Eletromagnetismo

4300372

F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

Guilherme Germano (monitor)

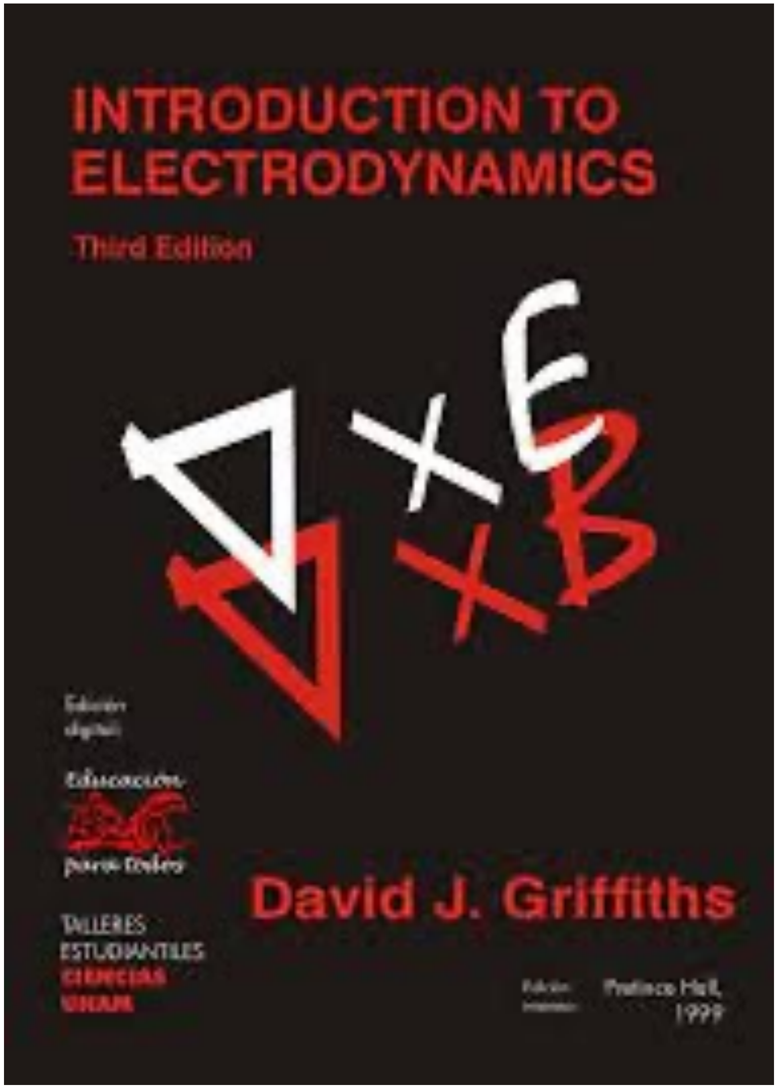
guilherme.germano@usp.br

edisciplinas.if.usp.br

Plano do Curso

16/08	13/09	11/10	08/11
19/08	16/09	14/10	11/11
23/08	20/09 P1	18/10	15/11
26/08	23/09	21/10 P2	18/11
30/08	27/09	25/10	22/11
02/09	30/09	28/10	25/11
06/09	04/10	01/11	29/11 P3
09/09	07/10	04/11	02/12 ex
			06/12 Sub

Bibliografia



Capítulo 2 : eletrostática

Capítulo 5 : magnetostática

Capítulo 7 : eletrodinâmica

Capítulo 8 : leis de conservação

Capítulo 9 : ondas eletromagnéticas

Capítulo 10 : campos e potenciais

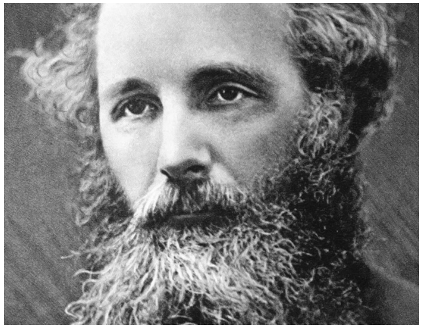
Capítulo 11 : radiação

Aula 14

Eletrodinâmica

Campos elétricos e magnéticos variando no tempo

Rico...pai advogado



James Maxwell
(1831-1879)

Filho único órfão de mãe aos 8 anos

Se formou em Cambridge aos 24 anos

Se casou aos 27 e não teve filhos

Professor no King's College, Londres aos 30 anos

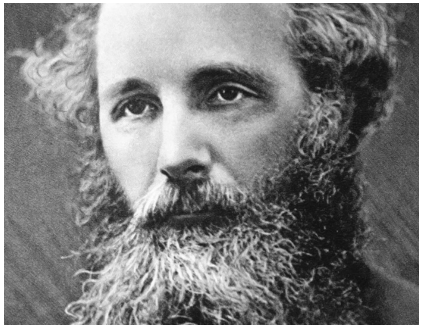
Publicou artigos sobre matemática (geometria, "curvas de Maxwell")

Estudo de gases: distribuição de Maxwell

Lennon-McCartney   Jagger - Richards

Faraday – Maxwell
forever !

Maxwell é o cara !

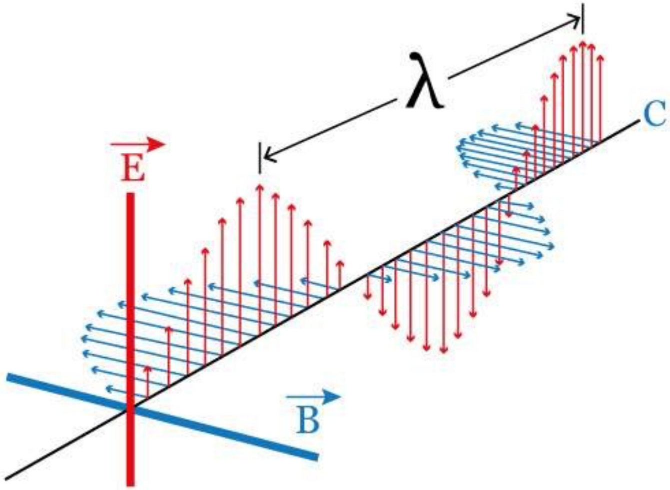


James Maxwell
(1831-1879)

Deu a forma final às equações do eletromagnetismo !

("Equações de Maxwell")

Luz é feita de ondas de campos elétricos e magnéticos :



Equações da Eletrostática e Magnetostática

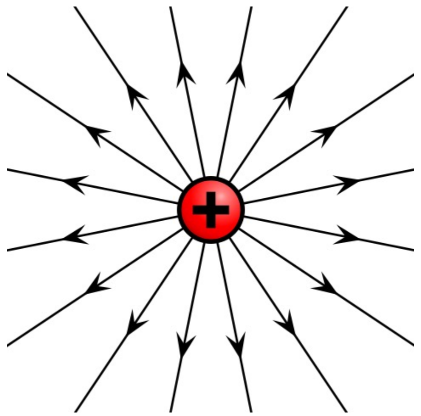
$$\vec{\nabla} . \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

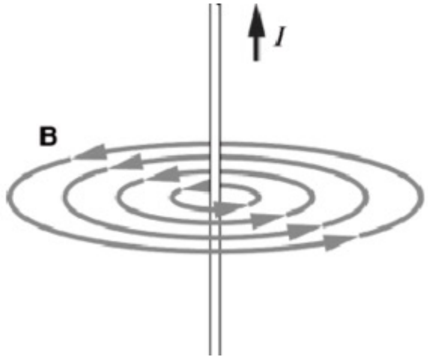
$$\vec{\nabla} . \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

E diverge mas
não "roda" !



B "roda" mas
não diverge !



Na Eletrodinâmica:

$$\vec{\nabla} \, . \, \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

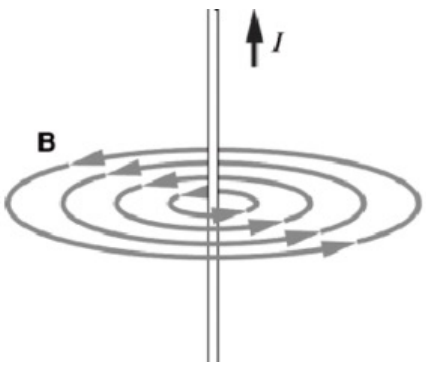
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \, . \, \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, \vec{J}$$

E "roda" se B variar no tempo !

B "roda" mas não diverge !

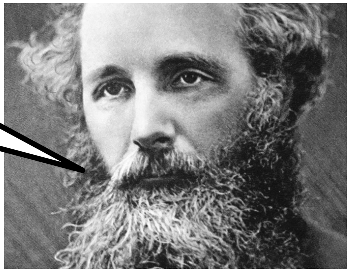


$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = const \, \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \; ?$$

Se E variar no tempo, B muda ?

A visão formal (matemática) do Eletromagnetismo

Fato matemático : o divergente do rotacional de um vetor é zero !



$$\vec{\nabla}\,.\,(\vec{\nabla}\times\vec{V}) = 0$$

Teste de consistência:

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

Lei de Faraday

Vamos calcular o divergente dos dois lados:

$$\vec{\nabla}\,.\,(\vec{\nabla}\times\vec{E}) = -\vec{\nabla}.(\frac{\partial}{\partial t}\vec{B})$$

$$0 = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\,.\,\vec{B})$$

Lembramos que $\vec{\nabla}\,.\,\vec{B} = 0$

$$0 = 0$$

OK !!!

Outro teste de consistência:

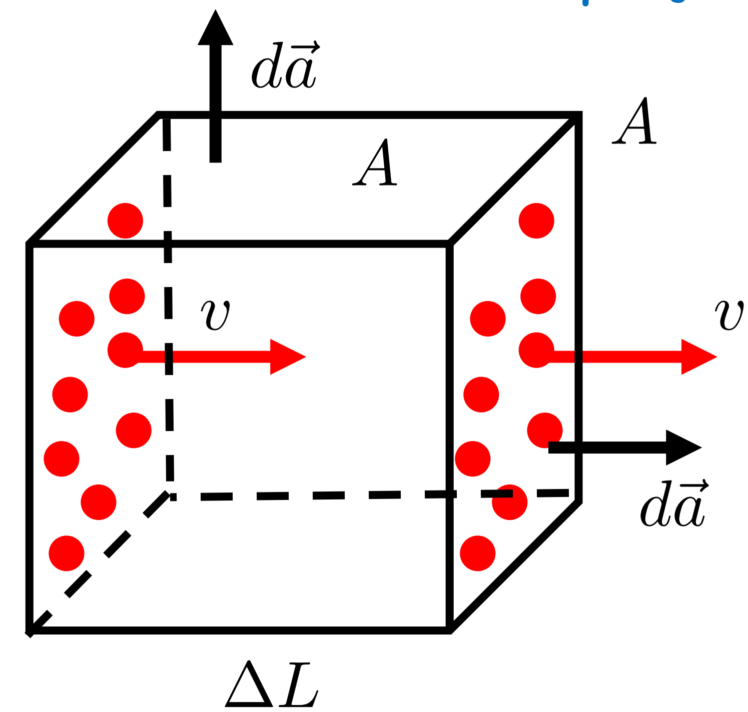
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, \vec{J}$$

$$\vec{\nabla} \, . \, (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu_0 \, \vec{\nabla} \, . \, \vec{J}$$

$$0 = \mu_0 \, \vec{\nabla} \, . \, \vec{J}$$

Mas, em geral $\vec{\nabla} \, . \, \vec{J} \neq 0$

A equação da continuidade



$$v = \frac{\Delta L}{\Delta T}$$

$$J = \frac{I}{A} = \frac{\Delta Q}{\Delta T}\frac{1}{A}\frac{\Delta L}{\Delta L} = \frac{\Delta Q}{\Delta V}v = \rho\, v$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta T} = \rho\, v\, A$$

variação da carga dentro do cubo

$$\oint \vec{J}\,.\,d\vec{a} = \int J\, da = \rho\, v\, A$$

carga (por unidade de tempo) que atravessa a superfície A e sai

Ganho de cargas do lado de fora = - perda de cargas do lado de dentro

$$\oint \vec{J}\,.\,d\vec{a} = -\frac{\Delta Q}{\Delta T} = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \rho\, dV = \int (-\frac{\partial \rho}{\partial t})\, dV$$

$$\left\{\begin{array}{l} \oint \vec{J} \,.\, d\vec{a} = \int (-\dfrac{\partial \rho}{\partial t})\, dV \\ \\ \oint \vec{J} \,.\, d\vec{a} = \int \vec{\nabla} \,.\, \vec{J}\, dV \end{array}\right. \longrightarrow \boxed{\vec{\nabla} \,.\, \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$

equação da continuidade

$\rho = \epsilon_0 \, \vec{\nabla} \,.\, \vec{E}$ Lei de Gauss

$$\vec{\nabla} \,.\, \vec{J} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\epsilon_0 \, \vec{\nabla} \,.\, \vec{E}\right) \longrightarrow \vec{\nabla} \,.\, \vec{J} = \vec{\nabla} \,.\, \left(-\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

Voltamos para a equação com problema:

$$\vec{\nabla} \,.\, (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \mu_0 \, \vec{\nabla} \,.\, \vec{J} \; = \vec{\nabla} \,.\, \left(-\mu_0 \, \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) + \vec{\nabla} \,.\, \left(+\mu_0 \, \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, \vec{J} + \mu_0 \, \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

Vamos adicionar este termo
à lei de Ampère !

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, \vec{J} + \mu_0 \, \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

No último termo vamos introduzir a seguinte definição :

$$\vec{J}_d = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

densidade de Corrente de Deslocamento

Vamos escrever esta nova lei de Ampère na forma integral:

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \, . \, d\vec{a} = \mu_0 \int_S \vec{J} \, . \, d\vec{a} + \mu_0 \, \epsilon_0 \int_S (\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \, . \, d\vec{a}$$

Usando o teorema de Stokes:

$$\boxed{\oint_C \vec{B} \, . \, d\vec{l} = \mu_0 \, I_{in} + \mu_0 \, \epsilon_0 \int_S (\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \, . \, d\vec{a}}$$

Antes de Maxwell

$$\vec{\nabla} \, . \, \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \, . \, \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, \vec{J}$$

Equações de Maxwell

$$\vec{\nabla} \, . \, \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \, . \, \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, \vec{J} + \mu_0 \, \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

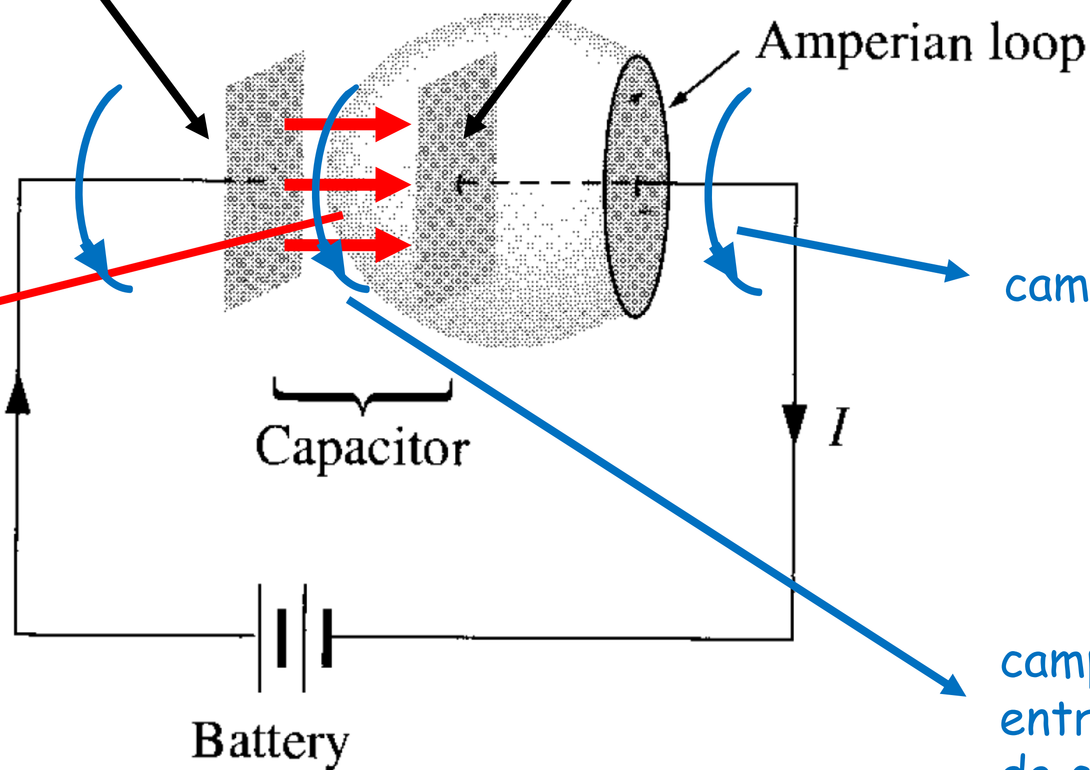
Temos duas formas de gerar campo magnético !

Campo elétrico variando no tempo: um exemplo

Vamos considerar um capacitor sendo carregado:

as cargas positivas
vão se acumulando aqui

as cargas negativas
vão se acumulando aqui

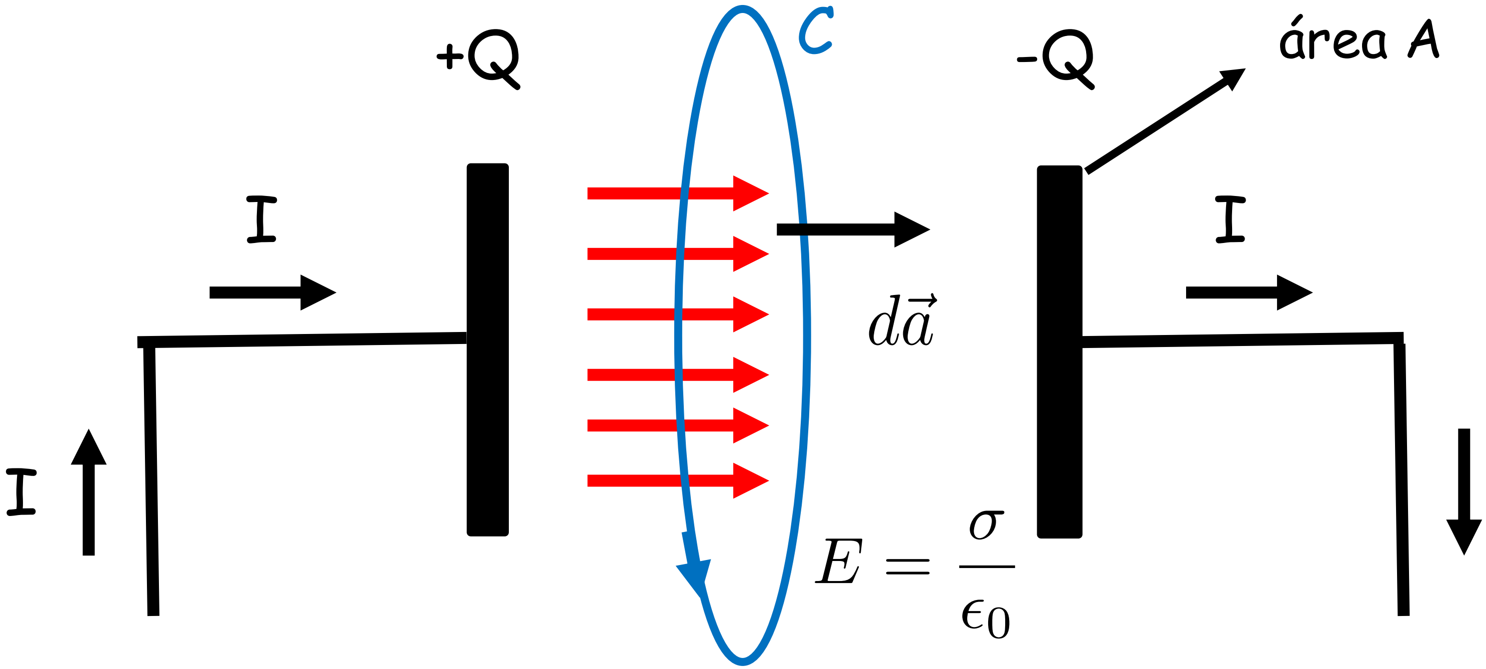


campo magnético

O campo elétrico
entre as placas
vai crescendo

campo magnético
entre as placas
do capacitor

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \neq 0$$



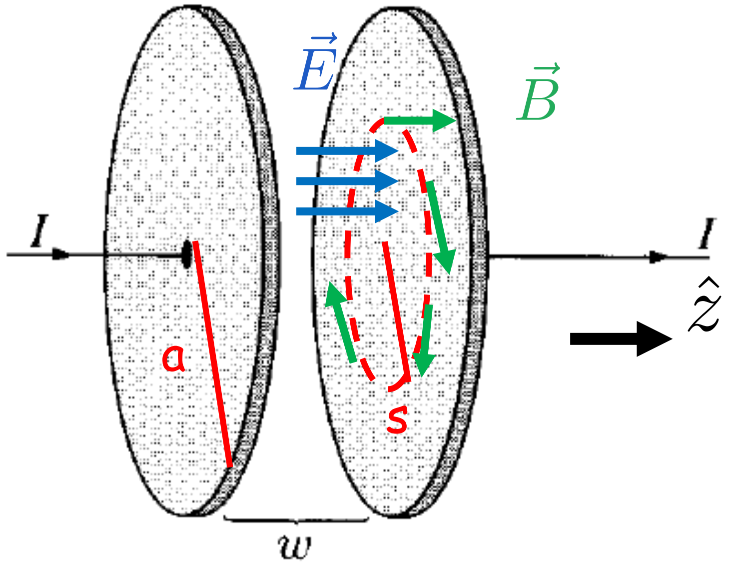
$$\sigma = \frac{Q}{A} \longrightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{A\,\epsilon_0} \longrightarrow \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{A\,\epsilon_0}\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{I}{A\,\epsilon_0}$$

Campo magnético criado pelo capacitor "sendo carregado":

$$\oint_C \vec{B}\,.\,d\vec{l} = \mu_0 \cancelto{0}{I_{in}} + \mu_0\,\epsilon_0 \int_S \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right).\,d\vec{a} = \mu_0\,\epsilon_0\,\frac{I}{A\,\epsilon_0}\,A = \mu_0\,I$$

$$B = \frac{\mu_0\,I}{2\,\pi\,r}$$

Problema 7.32 : capacitor sendo carregado



Qual é o campo elétrico ?

$$\vec{E} = \frac{\sigma(t)}{\epsilon_0}\hat{z} \rightarrow \sigma(t) = \frac{Q(t)}{\pi\, a^2}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = const \rightarrow Q = I\, t$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{I\, t}{\pi\, a^2\, \epsilon_0}\hat{z}} \rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{I}{\pi\, a^2\, \epsilon_0} \rightarrow J_d = \epsilon_0\,\frac{dE}{dt} = \frac{I}{\pi\, a^2}$$

Qual é o campo magnético entre as placas?

$$I_d = J_d\, \pi\, s^2 = I\, \frac{s^2}{a^2} \rightarrow \oint_C \vec{B}\,.\,d\vec{l} = \mu_0\, I_{in} \rightarrow B\, 2\, \pi\, s = \mu_0\, I\, \frac{s^2}{a^2}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0\, I\, s}{2\, \pi\, a^2}\,\hat{\phi}}$$