Eletromagnetismo

4300372

F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

Guilherme Germano (monitor)

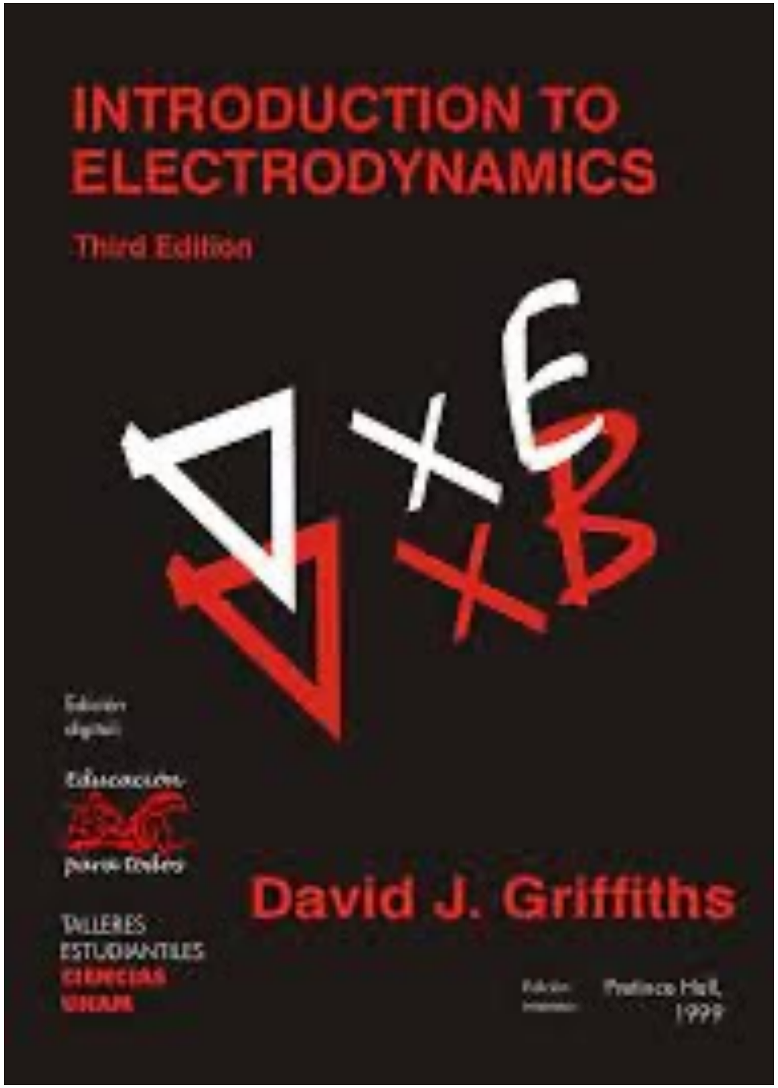
guilherme.germano@usp.br

edisciplinas.if.usp.br

Plano do Curso

16/08	13/09	11/10	08/11
19/08	16/09	14/10	11/11
23/08	20/09 P1	18/10	15/11
26/08	23/09	21/10 P2	18/11
30/08	27/09	25/10	22/11
02/09	30/09	28/10	25/11
06/09	04/10	01/11	29/11 P3
09/09	07/10	04/11	02/12 ex
			06/12 Sub

Bibliografia



Capítulo 2 : eletrostática

Capítulo 5 : magnetostática

Capítulo 7 : eletrodinâmica

Capítulo 8 : leis de conservação

Capítulo 9 : ondas eletromagnéticas

Capítulo 10 : campos e potenciais

Capítulo 11 : radiação

Bibliografia

Física 3

Maria José Bechara
José Luciano Miranda Duarte
Manoel Roberto Robilotta
Suzana Salem Vasconcelos
Instituto de Fisica da Universidade de São Paulo

São Paulo, 5 de fevereiro de 2020

Lei de Coulomb

Charles Coulomb
(1736 – 1806)

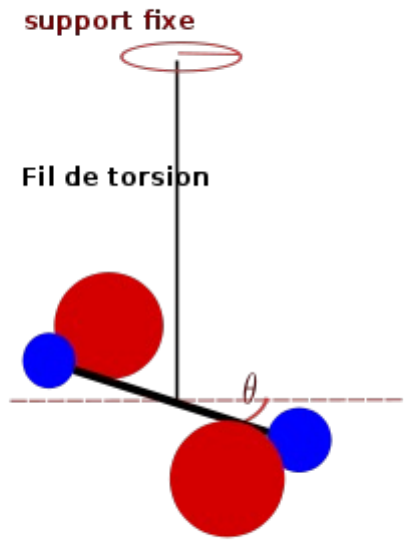
Engenheiro militar e físico experimental

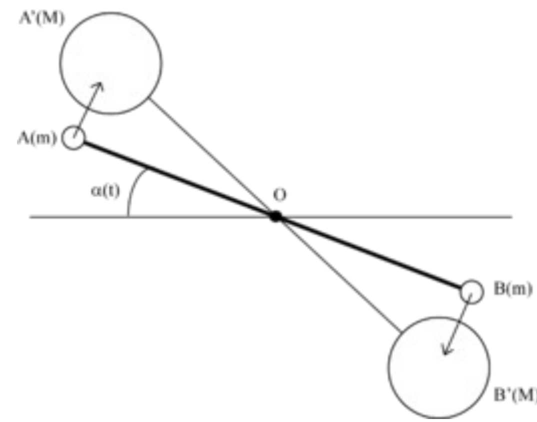
9 anos na Martinica (praia, caribe...)

Casou em 1802

1785-1789: trabalhos importantes sobre eletricidade

Força entre cargas com a balança de torção :



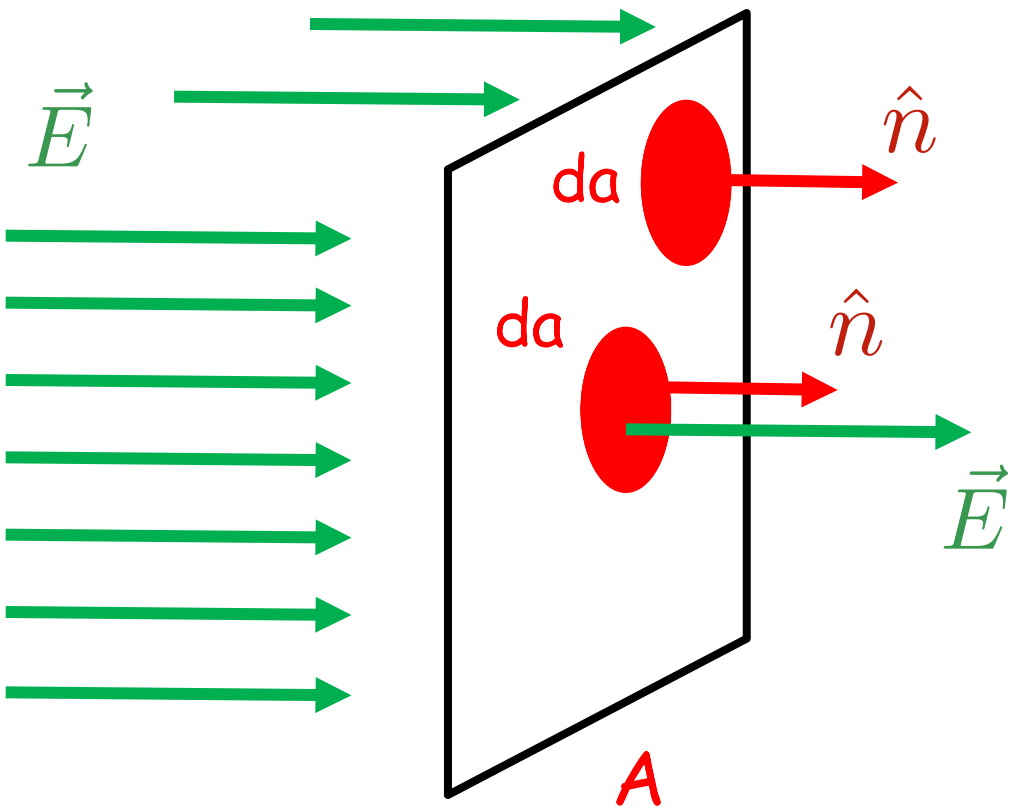


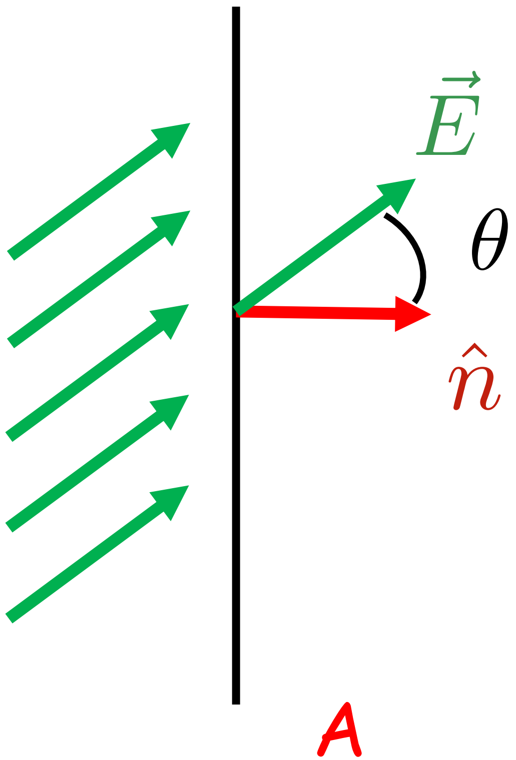
$$F = \frac{K \,.\, |Q_1| \,.\, |Q_2|}{d^2}$$

Forte Bourbon, na Martinica. Projetado por Coulomb

Fluxo de campo elétrico
e
Lei de Gauss

Fluxo de campo elétrico através de uma superfície





Fluxo elétrico :

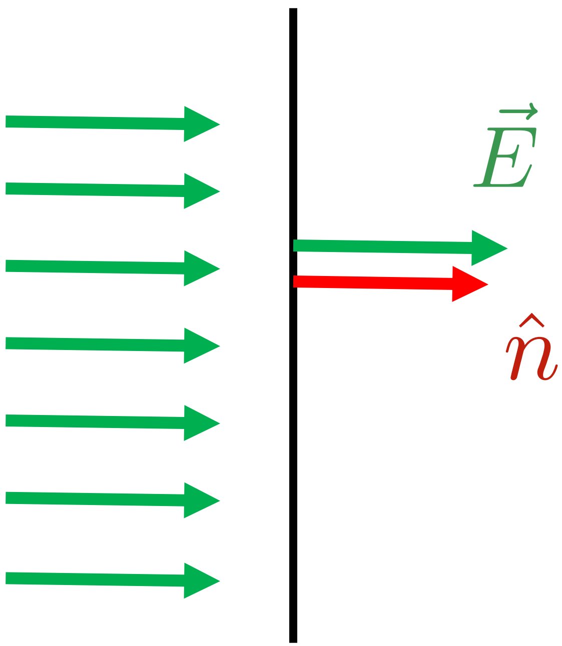
$$\Phi = \int_A \vec{E} \,.\, \hat{n} \, da$$

$$\vec{E} \,.\, \hat{n} = E \, cos\theta$$

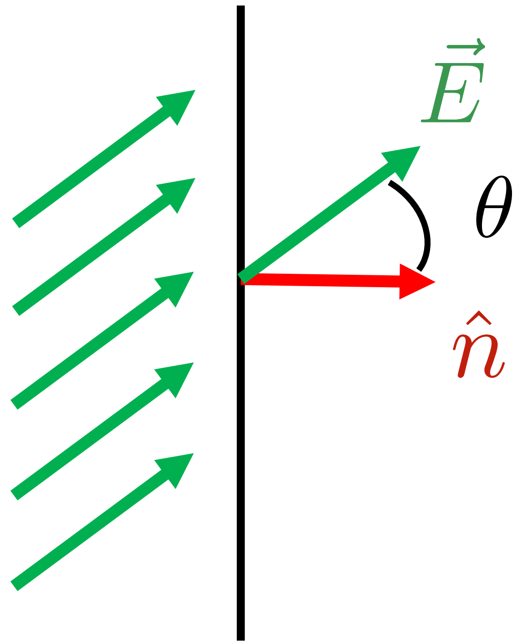
É uma medida de quanto a superfície é "furada" pelas flechas

Fluxo elétrico

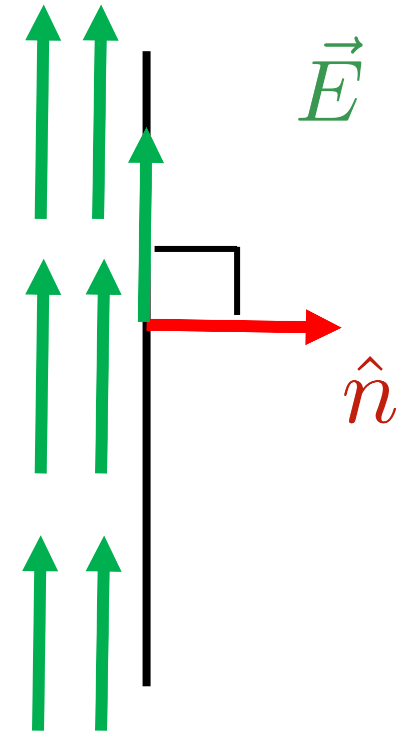
$$\Phi = \int_A \vec{E}\,.\,\hat{n}\,da \qquad \vec{E}\,.\,\hat{n} = E\,cos\theta$$



Fura muito
(o máximo)



Fura menos



Não fura
(o mínimo)

$$cos\,\theta = 1 \quad E = const$$

$$\Phi = \int_A E\,da = E\,A$$

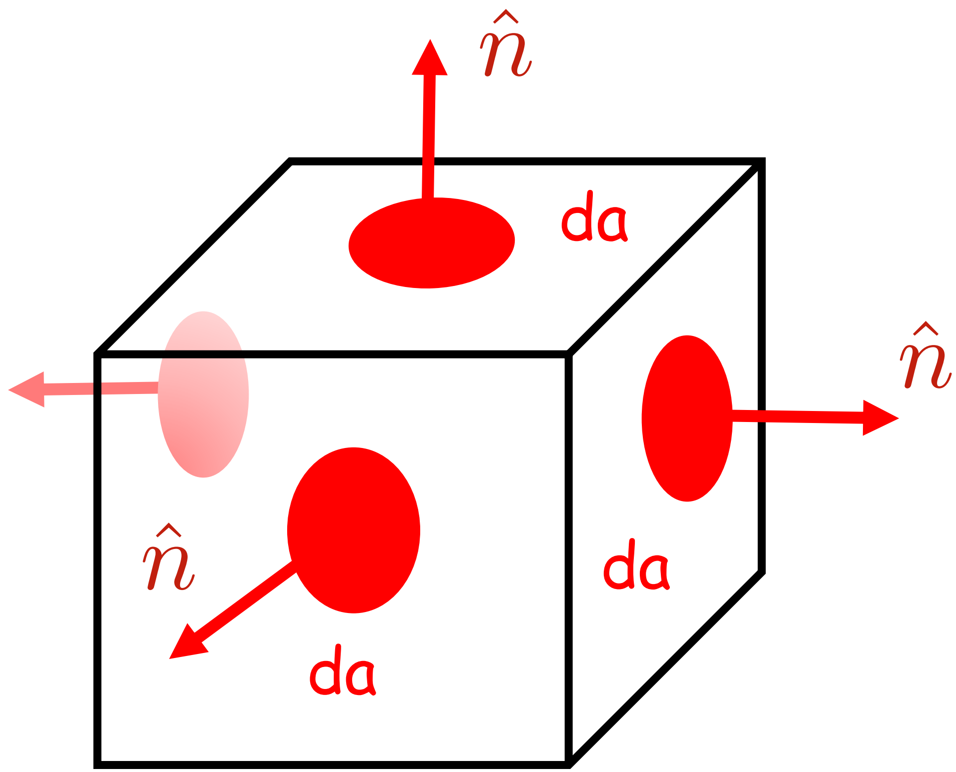
$$cos\,\theta = 0$$

$$\Phi = 0$$

Fluxo elétrico através e uma superfície fechada

$$\Phi = \oint_A \vec{E}\,.\,\hat{n}\,da$$

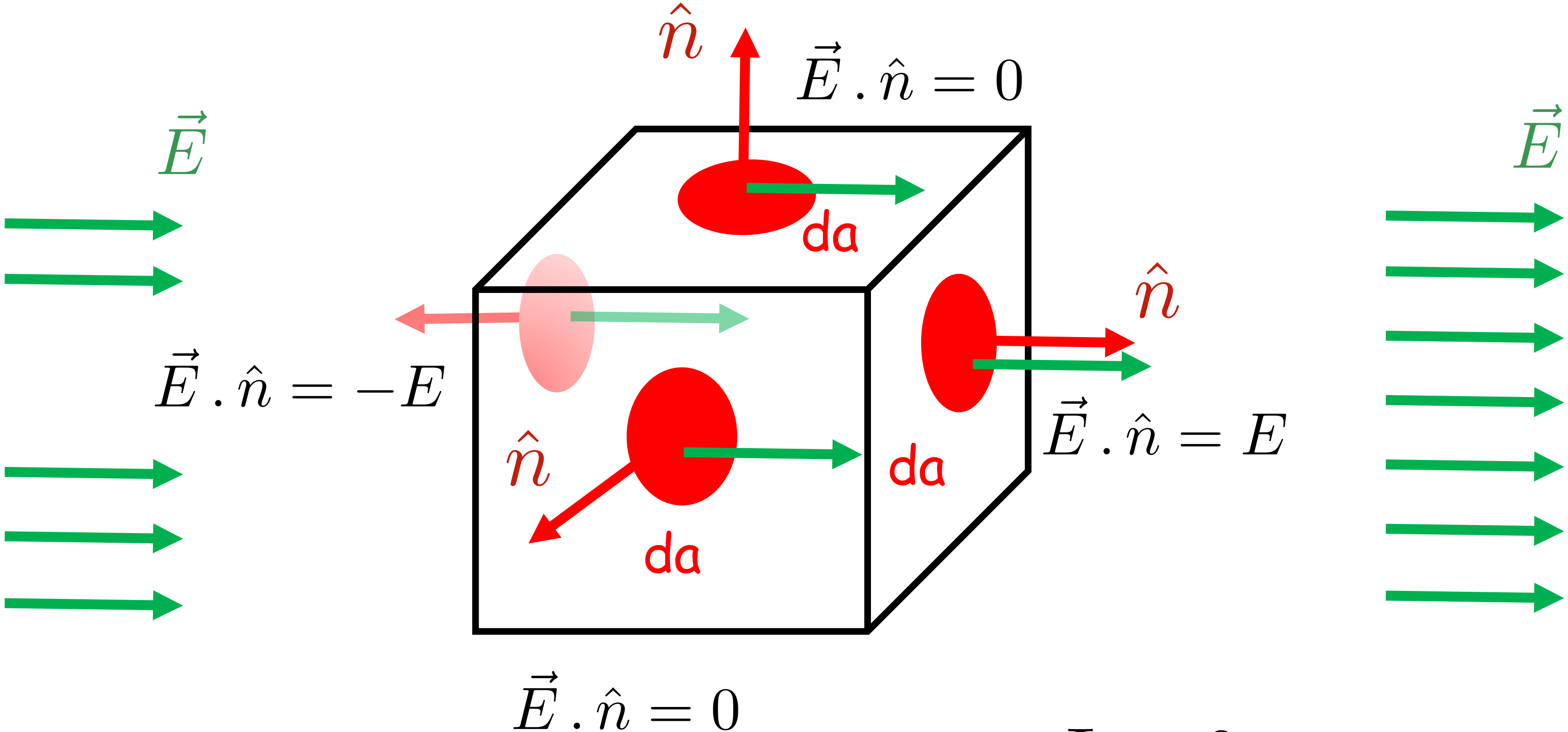
A integral é sobre toda a área fechada.



Dois casos especiais:

O campo elétrico é constante e não há carga dentro da caixa

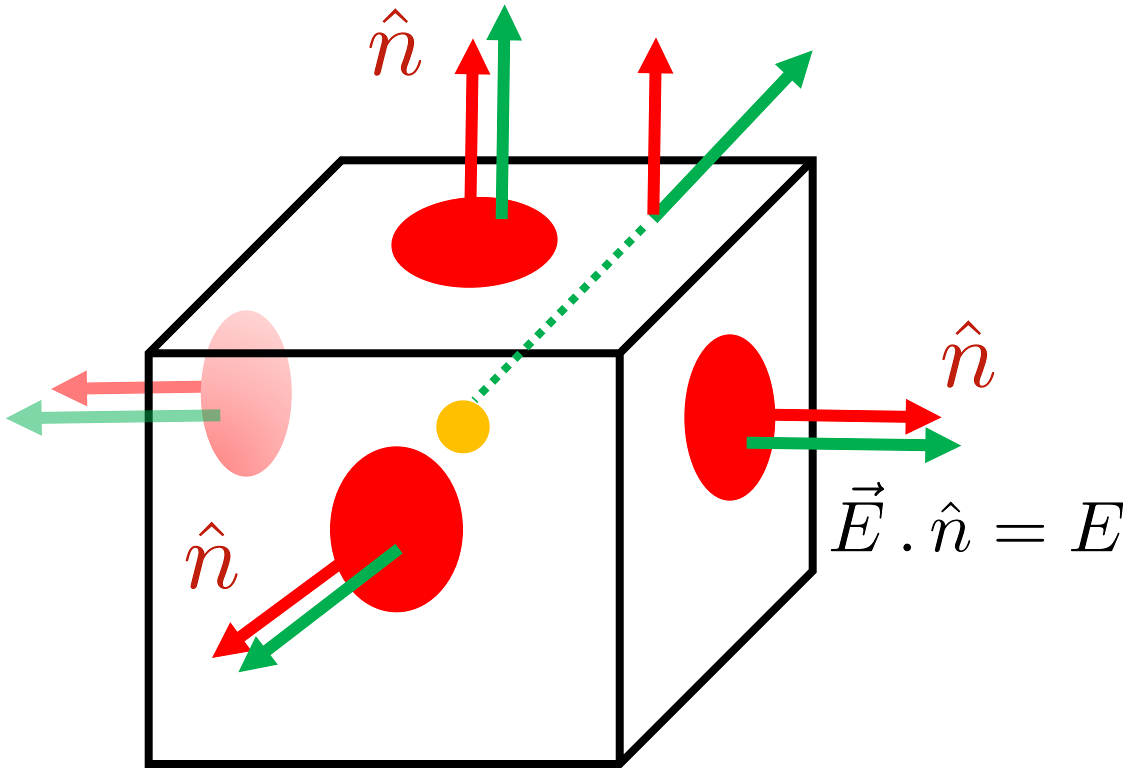
$$\Phi = \oint_A \vec{E}\,.\,\hat{n}\, da \qquad \vec{E}\,.\,\hat{n} = E\, cos\theta$$



$$\Phi = 0$$

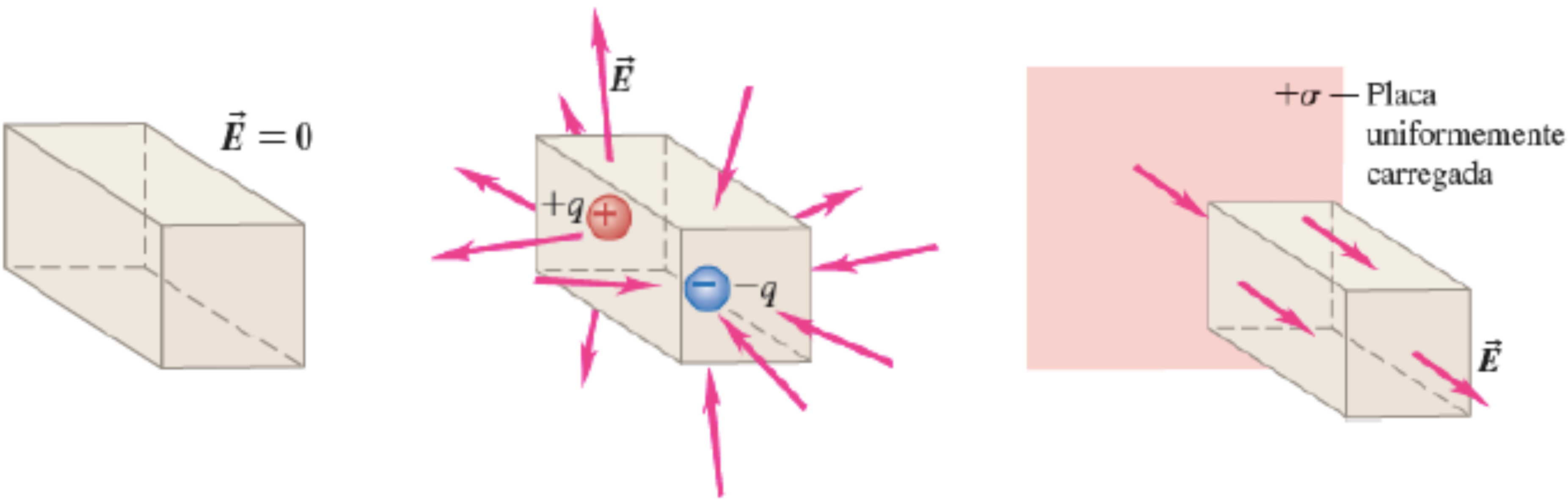
Há uma carga no centro da caixa

$$\Phi = \oint_A \vec{E} \,.\, \hat{n} \, da$$



$$\Phi > 0$$

- Se não existem cargas no interior de uma superfície fechada, se a carga total for zero ou se existe uma distribuição de cargas fora da caixa o fluxo elétrico através dela é zero.



Lei de Gauss

Carl Gauss
(1777 - 1855)

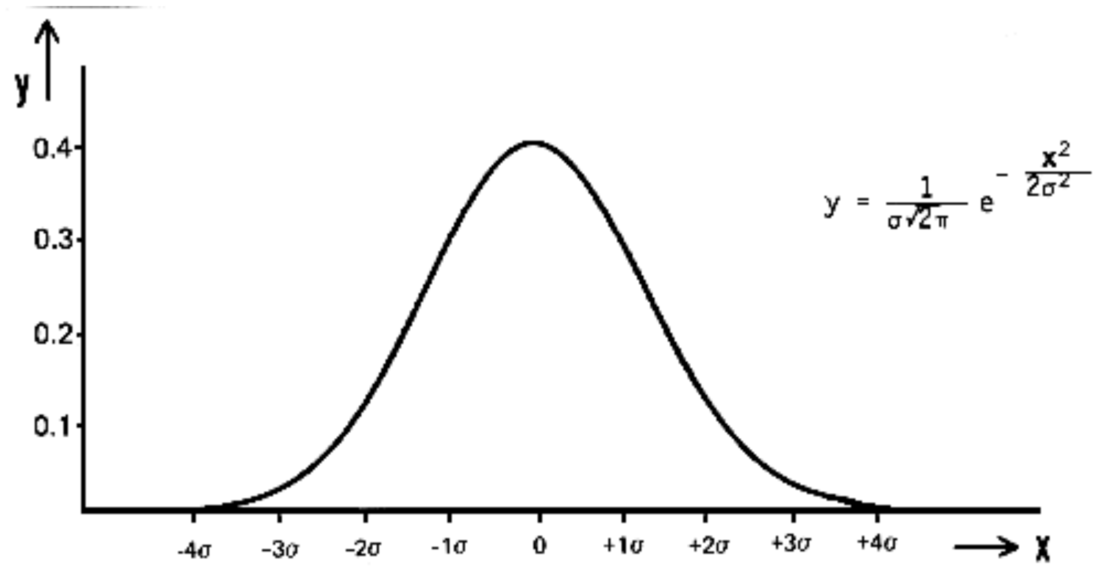
Pobre, filho de pedreiro

Reconhecido gênio
aos 10 anos

Educação paga
pelo duque

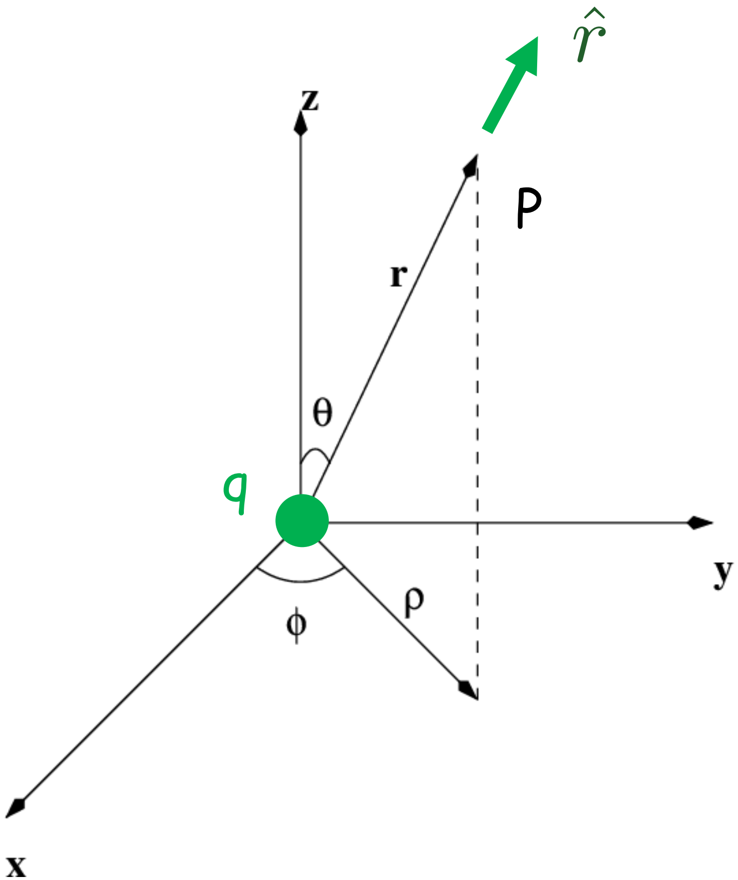
"Príncipe dos matemáticos"

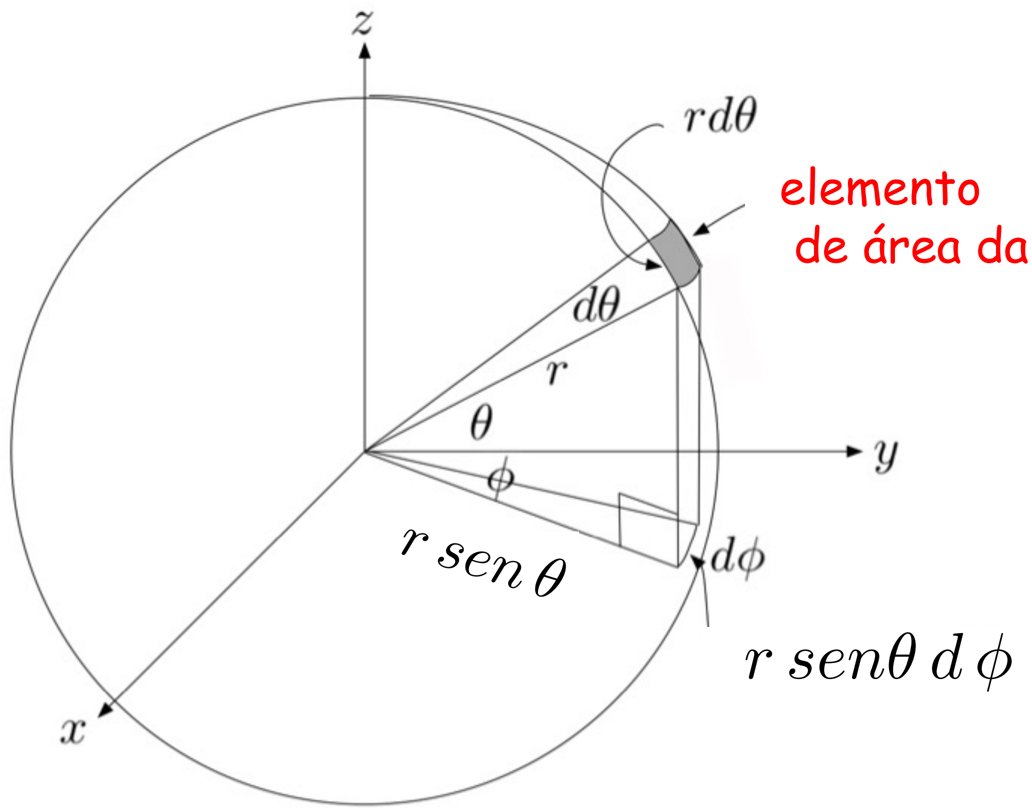
Inventou a "gaussiana" :



Línguas, astronomia, eletromagnetismo...

Coordenadas esféricas

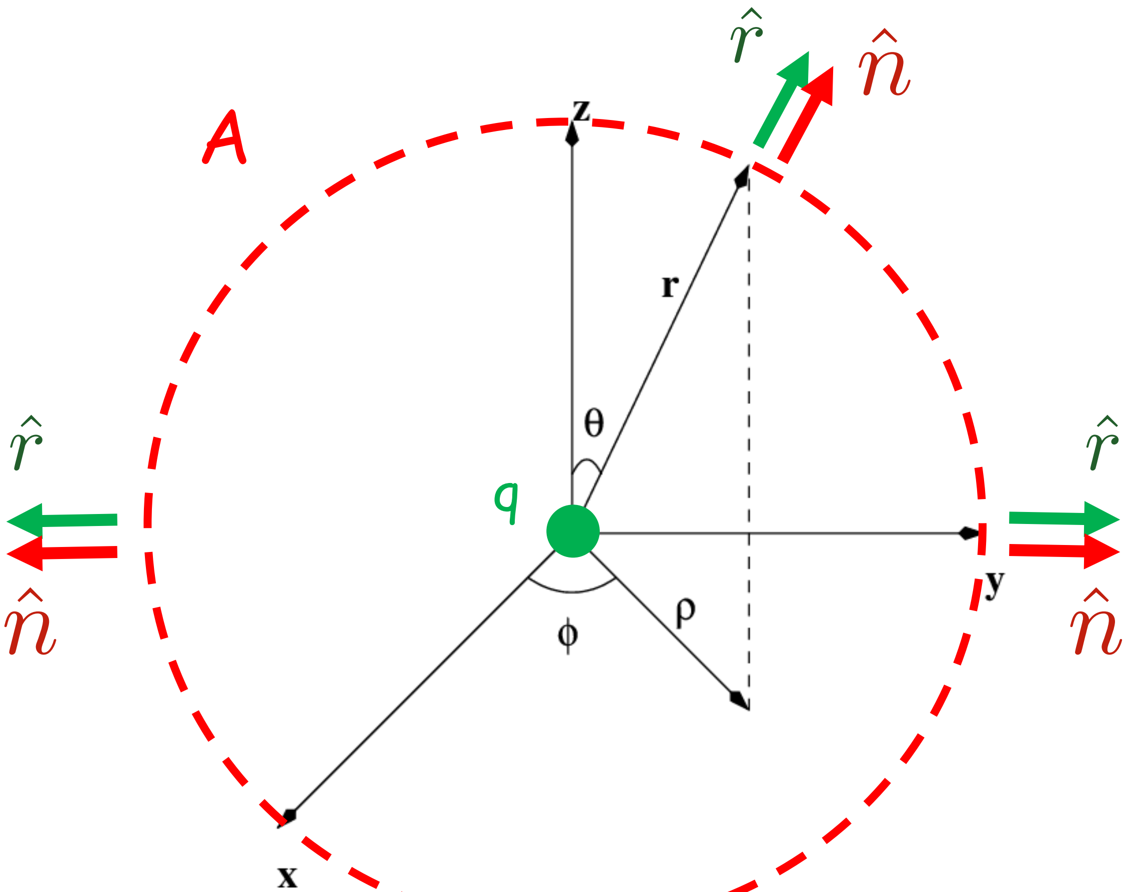




$$da = r\,d\,\theta\ r\,sen\,\theta\,d\,\phi$$

Campo elétrico no ponto P gerado por uma carga na origem

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}\hat{r}$$



$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}\hat{r}$$

$$\hat{n} = \hat{r}$$

$$\vec{E}.\hat{n} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}\hat{r}.\hat{r}$$

$$\vec{E}.\hat{n} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}$$

$$da = r\,d\theta\ r\,sen\,\theta\,d\,\phi$$

$$\Phi = \oint_A \vec{E}\,.\,\hat{n}\,da \ = \underbrace{\int_0^{2\pi} d\phi}_{2\,\pi}\ \underbrace{\int_0^{\pi} sen\,\theta\,d\theta}_{2}\ \cancel{r^2}\quad \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\cancel{r^2}} \quad = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$d\vec{a} = \hat{n}\, da \qquad\qquad Q_e = q$$

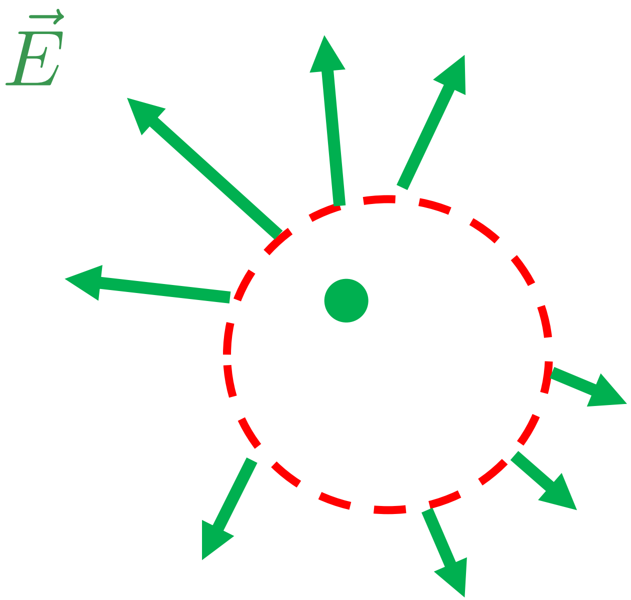
"carga envolvida"

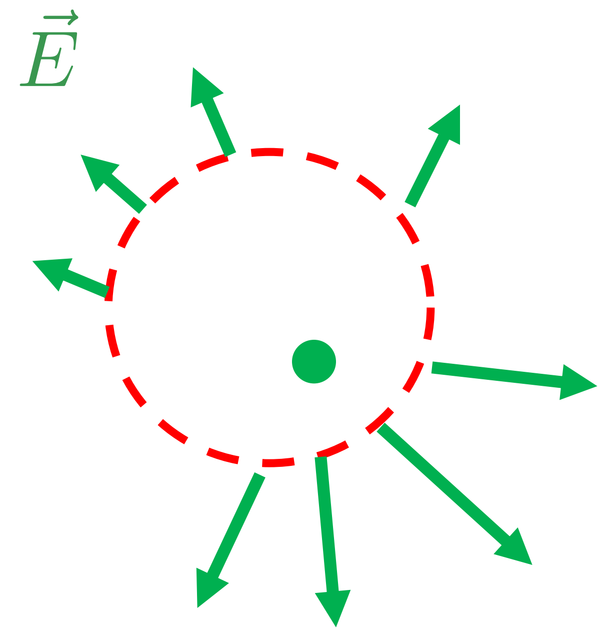
$$\oint_A \vec{E}\,.\,\hat{n}\, da = \oint_A \vec{E}\,.\, d\vec{a} = \frac{Q_e}{\epsilon_0}$$

Fluxo é proporcional à "carga envolvida"

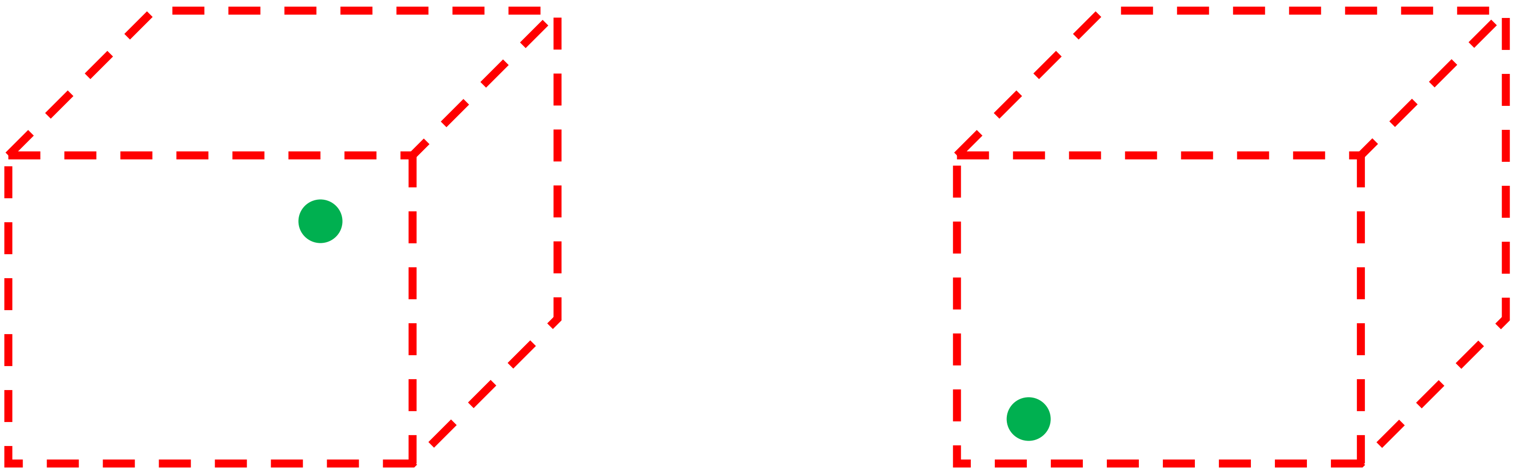
Observações

1) O resultado desta integral é o mesmo se a carga não estiver no centro !

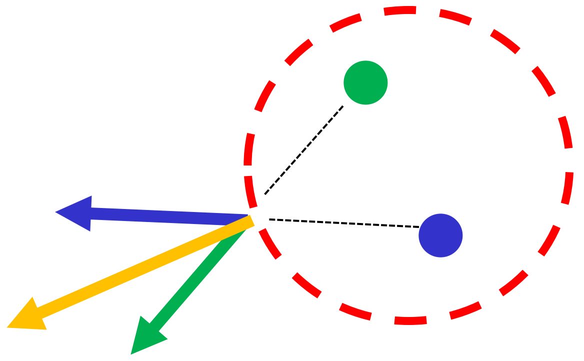




2) O resultado desta integral é o mesmo se a superfície for diferente !



3) Se houverem várias cargas usamos o princípio da superposição !



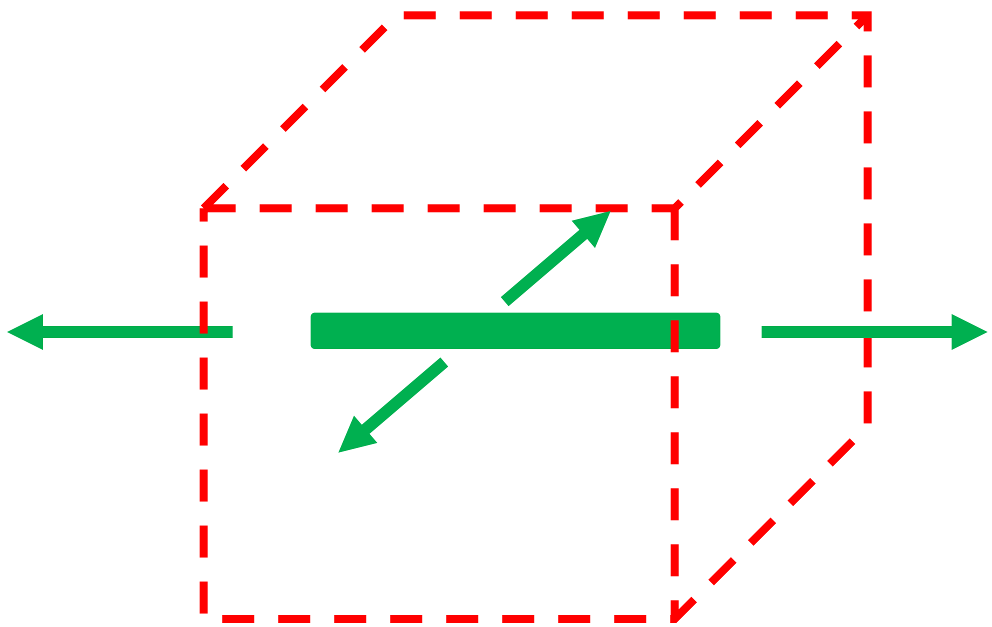
Campo de n cargas:

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E}_i$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \sum_{i=1}^{n} \left(\oint \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{a} \right) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{\epsilon_0} q_i \right)$$

Carga total envolvida, contida no volume, "enclosed" = $Q_e = Q_{enc}$

4) Se a carga envolvida estiver distribuida continuamente, calculamos E e depois o fluxo



Lei de Gauss

$$\oint_{\mathcal{S}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{\text{enc}},$$

G68

Esta é a lei de Gauss na forma integral !

S é a chamada de superfície gaussiana: ela envolve a carga elétrica

A carga elétrica envolvida é chamada Q_{enc} ou Q_e ou carga interna Q_{int}

Como usar ?

Quando o problema tem simetria, podemos descobrir a direção e sentido do campo elétrico. Também sabemos escolher a superfície gaussiana e sabemos qual é Q_{enc} . Não sabemos o módulo de E (incógnita dentro da integral!)

Usamos a Lei de Gauss para calcular o módulo do campo elétrico !!!

Lei de Gauss na forma diferencial

Capítulo 1 do Griffiths é sobre a matemática do eletromagnetismo

O operador Nabla :

$$\boxed{\nabla = \hat{\mathbf{x}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{z}}\frac{\partial}{\partial z}.}$$

Pode atuar numa função escalar T(x,y,z):

$$\nabla T = \left(\hat{\mathbf{x}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{z}}\frac{\partial}{\partial z}\right) T$$

Gradiente de T

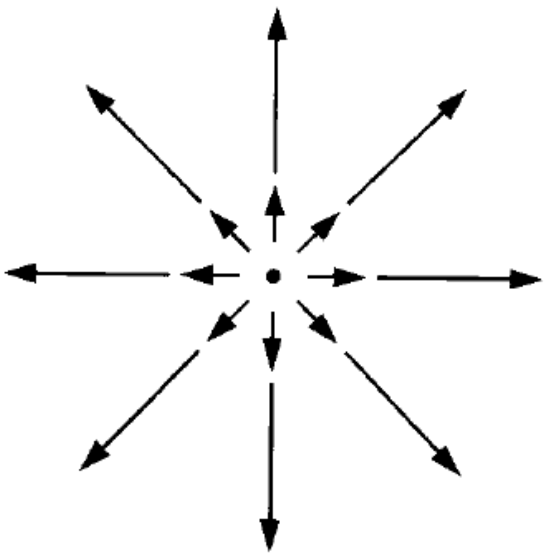
Pode atuar num vetor v(x,y,z):

G17 - G18

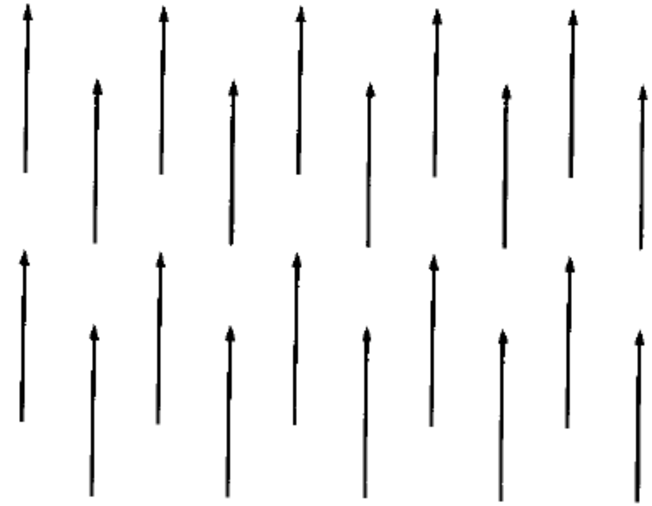
$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v} &= \left(\hat{\mathbf{x}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{z}}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot (v_x\hat{\mathbf{x}} + v_y\hat{\mathbf{y}} + v_z\hat{\mathbf{z}}) \\ &= \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}. \end{aligned}$$

Divergente de v

Interpretação geométrica do divergente:

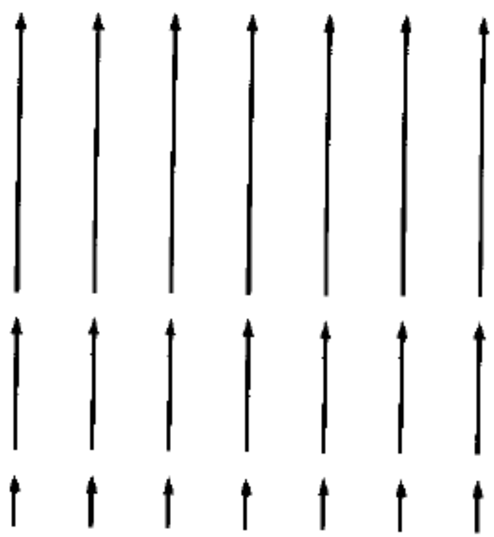


$$\vec{\nabla}.\vec{v} > 0$$

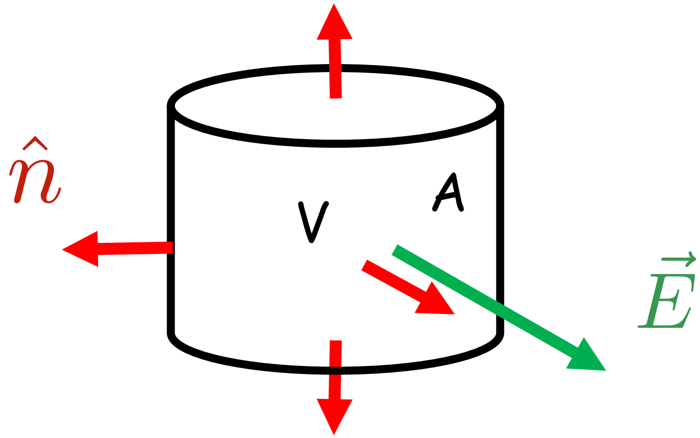


$$\vec{\nabla}.\vec{v} = 0$$

As flechas representam por exemplo o vetor velocidade !



$$\vec{\nabla}.\vec{v} > 0$$



Teorema da divergência

$$\oint_A \vec{E}\,.\,\hat{n}\,da = \int_V \nabla\,.\,\vec{E}\,dV$$

$$\oint_A \vec{E}\,.\,\hat{n}\,da = \frac{Q_e}{\epsilon_0}$$

$$\oint_A \vec{E}\,.\,\hat{n}\,da = \int_V \vec{\nabla}\,.\,\vec{E}\,dV$$

$$Q_e = \int_V \rho\,dV$$

$$\int_V \vec{\nabla}\,.\,\vec{E}\,dV = \int_V \frac{\rho}{\epsilon_0}\,dV$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\,.\,\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}}$$

Lei de Gauss

$$\boxed{\oint_A \vec{E} \, . \, \hat{n} \, da = \oint_A \vec{E} \, . \, d\vec{a} = \frac{Q_e}{\epsilon_0}}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \, . \, \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}}$$