

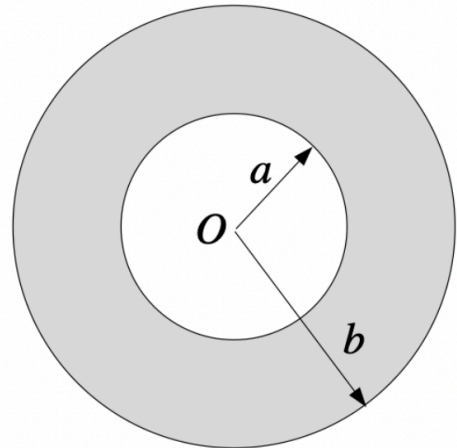
Lista preparatória para a segunda prova de Eletricidade e Magnetismo I.

Questão 1

Considere uma casca esférica condutora de raios interno e externo a e b , respectivamente, conforme mostrado na figura ao lado. A resistividade ôhmica cresce linearmente com a distância r até o centro O , sendo dada por

$$\rho(r) = \alpha r$$

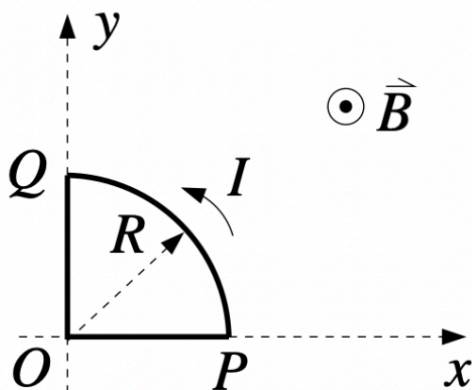
(α é uma constante positiva).



- (a) (0,5 ponto) Determine a dimensão da constante α no Sistema Internacional de Unidades.
- (b) (1,0 ponto) Calcule a resistência elétrica da casca esférica na direção radial.
- (c) (1,0 ponto) Uma diferença de potencial V é aplicada entre as duas superfícies. Supondo que o potencial maior seja o da superfície interna, calcule a corrente I e a densidade de corrente $\vec{J}(r)$.

Questão 2

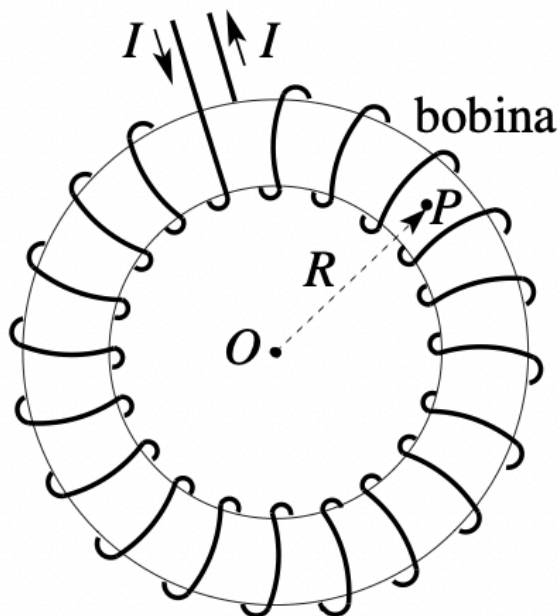
Na figura abaixo o campo magnético $\vec{B} = B\vec{k}$ é uniforme e perpendicular ao plano da figura, apontando para fora. A espira é formada por um quarto de círculo de raio R e por dois segmentos retilíneos $\overline{OP}$ e $\overline{QO}$ de comprimento R , conforme a figura. Pela espira circula uma corrente I no sentido anti-horário.



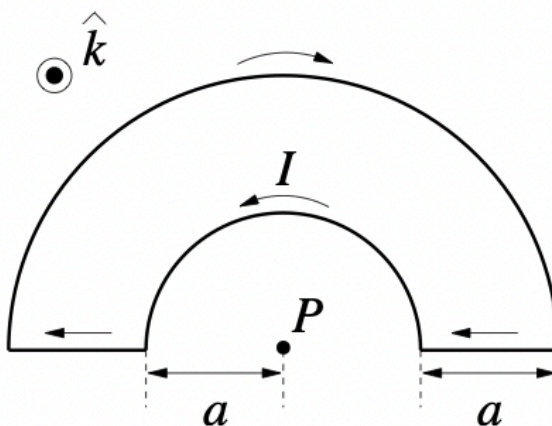
- (a) (1,0 ponto) Partindo da equação $d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$, calcule a força magnética resultante sobre os segmentos retos da espira.
- (b) (1,0 ponto) Partindo da equação $d\vec{F} = I d\vec{\ell} \times \vec{B}$, calcule a força magnética resultante sobre o segmento circular da espira.
- (c) (0,5 ponto) Calcule o torque que age sobre a espira.

Questão 3

- (I) A figura abaixo mostra uma bobina toroidal com com N espiras bem cerradas. Uma corrente I percorre o enrolamento desta bobina.

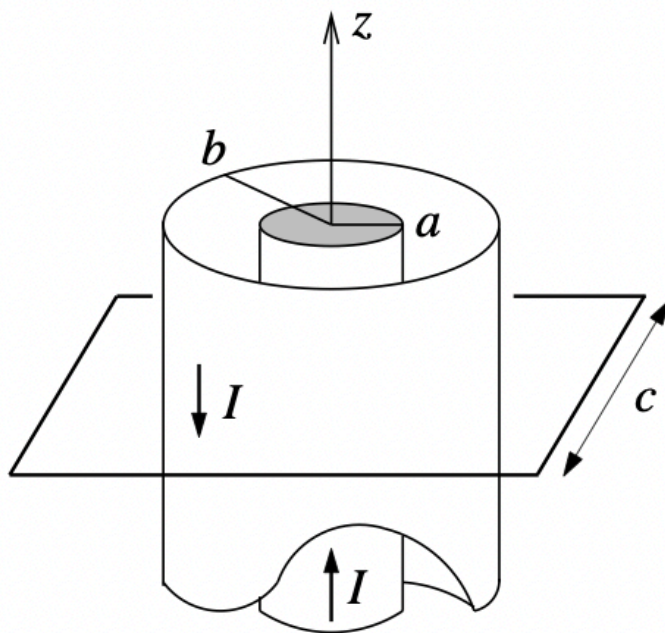


- (a) (1.0 ponto) Calcule o módulo do campo magnético B em um ponto P no interior da bobina, a uma distância R do seu eixo, quando a bobina é constituída só pelo enrolamento (núcleo de ar).
- (b) (0.5 ponto) Calcule a relação entre as correntes I_{ar} e I_{Fe} na bobina com núcleo de ar e com núcleo de ferro ($K_m = 1400$), respectivamente que produzem o mesmo campo magnético B no ponto P .
- (II) A figura abaixo mostra um circuito formado por dois trechos semi-circulares de raios a e $2a$ e dois trechos retos. Uma corrente I percorre o circuito no sentido anti-horário, como mostrado na figura. Calcule o campo magnético no ponto P .



Questão 4

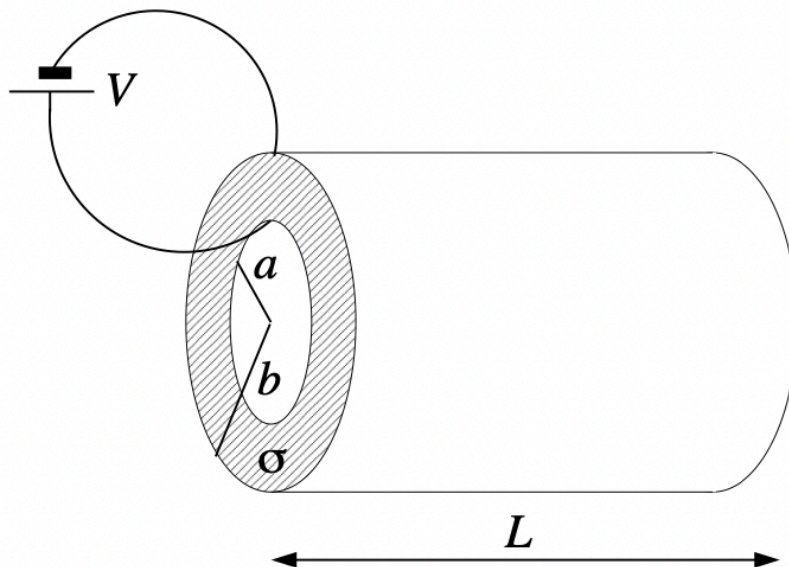
Um fio condutor cilíndrico muito longo e de seção reta de raio a está envolto por uma casca cilíndrica condutora fina de raio b , formando um *cabo coaxial*. Pelo fio passa uma corrente I , na direção positiva do eixo z , uniformemente distribuída através de sua seção reta. Na casca cilíndrica passa uma corrente total I , na direção negativa do eixo z , conforme a figura.



- (a) (1,0 ponto) Calcule o campo magnético nos pontos onde $0 < r < a$ (r é a distância do ponto até o eixo z).
- (b) (1,0 ponto) Calcule o campo magnético na região $a < r < b$.
- (c) (0,5 ponto) Calcule a integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ ao longo do quadrado de lado $c > b$ coaxial com o eixo z , conforme a figura.

Questão 5

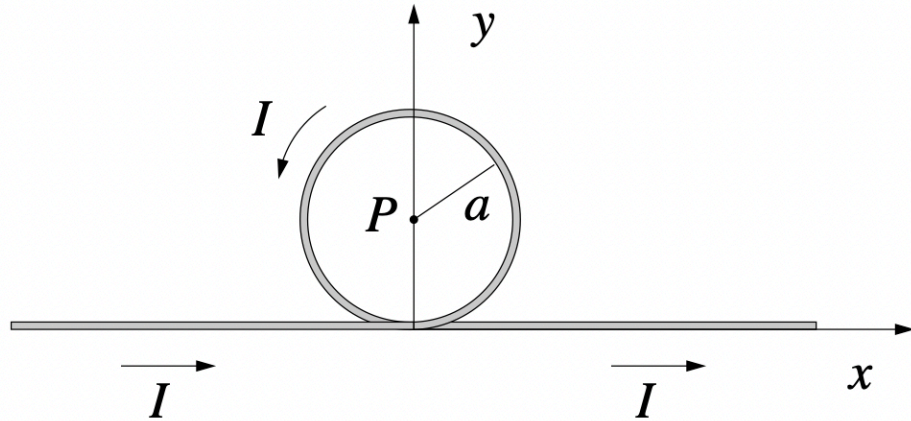
Uma casca cilíndrica é feita de um material condutor de condutividade σ uniforme. As dimensões do cilindro estão indicadas na figura, onde $L \gg b > a$. As superfícies interna e externa da casca com raios $r = a$ e $r = b$, onde r é a distância até o eixo da casca cilíndrica, são duas equipotenciais mantidas a uma ddp igual a V por uma bateria, conforme a figura.



- (a) (0,5 ponto) Devido à simetria, a densidade de corrente é dada por $\vec{J} = J(r)\hat{r}$. Calcule $J(r)$ como função de $J(a)$, suposta conhecida.
- (b) (0,5 ponto) Calcule o vetor $\vec{E}(r)$ no interior da casca ($a < r < b$) como função de $J(a)$.
- (c) (1,0 ponto) Calcule a resistência da casca.
- (d) (0,5 ponto) Calcule $J(a)$ em função de V , σ , a e b .

Questão 6

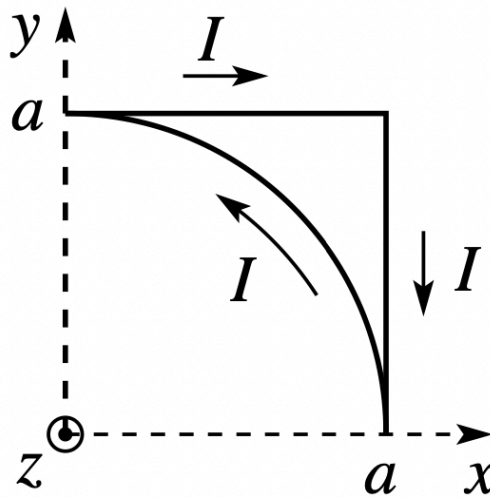
Uma corrente elétrica I percorre um fio infinito que está alinhado com o eixo x . Ao atingir a origem do sistema de coordenadas, o fio dá uma volta completa em torno do ponto P .



- (a) (1,0 ponto) Considerando apenas as partes retilíneas do fio, determine o vetor campo magnético no ponto P .
- (b) (1,0 ponto) Calcule o vetor campo magnético produzido pelo trecho circular no ponto P .
- (c) (0,5 ponto) Determine o vetor campo magnético total no ponto P .

Questão 7

Uma espira é formada por dois segmentos de reta de comprimento a e um trecho semi-circular de raio a , conforme ilustrado na figura. A espira está sujeita a um campo magnético uniforme dado por $\vec{B} = C\hat{i}$ e a corrente I percorre a espira no sentido indicado na figura.



- (a) (1,0 ponto) Calcule o vetor força magnética sobre os segmentos retilíneos horizontal e vertical.
- (b) (0,5 ponto) Calcule o vetor força magnética sobre o trecho circular.
- (c) (1,0 ponto) Determine o torque sobre a espira.

Questão 8

Um solenoide toroidal, mostrado na figura 1 e em corte transversal na figura 2, contém N espiras e é percorrido por uma corrente I . O núcleo do solenoide está preenchido por ar ($\mu_{ar} = \mu_0$).

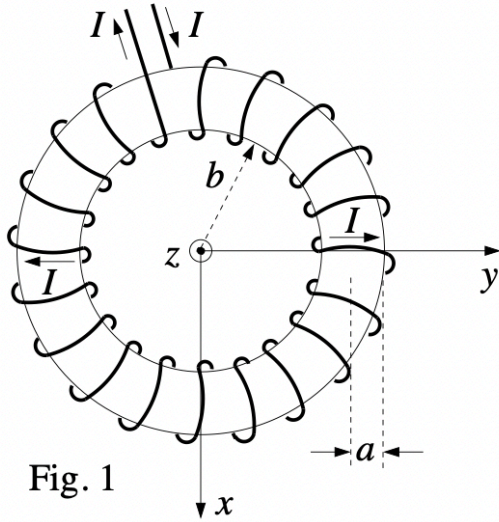


Fig. 1

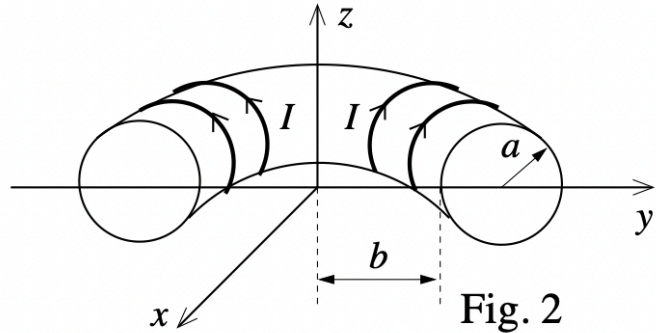
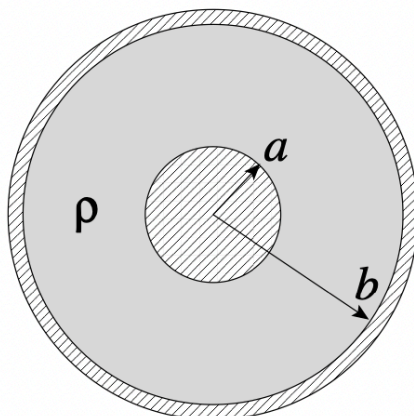


Fig. 2

- (a) (1,5 ponto) Calcule o vetor campo magnético $\vec{B}(0, y, 0)$ em coordenadas cartesianas (isto é na forma $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$) ao longo do eixo y para $y \geq 0$.
- (b) (1,0 ponto) Constrói-se um outro solenoide toroidal com as mesmas dimensões do solenoide da figura mas com um núcleo de aço inoxidável de permeabilidade $\mu = 80\mu_0$. Passando a mesma corrente pelos dois solenoides, calcule a relação entre o número de espiras $N_{aço}$ e N_{ar} no solenoide com núcleo de aço e com núcleo de ar, respectivamente, para produzir o mesmo campo magnético B nos núcleos dos dois solenoides.

Questão 9

Uma esfera condutora de raio a está no interior de uma casca esférica fina condutora de raio b . A esfera e a casca esférica são concêntricas e o espaço entre elas está preenchido com um material de resistividade ρ constante, conforme a figura. Uma corrente elétrica I , uniformemente distribuída através do material entre os condutores, flui da esfera interna para a casca esférica.



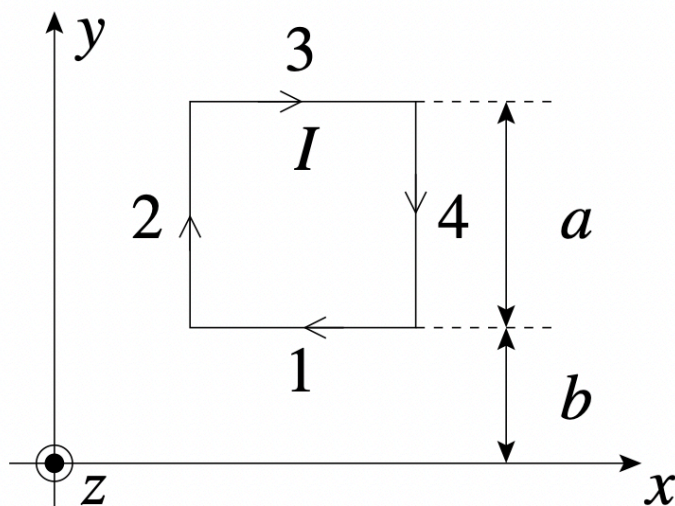
- (a) (0,5 ponto) Determine o vetor densidade de corrente $\vec{J}$ na região entre os condutores ($a < r < b$).
- (b) (1,0 ponto) Calcule a diferença de potencial entre os condutores.
- (c) (0,5 ponto) Calcule a resistência elétrica entre os condutores.
- (d) (0,5 ponto) Calcule a resistência entre os condutores no limite em que $b \rightarrow \infty$.

Questão 10

Uma espira quadrada de lado a , contida no plano xy , é percorrida por uma corrente I no sentido horário, conforme a figura. Na região onde se encontra a espira existe um campo magnético

$$\vec{B}(y) = \frac{C}{y} \hat{k},$$

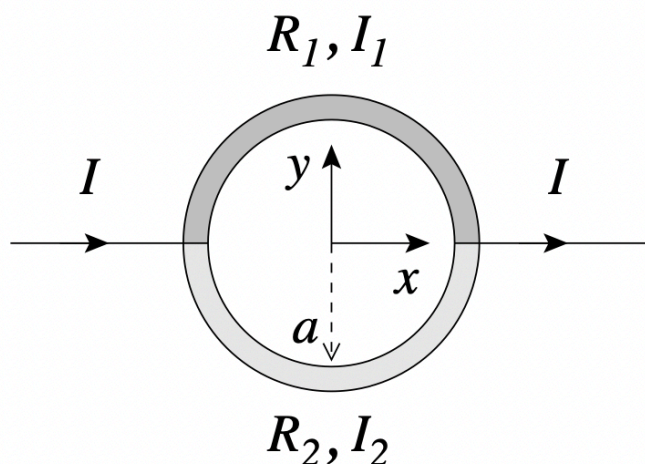
onde $C > 0$ é uma constante.



- (a) (1,0 ponto) Calcule a força magnética sobre os lados 1 e 3 da espira.
- (b) (1,0 ponto) Calcule a força magnética sobre os lados 2 e 4 da espira.
- (c) (0,5 ponto) Calcule a força resultante sobre a espira.

Questão 11

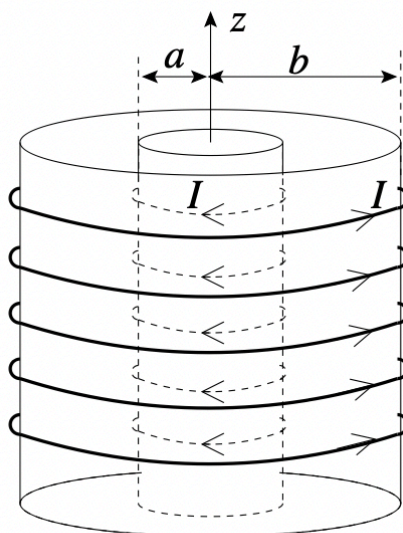
Um resistor circular de raio a contido no plano xy e centrado na origem é feito de duas metades com resistências R_1 e R_2 . O resistor está ligado a um par de fios semi-infinitos que se estendem ao longo do eixo x e que são percorridos por uma corrente I , conforme a figura.



- (a) (1,0 ponto) Calcule o valor das correntes I_1 e I_2 que atravessam respectivamente os resistores R_1 e R_2 em função de I , R_1 e R_2 . Indique o sentido de cada uma das correntes.
- (b) (1,5 ponto) Calcule o vetor campo magnético $\vec{B}$ no centro do resistor circular.

Questão 12

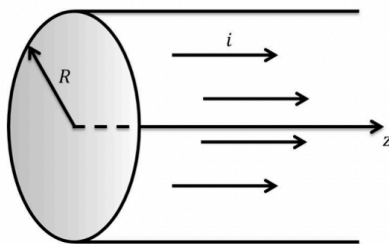
- (I) (1,0 ponto) Calcule o módulo do campo magnético produzido por um solenóide muito longo com n espiras por unidade de comprimento, percorrido por uma corrente I . Despreze efeitos de borda.
- (II) Dois solenóides muito longos, coaxiais, cujos eixos coincidem com o eixo z , transportam, cada um, uma corrente I porém com sentidos opostos, como mostra a figura. O solenóide de raio a tem n_1 espiras por unidade de comprimento e o de raio b tem n_2 espiras por unidade de comprimento. Despreze efeitos de borda.



- (a) (0,5 ponto) Determine o vetor $\vec{B}$ para $0 < r < a$.
- (b) (0,5 ponto) Determine o vetor $\vec{B}$ para $a < r < b$.
- (c) (0,5 ponto) Determine o vetor $\vec{B}$ para $r > b$.

Questão 13

Considere um fio retilíneo muito longo de raio R e centrado ao longo do eixo z no qual passa uma corrente estacionária I (ao longo da direção z), conforme mostra a figura abaixo. A corrente elétrica é distribuída de forma que sua densidade de corrente é dada por: $\vec{J}(r) = Cr\hat{k}$ (se $0 \leq r \leq R$) e 0 caso contrário, sendo $C > 0$ uma constante.



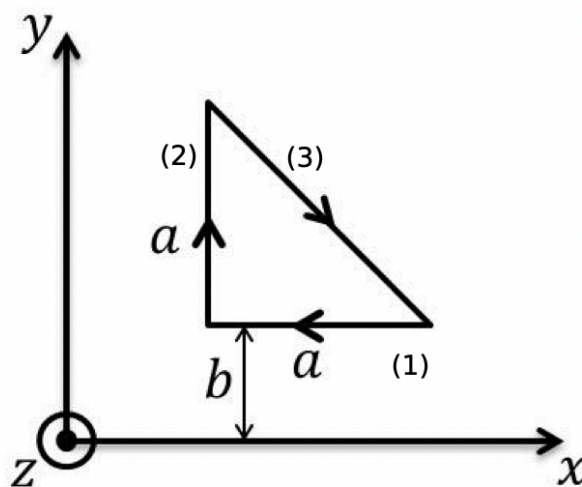
- (a) (0,5 ponto) Determine a corrente total I em função de C e R .
- (b) (1,0 ponto) Usando a lei de Ampère, encontre o vetor campo magnético $\vec{B}(r)$ na região $0 \leq r \leq R$.
- (c) (1,0 ponto) Usando a lei de Ampère, encontre o vetor campo magnético $\vec{B}(r)$ na região $r > R$.

Questão 14

Uma espira triangular, de base e altura a , contida no plano xy , é percorrida por uma corrente I no sentido horário, conforme a figura. Na região onde se encontra a espira existe um campo magnético

$$\vec{B}(y) = \frac{C}{y} \hat{k},$$

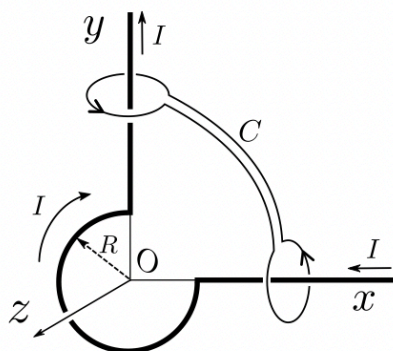
onde $C > 0$ é uma constante.



- (a) (1,0 ponto) Calcule o vetor força magnética sobre os lados 1 e 2 da espira.
- (b) (1,0 ponto) Calcule o vetor força magnética sobre o lado 3 da espira.
- (c) (0,5 ponto) Determine o vetor momento de dipolo magnético e o vetor força resultante sobre a espira.

Questão 15

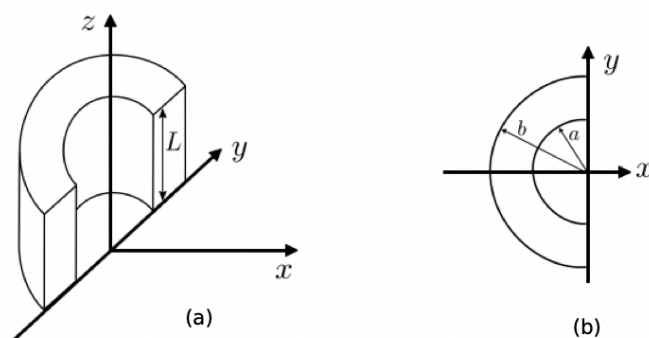
Um circuito condutor é composto por dois fios retilíneos semi-infinitos e uma parte circular, representados pelas linhas escuras, conforme mostrado na figura abaixo. Ele está contido no plano $x - y$ e conduz uma corrente I no sentido indicado. Para $x \geq R$ e $y \geq R$ os trechos são retilíneos (fios semi-infinitos). Para $x < R$ e $y < R$, o condutor tem a forma de três quartos de circunferência com raio R .



- (a) (1,0 ponto) Calcule o vetor campo magnético $\vec{B}$ na origem O devido os segmentos lineares do fio.
- (b) (1,0 ponto) Calcule o vetor campo magnético $\vec{B}$ na origem O do sistema de coordenadas devido à parte circular.
- (c) (0,5 ponto) Determine o valor da integral $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$ ao longo do percurso C indicado na figura.

Questão 16

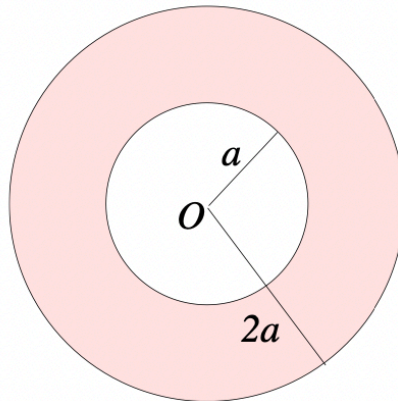
Um material condutor de condutividade σ uniforme tem o formato de um semi-círculo de altura L e raios a e b , conforme indicado na figuras (a) e (b), respectivamente. As superfícies localizadas em $r = a$ e $r = b$ são equipotenciais e mantidas a uma diferença de potencial ΔV por uma bateria. Vamos assumir que o potencial elétrico $V(r)$ dentro do condutor depende somente da coordenada r , de forma que efeitos de borda podem ser desprezados.



- (a) (1,0 ponto) A bateria fornece uma corrente elétrica I_0 . Assumindo a conservação de corrente, determine o vetor densidade de corrente $\vec{J}(r)$.
- (b) (0,5 ponto) Determine o vetor campo elétrico $\vec{E}$ no interior do condutor.
- (c) (1,0 ponto) Calcule a resistência do condutor.

Questão 17

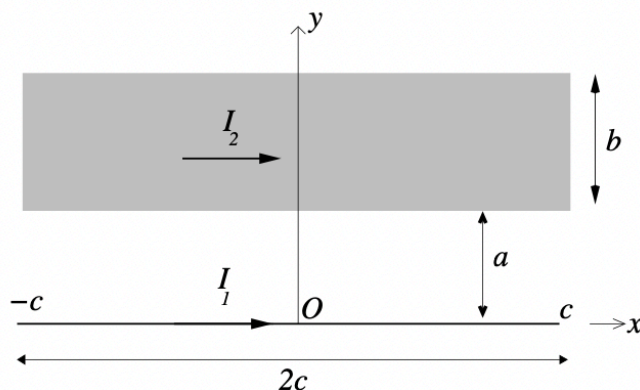
Uma esfera condutora de raio a está no interior de uma casca esférica fina condutora de raio $2a$. A esfera e a casca esférica são concêntricas e o espaço entre elas está preenchido com um material de condutividade $\sigma(r) = \frac{A}{r}$ constante, (A é uma constante positiva). Uma corrente elétrica I , uniformemente distribuída através do material entre os condutores, flui da esfera interna para a casca esférica.



- (a) (0,5 ponto) Determine a dimensão da constante A no Sistema Internacional de Unidades.
- (b) (1,0 ponto) Calcule a resistência elétrica entre os condutores.
- (c) (1,0 ponto) Dada uma diferença de potencial V aplicada entre as duas superfícies, calcule o vetor densidade de corrente $\vec{J}(r)$ em função dos dados do problema.

Questão 18

A figura abaixo mostra trechos de um fio condutor reto e uma fita condutora de comprimentos $2c$ e L , respectivamente. A fita possui largura b e sua espessura pode ser desconsiderada. Correntes I_1 e I_2 percorrem o fio e a fita, respectivamente. A densidade linear de corrente na fita é uniforme ($\vec{J} = I_2/b)\hat{x}$).



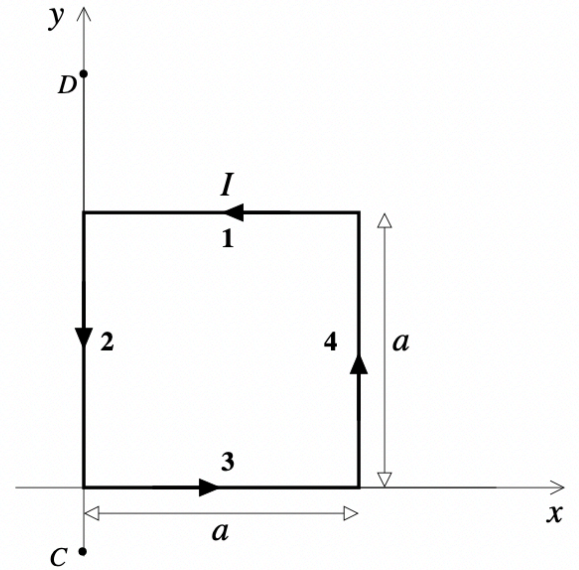
- (a) (1,0 ponto) Usando a lei de Biot-Savart, calcule o vetor campo magnético $\vec{B}$ produzido pelo fio num ponto situado ao longo do eixo y .
- (b) (1,5 ponto) Considerando **que agora o fio é infinito**, $c \rightarrow \infty$, e a fita é infinita ao longo da direção x , calcule o vetor força por unidade de comprimento L produzida pelo fio sobre a fita.

Questão 19

Uma corrente estacionária I circula no sentido anti-horário de uma espira condutora quadrada, de lado a . A figura ao lado mostra a espira em um sistema de coordenadas tal que o plano da espira coincide com o plano xy ($z = 0$).

Considere o campo magnético (no mesmo sistema de coordenadas)

$$\vec{B}(x, y, z) = B_0 \left[\left(1 - \frac{x}{a}\right) \hat{i} + \left(1 - \frac{y}{a}\right) \hat{j} + \frac{2z}{a} \hat{k} \right].$$

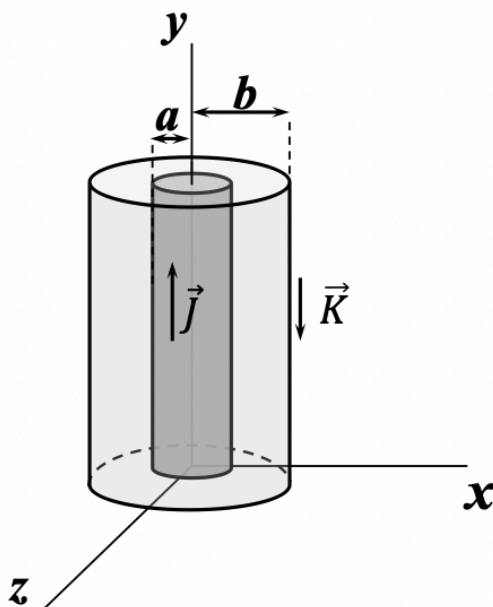


- (a) (1,5 ponto) Calcule as forças magnéticas $\vec{F}_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) que atuam em cada um dos lados da espira (como indicados na figura). Calcule também a *força resultante sobre a espira*.
- (b) (1,0 ponto) Suponha que o movimento da espira seja restrito a rotações em torno de um eixo vertical fixo passando pelos pontos CD (veja a figura). Calcule o torque em torno deste eixo em relação à origem.

Sugestão para os itens (a) e (b): Calcule primeiramente as forças infinitesimais $d\vec{F}_i$ e em seguida obtenha $\vec{F}_i$, efetuando a integral correspondente.

Questão 20

Um fio condutor muito longo e de seção cilíndrica de raio a está envolto por uma casca cilíndrica de raio b , formando um *cabo coaxial*. No fio há uma densidade de corrente uniforme $\vec{J} = J\hat{y}$ e na casca uma densidade de corrente superficial $\vec{K} = -K\hat{y}$, sendo J e K constantes positivas. **Expresse suas respostas em termos dos parâmetros dados:**



- (a) (1,0 ponto) Calcule o campo magnético nos pontos onde $0 \leq r \leq b$ (r é a distância do ponto até o eixo y).
- (b) (1,0 ponto) Calcule o campo magnético na região exterior à casca cilíndrica ($r > b$).
- (c) (0,5 ponto) Determine o valor de J/K tal que o campo seja nulo na região $r > b$.