ESCOLA DE ENGENHARIA DE LORENA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS BÁSICAS E AMBIENTAIS

Lista de Exercícios 2: Magnetismo e Ondas Eletromagnéticas

1. Na Fig.1, em (a) e (b), as porções retilíneas dos fios são supostas muito longas e a porção semicircular tem raio R. A corrente tem intensidade i. Calcule o campo $\vec{B}$ no centro P da porção semicircular, em ambos os casos.

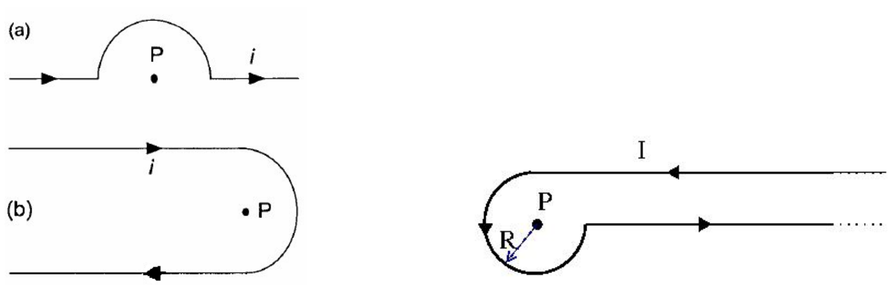


Figure 1: Exercícios 1 e 2

2. Uma parte de um fio infinito percorrido por uma corrente I é dobrado formando as 3/4 partes de uma circunferência de raio R resultando na forma mostrada na Fig.1. Calcule o campo magnético $\vec{B}$ no centro de curvatura P da figura.

3. Considere um solenóide com n voltas por unidade de comprimento, raio R, comprimento ℓ e conduzindo uma corrente I, cujo eixo coincide com o eixo z (uma extremidade está em $z = -\ell/2$ e a outra em $z = +\ell/2$). Como foi mostrado na aula, o campo magnético em um ponto no eixo z é dado por $B = \mu_0 nI/2(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$. Para $z \gg \ell$ e $z \gg R$, os ângulos θ_1 e θ_2 são muito pequenos.

   (a) Desenhe um diagrama e use-o para mostrar que, para estas condições, os ângulos podem ser aproximados por $\theta_2 \approx R/(z+\ell/2)$ e $\theta_1 \approx R/(z-\ell/2)$.

   (b) Usando estas aproximações, mostre que o campo magnético nos pontos do eixo z onde $z \gg \ell$ pode ser escrito como
   $$B = \frac{\mu_0 m_s}{4\pi\ell}\left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right), \tag{1}$$
   onde $r_1 = z - \ell/2$ e $r_2 = z + \ell/2$, e $m_s = nI\pi\ell R^2 = NI\pi R^2$ é a magnitude do momento magnético do solenóide.

4. Três fios longos, retilíneos e paralelos passam pelos vértices de um triângulo equilátero que tem lados iguais a, como mostrado na Fig.2. Um ponto indica que o sentido da corrente é para fora da página e uma cruz indica que o sentido da corrente é para dentro da página. Se as 3 correntes são iguais a I, determine

   (a) o campo magnético na posição do fio superior devido às correntes nos dois fios inferiores e

(b) a força por unidade de comprimento no fio superior.

5. Cinco fios infinitamente longos e paralelos estão situados ao longo da parte superior de uma circunferência de raio R, como mostra a Fig.2. Cada fio leva uma corrente I_i $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$ no sentido indicado na figura.

   (a) Calcule o campo magnético total da configuração mostrada na figura no centro da circunferência.

   (b) Se as 5 correntes fossem iguais a I, qual seria o campo total no centro da circunferência?

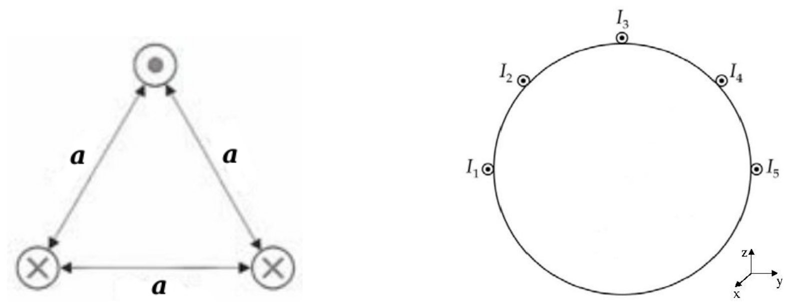


Figure 2: Exercícios 4 e 5

6. Um fio é moldado no formato de um quadrado de comprimento de lado L, como mostra a Fig.3. Mostre que quando a corrente na espira é I, o campo magnético no ponto P a uma distância x do centro do quadrado ao longo de seu eixo é

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I L^2}{2\pi(x^2 + L^2/4)\sqrt{x^2 + L^2/2}}\,\hat{x} \tag{2}$$

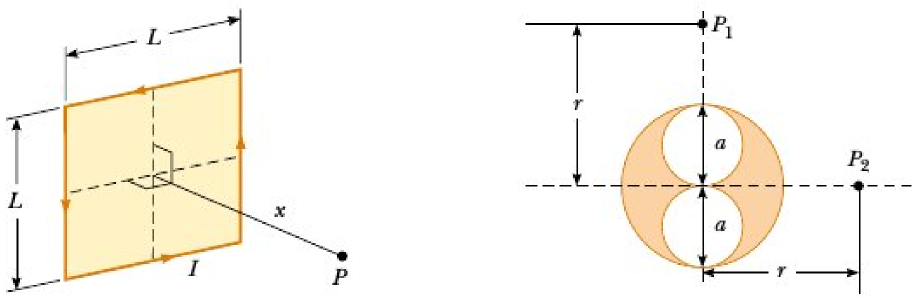


Figure 3: Exercícios 6 e 7

7. Um condutor longo e cilíndrico de raio a tem duas cavidades cilíndricas, cada uma com diâmetro a por todo seu comprimento, como mostrado na visualização de corte da Fig.3. Uma corrente I é direcionada para fora da página, e é uniforme por uma seção transversal do material condutor. Encontre o módulo e a direção do campo magnético em termos de μ_0, I, r e a nos pontos P_1 e P_2.

8. Uma partícula de carga q entra numa região de campo magnético uniforme $\vec{B}$ (direcionado entrando na página). O campo deflete a partícula uma distância d medida a partir da linha original de voo, como mostra a Fig.4.

(a) Qual é o sinal da carga da partícula?

(b) Em termos das grandezas dadas, escreva uma expressão para o momento linear da partícula.

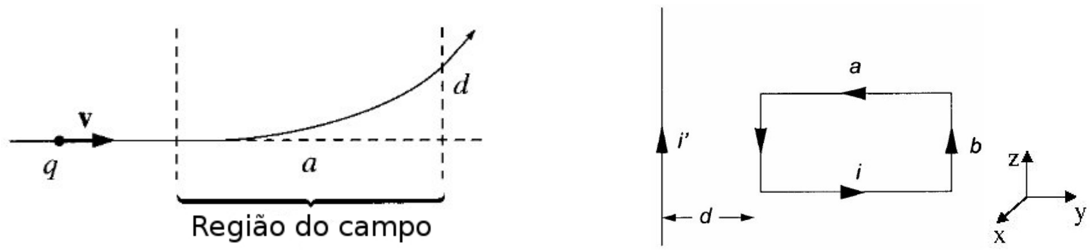


Figure 4: Exercícios 8 e 9

9. A espira retangular da Fig.4, de lados a e b, é percorrida por uma corrente i. Calcule a força $\vec{F}$ exercida sobre ela por um fio retilíneo muito longo, que transporta uma corrente i', situado à distância d da espira. Use os eixos mostrados na figura.

10. Considere uma espira na forma mostrada na Fig.5 levando uma corrente I. A espira está numa região de campo magnético uniforme $\vec{B} = -B\,\hat{x}$. Mostre que a força exercida na espira é zero.

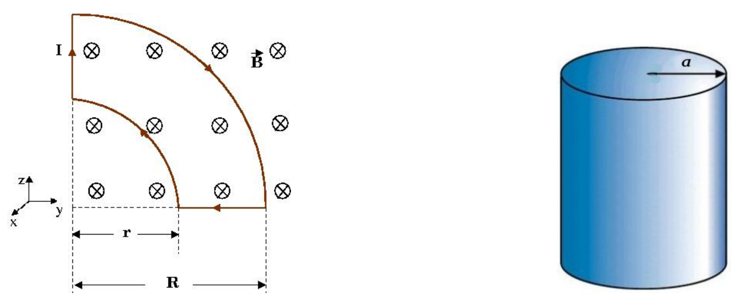


Figure 5: Exercícios 10 e 11

11. Uma corrente I passa por um fio cilíndrico muito longo de raio a, mostrado na Fig.5. Calcule o campo magnético nos seguintes casos:

    (a) Quando a corrente está uniformemente distribuída sobre a superfície exterior do fio.

    (b) Quando a distribuição de densidade de corrente é $J = kr$, sendo k uma constante positiva e r a distância medida a partir do eixo do fio cilíndrico.

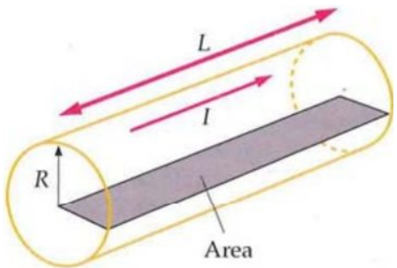
12. Uma longa casca cilíndrica tem raio interno a, raio externo b e conduz corrente I paralela ao eixo central. Considere que, no interior do material da casca, a densidade de corrente está uniformemente distribuída. Determine uma expressão para a magnitude do campo magnético para

    (a) $0 < r < a$

    (b) $a < r < b$

    (c) $r > b$

13. Um condutor cilíndrico longo com raio R e comprimento L conduz uma corrente I, uniformemente distribuída sobre a seção reta do condutor. Determine o fluxo magnético por unidade de comprimento através da área indicada na Fig.6.



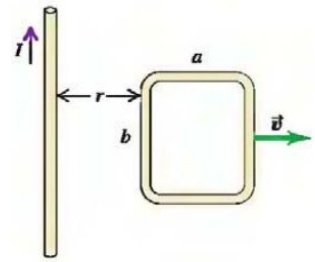


Figure 6: Exercícios 13 e 14

14. Na Fig.6, a espira está sendo puxada para a direita a uma velocidade escalar constante v. Uma corrente constante I flui pelo fio longo, no sentido indicado.

    (a) Calcule o módulo da $\mathcal{E}$ induzida resultante na espira. Faça isso de duas formas: i) usando a lei de Faraday da indução, e ii) analisando a $\mathcal{E}$ induzida em cada segmento da espira em função do seu movimento.

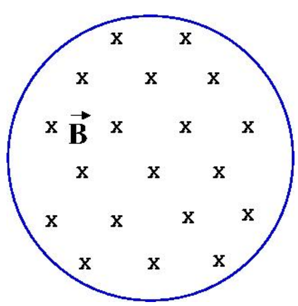
    (b) Determine o sentido (horário ou antihorário) da corrente induzida na espira. Faça isso de duas formas: i) usando a lei de Lenz e ii) usando a força magnética sobre as cargas na espira.

    (c) Confira sua resposta para a $\mathcal{E}$ no item (a) nos seguintes casos especiais, para verificar se é razoável em termos físicos: i) a espira está estática; ii) a espira é muito delgada, portanto $a \to 0$; iii) a espira fica muito distante do fio.

15. Uma espira circular de fio flexível de ferro possui uma circunferência inicial c_0, que diminui com uma velocidade constante v_c devido a uma força tangencial que puxa o fio. A espira está imersa em um campo magnético uniforme e constante B, orientado perpendicularmente ao plano da espira, como mostra a Fig.7.

    (a) Calcule a $\mathcal{E}$ induzida na espira após t segundos transcorridos.

    (b) Qual é o sentido da corrente induzida na espira na figura? Justifique sua resposta.



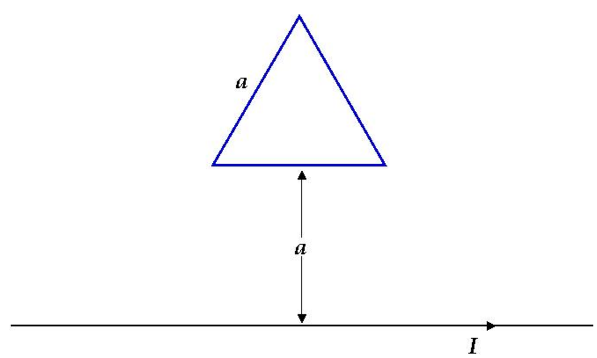


Figure 7: Exercícios 15 e 16

16. Uma espira de fio na forma de um triângulo equilátero de lado a e um fio muito longo e reto transportando uma corrente I, estão sobre uma mesa, como mostra a Fig.7.

    (a) Determine o fluxo magnético na espira devido à corrente I.

(b) Suponha que a corrente esteja mudando com o tempo de acordo com $I = I_0 e^{\alpha t}$, sendo $\alpha > 0$ e $I_0 > 0$. Determine a força eletromotriz que é induzida na espira e a direção da corrente induzida no triângulo (faça um desenho e justifique).

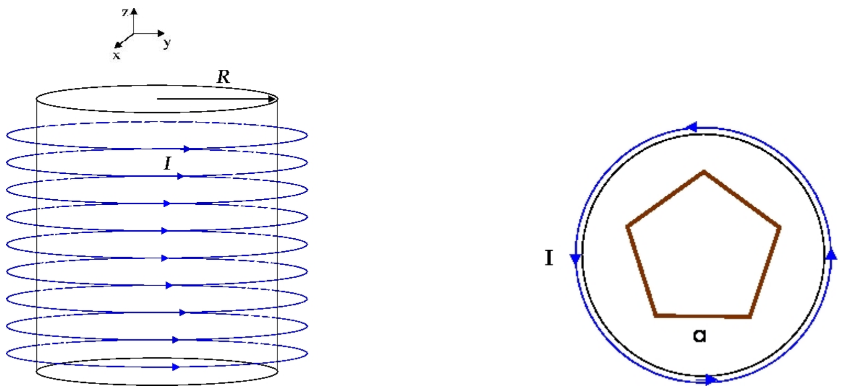


Figure 8: Exercício 17

17. Um solenóide muito comprido de raio R e n voltas por unidade de comprimento, leva uma corrente I, como mostra a Fig.8. Uma bobina na forma de pentágono regular de lado a, N espiras e resistência $\mathcal{R}$ é colocada dentro do solenóide como mostra a Fig.8. Esta figura corresponde a uma vista do plano XY desde a região positiva do eixo z.

   (a) Mostre que o fluxo do campo interno do solenóide através da bobina é:

$$\Phi = \frac{5}{4}\mu_0 N n I \frac{a^2}{\tan(\pi/5)} \,. \tag{3}$$

   (b) Se a corrente no solenóide varia com o tempo de acordo com $I = I_0 e^{-bt}$, sendo I_0 e b duas constantes positivas, mostre que a corrente induzida na bobina é

$$I' = \frac{5}{4}\frac{\mu_0 N n I}{\mathcal{R}} \frac{a^2 b}{\tan(\pi/5)} \,, \tag{4}$$

   e determine o sentido desta corrente (mesmo sentido ou sentido contrário à corrente I no solenóide), justificando sua resposta.

18. Considere dois fios infinitos levando correntes I de sentidos opostos, como mostrado na Fig.9, separados uma distância h. Uma espira retangular de lados a e b e resistência R descansa no meio da distância entre os fios.

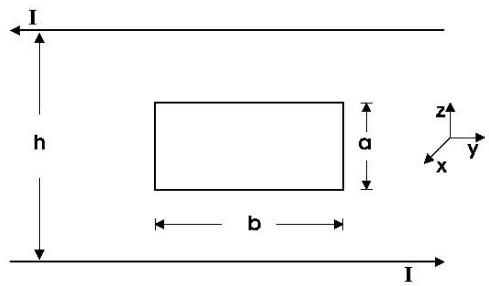
   (a) Calcule o fluxo do campo magnético dos fios que passa através da espira.

   (b) Se a corrente varia no tempo como $I = I_0 e^{-ft}$, sendo I_0 e f constantes positivas, determine a corrente induzida na espira e o sentido desta. Justifique sua resposta.

19. Uma espira retangular de lados a e b de resistência R cai num plano vertical e atravessa uma camada onde existe um campo magnético $\vec{B}$ uniforme e horizontal, como mostra a Fig.9.

   (a) Obtenha a força magnética $\vec{F}$ que atua sobre a espira enquanto ela ainda está penetrando no campo, num instante em que sua velocidade de queda é $\vec{v}$.

   (b) Repita o cálculo num instante posterior, em que a espira ainda está saindo do campo e sua velocidade é $\vec{v}'$.



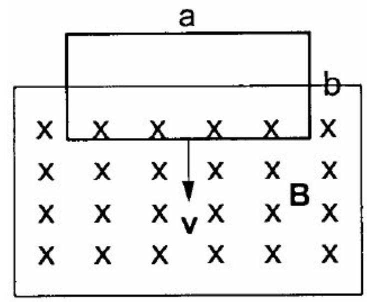
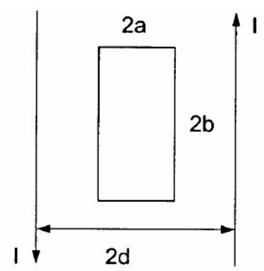


Figure 9: Exercícios 18 e 19

20. Uma pequena espira circular de raio a e resistência R desliza com velocidade v constante ao longo do eixo de outra espira circular de raio $b \gg a$ percorrida por uma corrente I, aproximando-se dela, com os planos das duas espiras paralelos. Calcule a corrente induzida na espira de raio a para uma distância $z \gg a$ entre os centros das duas espiras. Qual é o sentido relativo das correntes nas duas espiras?

21. Uma espira retangular de lados $2a$ e $2b$ está no mesmo plano que um par de fios paralelos muito longos que transportam uma corrente I em sentidos opostos (um é o retorno do outro). O centro da espira está equidistante dos fios, cuja separação é $2d$, como mostra a Fig.10. Calcule a indutância mútua entre a espira e o par de fios.



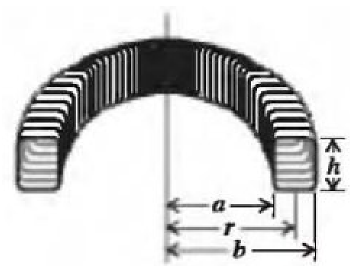


Figure 10: Exercícios 21 e 23

22. Uma espira circular de raio a tem no seu centro uma outra espira circular de raio $b \ll a$. Os planos das duas espiras formam entre si um ângulo θ. Calcule a indutância mútua entre elas.

23. Um dado solenóide toroidal possui uma seção reta retangular, como mostra a Fig.10. Ele contém ar em seu núcleo e N espiras uniformemente espaçadas. Considerando que o campo magnético dentro de um toróide não é uniforme ao longo da seção reta ($B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$)

    (a) Mostre que o fluxo magnético através da seção reta do toróide é dado por

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 N^2 I h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \tag{5}$$

    (b) Mostre que a indutância do toróide é dada por

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \tag{6}$$

(c) Mostre que quando $(b-a) \ll a$, a indutância pode ser escrita aproximadamente como

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h(b-a)}{2\pi a} \tag{7}$$

24. Usando as equações de Maxwell no vácuo, mostre que o campo elétrico e o campo magnético obedecem a equação de onda tridimensional. Pode ser útil a identidade: $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{X}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{X}) - \nabla^2 \vec{X}$, para qualquer vetor $\vec{X}$.

25. Mostre que o potencial vetor $\vec{A}$ e o potencial escalar elétrico V satisfazem a equação tridimensional de ondas inomogênea quando a condição de calibre de Lorentz

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \tag{8}$$

é imposta.

26. Seja $\vec{B} = B_0[1 + \operatorname{sen}(kx + \omega t)]\,\hat{y}$, com B_0 uma constante positiva, o campo magnético correspondente a certa onda eletromagnética plana se propagando no vácuo.

(a) Usando as equações de Maxwell sem fontes calcule o campo elétrico correspondente a esta onda.

(b) Calcule o vetor de Poynting $\vec{S}$ correspondente.

(c) Em que direção está se propagando a onda? Justifique.