

Dinâmica da Rotação

Dinâmica da Rotação	1
Torque (momento de força)	1
1. Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal I	1
2. (RKH E-9) Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal II	1
3. (RHK E.2) Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal I	1
4. Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal II	2
Momento de inércia	2
5. Sistema de partículas, formal	2
6. Dependência do momento de inércia com o eixo de rotação.	2
7. Os momentos de inércia em relação a eixos diferentes dependem da disposição das partículas	2
8. O momento de inércia depende da direção do eixo	3
Conservação do Momento Angular	3
9. Uma pessoa que gira numa cadeira muda seu movimento ao abrir os braços	3
10. Uma criança põe em movimento um carrossel ao pular nele	3
A equação de movimento da rotação	3
11. A força no suporte de um motor enquanto arranca	3
12. A força no freio que para uma roda	4
O momento angular na translação	4
13. O momento angular em um movimento de translação – formal por natureza	4

Torque (momento de força)

1. *Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal I*

Uma partícula está na posição $\vec{r} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ (em m) com uma quantidade de movimento linear $\vec{p} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$ (em unidades do SI) e sobre ela atua a força $\vec{F} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$ (em N).

Determine

- a) o torque da força.
- b) o vetor momento angular da partícula.

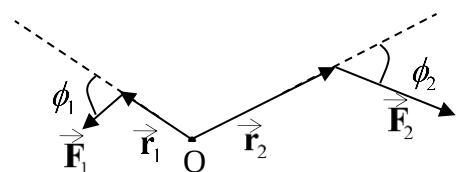
2. *(RKH E-9) Grandezas dinâmicas para uma partícula, formal II*

Determine o torque em relação à origem sobre a partícula localizada em $x = 1,5$ m, $y = 2,0$ m, $z = 1,6$ m devido à força $\vec{F} = 3,5\vec{i} - 2,4\vec{j} + 4,3\vec{k}$ em N. Expresse os seus resultados com vetores unitários.

3. *(RHK E.2) Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal I*

A figura ao lado mostra as linhas de ação e os pontos de aplicação de duas forças atuam sobre um corpo rígido articulado no ponto O por meio de um pino. Todos os vetores estão no plano da figura.

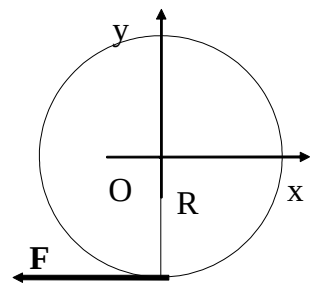
- a) Encontre a expressão algébrica para a intensidade do torque resultante sobre o corpo.
- b) Se $r_1 = 1,30$ m, $r_2 = 2,15$ m, $F_1 = 4,20$ N, $F_2 = 4,90$ N, $\theta_1 = 75,0^\circ$ e $\theta_2 = 58,0^\circ$, **determine** a intensidade, a direção e o sentido do torque resultante.



4. *Grandezas dinâmicas para um corpo rígido, formal II*

Aplica-se uma força de módulo F , horizontalmente, na direção dos x negativos, à borda de um disco de raio R , conforme a figura ao lado.

- Escreva a força e o vetor posição do ponto de aplicação em relação à origem do disco em termos dos vetores unitários $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$.
- Calcule o torque exercido pela força em relação à origem do disco.

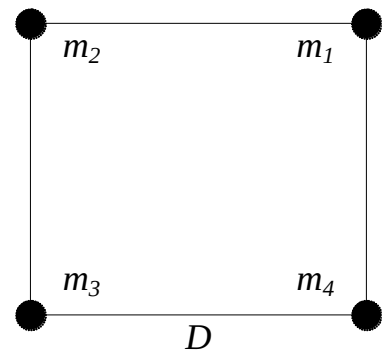
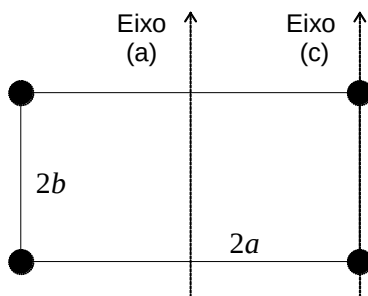


Momento de inércia

5. *Sistema de partículas, formal*

Quatro partículas, ligadas por hastes finas, estão nos vértices de um quadrado, conforme figura ao lado. As massas das partículas são $m_1 = m_3 = 3 \text{ kg}$ e $m_2 = m_4 = 4 \text{ kg}$, as massas das hastes devem ser ignoradas e o comprimento do lado do quadrado é $D = 2 \text{ m}$.

Determine o momento de inércia em relação a um eixo perpendicular ao plano das partículas e que passe por m_4 .

6. *Dependência do momento de inércia com o eixo de rotação.*

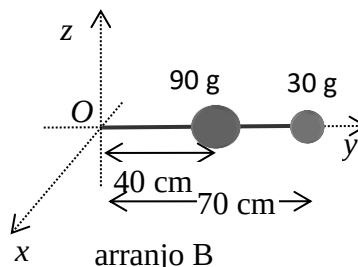
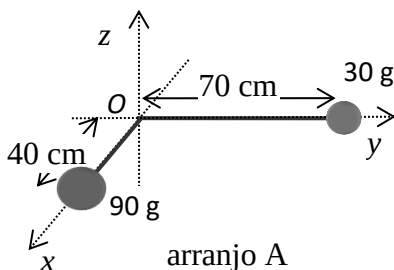
Quatro partículas de massa m estão fixas mediante hastes rígidas, cuja massa deve ser ignorada, e formam um retângulo plano de lados $2a$ e $2b$, conforme mostra a figura ao lado.

Determine o momento de inércia:

- em torno do eixo (a), situado no plano da figura e que passa pelo centro do retângulo.
- em torno do eixo (c), que passa por duas partículas.

7. *Os momentos de inércia em relação a eixos diferentes dependem da disposição das partículas*

Montam-se dois arranjos diferentes com duas partículas, uma com 90 g de massa e outra com 30 g , por meio de hastes rígidas, cujas massas devem ser ignoradas. No arranjo A, ilustrado no lado esquerdo da figura, as hastes são colocadas ao longo dos eixos x e y e presas na origem do sistema de referência. No arranjo B, ambas as partículas são colocadas sobre o eixo y conforme ilustrado no lado direito da figura, com a haste presa à origem.



Determine a inércia rotacional do conjunto em relação a cada eixo coordenado (Ox ; Oy ; Oz):

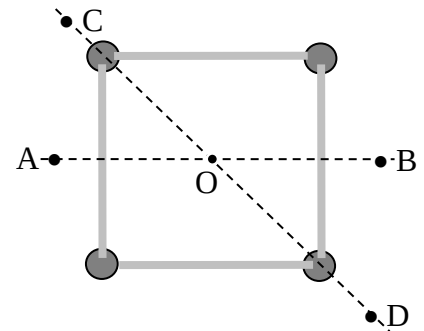
- quando montado conforme a figura A.
- quando montado conforme a figura B.
- Enuncie qual é a grandeza física equivalente à inércia rotacional no movimento translacional, justifique sua escolha e explique em que consiste essa equivalência.

8. *O momento de inércia depende da direção do eixo*

Quatro pequenas esferas, todas massas puntiformes de 0,20 kg, estão dispostas nos vértices de um quadrado plano de lado igual a 0,40 m e conectadas por hastes leves, conforme figura ao lado.

Calcule o momento de inércia do sistema em relação a um eixo:

- perpendicular ao quadrado e que passa pelo seu centro (ponto O).
- que corta ao meio dois lados opostos do quadrado (esse eixo fica ao longo da linha AB)
- que passa pelo centro da esfera superior da esquerda e pelo centro da esfera inferior da direita (linha diagonal CD).



Conservação do Momento Angular

9. *Uma pessoa que gira numa cadeira muda seu movimento ao abrir os braços*

No laboratório de demonstrações, um professor de física está em pé sobre o centro de uma mesa giratória com dois halteres de 5 kg cada, um em cada mão, próximo ao corpo, e gira em torno a um eixo fixo vertical, completando uma volta em 1,0 s. Nessa situação, seu momento de inércia em relação ao eixo de rotação é 0,4 kg m². Em um certo instante, o professor estende os braços, leva os halteres a uma distância de 75 cm do eixo de rotação, e os mantém nessa posição enquanto gira, com outra velocidade angular.

Determine:

- se a velocidade angular aumentou ou diminuiu ao esticar os braços e justifique sua escolha.
- a inércia rotacional da situação final.
- a velocidade angular final.

Ao calcular a inércia rotacional, ignore a massa dos braços e considere os halteres como partículas que, inicialmente, estavam exatamente sobre o eixo de rotação e não contribuíam ao momento de inércia.

Ignore as forças de atrito na rotação da mesa giratória em torno do eixo.

10. *Uma criança põe em movimento um carrossel ao pular nele*

Em um parque, existe um pequeno carrossel, cujo momento de inércia para rotação em torno do seu eixo é 60 kg m². O carrossel está parado e uma criança de 45 kg corre com uma velocidade de 3 m/s tangente ao seu contorno. A criança salta sobre o carrossel e equilibra-se em um ponto a 1,0 m de distância do eixo do carrossel, de modo a formar um corpo rígido com o carrossel. Ignore as dimensões da criança e o atrito na rotação do carrossel em torno do eixo. Perceba que uma parte da força sobre a criança quando ela encosta no carrossel é impulsiva; o processo é parecido com uma colisão inelástica.

Determine:

- a componente vertical do momento angular da criança em relação ao eixo do carrossel, imediatamente antes dela encostar no carrossel.
- a velocidade angular do carrossel, depois que a criança se equilibrou no carrossel.

A equação de movimento da rotação

11. *A força no suporte de um motor enquanto arranca*

Um motor elétrico está preso em uma máquina, em um ponto a 0,25 m do seu eixo, e tem um rotor com momento de inércia igual a 0,50 kg m², que acelera uniformemente, de modo que alcança 3000 rpm em 10 s quando sai da posição parada.

Determine:

- a) a aceleração angular do rotor.
- b) o torque sobre o rotor.
- c) a componente tangencial da força que segura o corpo do motor (= enrolamentos fixos mais a carcaça, que é onde se pode fixar o motor) durante a aceleração, no ponto em que ele está preso à máquina.

12. A força no freio que para uma roda

Uma roda é presa a um eixo com 0,060 m de diâmetro, de modo que o momento de inércia da roda em torno do eixo de rotação é $0,40 \text{ kg m}^2$. A roda está se movendo a 1200 rpm, quando um freio é aplicado sobre o eixo, a 0,20 m do centro da roda, de modo que a rotação da roda diminui uniformemente e para em 20 s. O coeficiente de atrito entre o freio e o eixo é $\mu = 0,8$.

Determine as intensidades:

- a) da aceleração angular da roda.
- b) do torque sobre a roda.
- c) do torque sobre o dispositivo de frenagem.
- d) da componente tangencial da força do freio no eixo da roda.
- e) da componente normal da força do freio no eixo da roda.
- f) do torque da força normal do freio sobre o eixo da roda, em relação ao centro da roda.
- g) Explique porque é comum os dispositivos de frenagem pressionarem simultaneamente lados opostos do objeto que gira; no caso, o outro dispositivo atuaria sobre o mesmo semieixo, como se fosse o mesmo freio visto em um espelho ao longo do eixo.

O momento angular na translação

13. O momento angular em um movimento de translação – formal por natureza

A equação horária de uma partícula de massa m em movimento retilíneo e uniforme no espaço, em função do tempo t , é

$$\vec{r}(t) = a \vec{i} + v t \vec{j} + h \vec{k}$$

em que a , v e h são constantes no tempo, e $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$ representam os vetores unitários nas direções dos eixos de um sistema de referência cartesiano.

- a) Determine o momento angular da partícula $\vec{L}$ em função do tempo (t), no sistema de referência adotado.
- b) Esboce a trajetória da partícula e represente, nesse esboço, o vetor momento angular correspondente.