

# **Estatística Aplicada II**

---

## ► Testes de Hipóteses

# Aula de hoje

---

- ▶ Tópicos
  - ▶ Testes de Hipóteses
- ▶ Referências
  - ▶ Barrow, M. Estatística para economia, contabilidade e administração. São Paulo: Ática, 2007, Cap. 5
  - ▶ Morettin, P. e W. Bussab. Estatística básica. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2005. Cap. 11

# Objetivo

---

- ▶ **Objetivo:** Decidir se uma hipótese é verdadeira ou falsa com base em uma amostra de dados
- ▶ **Por exemplo:**
- ▶ Dois partidos políticos estão debatendo sobre o nível de corrupção no país. Um dos partidos diz que a corrupção aumentou em relação ao governo anterior. O outro partido diz que não.

# Testes de Hipóteses

---

- ▶ Em um teste de hipóteses, devemos:
  1. Formular a **hipótese nula “ $H_0$ ”**, a qual presumimos inicialmente ser verdadeira; e a **hipótese alternativa “ $H_1$ ”**, a qual consiste na alternativa possível caso os dados amostrais não sejam consistentes com a hipótese nula;
  2. Coletar dados amostrais e verificar se são consistentes com a hipótese nula;
  3. Rejeitar a hipótese nula em favor da hipótese alternativa se os dados amostrais não forem consistentes com a hipótese nula;

# Testes de Hipóteses

---

- ▶ Há dois tipos de erros que podemos cometer:
  1. Erro tipo I – Rejeitar  $H_0$  quando de fato é verdadeira
  2. Erro tipo II – Não rejeitar  $H_0$  quando de fato é falsa

# Testes de Hipóteses

		Situação real	
		$H_0$ é verdadeira	$H_0$ é falsa
Nossa Decisão	Rejeitar $H_0$	<i>Erro Tipo I</i> (Rejeitar $H_0$ , quando $H_0$ é verdadeira)	Decisão correta
	Não Rejeitar $H_0$	Decisão correta	<i>Erro Tipo II</i> (Não Rejeitar $H_0$ , quando $H_0$ é falsa)

# Testes de Hipóteses

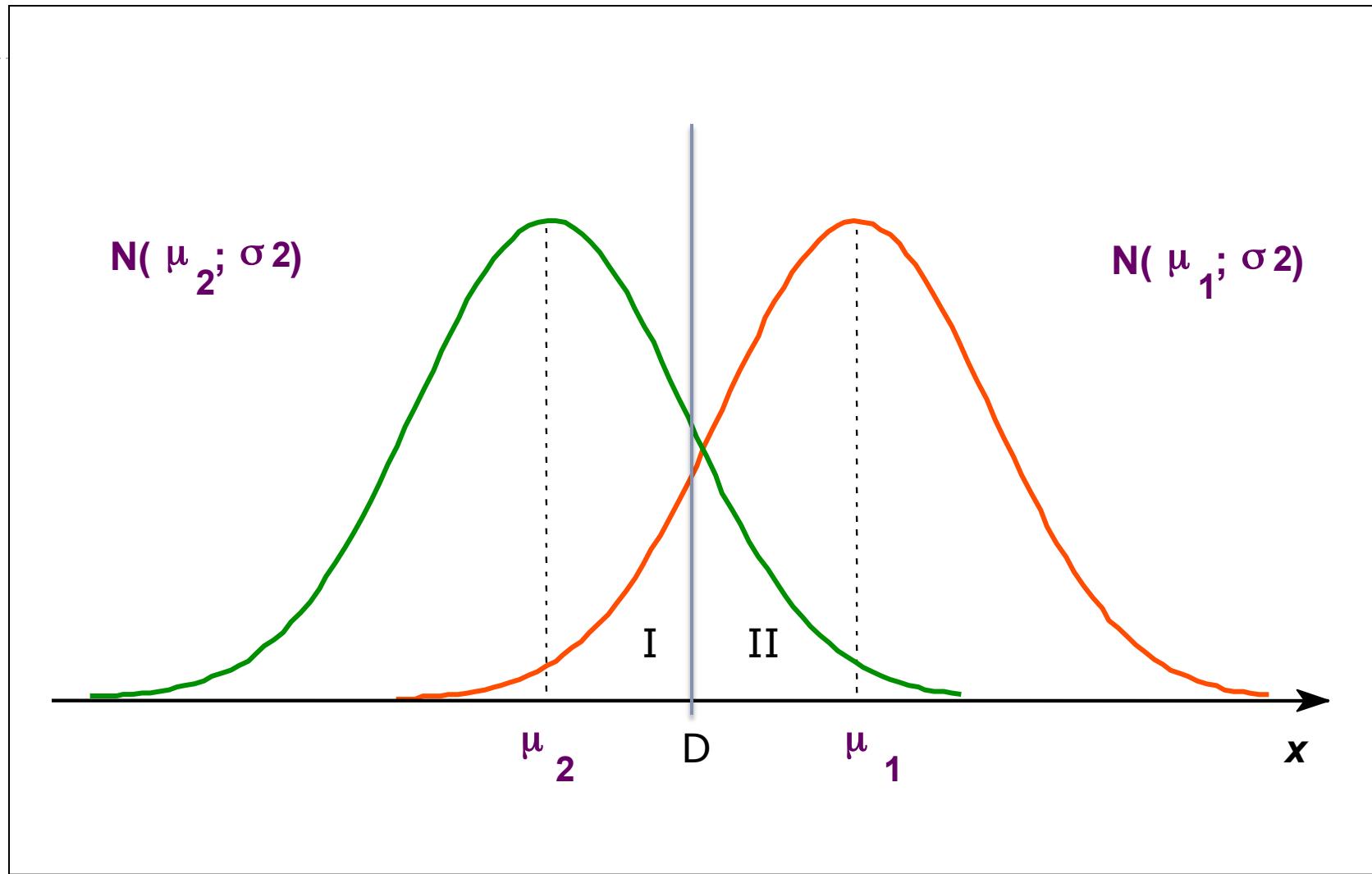
---

- ▶ Nós queremos evitar decisões incorretas ou reduzir as nossas chances de cometer erros do tipo I e do tipo II;
- ▶ Infelizmente, reduzir as chances de cometer erros de um determinado tipo implica em aumentar as chances de cometer erros do outro tipo.

# Testes de Hipóteses

---

- ▶ Um partido político quer testar se a renda média da população brasileira é igual a R\$1100. Se ela for menor do que esse valor, o partido proporá políticas para aumento da produtividade do trabalho. Para fazer o teste de hipóteses, foi colhida uma amostra aleatória de 100 pessoas, com renda média amostral de R\$1150 e variância amostral de 44.100.



# Testes de Hipóteses

---

- ▶ Regra de Decisão:
- ▶ A região à esquerda de D é chamada região de rejeição
- ▶ A região à direita de D é chamada região de não-rejeição
- ▶ D é chamado de valor crítico do teste

# Testes de Hipóteses

---

- ▶ Voltando ao nosso exemplo: Um partido político quer testar se a renda média da população brasileira é igual a R\$1100. Se ela for menor do que esse valor, o partido proporá políticas para aumento da produtividade do trabalho. Para fazer o teste de hipóteses, foi colhida uma amostra aleatória de 100 pessoas, com renda média amostral de R\$1150 e variância amostral de 44.100.
- ▶ Suponha agora que fixamos  $D=1120$ .
- ▶ Qual é a probabilidade de erro do tipo I?

# Testes de Hipóteses

---

- ▶ Onde devemos colocar a nossa linha de decisão?
- ▶ Por convenção, na maioria dos casos consideramos a probabilidade de erro do tipo I como 5%.
- ▶ Esse é denominado nível de significância ( $\alpha$ ) do teste e o nível de confiança da decisão é de  $(1-\alpha)$ .

# Testes de Hipóteses

---

- ▶ Em amostras grandes, as etapas do teste são:
  1. Escrever as hipóteses alternativas e nulas
  2. Escolher o nível de significância do teste  $\alpha$
  3. Calcular o **valor crítico** do teste  $z^*$ ,
  4. Calcular o z escore associado à média amostral, conhecido como a **estatística do teste**
  5. Decidir: Se o valor de z estiver na região de rejeição determinada pelo valor de  $z^*$ , rejeitar  $H_0$  com um nível de confiança de  $1-\alpha$

# Testes de Hipóteses

---

- ▶ Teste: Unicaudal ou Bicaudal?
- ▶ O teste deve ser bicaudal quando:
- ▶ Você está preocupado em encontrar estatísticas amostrais nas duas caudas da distribuição;
- ▶ As duas caudas da distribuição são possíveis de ocorrer teoricamente;
- ▶ Você não tem certeza.

# Testes de Hipóteses

---

- ▶ Escolha do nível de significância:
- ▶ Por convenção, geralmente escolhemos 5%.
- ▶ Porém, escolher um nível de significância menor se o custo relacionado a erros do tipo I forem relativamente altos.

# Testes de Hipóteses

---

- ▶ Se a amostra for pequena, a distribuição da população de origem for normal e a variância da amostra for utilizada para se estimar a variância da população, as etapas do teste são:
  1. Escrever as hipóteses alternativas e nulas
  2. Escolher o nível de significância do teste  $\alpha$
  3. Calcular a estatística  $t$  associada à média amostral, conhecido como a **estatística do teste**
  4. Calcular o **valor crítico** do teste  $t^*$ ,
  5. Decidir: Se o valor de  $t$  estiver na região de rejeição determinada pelo valor de  $t^*$ , rejeitar  $H_0$  com um nível de confiança de  $1-\alpha$

# Testes de Hipóteses

---

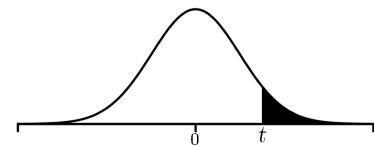
- ▶ O teste t deve ser utilizado quando:
  - ▶ O tamanho da amostra é pequeno; e
  - ▶ A distribuição da população de origem é normal; e
  - ▶ A variância da amostra é utilizada para se estimar a variância da população

# Testes de Hipóteses

---

- ▶ Suponha que uma rede de supermercados venda 5000 pacotes de cereais em cada uma de suas lojas por mês. O gerente da rede decide testar se as vendas aumentariam com uma nova marca de cereais. Para isso, escolhe 15 lojas aleatoriamente para vender a nova marca, tendo o seguinte resultado: uma média de venda de 5200 pacotes com desvio-padrão de 500. As vendas aumentaram?

# Estimação com amostras pequenas



Critical Values for Student's  $t$ -Distribution.

df	Upper Tail Probability: $\Pr(T > t)$									
	0.2	0.1	0.05	0.04	0.03	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0005
1	1.376	3.078	6.314	7.916	10.579	12.706	15.895	31.821	63.657	636.619
2	1.061	1.886	2.920	3.320	3.896	4.303	4.849	6.965	9.925	31.599
3	0.978	1.638	2.353	2.605	2.951	3.182	3.482	4.541	5.841	12.924
4	0.941	1.533	2.132	2.333	2.601	2.776	2.999	3.747	4.604	8.610
5	0.920	1.476	2.015	2.191	2.422	2.571	2.757	3.365	4.032	6.869
6	0.906	1.440	1.943	2.104	2.313	2.447	2.612	3.143	3.707	5.959
7	0.896	1.415	1.895	2.046	2.241	2.365	2.517	2.998	3.499	5.408
8	0.889	1.397	1.860	2.004	2.189	2.306	2.449	2.896	3.355	5.041
9	0.883	1.383	1.833	1.973	2.150	2.262	2.398	2.821	3.250	4.781
10	0.879	1.372	1.812	1.948	2.120	2.228	2.359	2.764	3.169	4.587
11	0.876	1.363	1.796	1.928	2.096	2.201	2.328	2.718	3.106	4.437
12	0.873	1.356	1.782	1.912	2.076	2.179	2.303	2.681	3.055	4.318
13	0.870	1.350	1.771	1.899	2.060	2.160	2.282	2.650	3.012	4.221
14	0.868	1.345	1.761	1.887	2.046	2.145	2.264	2.624	2.977	4.140
15	0.866	1.341	1.753	1.878	2.034	2.131	2.249	2.602	2.947	4.073
16	0.865	1.337	1.746	1.869	2.024	2.120	2.235	2.583	2.921	4.015
17	0.863	1.333	1.740	1.862	2.015	2.110	2.224	2.567	2.898	3.965
18	0.862	1.330	1.734	1.855	2.007	2.101	2.214	2.552	2.878	3.922
19	0.861	1.328	1.729	1.850	2.000	2.093	2.205	2.539	2.861	3.883
20	0.860	1.325	1.725	1.844	1.994	2.086	2.197	2.528	2.845	3.850

21	0.859	1.323	1.721	1.840	1.988	2.080	2.189	2.518	2.831	3.819
22	0.858	1.321	1.717	1.835	1.983	2.074	2.183	2.508	2.819	3.792
23	0.858	1.319	1.714	1.832	1.978	2.069	2.177	2.500	2.807	3.768
24	0.857	1.318	1.711	1.828	1.974	2.064	2.172	2.492	2.797	3.745
25	0.856	1.316	1.708	1.825	1.970	2.060	2.167	2.485	2.787	3.725
26	0.856	1.315	1.706	1.822	1.967	2.056	2.162	2.479	2.779	3.707
27	0.855	1.314	1.703	1.819	1.963	2.052	2.158	2.473	2.771	3.690
28	0.855	1.313	1.701	1.817	1.960	2.048	2.154	2.467	2.763	3.674
29	0.854	1.311	1.699	1.814	1.957	2.045	2.150	2.462	2.756	3.659
30	0.854	1.310	1.697	1.812	1.955	2.042	2.147	2.457	2.750	3.646
31	0.853	1.309	1.696	1.810	1.952	2.040	2.144	2.453	2.744	3.633
32	0.853	1.309	1.694	1.808	1.950	2.037	2.141	2.449	2.738	3.622
33	0.853	1.308	1.692	1.806	1.948	2.035	2.138	2.445	2.733	3.611
34	0.852	1.307	1.691	1.805	1.946	2.032	2.136	2.441	2.728	3.601
35	0.852	1.306	1.690	1.803	1.944	2.030	2.133	2.438	2.724	3.591
36	0.852	1.306	1.688	1.802	1.942	2.028	2.131	2.434	2.719	3.582
37	0.851	1.305	1.687	1.800	1.940	2.026	2.129	2.431	2.715	3.574
38	0.851	1.304	1.686	1.799	1.939	2.024	2.127	2.429	2.712	3.566
39	0.851	1.304	1.685	1.798	1.937	2.023	2.125	2.426	2.708	3.558
40	0.851	1.303	1.684	1.796	1.936	2.021	2.123	2.423	2.704	3.551
41	0.850	1.303	1.683	1.795	1.934	2.020	2.121	2.421	2.701	3.544
42	0.850	1.302	1.682	1.794	1.933	2.018	2.120	2.418	2.698	3.538
43	0.850	1.302	1.681	1.793	1.932	2.017	2.118	2.416	2.695	3.532
44	0.850	1.301	1.680	1.792	1.931	2.015	2.116	2.414	2.692	3.526
45	0.850	1.301	1.679	1.791	1.929	2.014	2.115	2.412	2.690	3.520
46	0.850	1.300	1.679	1.790	1.928	2.013	2.114	2.410	2.687	3.515
47	0.849	1.300	1.678	1.789	1.927	2.012	2.112	2.408	2.685	3.510
48	0.849	1.299	1.677	1.789	1.926	2.011	2.111	2.407	2.682	3.505
49	0.849	1.299	1.677	1.788	1.925	2.010	2.110	2.405	2.680	3.500
50	0.849	1.299	1.676	1.787	1.924	2.009	2.109	2.403	2.678	3.496
60	0.848	1.296	1.671	1.781	1.917	2.000	2.099	2.390	2.660	3.460
70	0.847	1.294	1.667	1.776	1.912	1.994	2.093	2.381	2.648	3.435
80	0.846	1.292	1.664	1.773	1.908	1.990	2.088	2.374	2.639	3.416
90	0.846	1.291	1.662	1.771	1.905	1.987	2.084	2.368	2.632	3.402
100	0.845	1.290	1.660	1.769	1.902	1.984	2.081	2.364	2.626	3.390
120	0.845	1.289	1.658	1.766	1.899	1.980	2.076	2.358	2.617	3.373
140	0.844	1.288	1.656	1.763	1.896	1.977	2.073	2.353	2.611	3.361
180	0.844	1.286	1.653	1.761	1.893	1.973	2.069	2.347	2.603	3.345
200	0.843	1.286	1.653	1.760	1.892	1.972	2.067	2.345	2.601	3.340
500	0.842	1.283	1.648	1.754	1.885	1.965	2.059	2.334	2.586	3.310
1000	0.842	1.282	1.646	1.752	1.883	1.962	2.056	2.330	2.581	3.300
$\infty$	0.842	1.282	1.645	1.751	1.881	1.960	2.054	2.326	2.576	3.291

**Distribuição Normal : Valores de  $P(Z \leq z) = A(z)$**

**Segunda decimal de  $z$**

	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Parte inteira e primeira decimal de  $z$