

## 4ª Avaliação (100 minutos)

NOME: GABARITO

Número USP: \_\_\_\_\_

- 1) Uma onda transversal senoidal propaga-se numa corda no sentido positivo do eixo horizontal  $x$ , com uma velocidade de  $0,5 \text{ m/s}$  e um comprimento de onda de  $1,0 \text{ cm}$ . No instante  $t = 0 \text{ s}$ , um ponto da corda em  $x = 0 \text{ m}$ , está deslocado para cima de  $1 \text{ mm}$  e tem uma velocidade vertical para cima de  $(0,1\pi) \text{ m/s}$ . Suponha que a corda é ideal e tem comprimento infinito.
- Escreva a equação que dá o perfil da onda  $y(x,t)$ . (2,0)
  - Determine a velocidade máxima transversal de um ponto na corda. (2,0)
- 2) Uma corda de náilon tem frequência fundamental de  $300 \text{ Hz}$ , tem comprimento  $1,0 \text{ m}$  e está submetida a uma tensão  $T$ . As duas extremidades da corda são fixas. Quando entrelaçada com um fio de cobre, sua massa específica linear é dobrada.
- Determine a nova frequência fundamental da corda, supondo a mesma tração  $T$ . (2,0)
  - Determine a velocidade de propagação da onda na corda de náilon e cobre. (2,0)
  - Escreva a função de onda do 2º harmônico  $y_2(x,t)$  da corda de náilon e cobre, considerando uma amplitude de  $0,1 \text{ m}$  e constante de fase nula. (2,0)

$$\textcircled{1} \quad v = 0,5 \text{ m/s}$$

$$\lambda = 1,0 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = 200\pi \text{ rad/m}$$

$$v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \omega = v \cdot k = 0,5 \cdot 200\pi = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$a) \quad y(x,t) = A \cos(kx - \omega t + \delta) \Rightarrow v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = A\omega \sin(kx - \omega t + \delta)$$

$$\text{Condição inicial: } y(0,0) = 10^{-3} \text{ m} \quad ; \quad \frac{\partial y}{\partial t}(0,0) = 0,1\pi \text{ m/s}$$

$$A \cos(\delta) = 10^{-3} \quad ; \quad A\omega \sin(\delta) = 0,1\pi$$

Dividindo as equações, vem:

$$\frac{A\omega \sin(\delta)}{A \cos(\delta)} = \frac{0,1\pi}{10^{-3}} \Rightarrow \tan(\delta) = \frac{0,1\pi}{10^{-3}} = \frac{0,1\pi}{100\pi \cdot 10^{-3}} = 1$$

$$\text{Logo, } \delta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$A \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 10^{-3}$$

$$A = 10^{-3} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 10^{-3} \sqrt{2}$$

$$A = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Logo, a função de onda é:

$$y(x,t) = 1,4 \cdot 10^{-3} \cos(200\pi x - 100\pi t + \pi/4)$$

$$b) \bar{v}_y = \frac{\partial y}{\partial t} = A\omega \sin(\pi x - \omega t + d)$$

Como a função seno é limitada entre  $\pm 1$ , o valor máximo de  $\bar{v}_y$  será:

$$\max(\bar{v}_y) = A\omega = 1,4 \cdot 10^{-3} \cdot 100\pi \approx 0,44 \text{ m/s} //$$

$$(2) f_1 = 300 \text{ Hz } (\tau, \mu)$$

$$L = 1,0 \text{ m}$$

$$a) f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{\sqrt{T/\mu}}{2L} = 300$$

$$f_1' = \frac{v'}{2L} = \frac{\sqrt{T/2\mu}}{2L} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{T/\mu}}{2L}}_{=300} = \frac{300}{\sqrt{2}} \approx 212 \text{ Hz} //$$

$$b) \bar{v}' = \lambda_1' \cdot f_1'$$

Como a corda tem 2 extremidades fixas, o comprimento de onda do n-ésimo harmônico é:  $\lambda_n = \frac{2L}{n} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{2L}{1} = 2 \cdot 1,0 = 2,0 \text{ m}$

$$\bar{v}' = 2,0 \cdot 212 = 414 \text{ m/s} //$$

$$c) y_n(x,t) = b_n \cdot \sin(k_n x) \cdot \cos(\omega_n t + \phi_n), \text{ com } b_2 = 0,1 \text{ m} \text{ e } \phi_2 = 0$$

$$k_2 = \frac{2\pi}{L} = 2\pi \text{ rad/m}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{L} \cdot \bar{v}' = 2\pi \cdot 414 = 828\pi \text{ rad/s}$$

Logo,

$$y_2(x,t) = 0,1 \cdot \sin(2\pi x) \cdot \cos(828\pi t) //$$