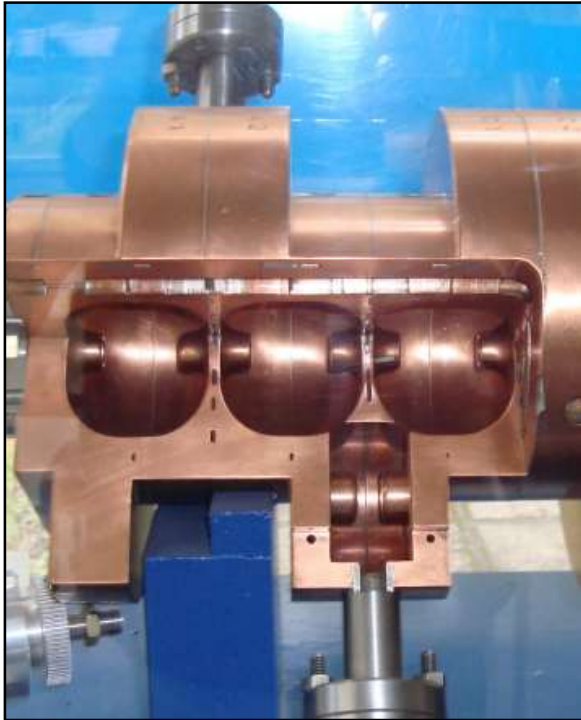




Guias de Ondas 4 - Cavidades

Eletromagnetismo II (4302304)

Prof. Ricardo A. Terini

E-mail: rterini@if.usp.br

Bloco F – Conjunto Alessandro Volta – sl. 105

LDRFM – IF-USP

(Agradecimento aos Profs. Walter (IFSC) e Vitaly (UFBA) pela adaptação de alguns slides)

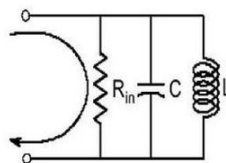
1

Guias de onda. Cavidades ressonantes

Em frequências na faixa de microondas ($> 300\text{MHz}$), elementos localizados tais como R, L e C têm comportamento bastante diverso de seu comportamento em baixas frequências.

Isto porque em altas frequências o efeito pelicular e as perdas por radiação tornam-se importantes.

Assim, na faixa de microondas os circuitos ressonantes RLC são substituídos pelas cavidades ressonantes.

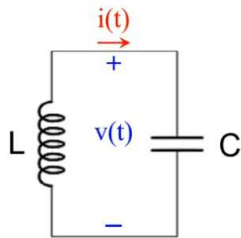


$\therefore$

2

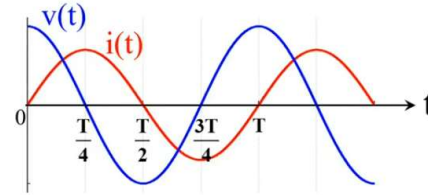
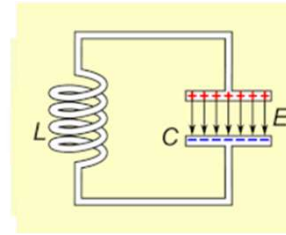
Guias de onda. Cavidades ressonantes

Introdução: Circuito ressonante LC



$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC} i(t) = 0$$

Frequência de ressonância: $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$



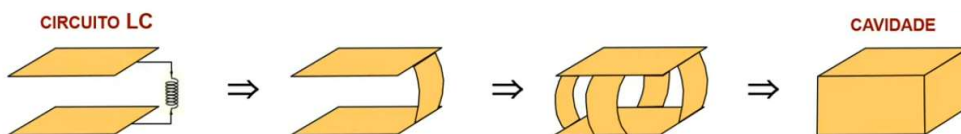
- É um circuito ressonante a **parâmetros concentrados** (dimensões $\ll \lambda$): energia elétrica no capacitor e energia magnética no indutor.
- As grandezas de interesse são a corrente e a tensão nos elementos.
- Em altas frequências, L e C têm comportamento diferente do seu comportamento esperado.

3

Guias de onda. Cavidades ressonantes

- Para aumentar a frequência de ressonância: deve-se diminuir L e/ou C.

Circuito LC: $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$



Cavidades ressonantes:

- são usadas em altas frequências (dimensões $\approx \lambda$): ressonador a **parâmetros distribuídos**.
- As energia elétrica e magnética estão distribuídas no espaço confinado pela cavidade.
- As grandezas de interesse são os campos elétrico e magnético e as densidades de energia.
- Maiores áreas para circulação de corrente, reduzindo irradiação e perdas.

4

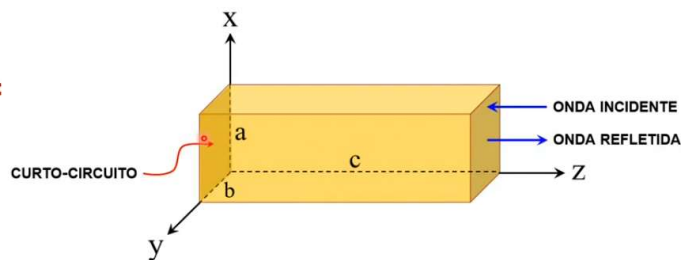
Guias de onda. Cavidades ressonantes

- Uma cavidade possui várias frequências de ressonância, correspondendo a diferentes modos ressonantes.
- Para obter a configuração dos campos dos diversos modos e suas frequências de ressonância, as equações de Maxwell devem ser resolvidas sujeitas às condições de contorno impostas (campo elétrico tangencial nulo nas paredes da cavidade).

$$\left. \begin{array}{l} \text{(i)} \quad E^{\parallel} = 0, \\ \text{(ii)} \quad B^{\perp} = 0. \end{array} \right\}$$

Análise alternativa: Considera-se a cavidade como um segmento guia de onda curto-circuitado nas duas extremidades.

Para uma cavidade retangular:



5

Guias de onda. Cavidades ressonantes

Cavidades Retangulares

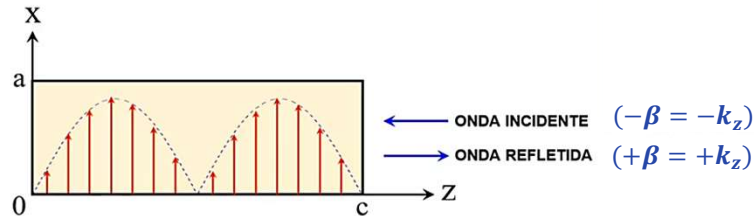


∴

6

Guias de onda. Cavidades retangulares

A superposição das ondas incidente e refletida forma uma onda estacionária na direção z:



Por exemplo, considerando a propagação do modo TE_{mn} no guia no sentido “-z” (onda incidente):

$$E_x = A \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{j\beta z}$$

A = constante

(i = j)

Na cavidade, tem-se a soma da onda incidente com a refletida (no sentido “+z” e com fase invertida):

$$E_x = A \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) (e^{j\beta z} - e^{-j\beta z})$$

Na reflexão, a onda *inverte sua fase*, por isso a subtração.

7

Guias de onda. Cavidades retangulares

- Mas, de $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ (fórmula de Euler)

$$\therefore e^{i\theta} - e^{-i\theta} = \cancel{\cos\theta} + i\sin\theta - \cancel{\cos(-\theta)} - i\sin(-\theta)$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \text{ ou } \sin\theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

Portanto: $E_x = 2jA \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin(\beta z)$

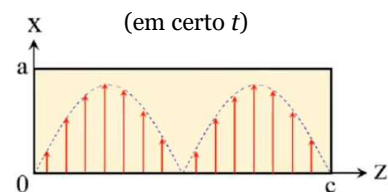
Esse campo deve obedecer às condições de contorno:

$$E_x = 0 \text{ em } z = 0 \text{ e } z = c$$

$$\sin\beta z|_{z=c} = \sin\beta c = 0 \Rightarrow \beta c = p\pi \Rightarrow \beta = \frac{p\pi}{c} \quad (p = 0, 1, 2, \dots)$$

Assim: $E_x = E_{x0} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{c}\right)$

As outras componentes dos campos podem ser obtidas de maneira análoga.



8

Guias de onda. Cavidades retangulares

Modo TE: $E_z = 0$ (em certo t)

$$E_x = E_{x0} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{c}\right) e^{-i\omega t}$$

$$E_y = E_{y0} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{c}\right) e^{-i\omega t}$$

E como
seriam B_x ,
 B_y e B_z ?

$$\rightarrow \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

Notação dos modos:

- A designação dos modos TE e TM não é única, já que se poderia ter definido x, y ou z como “direção de propagação”.
- Na verdade não há propagação em nenhum sentido, mas **ondas estacionárias** em todas as direções.
- Adotando um dos eixos como direção de propagação, os modos são designados como TE_{mnp} e TM_{mnp} .
- m, n e p correspondem ao número de semiciclos de variação dos campos nas três direções espaciais.
- os modos TE ou TM “000”, “m00”, “0n0” e “00p” não são permitidos numa cavidade retangular, já que correspondem a campos identicamente nulos (pois não obedecem às condições de contorno).

9

Guias de onda. Cavidades retangulares

- Obtém-se a solução geral dos modos ressonantes TE_{mnl}

$$H_z(x, y, z) = H_0 \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a} \cdot x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} \cdot y\right) \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{c} \cdot z\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{sendo } m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{array} \right\} m + n \neq 0$$

$$p = 1, 2, 3, \dots$$

- A frequência de ressonância, f_r ou ω_r , é obtida da expressão

$$-k_x^2 - k_y^2 - k_z^2 + k^2 = 0$$

$$-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2 + \omega_r^2 \cdot \mu \cdot \varepsilon = 0$$

$$-\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2 + 2\pi f_r^2 \cdot \mu \cdot \varepsilon = 0$$

10

Guias de onda. Cavidades retangulares

- Frequência de ressonância dos modos ressonantes TE_{mnl}

$$f_r = \frac{1}{2\sqrt{\mu \cdot \epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2}$$

com

$$\left. \begin{array}{l} m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots \\ p = 1, 2, 3, \dots \end{array} \right\} \text{ Sendo } m + n \neq 0$$

$$f_r = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2}$$

- Frequência de ressonância dos modos ressonantes TM_{mnl}

com

$$\left. \begin{array}{l} m = 1, 2, 3, \dots \\ n = 1, 2, 3, \dots \\ p = 0, 1, 2, 3, \dots \end{array} \right\}$$

$$f_r = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2}$$

11

Guias de onda. Cavidades ressonantes

Outro formato:

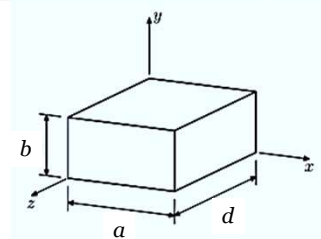
O número de onda ressonante da cavidade será

Supor índices:
 m, n, l

$$k_{mnl} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}$$

Modos TE_{mnl} ou TM_{mnl} são os modos ressonantes onde m, n , e l indicam o número de meios ciclos da onda estacionária nas direções x, y , e z . A frequência de ressonância do modo TE_{mnl} ou TM_{mnl} é dado por

$$f_{mnl} = \frac{ck_{mnl}}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}$$



$$d \geq a \geq b$$

12

Guias de onda. Cavidades retangulares

Campos para os modos TE_{mnl} : ($i=j$) ($B = \mu H$)

$$E_x = \frac{A_{mnl}}{\varepsilon} \left(\frac{n\pi}{b} \right) \cos \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin \left(\frac{n\pi}{b} y \right) \sin \left(\frac{l\pi}{d} z \right)$$

$$E_y = -\frac{A_{mnl}}{\varepsilon} \left(\frac{m\pi}{a} \right) \sin \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left(\frac{n\pi}{b} y \right) \sin \left(\frac{l\pi}{d} z \right)$$

$$E_z = 0$$

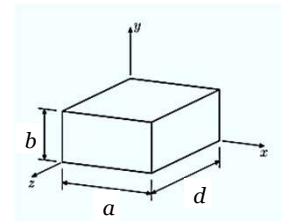
$$H_x = j \frac{A_{mnl}}{\omega \mu \varepsilon} \left(\frac{m\pi}{a} \right) \left(\frac{l\pi}{d} \right) \sin \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left(\frac{n\pi}{b} y \right) \cos \left(\frac{l\pi}{d} z \right)$$

$$H_y = j \frac{A_{mnl}}{\omega \mu \varepsilon} \left(\frac{n\pi}{b} \right) \left(\frac{l\pi}{d} \right) \cos \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \sin \left(\frac{n\pi}{b} y \right) \cos \left(\frac{l\pi}{d} z \right)$$

$$H_z = -j \frac{A_{mnl}}{\omega \mu \varepsilon} \left(k^2 - \left(\frac{l\pi}{d} \right)^2 \right) \cos \left(\frac{m\pi}{a} x \right) \cos \left(\frac{n\pi}{b} y \right) \sin \left(\frac{l\pi}{d} z \right)$$

se
Modo dominante ($d > a > b$) $\rightarrow$

$$\therefore TE_{101} \quad f_{101} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d} \right)^2}$$



$$m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad l = 1, 2, 3, \dots \quad m = n \neq 0$$

13

Guias de onda. Cavidades ressonantes

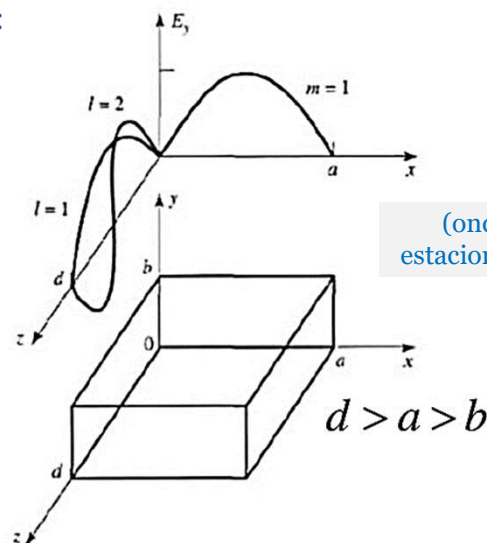
(exemplos)

Campos para alguns modos TE_{10l} :

$$E_y = E_0 \sin \left(\frac{\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{l\pi z}{d} \right)$$

$$H_x = -j \frac{E_0}{\eta_{TE}} \sin \left(\frac{\pi x}{a} \right) \cos \left(\frac{l\pi z}{d} \right)$$

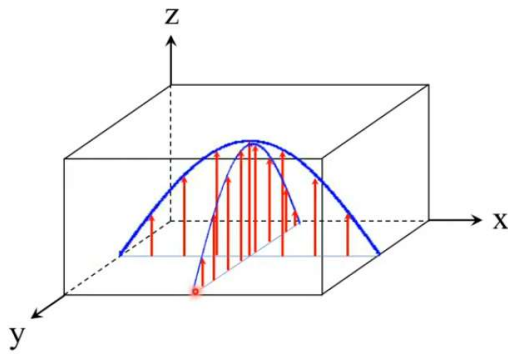
$$H_z = j \frac{\pi E_0}{k\eta' a} \cos \left(\frac{\pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{l\pi z}{d} \right)$$



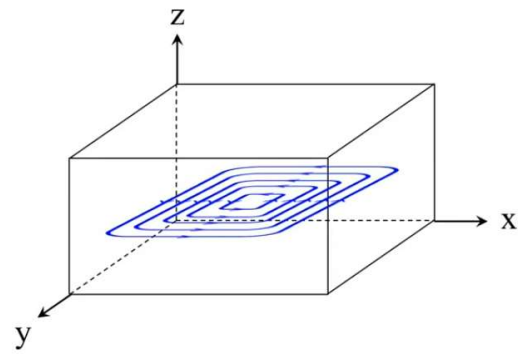
14

Guias de onda. Cavidades retangulares

Configuração dos campos do modo dominante: TM_{110}^z (exemplo)



CAMPO ELÉTRICO



CAMPO MAGNÉTICO

15

Guias de onda. Cavidades ressonantes

Exercício 1: Calcular a frequência de ressonância dominante de uma cavidade retangular preenchida com ar cujas dimensões são:

- a) 4 cm × 5 cm × 6 cm;
- b) 5 cm × 5 cm × 2 cm;
- c) 4 cm × 4 cm × 4 cm.

$$TE_{101} \quad f_{101} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}$$

16

Guias de onda. Cavidades ressonantes

Fator de Qualidade

Fator de Qualidade: Q

$$Q = \omega \frac{W_m + W_e}{P} = \frac{\text{Energia média armazenada}}{\text{Energia Perdida por segundo}}$$

W_m, W_e Energia média armazenada nos campos magnéticos e elétricos.

P Potência dissipada no condutor e no dielétrico

Na frequência de ressonância: $W_e = W_m = \frac{\epsilon abd}{16} E_0^2$

17

Guias de onda. Cavidades ressonantes

Perda nas paredes condutoras

$$P_c = \frac{R_s}{2} \int_{\text{paredes}} |H_t|^2 ds$$

Onde R_s é a resistência superficial das paredes metálicas dada por:

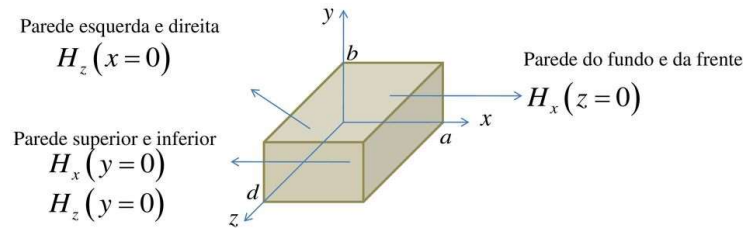
$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \sigma_c}}$$

e H_t é o campo magnético tangencial as superfícies das paredes metálicas.

A contribuição devido à parede superior é igual à contribuição da parede inferior, o mesmo acontece com as contribuições da parede lateral direita e esquerda e da parede da frente e posterior.

18

Guias de onda. Cavidades ressonantes



$$P_c = \frac{R_s}{2} \left\{ 2 \int_{y=0}^b \int_{x=0}^a |H_x(z=0)|^2 dx dy + 2 \int_{z=0}^d \int_{y=0}^b |H_z(x=0)|^2 dy dz + 2 \int_{z=0}^d \int_{x=0}^a \left[|H_x(y=0)|^2 + |H_z(y=0)|^2 \right] dx dz \right\}$$

Usando: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\eta_{TE} = \frac{k\eta'}{\beta} = \frac{2d\eta'}{l\lambda}$ $\therefore$

$$P_c = \frac{R_s E_0^2 \lambda^2}{8\eta'^2} \left(\frac{l^2 ab}{d^2} + \frac{bd}{a^2} + \frac{l^2 a}{2d} + \frac{d}{2a} \right)$$

19

Guias de onda. Cavidades ressonantes

Fator de Qualidade Q_c

Fator de Qualidade considerando apenas perdas nos condutores:

Q_c

$$Q_c = \omega \frac{W_m + W_e}{P_c} = 2\omega \frac{W_m}{P_c} = 2\omega \frac{\frac{\epsilon ab d}{16} E_0^2}{\frac{R_s E_0^2 \lambda^2}{8\eta'^2} \left(\frac{l^2 ab}{d^2} + \frac{bd}{a^2} + \frac{l^2 a}{2d} + \frac{d}{2a} \right)}$$

$$Q_c = \frac{k^3 ab d \eta'}{4\pi^2 R_s \left(\frac{l^2 ab}{d^2} + \frac{bd}{a^2} + \frac{l^2 a}{2d} + \frac{d}{2a} \right)}$$

$$\eta' = Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$$

$\therefore$

$$Q_c = \frac{(kad)^3 b \eta'}{2\pi^2 R_s (2l^2 a^3 b + 2bd^3 + l^2 a^3 d + ad^3)}$$

20

Guias de onda. Cavidades retangulares

Exercício 2: Considere uma cavidade oca com dimensões; 3cm x 2cm x 7cm feita de cobre ($\sigma_c = 5.8 \times 10^7$)

Calcular a frequência de ressonância e o fator de qualidade do modo dominante.

$$f_r = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{0}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2} = 5.43984 \text{ GHz}$$

$$Q_c = \frac{(kad)^3 b \eta'}{2\pi^2 R_s (2l^2 a^3 b + 2bd^3 + l^2 a^3 d + ad^3)} \quad R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma_c}} \quad k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$

$$\eta' = \sqrt{\mu / \epsilon}$$

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma_c}} = 0,0192424$$

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = 113,984$$

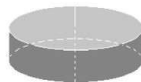
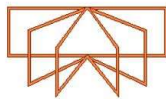
$$\eta' = \sqrt{\mu / \epsilon} = 376,819$$

$$Q_c = \frac{(kad)^3 b \eta'}{2\pi^2 R_s (2l^2 a^3 b + 2bd^3 + l^2 a^3 d + ad^3)} = 10086$$

21

Guias de onda. Cavidades ressonantes

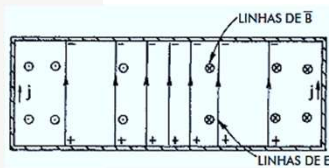
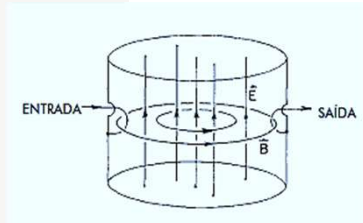
Cavidades Cilíndricas



∴

22

Guias de onda. Cavidades cilíndricas



- Os campos elétricos e magnéticos numa lata completamente fechada decaem gradualmente devido às perdas de energia.
- Fazendo um orifício na lata para introduzir energia elétrica, por exemplo, com um fio ligado a uma fonte de corrente AC de alta frequência, pode-se compensar as perdas e manter as oscilações.
- Introduz-se o fio através do orifício da lata e o fixamos à parede interna fazendo uma pequena volta (Fig.).
- Claro, isto acontecerá apenas **se a frequência da fonte for igual à de ressonância da lata.**
- **Outro fio capta o sinal na saída.**

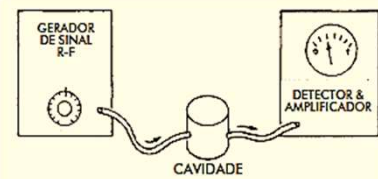


Figura 23-9 Um arranjo para observar a ressonância da cavidade.

Variando a frequência do sinal, pode-se analisar como a corrente na saída varia com a frequência.

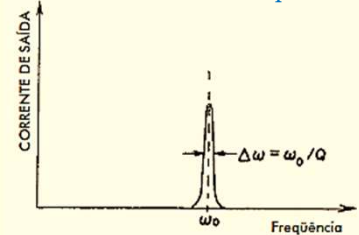


Figura 23-10 A curva de resposta em frequência de uma cavidade ressonante.

23

Guias de onda. Cavidades cilíndricas

Variando mais a frequência do sinal, acima do modo dominante, pode-se obter outros picos de ressonância, correspondentes a diferentes modos.

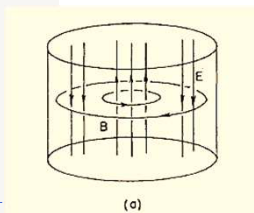
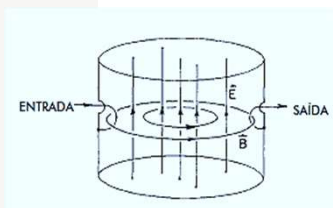


Figura 23-12 Um modo de alta frequência.

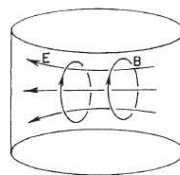


Figura 23-13 Um modo transversal da cavidade cilíndrica.

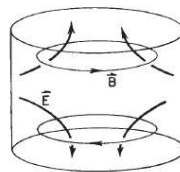


Figura 23-14 Outro modo de uma cavidade cilíndrica.

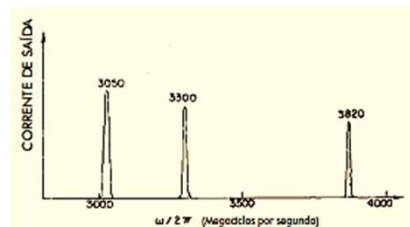


Figura 23-11 As frequências de ressonância observadas de uma cavidade cilíndrica.

24

Guias de onda. Cavidades cilíndricas

Usando geometria cilíndrica:

$$E_t(\rho, \phi, z) = e(\rho, \phi) \left[A^+ e^{-j\beta_{nm}z} + A^- e^{j\beta_{nm}z} \right]$$

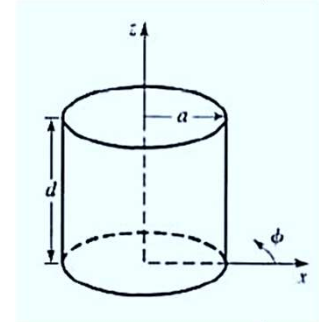
$e(\rho, \phi)$ Variação transversal do campo

A^+, A^- Amplitude dos campos em $+z$ e $-z$

A constante de propagação β_{nm} dos modos TE_{nm} e TM_{nm}, respectivamente, pode ser escrita como:

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\rho'_{nm}}{a} \right)^2} \quad \beta_{nm} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\rho_{nm}}{a} \right)^2}$$

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$



$\therefore$

25

Guias de onda. Cavidades ressonantes

Impondo a condição que o campo tem que ser nulo em $z = 0$

$$E_t(\rho, \phi, 0) = e(\rho, \phi) \left[A^+ + A^- \right] = 0$$

$$A^+ = -A^-$$

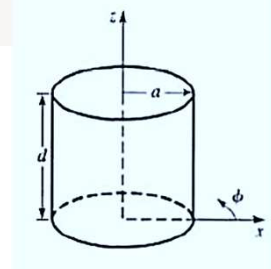
Que era esperado pelo fato de termos reflexão numa superfície condutora

Impondo a condição que o campo tem que ser nulo em $z = d$

$$E_t(\rho, \phi, d) = e(\rho, \phi) \left[A^+ e^{-j\beta_{nm}d} - A^+ e^{j\beta_{nm}d} \right] = 0$$

$$E_t(\rho, \phi, d) = e(\rho, \phi) (-2jA^+) \sin \beta_{nm}d = 0$$

$$\beta_{nm}d = l\pi \quad \beta_{nm} = \frac{l\pi}{d}$$



$\therefore$

26

Guias de onda. Cavidades cilíndricas

Modos TE_{nml} ou TM_{nml} são os modos ressonantes onde m , n , e l indicam o número de meios ciclos da onda estacionária nas direções ρ , ϕ , e z .

A frequência de ressonância do modo TE_{nml} é dada por

$$f_{nml} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{\rho'_{nm}}{a}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad l = 1, 2, 3, \dots$$

A frequência de ressonância do modo ou TM_{nml} é dado por

$$f_{nml} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{\rho_{nm}}{a}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots$$

27

Guias de onda. Cavidades cilíndricas

O modo dominante TE é o modo TE_{111} , cuja frequência de ressonância é dada por:

$$f_{111}^{TE} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{1.8412}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{d}\right)^2}$$

O modo dominante TM é o modo TM_{010} cuja frequência de ressonância é dada por:

$$f_{010}^{TM} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{2.4049}{a}\right)^2}$$

As frequências de ressonância são iguais se $d/a = 2,03$ (modos degenerados)

Quando $d/a < 2,03$, o modo dominante é o TM_{010} e quando $d/a > 2,03$ o modo dominante é o modo TE_{111}

∴

28

Guias de onda. Cavidades cilíndricas

Os campos para o modos TE_{nml} são dados por:

$$E_\rho = \frac{jk\eta' a^2 n H_0}{(\rho'_{nm})^2 \rho} J_n \left(\frac{\rho'_{nm}}{a} \rho \right) \sin(n\phi) \sin\left(\frac{l\pi}{d} z\right)$$

$$E_\phi = \frac{jk\eta' a H_0}{\rho'_{nm}} J_n' \left(\frac{\rho'_{nm}}{a} \rho \right) \cos(n\phi) \sin\left(\frac{l\pi}{d} z\right)$$

$$E_z = 0$$

$$H_\rho = \frac{\beta a H_0}{\rho'_{nm}} J_n' \left(\frac{\rho'_{nm}}{a} \rho \right) \cos(n\phi) \cos\left(\frac{l\pi}{d} z\right)$$

$$H_\phi = -\frac{\beta a^2 n H_0}{(\rho'_{nm})^2 \rho} J_n \left(\frac{\rho'_{nm}}{a} \rho \right) \sin(n\phi) \cos\left(\frac{l\pi}{d} z\right)$$

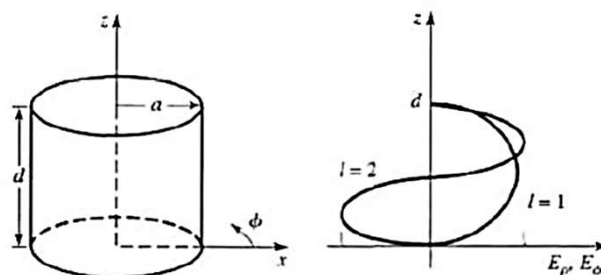
$$H_z = H_0 J_n \left(\frac{\rho'_{nm}}{a} \rho \right) \cos(n\phi) \sin\left(\frac{l\pi}{d} z\right)$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad l = 1, 2, 3, \dots$$

29

Guias de onda. Cavidades cilíndricas

Distribuição do campo para modos ressonantes com $l = 1$ e $l = 2$

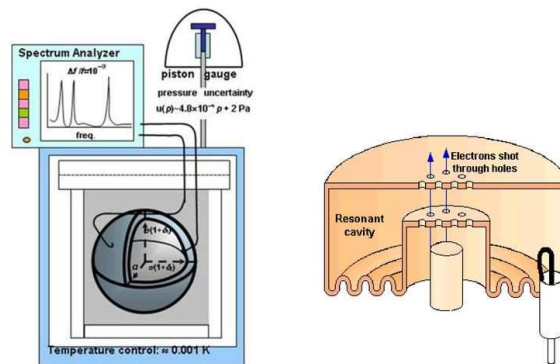


O que claramente demonstra que são formadas ondas estacionárias dentro da cavidade

30

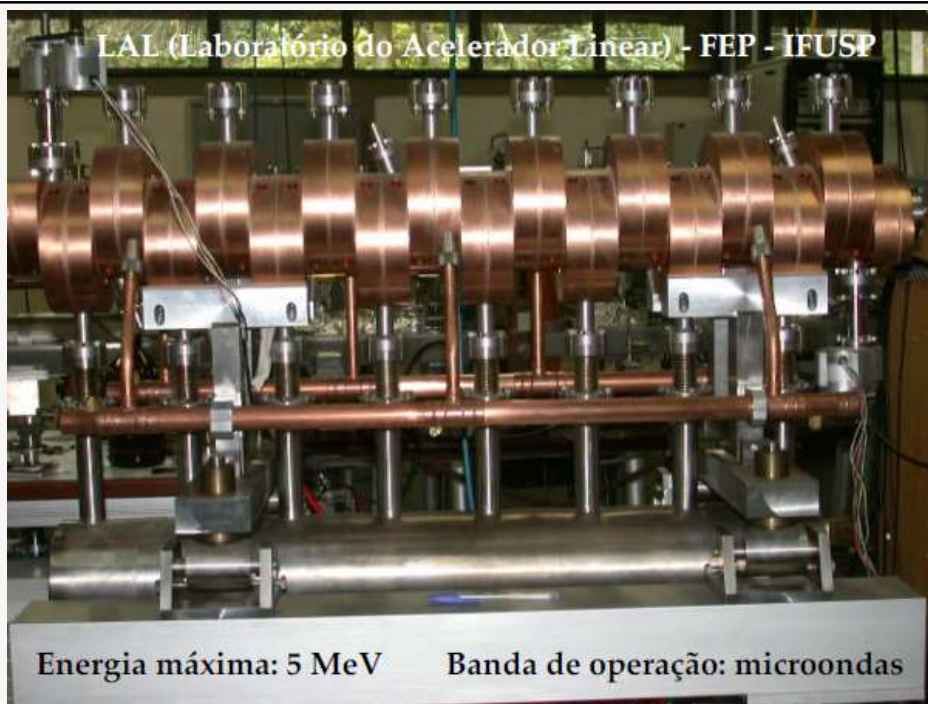
Guias de onda. Cavidades ressonantes

Outras Geometrias



∴

31



32



33