

# Dívida Soberana

Mauro Rodrigues (USP)

2020

# Introdução

- Arellano (2008 AER)
- Conjunto limitado de ativos (apenas um ativo não contingente)
  - ▶ Opção de renegar a dívida (calote)
- Calote ocorre em equilíbrio
  - ▶ Tende a acontecer em tempos ruins
  - ▶ Spreads contracíclicos
- Referência:
  - ▶ Arellano, Cristina (2008). "Default Risk and Income Fluctuations in Emerging Economies". *American Economic Review* 98: 690-712.

# Modelo

- Tempo discreto:  $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$
- Pequena economia aberta
  - ▶ Economia de dotação, com incerteza
- Mercados incompletos, contratos de dívida “non-enforceable”
  - ▶ Calote pode ocorrer em equilíbrio
  - ▶ Preço de ativos refletem prob. de calote
- Governo benevolente, interagindo com credores que são neutros ao risco
  - ▶ Consumidores avessos ao risco
- Spreads contracíclicos, calote tende a ocorrer em tempos ruins

# Preferência e restrições

- Agente representativo:

$$U = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

- ▶  $u'(c) > 0, u''(c) < 0, u'(0) = \infty$
- Dotação segue processo de Markov com distribuição  $f(y' | y)$ ;  
 $y \in [\underline{y}, \bar{y}] = Y$
- Relação entre agentes e investidores internacionais é mediada por um governo benevolente
- Governo tem a sua disposição um ativo de 1 período
  - ▶ Ativo promete pagar 1 unidade de consumo no período seguinte independente do estado da natureza (mercados incompletos)

# Restrições

- Preço do ativo:  $q(B', y)$ 
  - ▶  $B'$ : estoque de ativos externos no período seguinte (decidido hoje)
  - ▶ Governo internaliza que afeta preços dos ativos com suas decisões
- Restrição de recursos em um dado período (se o governo repaga dívida que está vencendo):

$$c + q(B', y)B' = y + B$$

- Governo tem opção de dar calote
  - ▶ Punição: exclusão temporária de mercados de crédito externo e perda de produto
- Em caso de calote, consumo = dotação menos perda de produto:

$$c = y^{def} = h(y) \leq y$$

# Investidores externos

- Neutros ao risco
- $\delta$ : prob. de calote
- Podem emprestar/tomar emprestado qualquer montante no mercado internacional à taxa de juros exógena  $r$ 
  - ▶ Investir 1 unidade no ativo doméstico paga, em valor esperado,  $(1/q)(1 - \delta)$  no período seguinte
  - ▶ Investir 1 unidade no mercado internacional paga  $1 + r$  no período seguinte

# Investidores externos

- Não arbitragem implica:

$$\frac{1}{q}(1 - \delta) = 1 + r \Rightarrow q(B', y) = \frac{1 - \delta}{1 + r}$$

- Taxa de juros do ativo doméstico:

$$r_C = 1/q - 1$$

- Spread =  $r_C - r$ 
  - ▶ Quanto maior  $\delta$ , maior o juro pago pelo ativo doméstico, e maior o spread
- Se  $B' \geq 0$ ,  $\delta = 0$  e  $r_C = r$

# Timing

- 1 Governo observa  $y$ , e decide se repaga dívida  $B$  ou dá calote
- 2 Se decide repagar, governo decide quanto tomar emprestado para o próximo período  $B'$ , dada a função preço  $q(B', y)$
- 3 Consumo ocorre

# Funções Valor

- Estados agregados =  $B, y$
- Governo opta por repagar ( $p$ ) ou calote ( $d$ ), dados  $B, y$

$$V(B, y) = \max \left\{ V^p(B, y), V^d(y) \right\}$$

- Função valor em caso de repagamento:

$$V^p(B, y) = \max_{B'} \left\{ u(y + B - q(B', y)B') + \beta \int_{y' \in Y} V(B', y') f(y' | y) dy' \right\}$$

# Funções Valor

- Em caso de calote, consumo =  $y^{def}$  e país é temporariamente banido de mercados de crédito internacionais:
  - ▶ Dívida é zerada
  - ▶ Readmitido a mercados de crédito com prob.  $\theta$  a cada período no futuro
- Função valor em caso de calote:

$$V^d(y) = u(y^{def}) + \beta \int_{y' \in Y} [\theta V(0, y') + (1 - \theta) V^d(y')] f(y' | y) dy'$$

# Conjuntos

- “Repayment set”:

$$A(B) = \{y \in Y : V^p(B, y) \geq V^d(y)\}$$

- “Default set”:

$$D(B) = \{y \in Y : V^p(B, y) < V^d(y)\}$$

- Probabilidade de calote:

$$\delta(B', y) = \int_{y' \in D(B')} f(y' | y)$$

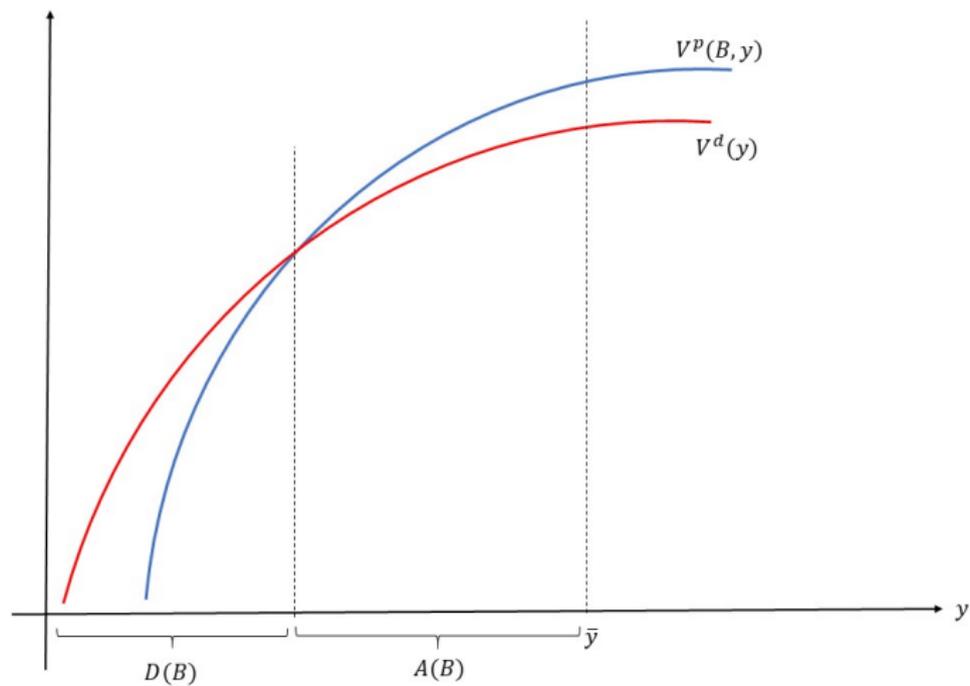
- Preço do ativo doméstico:

$$q(B', y) = \frac{1 - \delta(B', y)}{1 + r}$$

# Proposições

- Caso particular com choques iid,  $y^{def} = y$  e  $\theta = 0$
- Proposição: Incentivos ao calote são maiores quanto menor a dotação. Para todo  $y_1 \leq y_2$ , se  $y_2 \in D(B)$ , então  $y_1 \in D(B)$ .
- Resultado segue do fato de a utilidade ser côncava
  - ▶ Utilidade marginal do consumo é alta quando renda é baixa
  - ▶ Propensão a transferir recursos para credores é menor
- Incentivos ao calote são contracíclicos

# Conjuntos



# Proposições

- Proposição: Para todo  $B^1 \leq B^2$ , se calote é ótimo para  $B^2$  em alguns estados  $y$ , então calote será ótimo para  $B^1$  nos mesmos estados  $y$ , i.e.,  $D(B^2) \subseteq D(B^1)$
- Note que:
  - ▶  $V^p(B, y)$  crescente em  $B$
  - ▶  $V^d(y)$  não depende de  $B$
- Aumento da dívida (diminuição em  $B$ ) desloca  $V^p(B, y)$  para baixo, aumentando o tamanho do “default set”
- Em uma região em que a prob. de calote não é nula, um aumento em  $B'$  aumenta o tamanho do conjunto em que ocorre calote no futuro
  - ▶ Aumenta prob. de calote, reduz  $q$  e aumenta spread
  - ▶ Função  $q(B', y)$  decrescente em  $B'$

# Proposições

