Eletromagnetismo

4300372

F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

Guilherme Germano (monitor)

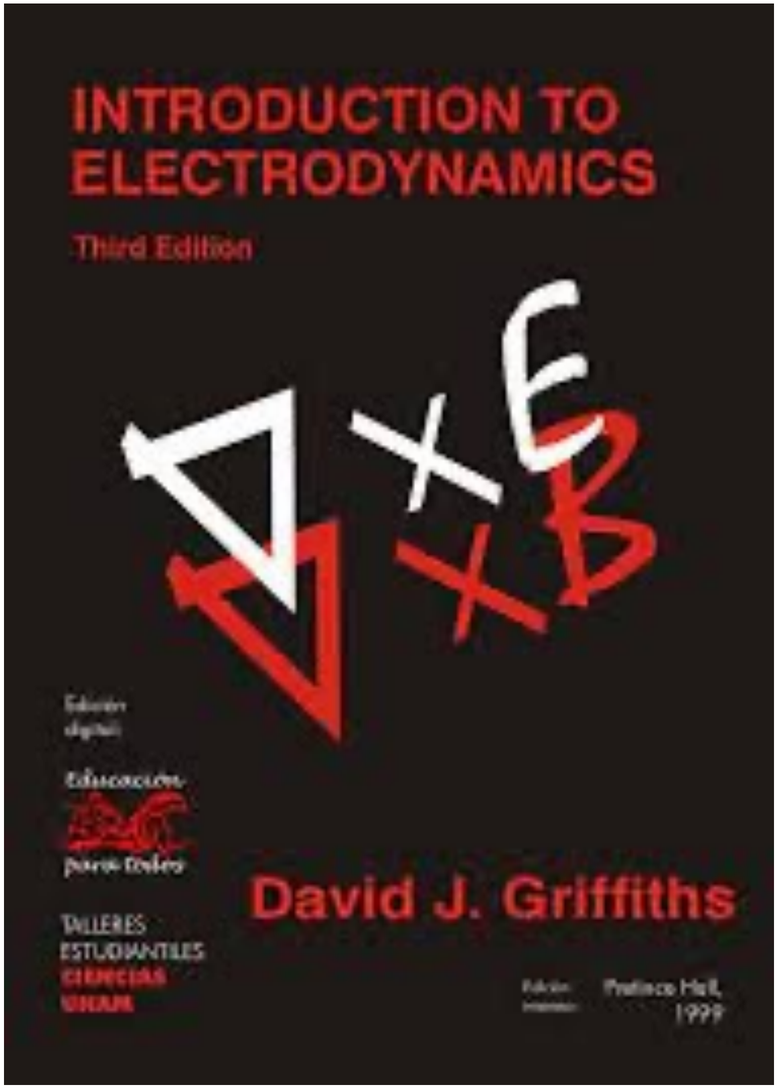
guilherme.germano@usp.br

edisciplinas.if.usp.br

Plano do Curso

16/08	13/09	11/10	08/11
19/08	16/09	14/10	11/11
23/08	20/09 P1	18/10	15/11
26/08	23/09	21/10 P2	18/11
30/08	27/09	25/10	22/11
02/09	30/09	28/10	25/11
06/09	04/10	01/11	29/11 P3
09/09	07/10	04/11	02/12 ex
			06/12 Sub

Bibliografia



Capítulo 2 : eletrostática

Capítulo 5 : magnetostática

Capítulo 7 : eletrodinâmica

Capítulo 8 : leis de conservação

Capítulo 9 : ondas eletromagnéticas

Capítulo 10 : campos e potenciais

Capítulo 11 : radiação

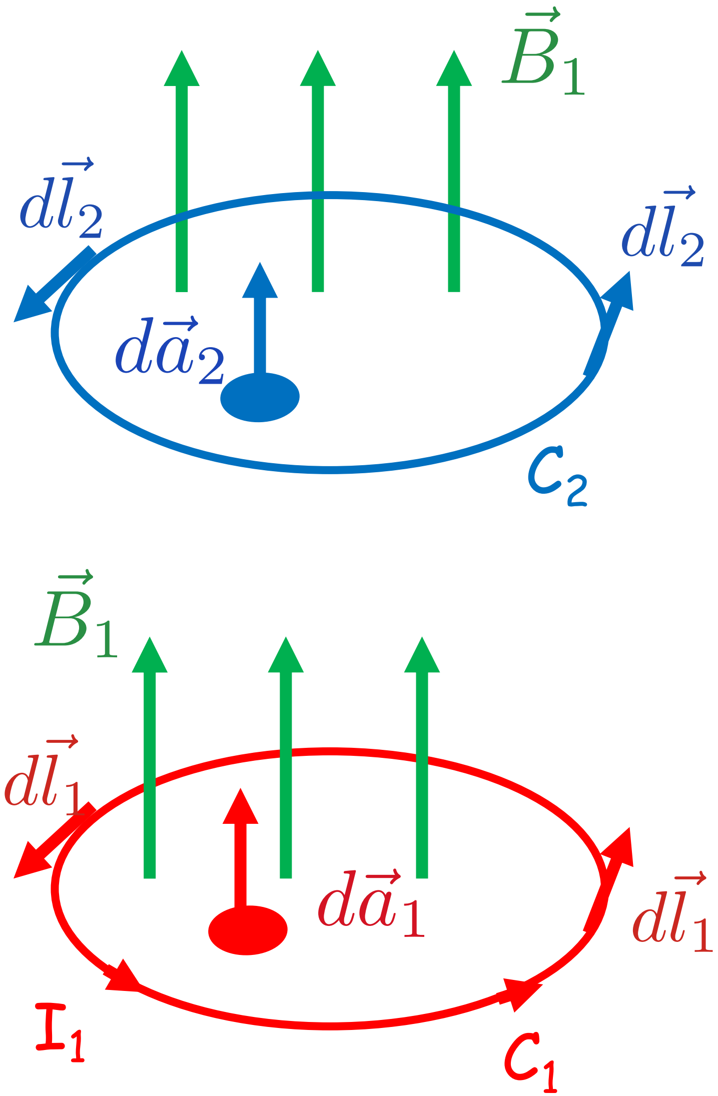
Aula 13

Eletrodinâmica

Campos elétricos e magnéticos variando no tempo

Indutância

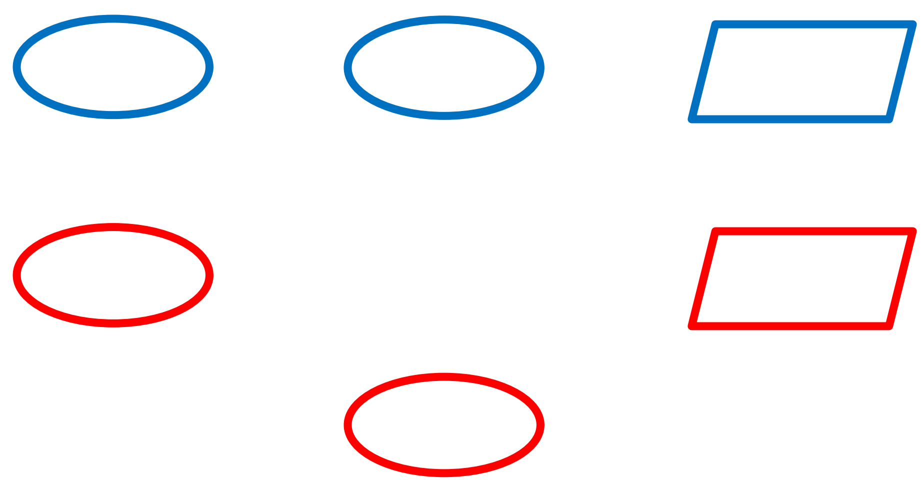
Indutância



Quando ligamos a corrente em C_1 surge o campo magnético B_1 na espira 2, que gera o fluxo

$$\phi_2 = I_1 \, M_{21}$$

O coeficiente M_{21} é a Indutância Mútua
Depende só da geometria das espiras :

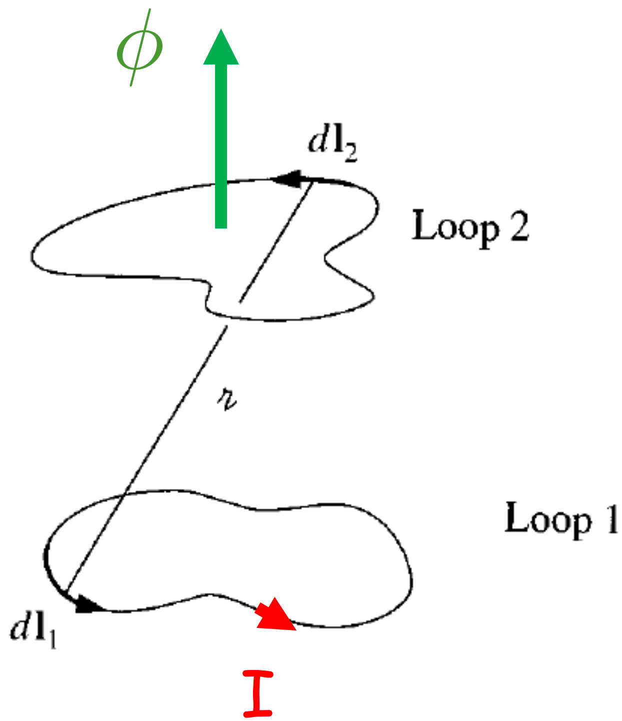


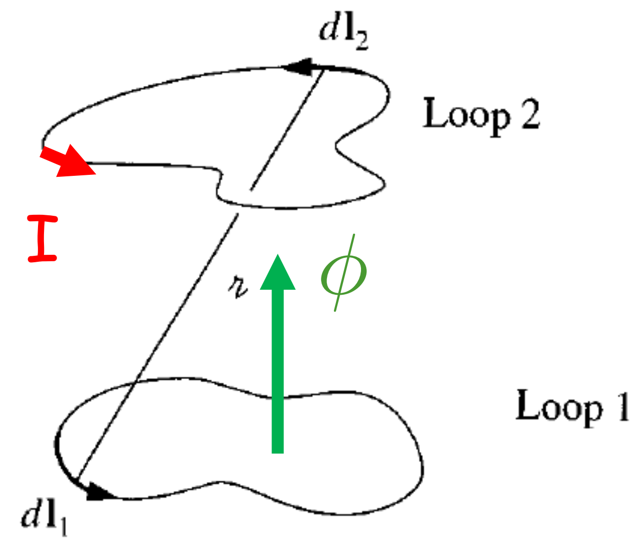
Fórmula de Neumann

$$\phi_2 = I_1\, M_{21}$$

$$\boxed{M_{21} = \left[\frac{\mu_0}{4\,\pi} \oint_{C_2} \oint_{C_1} \frac{d\vec{l_1}\,.\,d\vec{l_2}}{r}\right]}$$

$$M_{21} = M_{12} = M$$





Mesma corrente gera o mesmo fluxo, mesmo trocando as espiras !

Corrente I_1 em C_1 gera um fluxo em S_2

$$\phi_2 = M\, I_1$$

Variando a corrente I_1 :

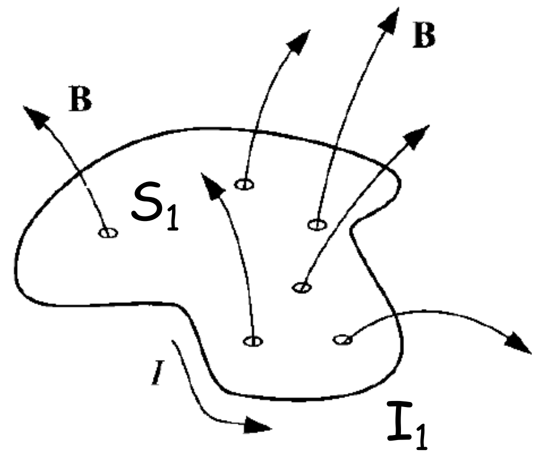
$$\frac{d\phi_2}{dt} = M\, \frac{dI_1}{dt}$$

Aparece uma FEM em S_2 :

$$\epsilon_2 = -\frac{d\phi_2}{dt}$$

$$\boxed{\epsilon_2 = -M\, \frac{dI_1}{dt}}$$

Auto-Indutância



Variando a corrente I_1 , varia o fluxo em S_1 :

$$\phi_1 = \oint_{S_1} \vec{B}_1 \, . \, d\vec{a}_1$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\,\pi} \, I_1 \oint_{C_1} \frac{d\vec{l}_1 \times \hat{r}}{r^2}$$

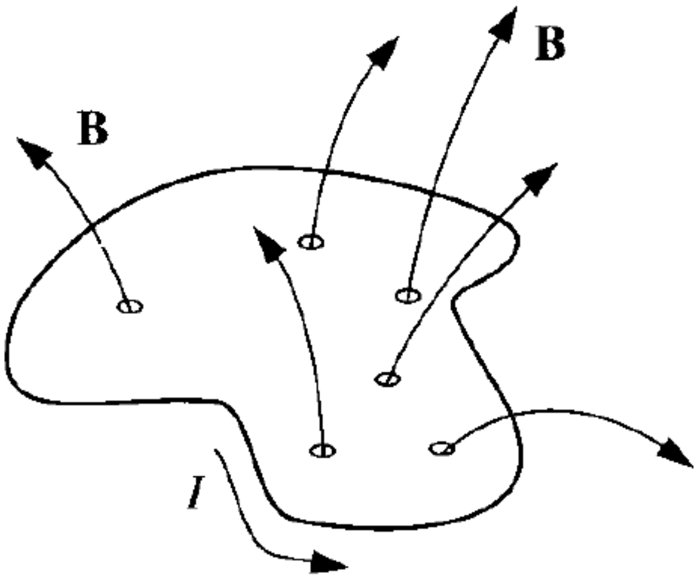
Biot-Savart

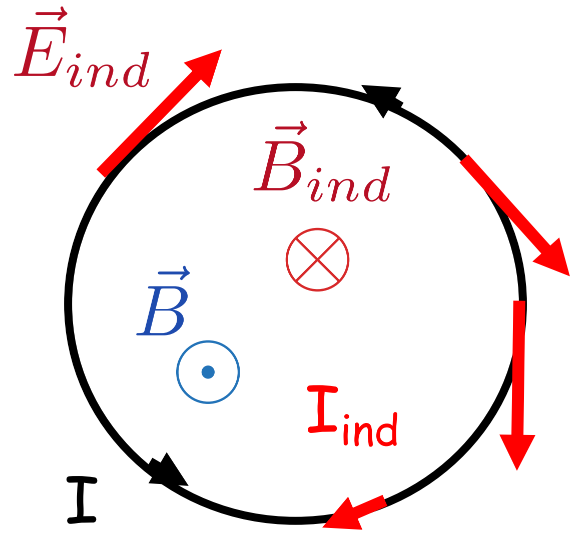
$$\phi_1 = \frac{\mu_0}{4\,\pi} \, I_1 \int_{S_1} \oint_{C_1} \left(\frac{d\vec{l}_1 \times \hat{r}}{r^2} \right) . \, d\vec{a}_1 = I_1 \underbrace{\left[\frac{\mu_0}{4\,\pi} \int_{S_1} \oint_{C_1} \left(\frac{d\vec{l}_1 \times \hat{r}}{r^2} \right) . \, d\vec{a}_1 \right]}_{L}$$

$$\boxed{\phi_1 = L \, I_1}$$

L = Auto-Indutância

Auto-Indutância





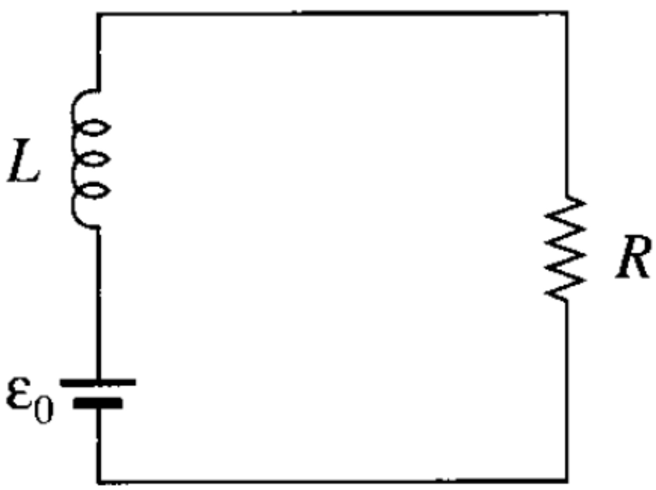
$$\phi = L\, I$$

A indutância gera uma FEM: $$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt} \longrightarrow \boxed{\epsilon = -L\,\frac{dI}{dt}}$$

Unidade de indutância: Henry = Volt X segundo/ Ampere

Circuitos com Indutância

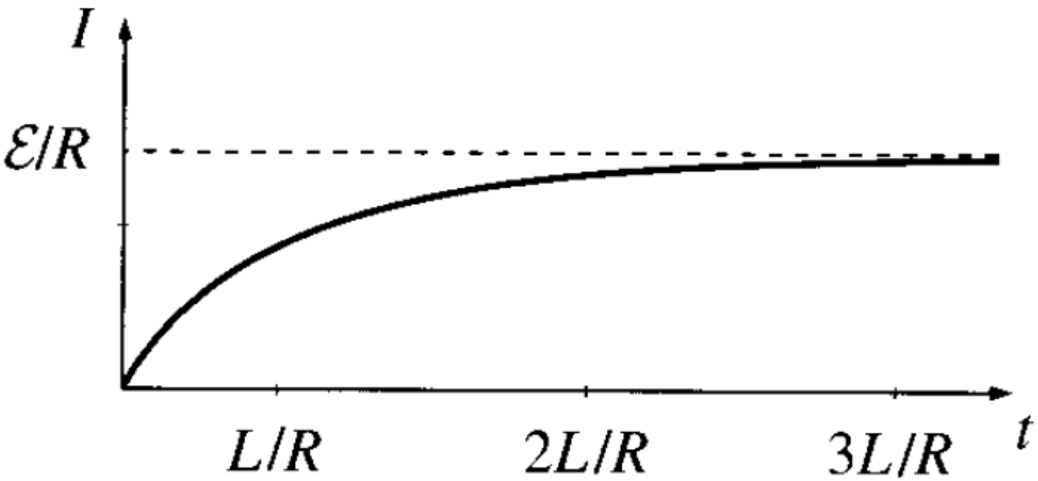
Quando ligamos o sistema ele "reage" e demora a atingir a corrente certa!



Circuito com indutância:

$$\mathcal{E}_0 - L\frac{dI}{dt} = IR.$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{R}\left[1 - e^{-(R/L)t}\right]$$



Circuito sem indutância:

$$\epsilon_0 = RI$$

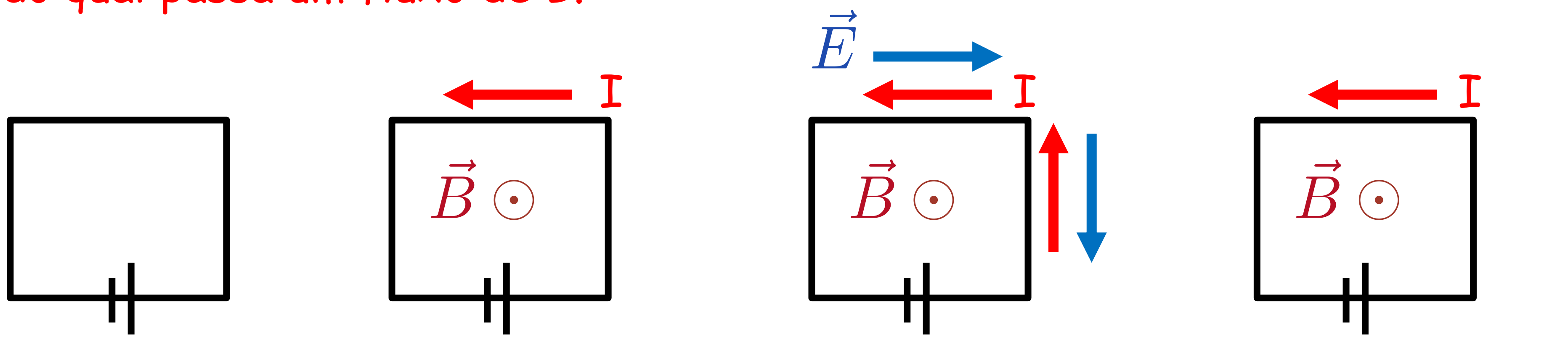
(Lei de Ohm)

Energia Magnética

É a energia gasta pelo agente externo contra o campo elétrico induzido, quando ele inicia a corrente no circuito e cria o campo magnético !

A energia eletrostática é aquela necessária para "montar" (trazendo do infinito) uma distribuição de cargas.

A energia magnética é aquela necessária para "montar" um circuito elétrico fechado percorrido por uma corrente estacionária, onde há um loop através do qual passa um fluxo de B.



$$\vec{B} = 0$$
$$\phi = 0$$

$$\vec{B} \neq 0$$
$$\phi \neq 0$$

varia no tempo !

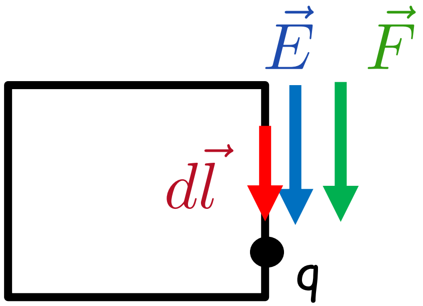
$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$
$$\epsilon = \oint \vec{E} \, . \, d\vec{l}$$

$$I = cte \quad \vec{B} = cte$$
$$\phi = cte$$
$$\epsilon = 0 \quad \vec{E} = 0$$

Energia Magnética

Trabalho feito pelo campo E induzido para fazer a carga q dar uma volta no circuito :

Força: $$\vec{F} = q\,\vec{E}$$



Trabalho em um pequeno deslocamento dl :

$$dW = q\,\vec{E}\,.\,d\vec{l}$$

Trabalho para a carga q dar uma volta no sentido horário:

$$W = q\oint \vec{E}\,.\,d\vec{l} \quad = q\,\epsilon$$

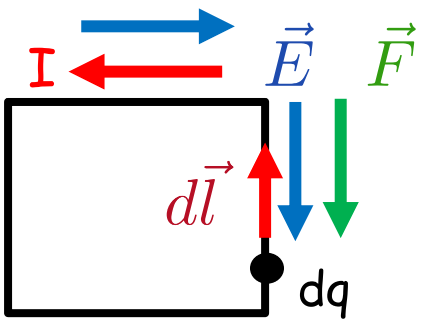
Trabalho da bateria para a carga q dar uma volta no sentido anti-horário:

$$W = -q\oint \vec{E}\,.\,d\vec{l} = -q\,\epsilon$$

Energia Magnética

Trabalho feito pela bateria para fazer a carga dq dar uma volta no circuito

$$dW = -dq \oint \vec{E} \, . \, d\vec{l} = -dq \, \epsilon$$



$$\frac{dW}{dt} = -\frac{dq}{dt} \, \epsilon$$

Lembramos que : $\dfrac{dq}{dt} = I \qquad \epsilon = -L \, \dfrac{dI}{dt}$

$$\frac{dW}{dt} = I \, L \, \frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad W = \int \frac{dW}{dt} \, dt = L \int I \, \frac{dI}{dt} \, dt = L \int_0^I I \, dI$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2} \, L \, I^2}$$

Energia acumulada no sistema

Parece um final feliz

Mas...

3 slides de terror !

Energia Magnética

$$\begin{cases} \phi = \oint_S \vec{B} \, . \, d\vec{a} \;\; = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \, . \, d\vec{a} \;\; = \oint_C \vec{A} \, . \, d\vec{l} \\ \\ \phi = L\,I \end{cases}$$

$$\longrightarrow \qquad L\,I = \oint_C \vec{A} \, . \, d\vec{l}$$

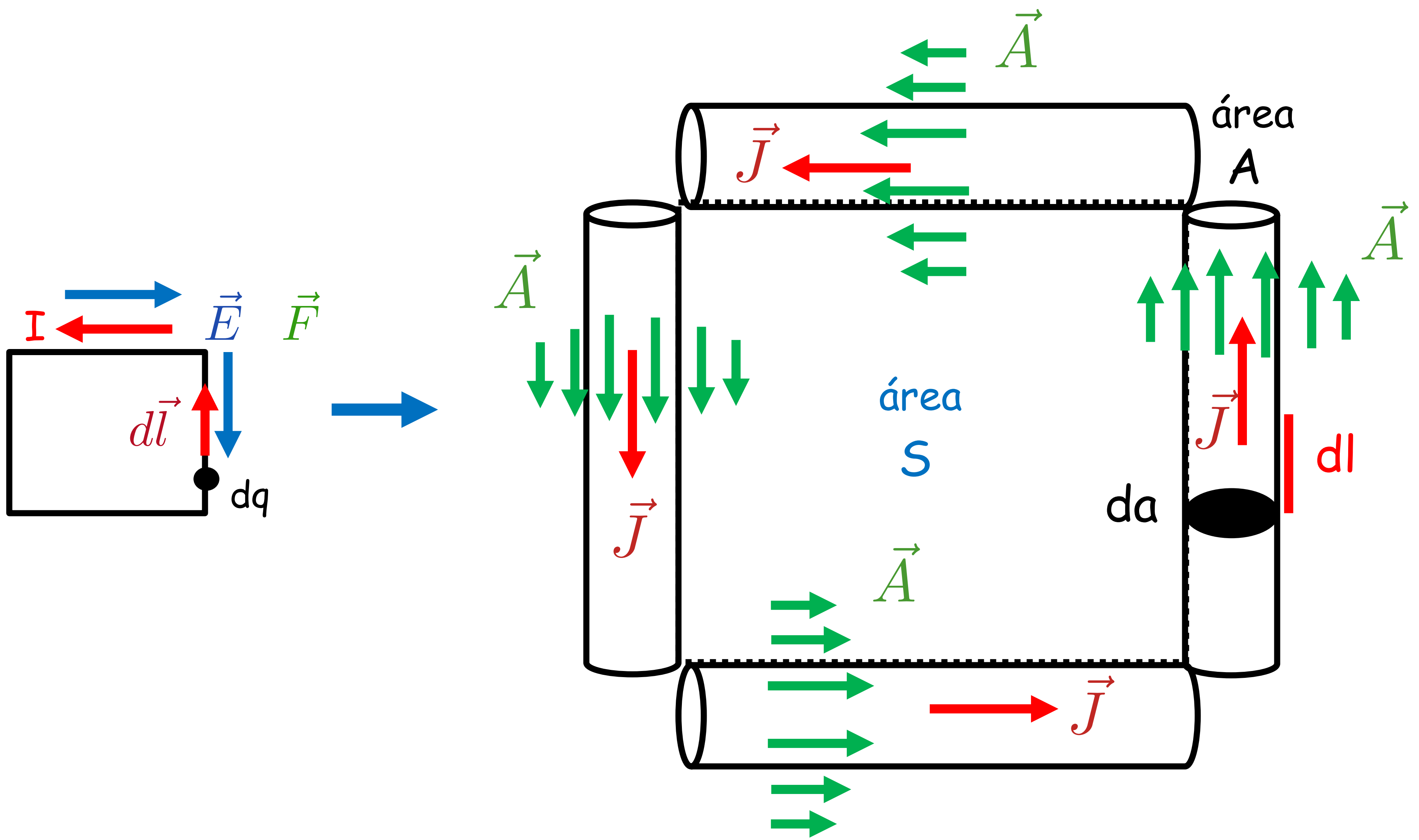
$$W = \frac{1}{2}\, I\, L\, I \;\; = \frac{1}{2}\, I \oint_C \vec{A} \, . \, d\vec{l} \;\; = \frac{1}{2} \oint_C \vec{A} \, . \, (I\, d\vec{l}) \;\; = \frac{1}{2} \oint_C (\vec{A} \, . \, \vec{I})\, dl$$

Lembramos que : $\quad \vec{J} = \dfrac{d\vec{I}}{da} \qquad \vec{I} = \displaystyle\int_A \vec{J}\, da$

Integral em todo o espaço !

$$W = \frac{1}{2} \oint_C \vec{A} \, . \, (\int_A \vec{J}\, da)\, dl \;\; = \frac{1}{2} \oint_C \int_A \vec{A} \, . \, \vec{J}\, da\, dl \;\; = \frac{1}{2} \int \vec{A} \, . \, \vec{J}\, dr^3$$

$$W = \frac{1}{2}\oint_C \vec{A}\,.\,(\int_A \vec{J}\,da)\,dl \;=\frac{1}{2}\oint_C \int_A \vec{A}\,.\,\vec{J}\,da\,dl \;=\frac{1}{2}\int \vec{A}\,.\,\vec{J}\,dr^3$$



Energia Magnética

$$\begin{cases} W = \dfrac{1}{2} \displaystyle\int \vec{A} \, . \, \vec{J} \, d^3 r \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, \vec{J} \end{cases} \longrightarrow \quad W = \frac{1}{2\mu_0} \int \vec{A} \, . \, (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \; d^3 r$$

O show da matemática:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \, . \, (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \, . \, (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \vec{A} \, . \, (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \\ \vec{A} \, . \, (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{B} \, . \, \vec{B} \; - \; \vec{\nabla} \, . \, (\vec{A} \times \vec{B}) \end{cases}$$

$$W = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 \, d^3 r \; - \; \frac{1}{2\mu_0} \int \vec{\nabla} \, . \, (\vec{A} \times \vec{B}) \, d^3 r$$

Teorema da divergência :

$$\int \vec{\nabla} \, . \, (\vec{A} \times \vec{B}) \, d^3 r = \oint_S (\vec{A} \times \vec{B}) \, . \, d\vec{a} \; = 0$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 \, d^3 r}$$

S está no infinito :

$$\vec{A} = 0 \qquad \vec{B} = 0$$

Vamos comparar:

Energia Magnética

$$\boxed{W = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 \, d^3 r}$$

Energia Elétrica

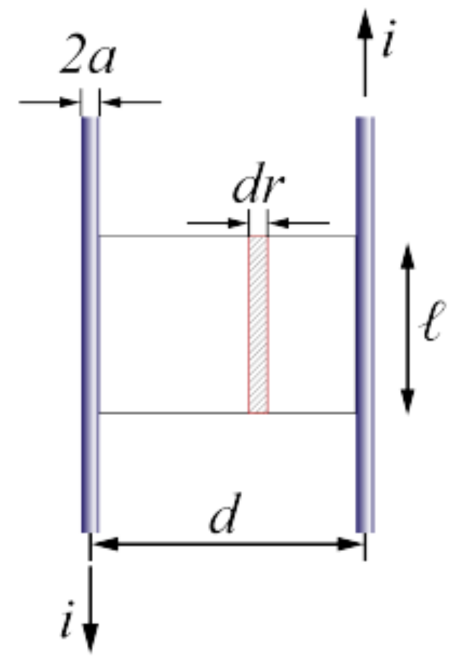
$$\boxed{W = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 \, d^3 r}$$

Exemplo 01

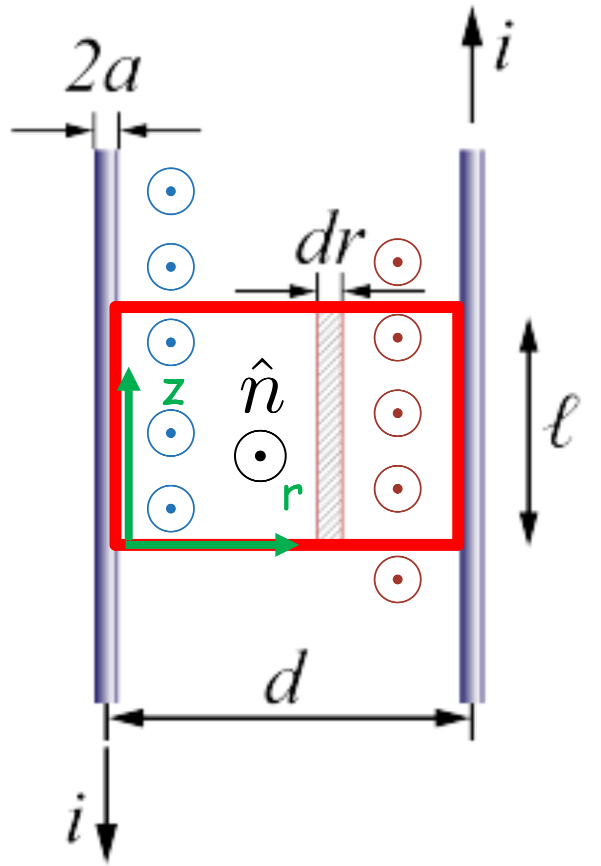
Dois cilindros maciços paralelos de mesmo comprimento l e raio a transportam correntes iguais em sentidos opostos. Sabendo-se que a distância entre os eixos dos cilindros é d, mostre que a indutância por unidade de comprimento desse sistema é:

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{d-a}{a}\right)$$

Despreze o fluxo no interior dos cilindros.



Fluxo gerado pelo campo do fio da esquerda :



$$\phi_E = \int \vec{B}_E \,.\, \hat{n}\, da \; = \int B_E \, da \; = \int \frac{\mu_0\, i}{2\pi\, r}\, dr dz$$

$$= \frac{\mu_0\, i}{2\pi} \int_0^l dz \int_a^{d-a} \frac{1}{r}\, dr \; = \frac{\mu_0\, i\, l}{2\pi}\, ln(\frac{d-a}{a})$$

Fluxo gerado pelo campo do fio da direita :

$$\phi_D = \int \vec{B}_D \,.\, \hat{n}\, da = \int \frac{\mu_0\, i}{2\pi\,(d-r)}\, dr\, dz$$

$$= \frac{\mu_0\, i}{2\pi} \int_0^l dz \int_a^{d-a} \frac{1}{(d-r)}\, dr \; = \frac{\mu_0\, i\, l}{2\pi} \left[\, (-)\, ln\,(d-(d-a)) - (-)\, ln\,(d-a) \,\right]$$

$$= \frac{\mu_0\, i\, l}{2\pi}\, ln(\frac{d-a}{a})$$

$$\phi = \phi_E + \phi_D = \frac{\mu_0\, i\, l}{\pi}\, ln(\frac{d-a}{a})$$

$$L = \frac{\phi}{i} \; = \frac{\mu_0\, l}{\pi}\, ln(\frac{d-a}{a})$$

$$\boxed{\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{\pi}\, ln\,(\frac{d-a}{a})}$$