{dt}(k\,t^2\,\pi\,a^2)$$

$$E = \frac{k\,a^2\,t}{r}$$

$$\oint_C \vec{B}\,.\,d\vec{l} = \mu_0\,I_d$$

$$J_d = \epsilon_0\,\frac{dE}{dt} = \epsilon_0\,\frac{k\,a^2}{r}$$

$$B\,2\,\pi\,b = \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{k\,\pi\,a^2\,b^2}{r}$$

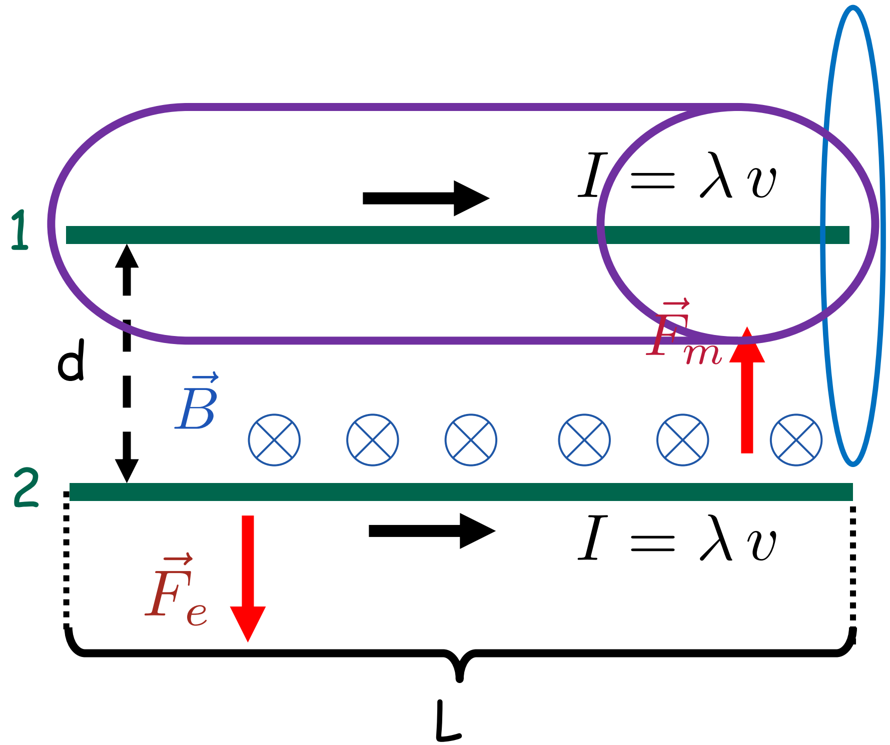
$$I_d = J_d\,\pi\,b^2 = \epsilon_0\,\frac{k\,\pi\,a^2\,b^2}{r}$$

$$B = \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{k\,a^2\,b}{2\,r}$$

Correção da segunda prova de 2021

Questão 1

1) Dois fios retilíneos, de raio a, infinitos e paralelos, separados por uma distância d ($d >> a$), são percorridos por correntes de mesmo módulo, I e mesmo sentido. Sabemos que $I = \lambda v$, onde λ é a densidade linear de carga e v é a velocidade das cargas. a) Usando a lei de Ampère calcule o campo magnético produzido por cada fio. b) Calcule a força magnética (por unidade de comprimento) que cada fio faz no outro. Há repulsão ou atração? c) Usando a lei de Gauss, calcule o campo elétrico gerado por cada fio. d) Calcule a força elétrica (por unidade de comprimento) que cada fio faz no outro. Há repulsão ou atração? e) Determine a velocidade para a qual as forças elétrica e magnética são iguais. f) Suponha agora que o sentido de uma das correntes seja invertido. Calcule o fluxo magnético (por unidade de comprimento) que atravessa a área entre os fios (a distância relevante entre os fios vai de a até $d - a$). g) Calcule a indutância do sistema.



$$2\,\pi\,r\,B = \mu_0\,I$$

$$B = \frac{\mu_0\,I}{2\,\pi\,r} \qquad \boxed{B = \frac{\mu_0\,I}{2\,\pi\,d}}$$

$$\vec{F} = I \int \vec{dl} \times \vec{B}$$

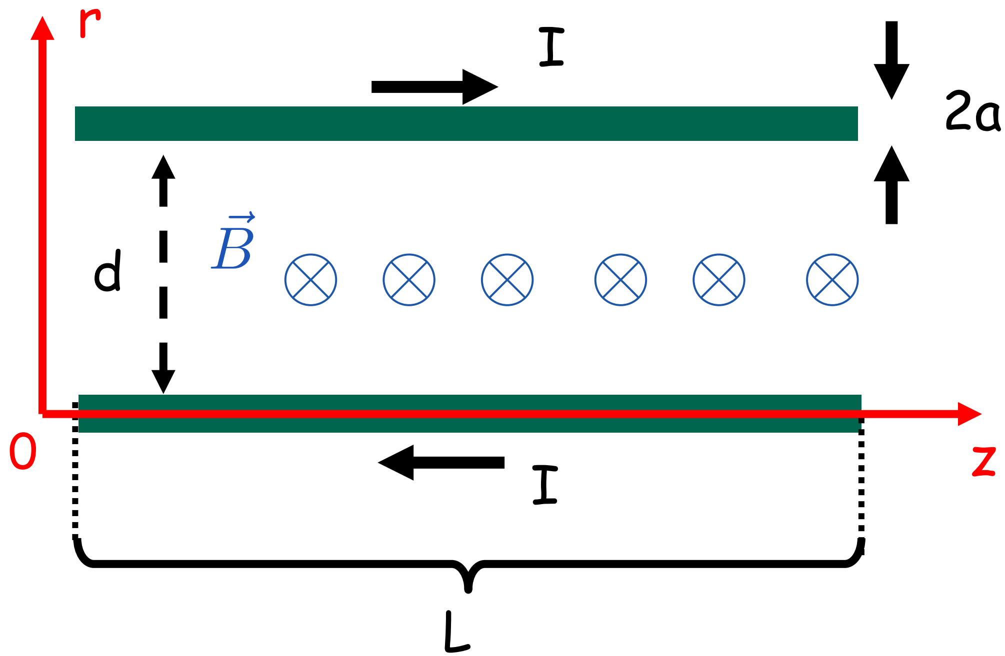
$$F = I\,L\,B$$

$$F_m = \frac{\mu_0\,I^2\,L}{2\,\pi\,d} \boxed{= \frac{\mu_0\,\lambda^2\,v^2\,L}{2\,\pi\,d}}$$

$$E\,2\,\pi\,r\,L = \frac{\lambda\,L}{\epsilon_0} \qquad \boxed{E = \frac{\lambda}{2\,\pi\,d\,\epsilon_0}}$$

$$F = q\,E \qquad \boxed{F_e = \frac{\lambda^2\,L}{2\,\pi\,d\,\epsilon_0}}$$

$$F_e = F_m \qquad \boxed{v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\,\epsilon_0}}}$$



O fio 1 e o fio 2 geram campos entrando no slide

Os fluxos são iguais. Basta calcular um e multiplicar por 2.

$$\phi = \frac{\mu_0\, I\, L}{2\,\pi}\, ln \frac{L-a}{a}$$

$$\phi = \int B\, da \qquad \begin{cases} da = dr\, dz \\ B = \dfrac{\mu_0\, I}{2\,\pi\, r} \end{cases}$$

$$\phi = \int_0^L dz \int_a^{L-a} dr\, \frac{\mu_0\, I}{2\,\pi\, r}$$

O fluxo final é :

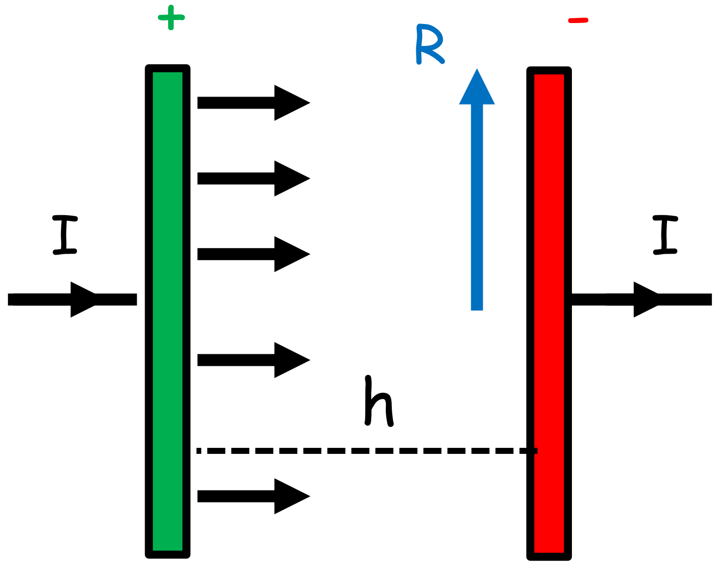
$$\boxed{\phi = \frac{\mu_0\, I\, L}{\pi}\, ln \frac{L-a}{a}}$$

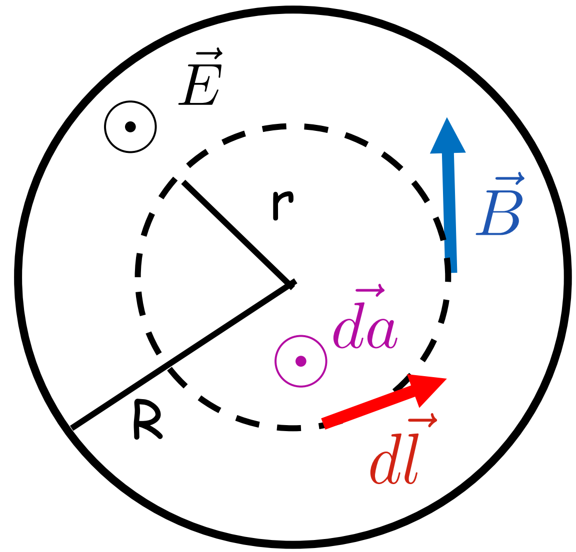
A indutância é: $\mathcal{L} = \dfrac{\phi}{I}$

$$\boxed{\mathcal{L} = \frac{\mu_0\, L}{\pi}\, ln \frac{L-a}{a}}$$

Questão 3

3) Um capacitor de placas paralelas e circulares de raio R, separados por uma distância h é carregado por um fio reto, pelo qual passa uma corrente I na direção $\hat{z}$. a) Calcule $\vec{E}$ como função do tempo entre as placas do capacitor. b) Calcule $\vec{B}$ como função do tempo entre as placas do capacitor. c) Calcule a energia eletromagnética (elétrica mais magnética) armazenada no interior do capacitor como função do tempo.





$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{A\,\epsilon_0} \boxed{= \frac{I\,t}{\pi\,R^2\,\epsilon_0}}$$

$$\oint \vec{B}\,.\,\vec{dl} = \mu_0\,\epsilon_0 \int \frac{d\vec{E}}{dt}\,.\,\vec{da}$$

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{2}\int E^2 d^3 r$$

$$2\,\pi\,r\,B = \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{dE}{dt}\,\pi\,r^2$$

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{2}\left(\frac{I\,t}{\pi\,R^2\,\epsilon_0}\right)^2 \pi\,R^2\,h$$

$$B = \frac{1}{2}\mu_0\,\epsilon_0\,\frac{I}{\pi\,R^2\,\epsilon_0}\,r$$

$$\boxed{W_e = \frac{I^2\,t^2\,h}{2\,\pi\,R^2\,\epsilon_0}}$$

$$\boxed{B = \frac{1}{2}\,\frac{\mu_0\,I}{\pi\,R^2}\,r}$$

$$W_m = \frac{1}{2\,\mu_0}\int B^2 d^3 r$$

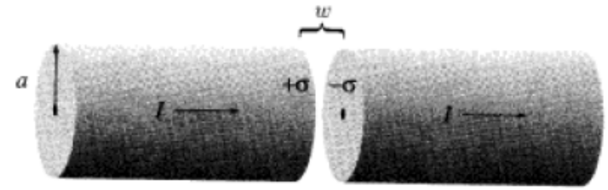
$$B = \frac{1}{2}\frac{\mu_0\, I}{\pi\, R^2} r$$

$$d^3 r = r\, d\theta\, dr\, dz$$

$$W_m = \frac{1}{2\,\mu_0}\frac{\mu_0^2\, I^2}{4\,\pi^2\, R^4}\int_0^h dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R r^3\, dr$$

$$\boxed{W_m = \frac{\mu_0\, I^2\, h}{16\,\pi}}$$

(1) Um fio espesso, de raio a, carrega uma corrente constante I, uniformemente distribuida sobre sua seção transversal. Um espaço estreito, de largura $w << a$, forma um capacitor de placas planas paralelas, conforme a figura.



(a) Calcule os campos elétrico e magnético no vão, como função da distância ao eixo s e do tempo t, assumindo que a carga nas superfícies é nula em $t = 0$.

$$\mathbf{E}(t) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{\mathbf{z}} = \frac{Q}{\pi a^2 \epsilon_0}\hat{\mathbf{z}} = \boxed{\frac{It}{\pi a^2 \epsilon_0}\hat{\mathbf{z}}}$$

$$\oint \vec{B} \,.\, \vec{dl} = \mu_0\, \epsilon_0 \int \frac{d\vec{E}}{dt} \,.\, \vec{da}$$

$$B 2\pi s = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}\pi s^2 = \mu_0 \epsilon_0 \frac{I \pi s^2}{\pi \epsilon_0 a^2}$$

$$\boxed{\mathbf{B}(s,t) = \frac{\mu_0 I s}{2\pi a^2}\hat{\phi}}$$

Olhando pela direita :