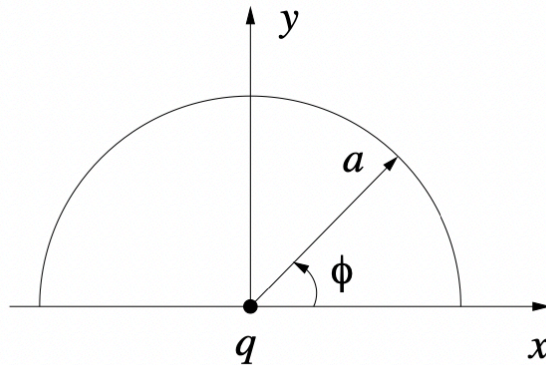


Lista preparatória para a primeira prova de Eletricidade e Magnetismo I.

Questão 1

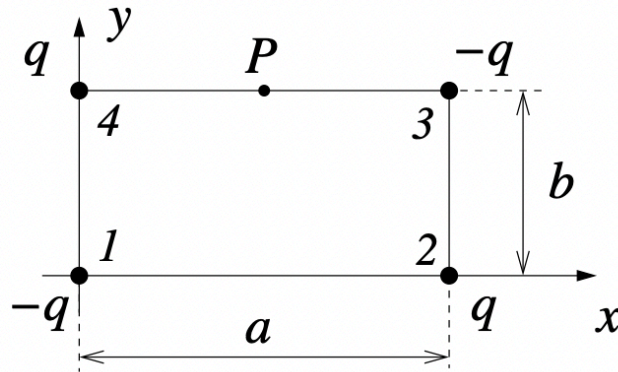
Considere o sistema abaixo, mantido fixo por forças externas, que consiste numa partícula pontual de carga $q > 0$ e massa m , situada na origem dos sistema de coordenadas, e um semi-anel de raio a situado no plano xy e centrado na origem. A densidade linear de carga do semi-anel depende do ângulo ϕ de acordo com a seguinte função: $\lambda(\phi) = \lambda_0 \sin \phi$, onde λ_0 é uma constante positiva.



- (0,5 ponto) Calcule a carga total do anel.
- (1,0 ponto) Calcule o vetor força elétrica que age sobre a carga pontual.
- (1,0 ponto) Suponha que o anel é mantido fixo na sua posição e a partícula é liberada a partir do repouso. Qual será o módulo da velocidade da partícula quando ela se encontrar muito longe ($r \rightarrow \infty$) do anel?

Questão 2

Quatro cargas puntiformes são colocadas nos vértices 1, 2, 3 e 4 de um retângulo, de acordo com a figura abaixo. O retângulo tem lados de comprimento a e b . Considere $q > 0$.



- (1,0 ponto) Calcule o vetor força resultante que atua na carga localizada na origem (vértice 1).
- (0,5 ponto) Determine o vetor campo elétrico no centro do retângulo (ponto de coordenadas $(x = a/2, y = b/2)$).
- (1,0 ponto) Calcule o trabalho necessário para trazer uma carga Q do infinito até o ponto P de coordenadas $(x = a/2, y = b)$.

Questão 3

O campo elétrico sobre o eixo de simetria (eixo z) de um anel de raio r e carga total $Q > 0$ é dado por

$$\vec{E}_{anel} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qz}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \hat{k}.$$

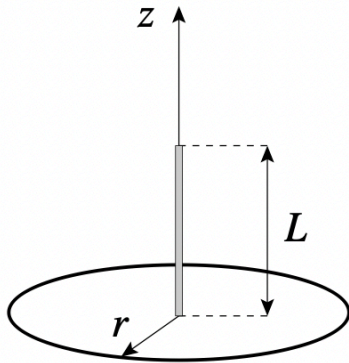


figura 1

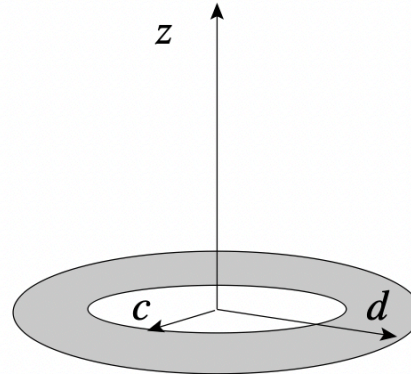
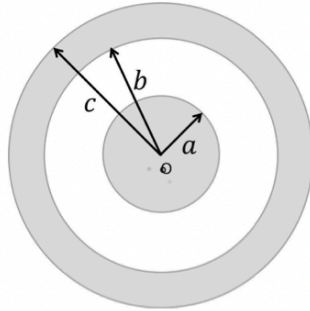


figura 2

- (a) (1,5 ponto) Calcule a força elétrica que o anel exerce sobre um fio retilíneo de comprimento L e densidade linear de carga $\lambda > 0$, posicionado sobre o eixo z , conforme a **figura 1**.
- (b) (1,0 ponto) Calcule o campo elétrico sobre o eixo de simetria (eixo z) de um disco vazado com raio interno c e raio externo d , carregado com uma densidade superficial de carga uniforme $\sigma > 0$, conforme a **figura 2**.

Questão 4

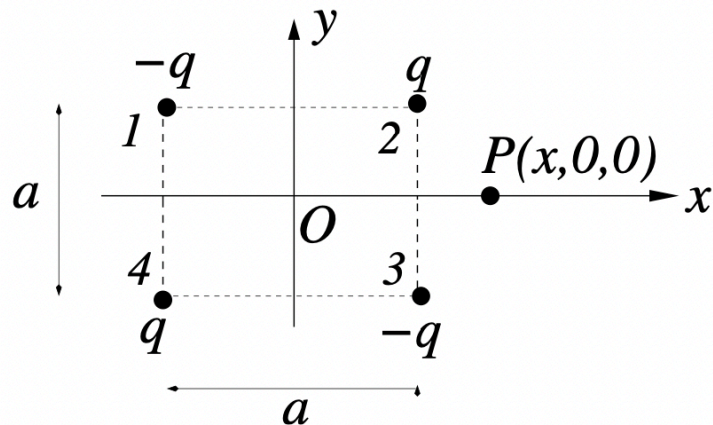
Um arranjo é formado por uma esfera condutora sólida de raio a , centrada no ponto O na origem, eletrizada com carga $-Q$ envolvida por uma casca esférica condutora de raio interno b e externo c também eletrizada com carga $-Q$, conforme ilustrado na figura abaixo:



- (a) (1,5) Sendo r a distância até a origem O , determine o vetor campo elétrico nas regiões $r < a$, $a < r < b$, $b < r < c$ e $r > c$.
- (b) (0,5) Determine a carga em cada uma das superfícies $r = a$, $r = b$ e $r = c$ na situação de equilíbrio eletrostático. Justifique sua resposta.
- (c) (0,5) Determine as densidades superficiais de carga σ_a , σ_b e σ_c .

Questão 5

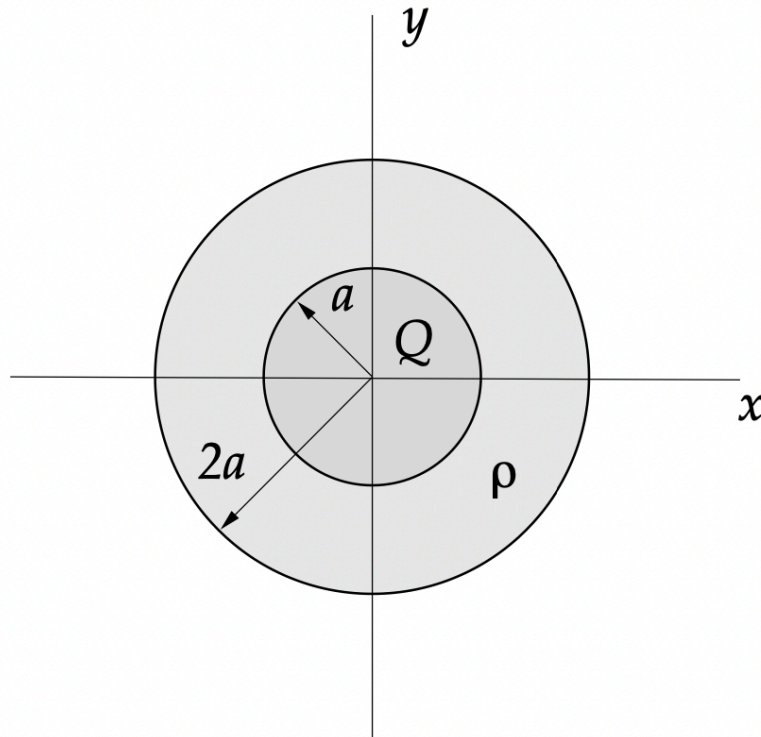
Duas cargas puntiformes positivas iguais de valores $+q$ e duas cargas negativas iguais de valores $-q$ encontram-se fixas nos vértices de um **quadrado de lado a** . As cargas de mesmo sinal localizam-se em vértices opostos. Utilizando o sistema de coordenadas indicado na figura abaixo, cuja origem está no centro de um quadrado, calcule:



- (a) (1,0 ponto) O vetor força elétrica sobre a carga positiva 2.
- (b) (1,5 ponto) O vetor campo elétrico num ponto P genérico do eixo x , conforme indicado na figura.

Questão 6

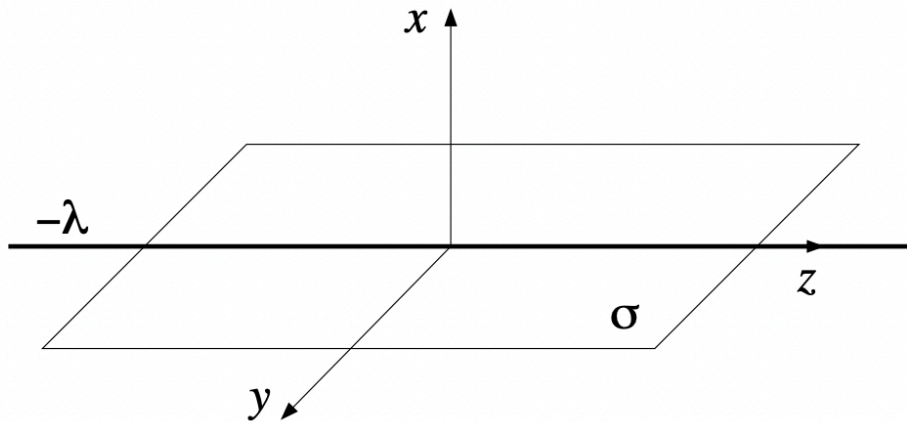
Uma esfera condutora de raio a e com carga Q é envolta por uma camada esférica isolante de raio interno a e externo $2a$ com densidade de carga volumétrica $\rho = 3Q/(4\pi a^3)$ constante.



- (a) (1,5 ponto) Determine o vetor campo elétrico em todo o espaço.
- (b) (1,0 ponto) Determine o potencial elétrico em todo o espaço. Adote potencial nulo no infinito.

Questão 7

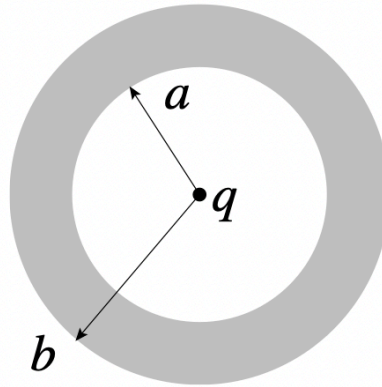
Um fio infinito, isolante, com densidade linear de carga uniforme $-\lambda < 0$, é colocado sobre uma placa infinita, isolante, com densidade superficial de carga uniforme $\sigma > 0$. Utiliza-se um sistema de coordenadas cartesianas tal que o fio está ao longo do eixo z e a placa se estende no plano yz , conforme a figura.



- (1,0 ponto) Calcule o vetor campo elétrico produzido pela placa em todo o espaço.
- (0,5 ponto) Calcule o vetor campo elétrico produzido pelo fio em todo o espaço.
- (1,0 ponto) Determine os pontos $P \equiv (x, y, z)$ do espaço onde a força que atua sobre uma partícula de carga Q é nula.

Questão 8

Considere uma casca esférica isolante de raio interno a e raio externo b , conforme a figura. Na região $a < r < b$, a casca esférica tem uma densidade volumétrica de carga $\rho(r) = cr$, onde $c > 0$ e r é a distância até o centro da casca esférica. Coloca-se no centro da casca esférica uma carga q .



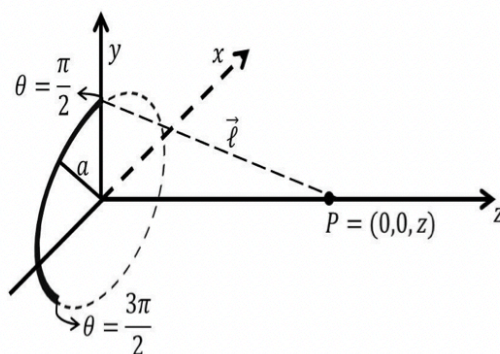
- (a) (1,5 ponto) Calcule o vetor campo elétrico na região $a < r < b$.
- (b) (0,5 ponto) Calcule o vetor campo elétrico fora da casca (região onde $r > b$).
- (c) (0,5 ponto) Suponha agora que a casca esférica é condutora ao invés de isolante, com carga total Q . Mantendo a carga q no centro da casca, quais seriam os valores das cargas na superfície interna ($r = a$) e na superfície externa ($r = b$)?

Questão 9

Considere um anel com raio a e espessura desprezível que está parcialmente carregado. O centro do anel coincide com a origem do sistema de coordenadas, conforme mostrado na figura abaixo e encontra-se disposto ao longo do plano x-y. A distribuição de carga no anel é dada por:

$$\lambda(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{para } 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ \lambda & \text{para } \pi/2 \leq \theta \leq 3\pi/2 \\ 0 & \text{para } 3\pi/2 \leq \theta \leq 2\pi, \end{cases} \quad (1)$$
$$(2)$$

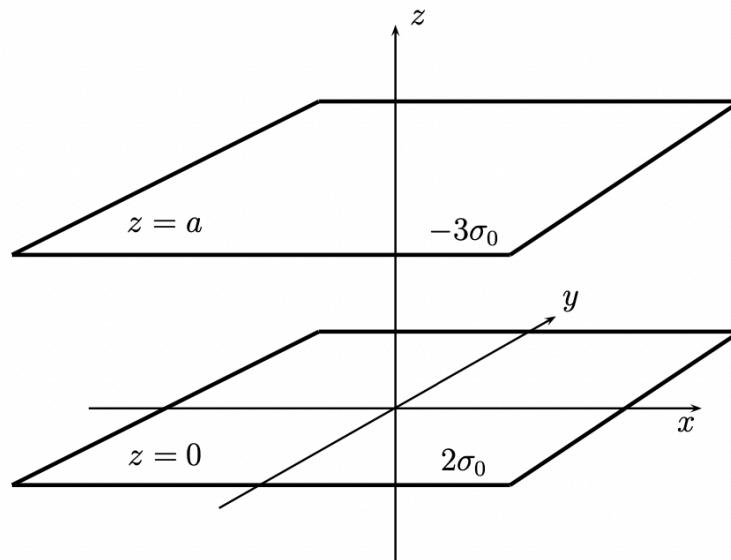
onde θ é o ângulo polar e λ é um constante positiva. Considere nulo o potencial elétrico no infinito.



- (a) (1,5) Determine o vetor campo elétrico no ponto $P = (0, 0, z)$ do eixo do anel.
- (b) (1,0) Determine o potencial elétrico no ponto $P = (0, 0, z)$ do eixo do anel.

Questão 10

Duas placas planas e infinitas situadas nos planos $z = 0$ e $z = a$ estão carregadas com densidades superficiais de carga $2\sigma_0$ e $-3\sigma_0$, respectivamente, como mostra a figura:



- (a) (1,5 ponto) Usando a lei de Gauss, calcule o vetor campo elétrico nas regiões $z < 0$, $0 < z < a$ e $z > a$.
- (b) (1,0 ponto) Calcule a diferença de potencial entre os pontos $z = a/2$ e $z = 2a$.

Questão 11

Numa certa região do espaço existe um potencial elétrico dado por:

$$V(r) = \begin{cases} \frac{\alpha a^4}{4r} & \text{para } r > a \\ \frac{\alpha}{12}(4a^3 - r^3) & \text{para } r \leq a \end{cases}$$

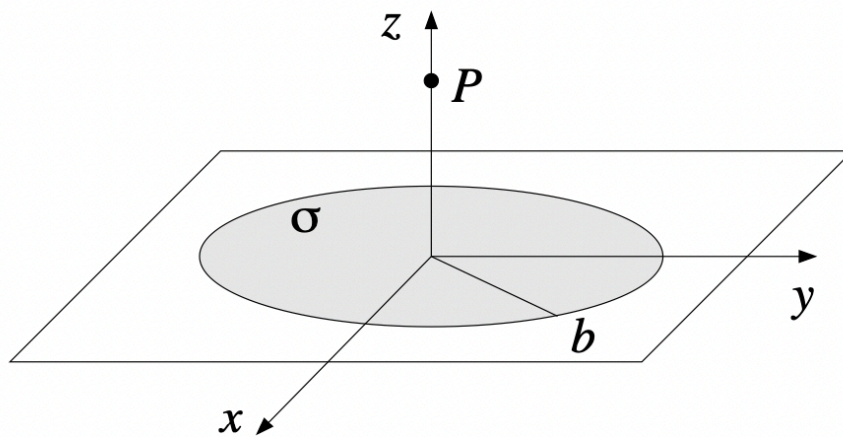
onde r é a distância até a origem do sistema de coordenadas e α e a são constantes.

- (a) (0,5 ponto) Quais são as unidades das constantes α e a no Sistema Internacional de Unidades?
- (b) (1,0 ponto) Obtenha o vetor campo elétrico nesta região do espaço.
- (c) (1,0 ponto) Quanta carga existe dentro de uma esfera (imaginária) de raio $a/2$ centrada na origem?

Questão 12

(I) (1,0 ponto) Um anel de raio a , com uma carga q uniformemente distribuída, é colocado no plano xy , com seu centro na origem de um sistema de coordenadas cartesianas. Calcule o potencial devido ao anel em um ponto qualquer P qualquer do eixo z .

(II) Um disco de raio b , no plano xy , com seu centro na origem de um sistema de coordenadas cartesianas, tem densidade superficial de carga $\sigma(r) = C/r$, onde r é a distância até o centro do disco e C é uma constante.

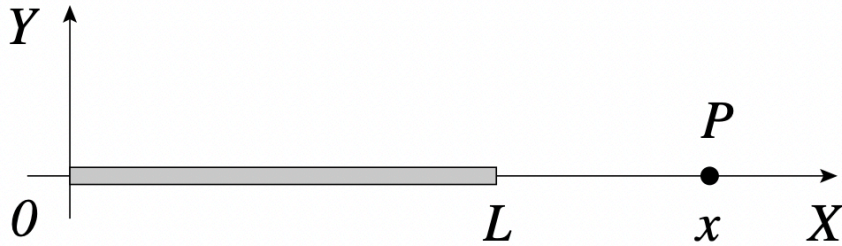


(a) (1,0 ponto) Calcule o potencial devido ao disco num ponto P do eixo z .

(b) (0,5 ponto) Calcule o vetor campo elétrico produzido pelo disco num ponto P do semi-eixo $z > 0$.

Questão 13

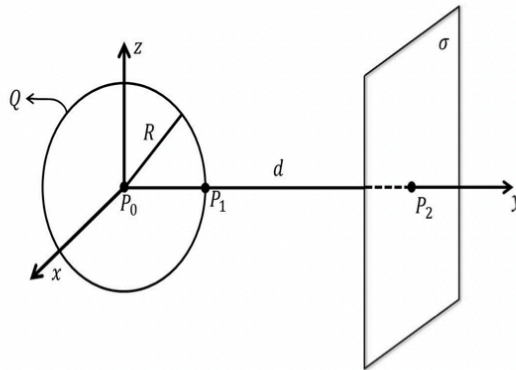
Considere um fio retilíneo de comprimento L , com densidade linear de carga λ , posicionado conforme mostra a figura.



- (a) (1,0 ponto) Calcule o potencial elétrico em um ponto P sobre a parte positiva do eixo X de coordenadas $(x, 0, 0)$, com $x > L$. Assuma o potencial nulo no infinito.
- (b) (1,0 ponto) Calcule a componente E_x do campo elétrico no ponto P .
- (b) (0,5 ponto) Qual é o trabalho de uma força externa para trazer uma carga de prova Q do infinito até o ponto P ?

Questão 14

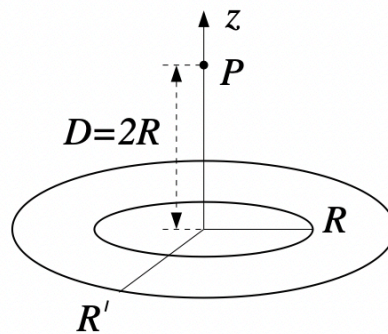
Considere uma casca esférica (não condutora) que está centrada na origem P_0 . Ela é uniformemente carregada com carga $Q > 0$ e possui raio R , cujo centro situa-se à uma distância $R + d$ de um plano infinito, uniformemente carregado com uma densidade superficial $\sigma > 0$, conforme mostrado na figura abaixo.



- (0,5) Determine o vetor campo elétrico em todo o espaço devido à casca esférica.
- (0,5) Determine o vetor campo elétrico em todo o espaço devido à carga na superfície plana.
- (1,0) Determine o vetor campo elétrico resultante ao longo do eixo $y > 0$.
- (0,5) Calcule a diferença de potencial $V_2 - V_0$ entre os pontos P_2 e P_0 localizados na superfície plana e no centro da casca, respectivamente.

Questão 15

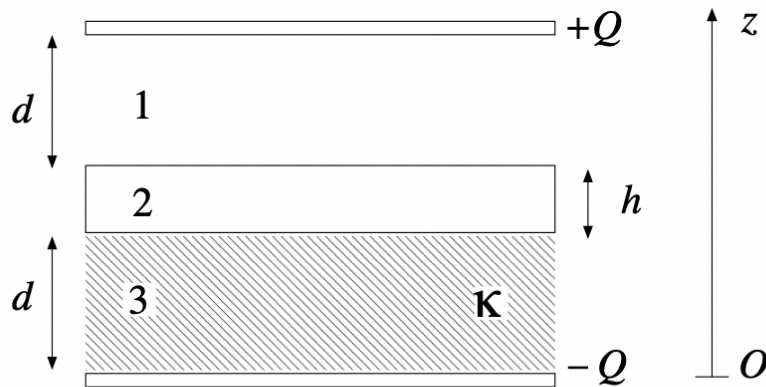
Dois anéis finos concêntricos de raios R e R' , encontram-se no plano xy . O centro dos anéis coincide com a origem do sistema de coordenadas, conforme a figura. O anel de raio R possui carga total Q e o anel de raio R' possui carga total Q' , ambas uniformemente distribuídas.



- (a) (1,0 ponto) Calcule o potencial produzido por cada anel ao longo do eixo z , **como função de z** .
- (b) (1,0 ponto) A partir do potencial, calcule a componente z do campo elétrico em P , em termos de Q, Q', R, R' e z . Quanto valem as componentes x e y do campo elétrico? Justifique.
- (b) (0,5 ponto) Determine qual deve ser a carga Q' no anel de raio $R' = 3R$ para que ele produza no ponto P do eixo z , que está a uma distância $D = 2R$ da origem, o mesmo potencial eletrostático do anel de raio R .

Questão 16

Três placas condutoras de área A são espaçadas de d por vácuo (região 1) e de d por um material de constante dielétrica κ (região 3), como indicado na figura. A carga total na placa superior é igual a $Q > 0$, na placa do meio é igual a zero e na placa inferior é igual a $-Q$. Desconsidere a não uniformidade do campo elétrico perto das bordas.

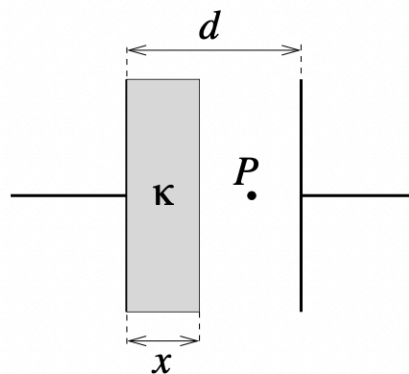


- (a) (1,0 ponto) Indique numa figura e calcule as densidades de carga nas superfícies das placas condutoras. Calcule o vetor campo elétrico \vec{E} nas regiões 1, 2 e 3. Expresse suas respostas em termos de ϵ_0 , Q , A e κ .
- (b) (1,0 ponto) Calcule a capacitância do sistema de três placas.
- (c) (0,5 ponto) Calcule a densidade de carga de polarização no dielétrico.

Questão 17

Considere um capacitor de placas planas, paralelas, com área A , separadas por uma distância d no vácuo.

- (a) (1,0 ponto) Calcule a capacitância C_0 deste capacitor no vácuo em função de ϵ_0 , A e d .
- (b) (1,0 ponto) Calcule a nova capacitância C do capacitor se preenchermos parcialmente o espaço entre as placas com um material de constante dielétrica κ e espessura x , conforme a figura. Forneça sua resposta em função de ϵ_0 , A , d , κ e x .



- (c) (0,5 ponto) Calcule a densidade de energia num ponto P da região sem dielétrico após ligarmos as placas do capacitor a uma bateria com uma diferença de potencial igual a V . Forneça sua resposta em função de ϵ_0 , V , d , κ e x .

Questão 18

Um capacitor é constituído de cilindro com raio a e carga $q > 0$ coaxial com uma casca cilíndrica fina de raio b e carga $-q$. O cilindro e a casca cilíndrica têm ambos altura L , conforme a **figura 1**.

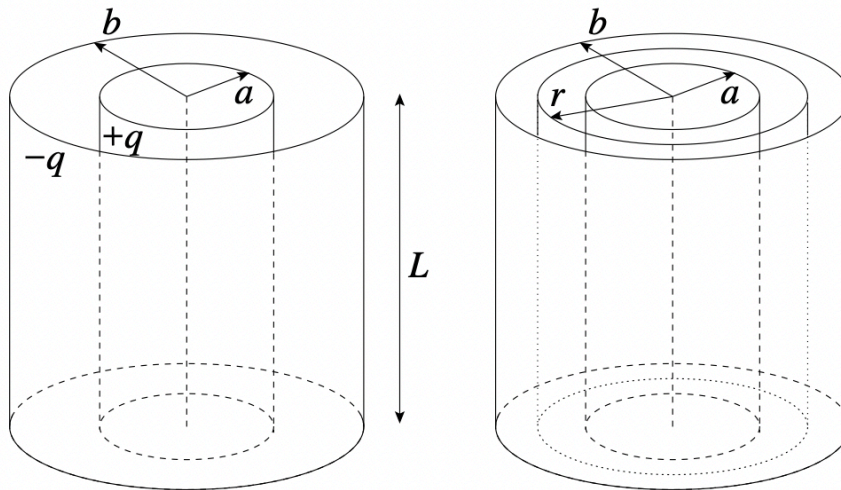


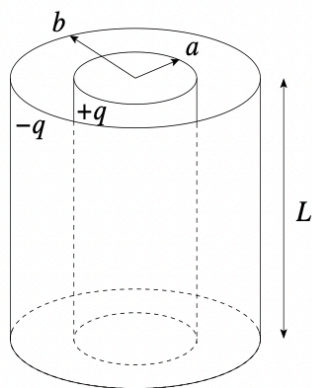
figura 1

figura 2

- (a) (1,0 ponto) Calcule o vetor campo elétrico dentro do capacitor, na região $a < r < b$. Despreze efeitos de borda.
- (b) (1,0 ponto) Calcule a capacitância do capacitor.
- (c) (0,5 ponto) Calcule a energia contida no interior de um cilindro de raio r ($a < r < b$) e altura L , coaxial com o capacitor, conforme a **figura 2**.

Questão 19

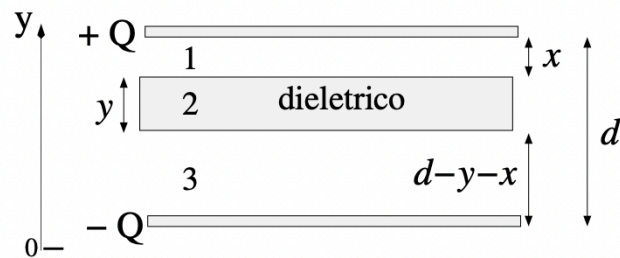
Considere um capacitor formado por duas cascas cilíndricas metálicas de raios a (interno) e raio b (externo) com cargas $q > 0$ e $q < 0$, respectivamente. Ambos os cilindros são muito longos e possuem comprimento L , de forma que efeitos de borda podem ser desprezados.



- (a) (0,5) Calcule a densidade de carga nas superfícies interna e externa do capacitor. Exprese suas respostas em termos de q e das dimensões do sistema.
- (b) (1,0) Determine o vetor campo elétrico em todo o espaço.
- (c) (1,0) Determine a capacitância do capacitor.

Questão 20

O capacitor mostrado na figura abaixo está parcialmente preenchido por um material dielétrico de constante dielétrica κ e está carregado com uma carga Q . A área do capacitor plano é A , a distância entre as placas é d e a espessura do dielétrico é y . O resto do capacitor encontra-se no vácuo. Determine:



- (a) (1,0 ponto) Os vetores campos elétricos nas três regiões no interior do capacitor.
- (b) (1,0 ponto) A diferença de potencial entre as placas do capacitor.
- (c) (0,5 ponto) A capacitância do capacitor.

