

Cinemática da Rotação

Grandezas cinemáticas da rotação, em uma dimensão	1
1. O significado da medida de ângulo em radianos.	1
2. Cinemática das rotações: por que $\omega = 0$ não implica $\alpha=0$?	1
3. Velocidade angular média em um salto ornamental	1
4. Velocidades angulares dos ponteiros dos relógios analógicos	1
5. Determinar velocidade e aceleração angulares de $\varphi(t)$ por derivação, função analítica	2
6. Dado $\alpha(t)$, determinar $\omega(t)$ e $\varphi(t)$ por integração, função analítica	2
Relação entre velocidades angular e linear	2
7. Movimento de um ponto do pneu de uma roda de bicicleta	2
8. Relação entre as acelerações das engrenagens na transmissão por correia,	2
9. (MK5/11) Transmissão por correia, relação entre os raios	2
Exemplos realistas de aplicação da cinemática da rotação	2
10. (HRK P9.8) Medida da velocidade da luz com roda dentada e espelhos	2
11. Velocidade de translação de um ponto da hélice de um avião em voo	3
12. (HRK E8.12) Movimento de um disco ao parar em um toca-discos dos anos 60	3
13. Cinemática do movimento de um CD	3
14. (RHK E.14) Número de rotações a partir do gráfico de velocidade angular	4
15. (RHK P.8.8) Cinemática do volante da máquina a vapor quando freia	4
16. Dia solar vs dia sideral	4
17. Velocidade e aceleração da Terra no sistema solar	4
18. Comparando modelos de um movimento de rotação	4
Grandezas vetoriais da cinemática da rotação	5
19. (equivalente ao HRK E8.21) Velocidade angular do ônibus em uma rotatória	5
20. Carro numa curva: diferença de movimento das rodas e vetor momento angular total	5
21. Vetores velocidade angular de dois pontos diferentes de um sólido em rotação	5
22. Velocidade de translação a partir da velocidade de rotação; aceleração centrípeta	5
23. (HRK E8.25) Velocidades angular e linear de pontos da Terra em função da latitude	6
Interpretar os sinais da aceleração e velocidade angular no cálculo das integrais	6
24. Movimento da porca em um parafuso	6

Grandezas cinemáticas da rotação, em uma dimensão

1. *O significado da medida de ângulo em radianos.*

Em que sentido o radiano é uma medida “natural” de ângulo e o grau uma medida “arbitrária” desta mesma grandeza? Que vantagens existem em se usar radianos em vez de graus?

2. *Cinemática das rotações: por que $\omega = 0$ não implica $\alpha=0$?*

Um corpo rígido pode girar livremente em torno de um eixo fixo. O corpo pode ter aceleração angular diferente de zero mesmo que sua velocidade angular seja (talvez instantaneamente) nula? Qual seria o equivalente desta questão nos movimentos de translação? Dê exemplos físicos que ilustrem tais situações.

3. *Velocidade angular média em um salto ornamental*

Um esportista, cuja velocidade angular inicial é nula, faz 2,5 revoluções durante o seu salto de uma plataforma, a 10 metros do nível da água.

Calcule a velocidade angular média do esportista, durante esse salto.

4. *Velocidades angulares dos ponteiros dos relógios analógicos*

Considere um relógio com ponteiros para as horas, minutos e segundos.

Determine a velocidade angular de cada um desses três ponteiros.

5. Determinar velocidade e aceleração angulares de $\varphi(t)$ por derivação, função analítica

O ângulo em que um ponto de referência do volante de um gerador se encontra no instante t é dado por

$$\varphi(t) = at + bt^3 - ct^4$$

em que a , b e c são constantes.

Determine a expressão para

- a velocidade angular.
- a aceleração angular.

6. Dado $\alpha(t)$, determinar $\omega(t)$ e $\varphi(t)$ por integração, função analítica

Uma roda, com velocidade angular inicial ω_0 , gira com aceleração angular α dada por

$$\alpha(t) = 4at^3 - 3bt^2$$

em que t é o tempo e a e b são constantes.

Escreva as equações para as seguintes grandezas, em função do tempo:

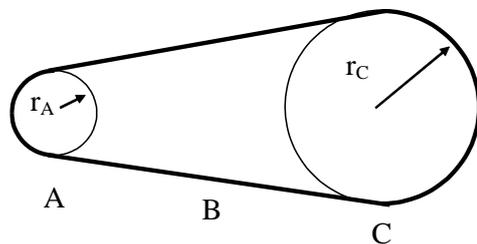
- a velocidade angular da roda.
- o ângulo de um ponto da roda usado como referência.

Relação entre velocidades angular e linear

7. Movimento de um ponto do pneu de uma roda de bicicleta

Ruth e Rogério estão pedalando ao longo de um caminho com a mesma velocidade escalar. As rodas da bicicleta dela possuem um diâmetro um pouco maior do que as rodas da bicicleta de Rogério. Como se relacionam as velocidades angulares das suas rodas? E as velocidades do topo de cada uma das rodas?

8. Relação entre as acelerações das engrenagens na transmissão por correia,



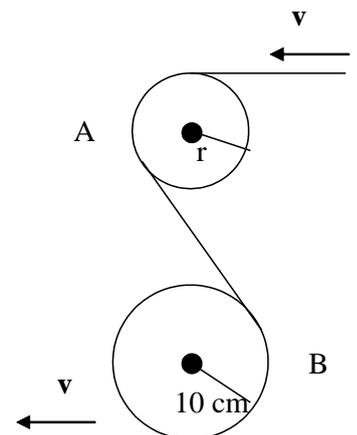
Uma roda de raio $r_A = 10,0$ cm está acoplada por uma correia B à roda C de raio $r_C = 25,0$ cm, como mostra a figura abaixo. A roda A aumenta sua velocidade angular à razão uniforme de $1,60$ rad/s² e a correia não desliza sobre as rodas.

Determine o tempo necessário para que a roda C atinja uma velocidade rotacional de 100 rev/min a partir do repouso.

9. (MK5/11) Transmissão por correia, relação entre os raios

Uma fita passa sem escorregar por duas polias conforme a figura ao lado. A velocidade da fita é constante e o módulo da aceleração do ponto A da fita é $4/3$ a do ponto B.

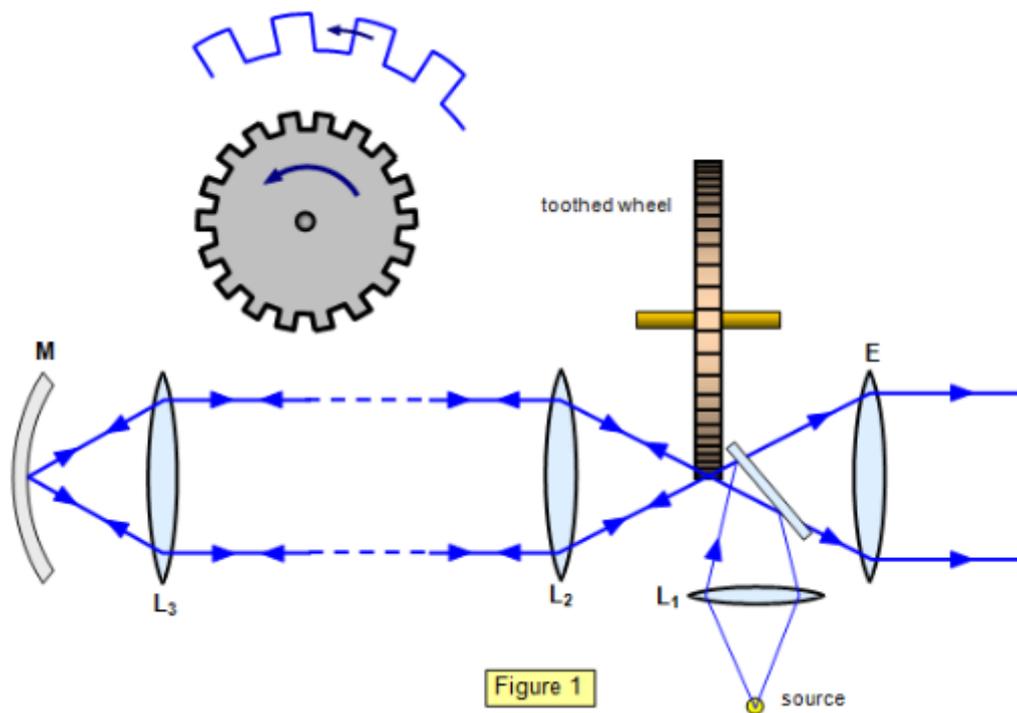
Calcule o raio da polia menor.



Exemplos realistas de aplicação da cinemática da rotação

10. (HRK P9.8) Medida da velocidade da luz com roda dentada e espelhos

O método usado por Fizeau para medir a velocidade da luz, no ano de 1849, usa uma roda dentada girando. Um feixe de luz passa através de uma ranhura na borda da roda, conforme mostrado na figura abaixo, viaja até um espelho à distância L da roda dentada e retorna para a roda, a tempo de passar através da próxima ranhura na roda. Essa roda dentada, que gira a velocidade angular constante, possui um raio de 5,0 cm e 500 dentes em sua borda. Medições feitas quando o espelho estava a uma distância $L = 500$ m da roda indicaram um valor de $3,0 \cdot 10^5$ km/s para a velocidade da luz.



(de http://www.schoolphysics.co.uk/age16-19/Wave%20properties/Wave%20properties/text/Speed_of%20light/index.html)

Determine:

- a velocidade angular da roda.
- a velocidade linear de um ponto da borda da roda.

11. *Velocidade de translação de um ponto da hélice de um avião em voo*

Um avião voa em uma direção horizontal com velocidade de módulo 480 km/h. A hélice do motor tem um raio de 1,5 m e gira a 2000 rev/min, e seu eixo de rotação aponta na mesma direção da velocidade.

Determine o módulo da velocidade linear de um ponto na ponta da hélice, visto

- pelo piloto do avião.
- por um observador no solo.

12. (HRK E8.12) *Movimento de um disco ao parar em um toca-discos dos anos 60*

Um toca-discos dos anos 60, que está girando a 78 rev/min, desacelera uniformemente e para 32 s após o motor ser desligado.

Determine:

- a aceleração angular, em rev/min².
- o número de revoluções durante a freada.

13. *Cinemática do movimento de um CD*

O disco de CD de música (“compact disk/digital áudio”) possui raios interno e externo para o material gravado de 2,50 e 5,80 cm, respectivamente. As linhas da varredura em espiral estão separadas em 1,60 μm . Durante a execução, o disco é varrido a uma velocidade **linear** constante, iniciando na borda interna e progredindo para a externa. A velocidade angular na borda interna é de 50,0 rad/s.

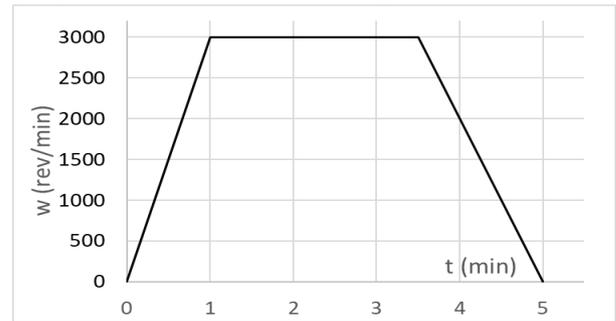
Determine:

- a velocidade angular na borda externa.
- o comprimento total da varredura.
- o tempo de execução do disco inteiro.

14. (RHK E.14) Número de rotações a partir do gráfico de velocidade angular

Como parte de uma inspeção de manutenção, a turbina de um motor a jato é posta a girar de acordo com o gráfico mostrado na figura ao lado.

Determine o número de revoluções durante esse teste.



15. (RHK P.8.8) Cinemática do volante da máquina a vapor quando freia

O volante de uma máquina a vapor gira com uma velocidade angular constante de 156 rev/min. Quando o vapor é cortado, o atrito dos mancais e do ar leva a roda a parar em 132 minutos, com aceleração angular constante. Uma partícula está posicionada a 52,4 cm do eixo de rotação.

Determine:

- a aceleração angular da roda
- o ângulo (em radianos) descrito pela roda até parar.
- o número de voltas da roda até parar.
- a aceleração linear **tangencial** da partícula quando o volante gira a 72,5 rev/min.
- a intensidade da aceleração linear **total** da partícula quando o volante gira a 72,5 rev/min.

16. Dia solar vs dia sideral

Um dia solar é o intervalo entre duas aparições sucessivas do Sol para uma dada longitude – isto é, o tempo que demora para o Sol voltar a aparecer na mesma posição do céu. Um dia sideral é o tempo para uma rotação completa da Terra em torno a estrelas fixas – isto é, o intervalo de tempo entre duas observações sucessivas de uma direção fixa no céu chamada equinócio vernal.

- Mostre que em um ano existe exatamente um dia solar (médio) a menos que dias siderais (médios).
- Determine a duração do dia sideral (médio), sabendo que o dia solar (médio) tem exatamente 24 horas.

17. Velocidade e aceleração da Terra no sistema solar

A órbita da Terra em torno do Sol é quase um círculo.

Determine:

- a velocidade angular da Terra (vista como uma partícula) em torno do Sol.
- a velocidade linear nessa órbita.
- a aceleração da Terra com relação ao Sol.

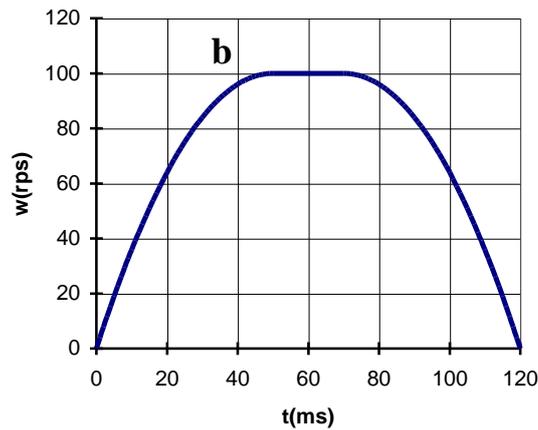
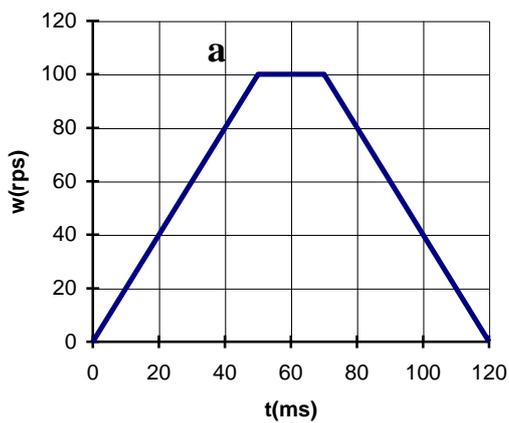
18. Comparando modelos de um movimento de rotação

Um computador efetua uma leitura de disco em uma unidade de CD-ROM. O disco inicialmente está parado e retorna ao estado de repouso após o fim da leitura. Considere dois modelos diferentes para o movimento do disco durante uma leitura de dados, cujos gráficos de velocidade angular $w(t)$ em função do tempo t estão representados nas figuras a) e b) abaixo. A equação do gráfico da figura b) é

$$w(t) = \begin{cases} 4t - 0,04t^2 & t < 50 \text{ ms} \\ 100 & , 50 \leq t \leq 70 \text{ ms} \\ 5,60t - 0,04t^2 - 96 & , 70 < t < 120 \text{ ms} \end{cases}$$

onde $w(t)$ está em rotações por segundo (rps) quando t está em ms.

Atenção, como $w(t)$ está em rps, o número de rotações $\Delta\theta = \int w(t) dt$ é calculado com t em s e não em ms como o t da equação de $w(t)$, por isso faça a transformação nos coeficientes de $w(t)$ antes de fazer a integral. Note que não é necessário fazer nada com o 100 para o intervalo [50,70] ms, mas todos os outros coeficientes mudam.



Determine quantas revoluções o disco realizou durante a leitura de acordo com cada um dos modelos.

Grandezas vetoriais da cinemática da rotação

19. (equivalente ao HRK E8.21) *Velocidade angular do ônibus em uma rotatória*

Um ônibus está percorrendo uma rotatória plana e horizontal com 50 m de raio a uma velocidade de 36 km/h.

Determine a velocidade angular do ônibus.

20. *Carro numa curva: diferença de movimento das rodas e vetor momento angular total*

Um automóvel tem pneus com 40 cm de **diâmetro** e movimenta-se numa estrada plana e horizontal. Ele faz uma curva que corresponde a um arco de circunferência de $\pi/2$ rad e **raio** 30 m, medido na roda interna, e 31,4 m, medido na roda externa. O carro demorou 3,7 s para descrever esse arco de circunferência.

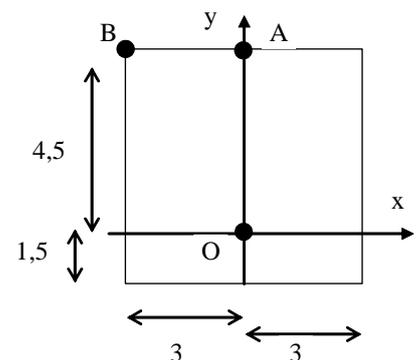
Calcule:

- quantas rotações realiza essa roda por quilômetro rodado, sem derrapar.
- quantas voltas a mais deu a roda externa.
- as velocidades angulares das rodas internas e externas.
- o **vetor** velocidade angular **total** das rodas, **considerando também** a rotação do carro em torno do centro da curva.

21. *Vetores velocidade angular de dois pontos diferentes de um sólido em rotação*

A chapa quadrada da figura ao lado gira em torno do ponto O com aceleração angular constante 4 rad/s^2 ; no instante de tempo $t = 0 \text{ s}$, a velocidade angular tem módulo 6 rad/s . As dimensões na figura estão em cm e os pontos foram exagerados para facilitar sua visualização.

Determine os vetores velocidade e aceleração dos pontos A e B.



22. *Velocidade de translação a partir da velocidade de rotação; aceleração centrípeta*

Um objeto rígido roda em torno do eixo Oz e é desacelerado a $2,66 \text{ rad/s}^2$. Considere uma partícula localizada na posição $\mathbf{r} = 1,83 \mathbf{j} + 1,26 \mathbf{k}$, em metros.

No instante em que a velocidade angular é $\boldsymbol{\omega} = 14,3 \mathbf{k}$ (em rad/s), encontre:

- a velocidade da partícula.
- o raio da trajetória circular da partícula.

23. (HRK E8.25) Velocidades angular e linear de pontos da Terra em função da latitude

Considere o movimento de rotação da Terra em torno do seu eixo polar.

Determine, em relação a esse eixo, as velocidades angular e linear de um ponto sobre a superfície da Terra:

- em São Paulo.
- em um ponto do equador terrestre.
- em Porto Alegre.

Interpretar os sinais da aceleração e velocidade angular no cálculo das integrais

24. Movimento da porca em um parafuso

O gráfico da direita na figura abaixo descreve a velocidade angular em função do tempo de uma porca rosqueada em um parafuso – veja a animação em <https://www.youtube.com/watch?v=zQswgiRih48> (último acesso em 2/10/2022). Deseja-se saber quanto a porca se desloca no parafuso a partir do seu movimento de rotação; a posição é medida ao longo do eixo do parafuso, no sentido da cabeça para a rosca (por onde entra a porca). A velocidade angular tem valor positivo para rotação no sentido anti-horário (desenroscar) e negativo, no outro (enroscar); essa convenção de sinal foi levada em conta no gráfico e faz com que voltas para um lado compensem voltas para o outro. Cada volta completa da porca causa um deslocamento de 1,000 mm. Inicialmente, a porca está parada na origem do sistema de referência e, no movimento descrito pelo gráfico, ela não escapa da rosca em nenhum instante.

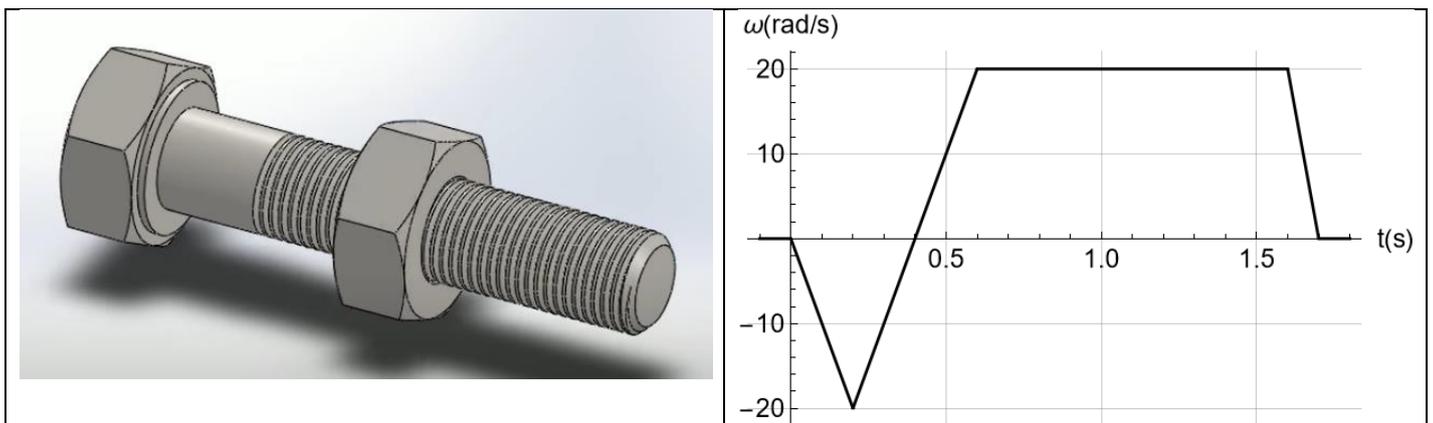


Figura. Esquerda: Imagem da porca que roda em um parafuso, obtida de <https://www.youtube.com/watch?v=zQswgiRih48>. Direita: gráfico da velocidade angular da porca em função do tempo.

Calcule a posição da porca nos instantes:

- 0,2 s
- 0,4 s
- 0,6 s
- 1,0 s
- 1,8 s
- Esboce o gráfico da aceleração angular em função do tempo

Opcional: Determine a expressão analítica da posição em função do tempo.