População e amostra

BIOESTATÍSTICA

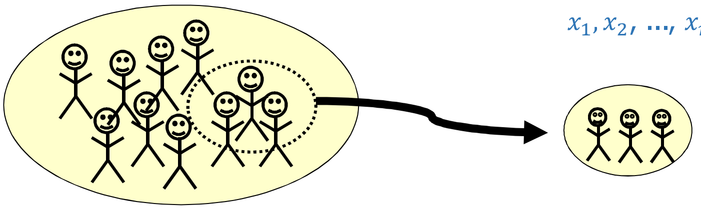
Seja X uma variável aleatória (quantitativa) de interesse

Na população (tamanho N):

$X_1, X_2, \ldots, X_N$

Na amostra (tamanho n):

$x_1, x_2, \ldots, x_n$



μ é a média de X na população $= E(X)$

σ^2 é a variância de X na população $= VAR(X)$

$\bar{X}$ é a média de X na amostra

S^2 é a variância de X na amostra

GLEICE M S CONCEIÇÃO
FSP - USP

População e amostra

BIOESTATÍSTICA

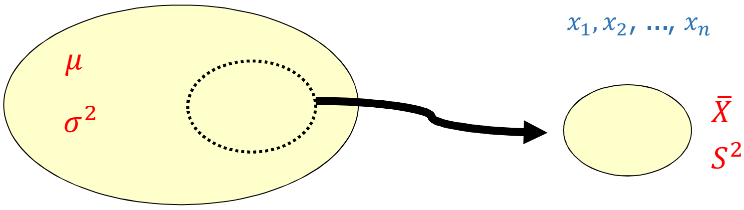
Seja X uma variável aleatória (quantitativa) de interesse

Na população (tamanho N):

$X_1, X_2, \ldots, X_N$

Na amostra (tamanho n):

$x_1, x_2, \ldots, x_n$



$$E(X) = \mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} \qquad VAR(X) = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \mu)^2}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

GLEICE M S CONCEIÇÃO
FSP - USP

Esperança e variância de uma variável aleatória

BIOESTATÍSTICA

Na população (tamanho N)

$E(X)$ é a média de X na população, que também chamamos de μ

$$E(X) = \mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$$

$VAR(X)$ é a variância de X na população, que também chamamos de σ^2

$$VAR(X) = \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \mu)^2}{N}$$

Na amostra (tamanho n)

$\bar{X}$ é a média de X na amostra, que usamos para estimar μ

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

S^2 é a variância de X na amostra, que usamos para estimar σ^2

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

GLEICE M S CONCEIÇÃO
FSP - USP

Algumas propriedades da Esperança e da Variância

BIOESTATÍSTICA

Sejam X_1 e X_2 variáveis aleatórias. Então:

- ✓ $E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2)$
- ✓ $E(X_1 - X_2) = E(X_1) - E(X_2)$

Além disso, se X_1 e X_2 forem **independentes**:

- ✓ $VAR(X_1 + X_2) = VAR(X_1) + VAR(X_2)$
- ✓ $VAR(X_1 - X_2) = VAR(X_1) + VAR(X_2)$

GLEICE M S CONCEIÇÃO
FSP - USP

Esperança e variância de uma variável aleatória

BIOESTATÍSTICA

$E(X)$ ou μ também é a média ou o valor esperado de X em um modelo teórico.

Por exemplo, se lançarmos uma moeda honesta 10 vezes, qual é o valor esperado do número de caras?

$E(X) = \mu = 5$ Isto é, o número de vezes que lançamos a moeda (n) multiplicado pela probabilidade de se obter cara (p)

Trata-se do modelo Binomial, em que E(X)=np

Cada distribuição de probabilidade tem sua própria esperança e variância.

GLEICE M S CONCEIÇÃO
FSP - USP

Esperança e Variância para os principais modelos discretos

	E(X)	Var(X)
Uniforme(k)	$\sum_{i=1}^{k} x_i \Big/ k$	$1/k\left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)^2 \Big/ k\right)$
Bernoulli(p)	p	p(1-p)
Binomial(n,p)	np	np(1-p)
Poisson(λ)	λ	λ

Esperança de uma v.a. discreta

BIOESTATÍSTICA

Dada a variável aleatória discreta X, assumindo os valores $x_1, x_2, \ldots, x_n$, chamamos valor médio ou esperança matemática de X ao valor

$$E(X) = \mu = \sum_{i=1}^{n} x_i\, P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

GLEICE M S CONCEIÇÃO
FSP - USP

Variância de uma v.a. discreta

BIOESTATÍSTICA

Dada a variável aleatória discreta X, assumindo os valores $x_1, x_2, \ldots, x_n$, chamamos variância de X ao valor

$$Var(X) = \sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} [x_i - E(X)]^2 P(X = x_i) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} [x_i - E(X)]^2 p_i$$

GLEICE M S CONCEIÇÃO
FSP - USP

Esperança de uma v.a. contínua

BIOESTATÍSTICA

Dada uma v.a. X, com função densidade de probabilidade f(x), a esperança de X será dada por

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\, dx$$

Variância de uma v.a. contínua

BIOESTATÍSTICA

A variância de X será dada por

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(X))^2 f(x)\, dx$$

O desvio padrão de X, DP(X), é definido como a raiz quadrada positiva da variância

Distribuição Normal (μ, σ^2)

Uma variável aleatória (v.a.) X terá distribuição Normal com parâmetros μ e σ^2, se a sua função densidade de probabilidade (f.d.p.) for dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < \infty$$

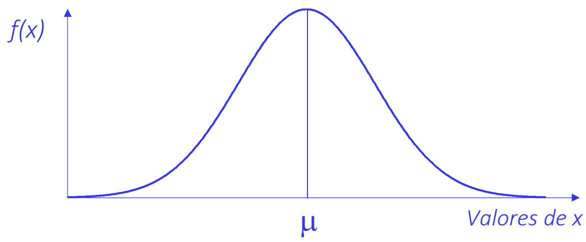
Pode ser mostrado que:

$E(X) = \mu$

$Var(X) = \sigma^2$

Notação:

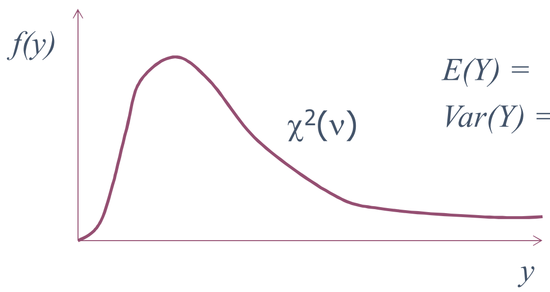
$X \sim N(\mu, \sigma^2)$



GLEICE M S CONCEIÇÃO
FSP - USP

Distribuição Qui-quadrado (χ^2)

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\nu/2)2^{\nu/2}} y^{\nu/2-1} e^{-x/2}, & y > 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases}$$



$E(Y) = \nu$

$Var(Y) = 2\nu$

GLEICE M S CONCEIÇÃO
FSP - USP

Distribuição t de Student

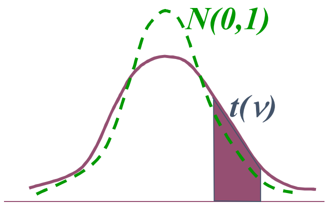
Seja Z uma v.a. com distribuição N(0,1) e Y uma v.a. com distribuição $\chi^2(\nu)$, com Z e Y independentes. Então a v.a.

$$t = \frac{Z}{\sqrt{Y/\nu}}$$

tem função densidade dada por

$$f(t) = \frac{\Gamma((\nu+1)/2)}{\Gamma(\nu/2)\sqrt{\pi\nu}}\left(1+t^2/\nu\right)^{-(\nu+1)/2},$$

$$-\infty < t < \infty$$



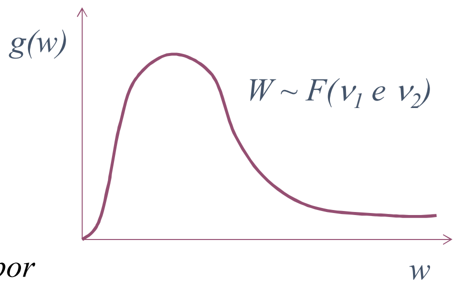
$E(t) = 0$

$Var(t) = \nu/(\nu-2)$

GLEICE M S CONCEIÇÃO
FSP - USP

Distribuição F de Snedecor

Sejam U e V duas variáveis aleatórias com distribuição χ^2 com ν_1 e ν_2 graus de liberdade, respectivamente.
Então, a v.a.



$$W = \frac{U/\nu_1}{V/\nu_2}$$

tem função densidade dada por

$$g(w;\nu_1,\nu_2) = \frac{\Gamma((\nu_1+\nu_2)/2)}{\Gamma(\nu_1/2)\Gamma(\nu_2/2)}\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\nu_1/2}\frac{w^{(\nu_1-2)/2}}{(1+\nu_1 w/\nu_2)^{(\nu_1+\nu_2)/2}}, w>0$$

$$E(W) = \frac{\nu_2}{\nu_2 - 2} \qquad Var(W) = \frac{2\nu_2^2(\nu_2+\nu_2-2)}{\nu_1(\nu_2-2)^2(\nu_2-4)}$$

GLEICE M S CONCEIÇÃO
FSP - USP