Introdução à Física do Estado Sólido

Física Moderna II-B

Caetano R. Miranda

AULA 3 – 25/08/2022

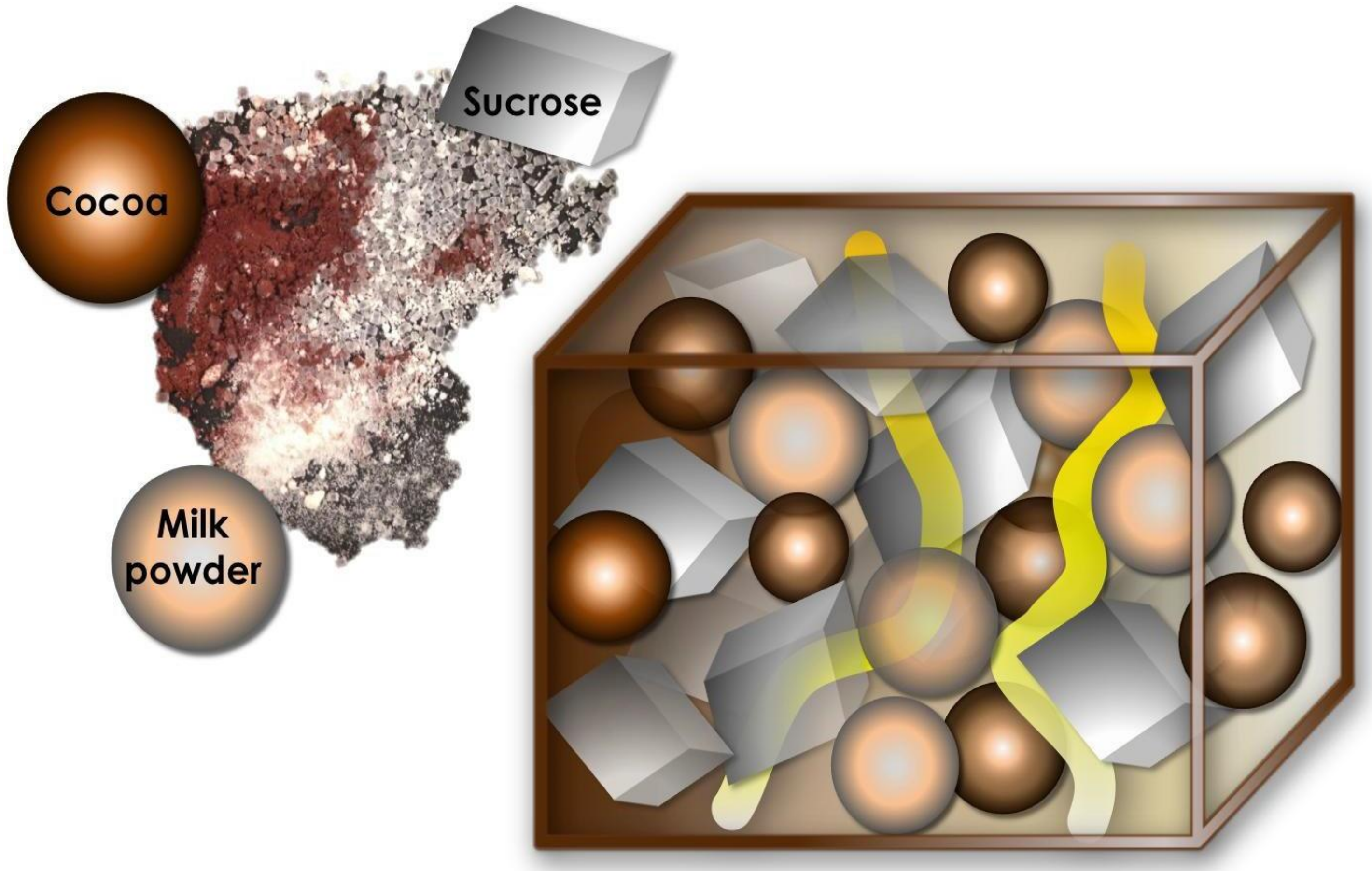
Carlos A. Martins Jr.

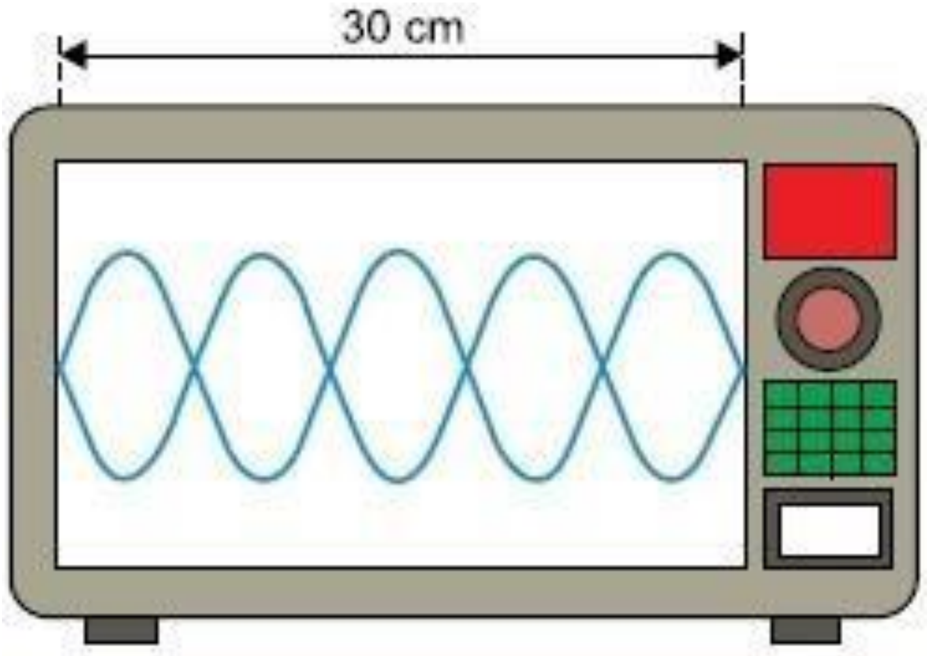
USP · sampa · Nanopetro Research Group · IFUSP Instituto de Física da USP

crmiranda@usp.br

Sumário da aula anterior (22/08/22)

- Chocolate como material
- Ondas estacionários – velocidade da luz com o chocolate





Cronograma

	CRONOGRAMA TENTATIVO - Introdução à Física do Estado Sólido - Física Moderna IIB - 2S 2022					
DATA	aula n°	Segundas (19h - 21h) - Sala 2001 - Ala Central	aula n°	Quartas (21h - 23h) - Sala 2001 - Ala Central	DATA	
15-Aug			1	Apresentação - Curso	18-Aug	
22-Aug	2	Revisão - Particulas e ondas - Chocolate	3	Átomos e Ions (Eletrons em átomos) - Tabela Periodica	25-Aug	
29-Aug	4	Átomos e Ions (Eletrons em átomos) - Simulacao	5	Moléculas e sólidos (Eletrons em sólidos) - impressao 3D	01-Sep	
05-Sep	Feriado	Independência do Brasil. Não haverá aula.	Feriado	Independência do Brasil. Não haverá aula.	08-Sep	
12-Sep	6	Ordem e Simetria	7	Ondas em cristais – Estruturas cristalinas - Corte/Colar - Origan	15-Sep	ENTREGA 1
19-Sep	8	Estruturas - Atomos em cristais - VR1	9	Estruturas - Atomos em cristais - VR2	22-Sep	
26-Sep	10	Vibrações térmicas e Fonons	11	Vibrações térmicas e Fonons - Sonificação	29-Sep	
03-Oct	12	Eletrons livres	13	Eletrons livres	06-Oct	
10-Oct	14	Condutividade elétrica e teoria de bandas	15	Condutividade elétrica e teoria de bandas	13-Oct	ENTREGA 2
17-Oct	16	Semicondutores	17	Semicondutores - VR3	20-Oct	
24-Oct	18	Junção PN - Criação Jogos	19	Junção PN	27-Oct	
31-Oct	20	Magnetismo	21	Magnetismo	03-Nov	
7/11	22	Supercondutividade	23	Supercondutividade	10-Nov	ENTREGA 3
14/11	Feriado	Dia - Republica. Não haverá aula.	24	Projeto - Escolha do Tema / Oficina - Infográfico	17-Nov	
21/11	25	Nanotecnologia	26	Nanotecnologia	24-Nov	
28/11	27	Materiais quânticos	27	Materiais quânticos	01-Dec	
05-Dec	29	PROJETO	30	PROJETO	08-Dec	PROJETO
12-Dec	31	Vistas - Notas	32		15-Dec	

Modos normais de uma corda vibrante

- **Modos normais de vibração:**

Sistema físico em vibração: apenas algumas vibrações são permitidas (modos normais de vibração)

- **Corda vibrante**

Corda com extremidades fixas (x=0 e x=l)
Vibrações: comprimento múltiplo inteiro do meio comprimento de onda da vibração
$L = n.\pi/2$ com n = 1,2,3,...

Monocórdios: Dan ban (Vietnam)
Berimbau

Modos normais de uma corda vibrante

Coordenadas x (comprimento horizontal) e y (afastamento entre a posição da corda em um instante t e sua posição no equilíbrio):

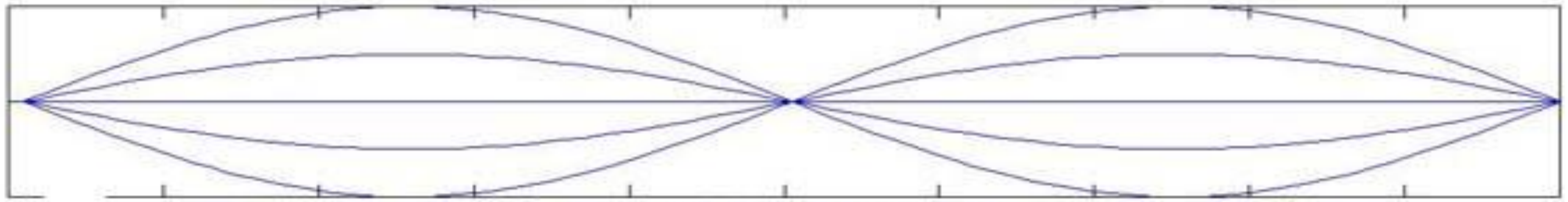
$y = A \, . \, \sin (k \, . \, x)$

condições de contorno: $y=0$ para $x=0$ e $x = l$
Solução: $k.l = n.\pi$
Mas $l = n.\pi/2$ pois $k=2. \pi/ \lambda$

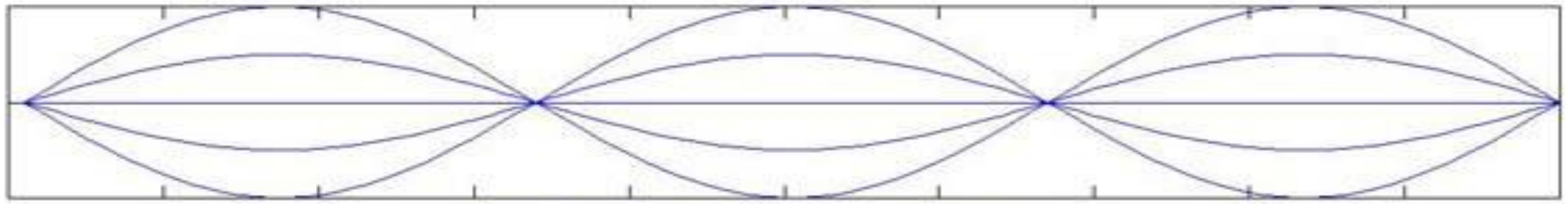
Modos de vibração:
$y_n = a_n \, . \, \sin (x. \, n. \, \pi/ \lambda)$, com $n=0,1,2,3, \ldots$

Modos normais de uma corda vibrante

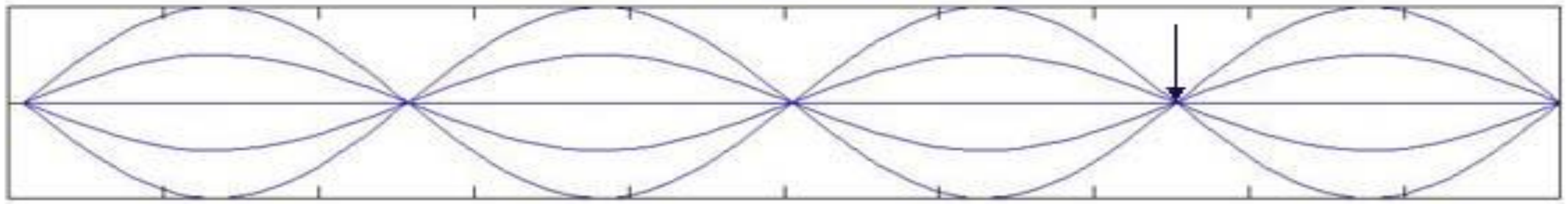
Node spacing L, frequency f1



Node spacing L/2, frequency 2 f1



Node spacing L/3, frequency 3 f1



Node spacing L/4, frequency 4 f1

Modos normais de uma corda vibrante

- A equação da corda vibrante pode ser generalizada como:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

Condições Y(0,t) = y(l,t) = 0

Por separação de variáveis:

$y(x,t) = u(x).e^{-i\omega t}$

- ***Implicando em:***

$d^2u/dx^2 + k^2 \cdot u = 0$, com $k^2 = \omega^2 / \upsilon^2$ e $u(0) = u(l) = 0$

Modos normais de uma corda vibrante

As soluções podem ser dadas na forma:

$y_n = a_n \sin(n.\pi.x/l)e^{-i\omega nt}$

onde $k_n = n.\pi / l$ e $\omega_n = k_n.\nu$ com n=1,2,3, …

Como a equação é linear, toda combinação linear das funções é solução

y(x,t) = Somatório (y_n)

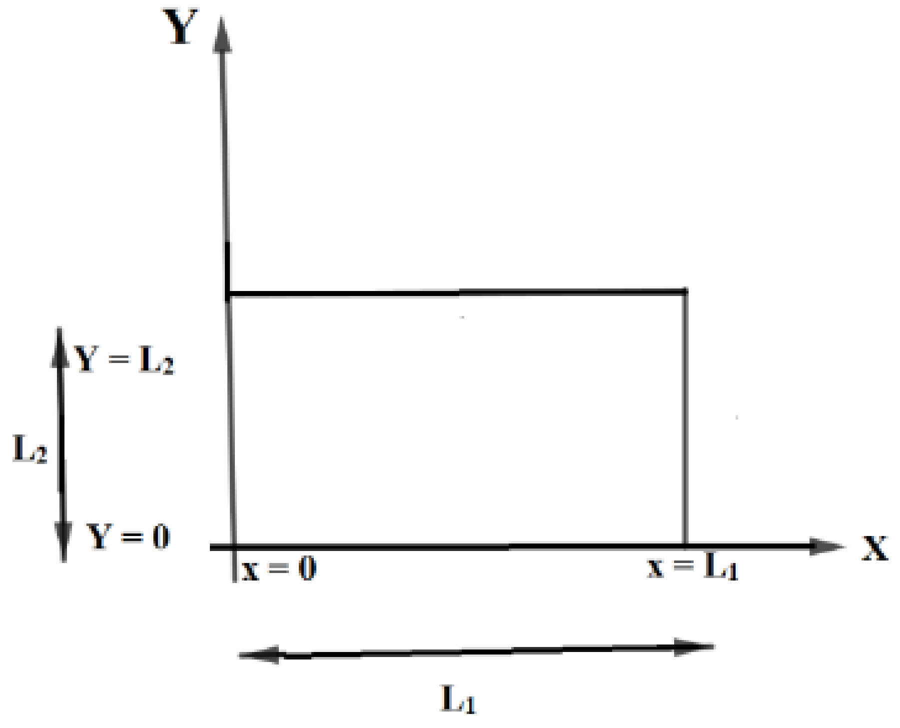
Vibrações em uma membrana

Os modos vibracionais de uma membrana retangular (lados a e b) são as soluções da equação de ondas em 2-D:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{1}{\upsilon^2} . \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0$$

com as condições:

z(0,y,t) = z(a,y,t)= z(x,0,t) = z(x,b,t) = 0

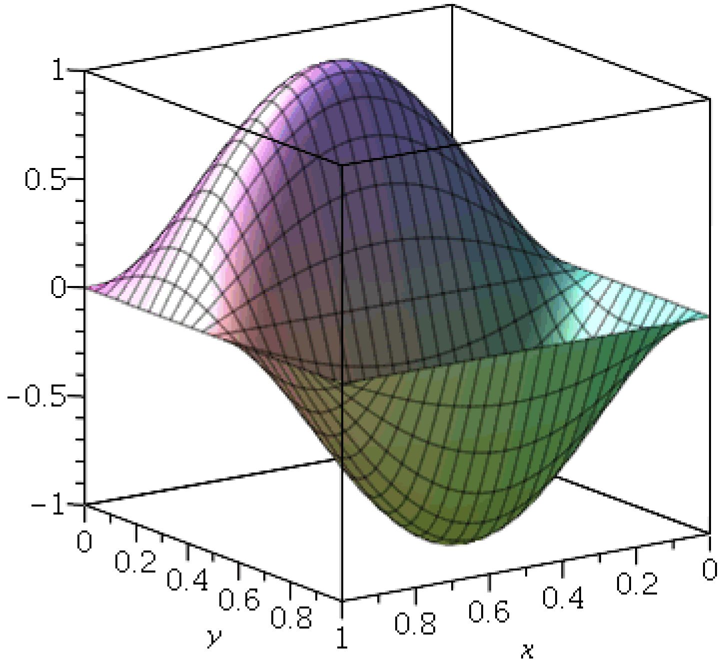


Soluções:

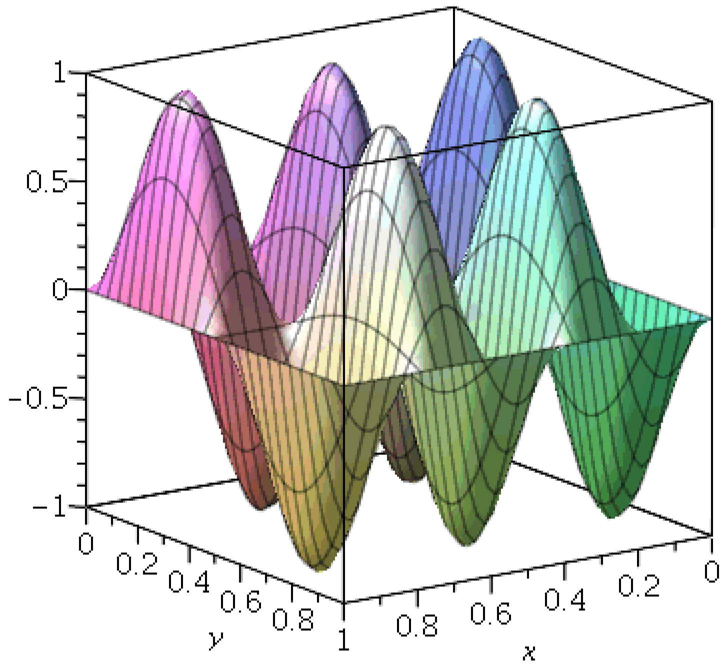
$z(x,y,t) = Sum\{a_{n1n2}.sin(x.\ n_1.\pi/a).\ sin(y.\ n_2.\pi/b)\ e^{-i\omega n1n2t\}}$

Membrana retangular

modo (1,2)



modo (2,5)



Vibrações em uma membrana

Os modos vibracionais de uma membrana circular são as soluções da equação de ondas em 2-D:

$$1/r\ \partial/\partial r\ (r\ \partial z/\partial x) + 1/r^2\ \partial^2 z/\partial\varphi^2 - 1/\upsilon^2 \cdot \partial^2 z/\partial t^2 = 0$$

com as condições:

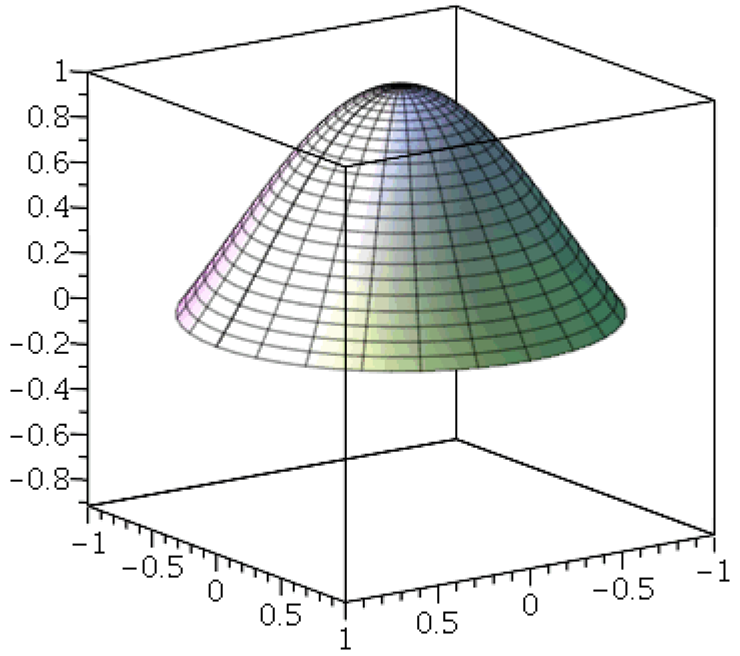
$$z(R, \varphi, t) = 0$$

Soluções:

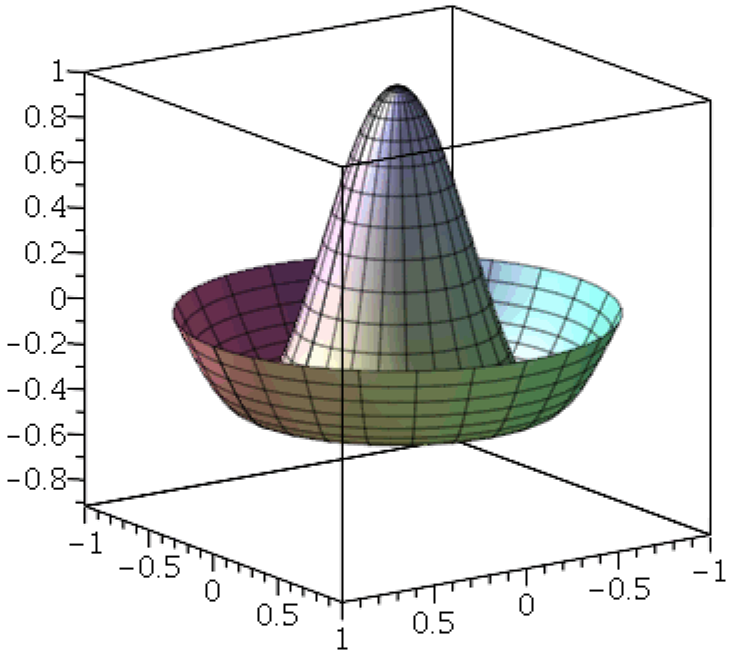
Funções de Bessel

Membrana circular

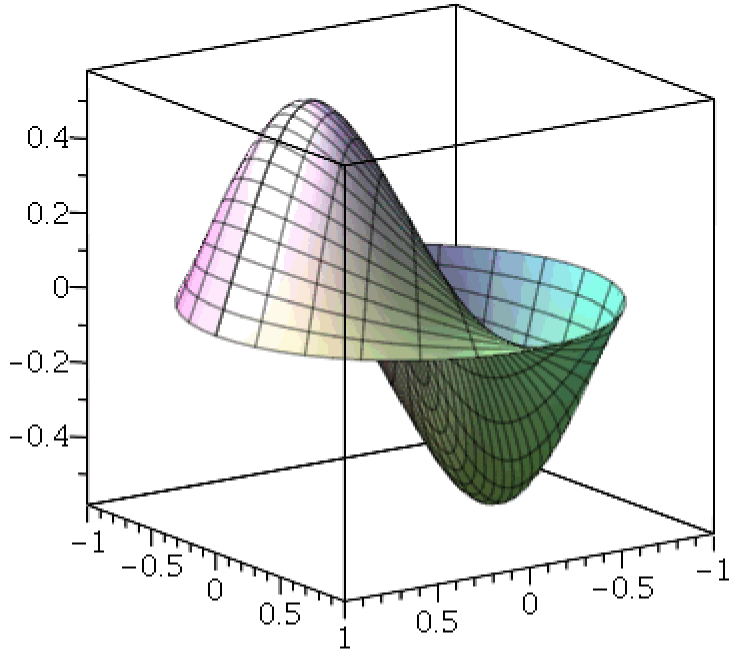
modo (0,1)



modo (0,2)



modo (1,1)



Dualidade onda-partícula

- 1924 - de Broglie: toda partícula está associada uma onda ou um pacote de ondas.

(equacionar o oscilador de Planck, energia quantizada, ou átomo de hidrogênio com à eq. das ondas)

Onda plana: comprimento de onda (λ) e frequência ω

- Analogia com a corda vibrante:

$y(x,t) = A.e^{i(\boldsymbol{k.x}-\omega t)}$

onde $k=2\pi/\lambda$, $\omega=2\pi\nu$ e $\nu = c/\lambda$

Dualidade onda-partícula

- Desse modo podemos definir a energia (E) e o momento linear (p):

$$E = \underline{h}\omega \quad \mathbf{p}=\underline{h}.k$$

- Uma partícula cuja energia e momento linear permanecem constantes é uma partícula livre. A onda de Broglie associada a partícula livre é:

$$y(x,t) = A.e^{(i/\underline{h})(p.x-Et)} \ ,$$

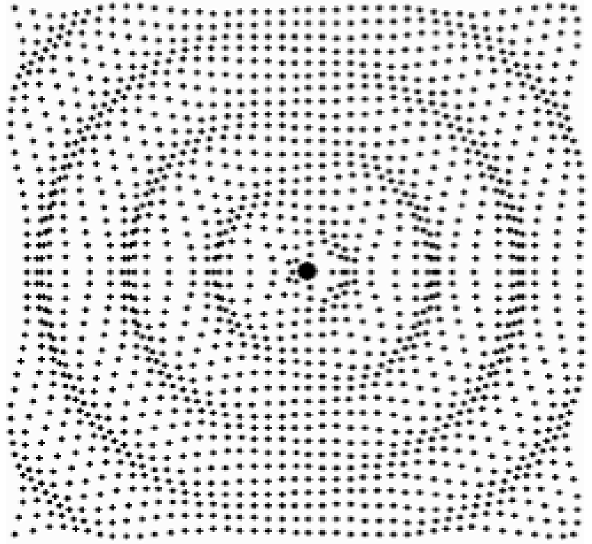
onde $\lambda=h/p$ e $E=p^2/2m$

Quando uma partícula se comporta como onda ?

Comprimento de onda . Momentum = Planck

$$\updownarrow$$

$$\lambda \cdot p = h \qquad (h = 6.6 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\,s})$$



$$\Psi = \Psi(\vec{r}, t)$$

Quando uma partícula se comporta como onda ?

Qual é a equação diferencial (eq. de onda) que descreve as ondas de Broglie ?

Quando uma partícula se comporta como onda ?

Qual é a equação diferencial (eq. de onda) que descreve as ondas de Broglie ?

Proposta por Schrödinger em 1926:

Se existe uma onda associada à partícula, esta onda deve ser uma função ψ (x,t) que satisfaça a equação de onda:

$\Delta\psi - \frac{1}{v_0^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0,$ *onde v_0 é a velocidade de fase.*

Quando uma partícula se comporta como onda ?

Pela separação de variáveis:

$$\psi(x,t) = u(x).e^{-i\omega t}$$

Que nos leva a relação:

$\Delta u + k^2\, u = 0$. *(eq. A)*

Onde $k^2 = \omega^2/v_0^2$

$k^2 = p^2/\underline{h}^2$

Pela conservação da energia total (potencial + cinética)

$$E = p^2/2m + V \;\; \Rightarrow k^2 = 2m/h^2\,(E - V)$$

Quando uma partícula se comporta como onda ?

A equação A é reescrita por:

$\Delta u + k^2 u = 0$ (eq. A)

$\Delta u + 2m/h^2 (E - V) u = 0$

De modo que a equação de Schrödinger para estados estacionários é dado por:

$\underline{h}^2/2m.\ \Delta\Psi + V.\ \Psi = i.\underline{h}\partial\Psi/\partial t$

A evolução temporal é dado por V(x,t).

Equação de Schrödinger dependente do tempo

Equivalente à eq. de Newton para objetos quânticos

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(\vec{r},t)+V(\vec{r},t)\Psi(\vec{r},t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t}}$$

Equação estacionária:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(\vec{r},t)+V(\vec{r},\cancel{t})\Psi(\vec{r},t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t}$$

Equação de Schrödinger

$$\boxed{i\hbar \frac{d}{dt} f(t) = E f(t)}$$

$$\boxed{\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right] \varphi(\vec{r}) = E \varphi(\vec{r})}$$

Equação de Schrödinger

$$\boxed{i\hbar \frac{d}{dt} f(t) = E f(t)} \Rightarrow f(t) = \exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t\right)$$

Partícula Livre $\Psi(x,t)=\varphi(x)f(t)$

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\varphi(x) = E\varphi(x)} \Rightarrow \varphi(x) = \exp\left(i\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x\right)$$

Interpretação da função de onda

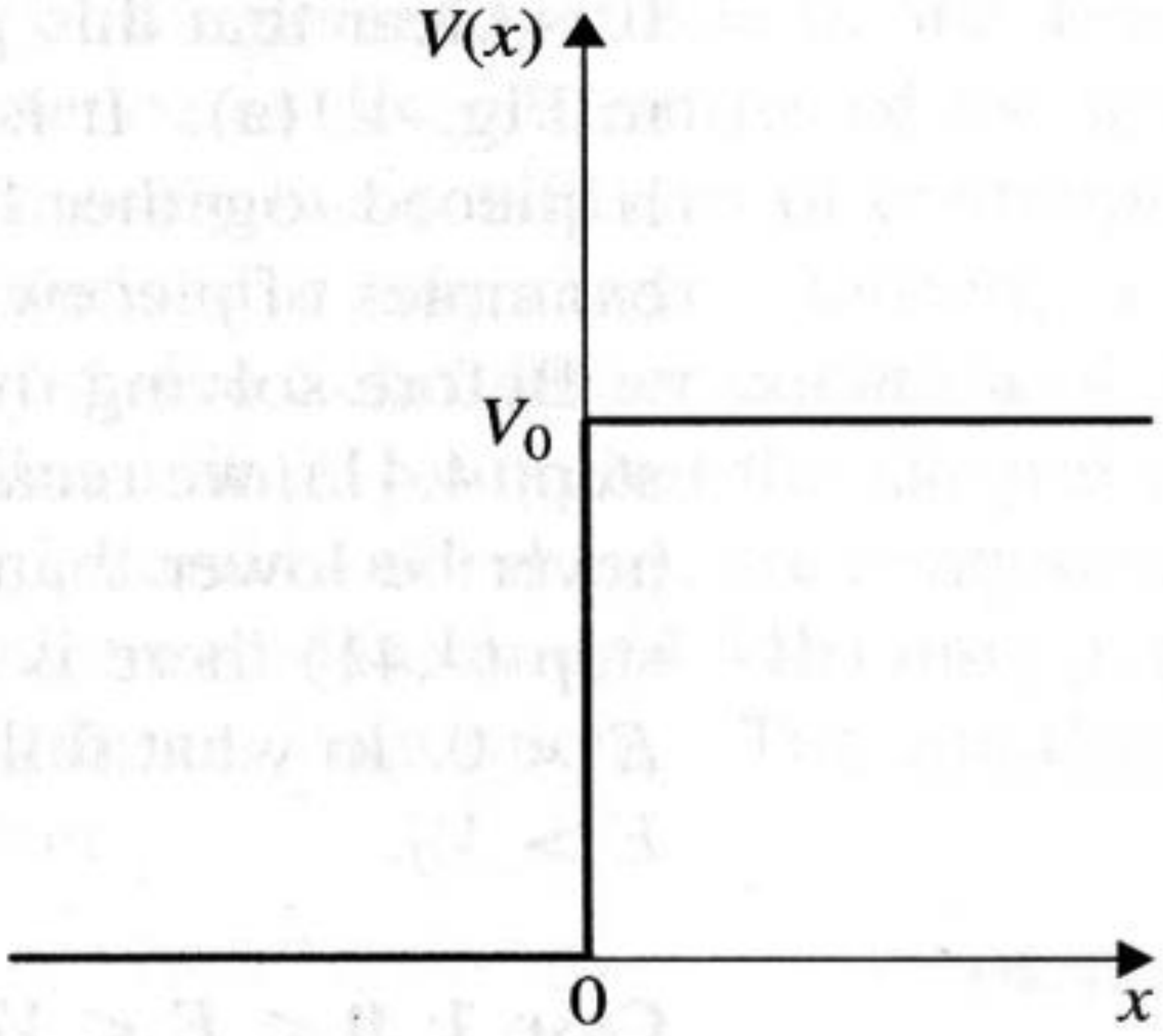
$$\left\| \Psi(x,t) \right\|^2$$

É a probabilidade de achar um elétron em x e t

$$\left\| \varphi(x)\exp(-\frac{i}{\hbar}Et) \right\|^2 = \left\| \varphi(x) \right\|^2$$

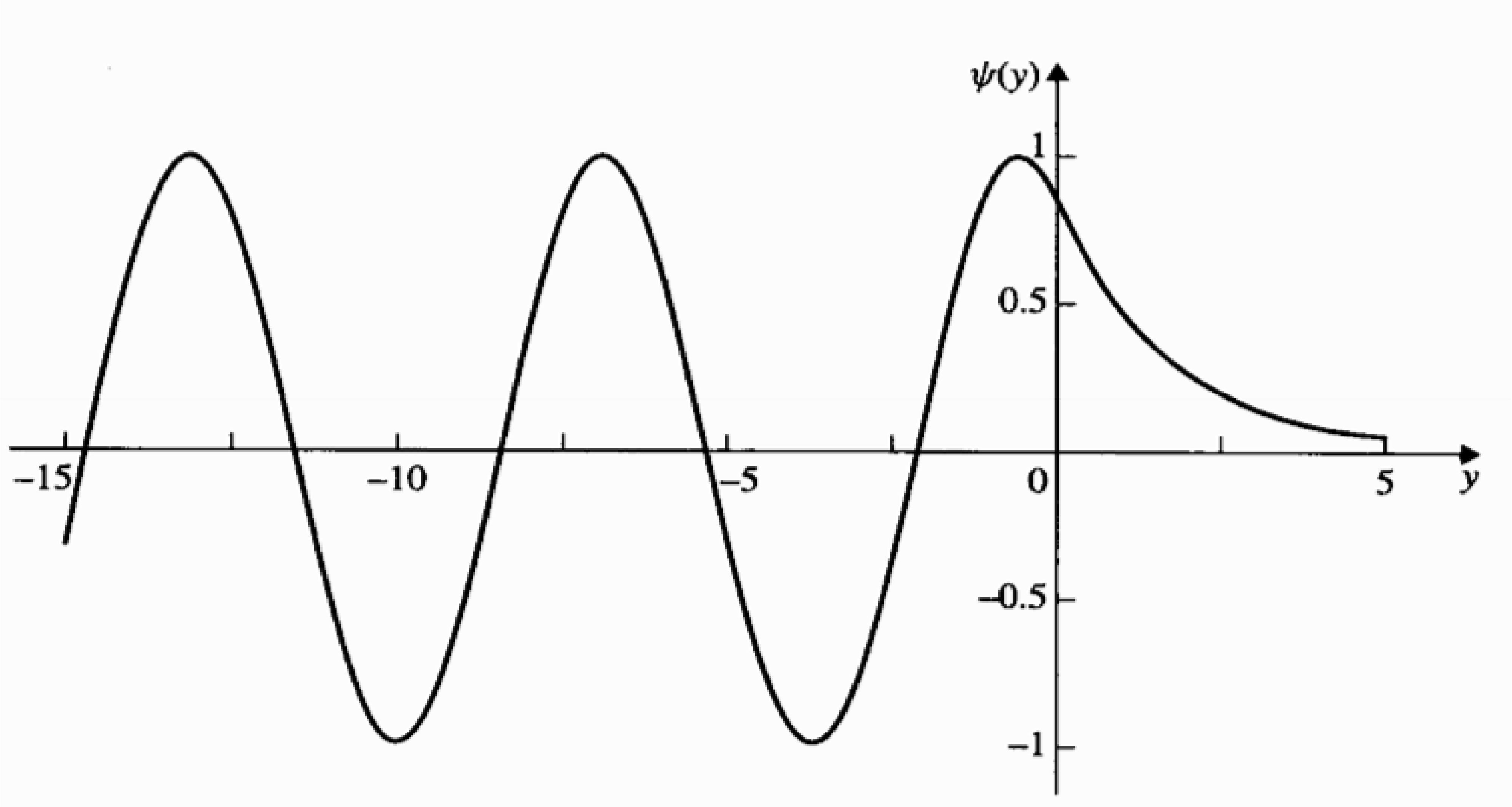
$$\Psi(x,t) \propto \exp[i(kx-\omega t)]$$

Superfícies metálicas

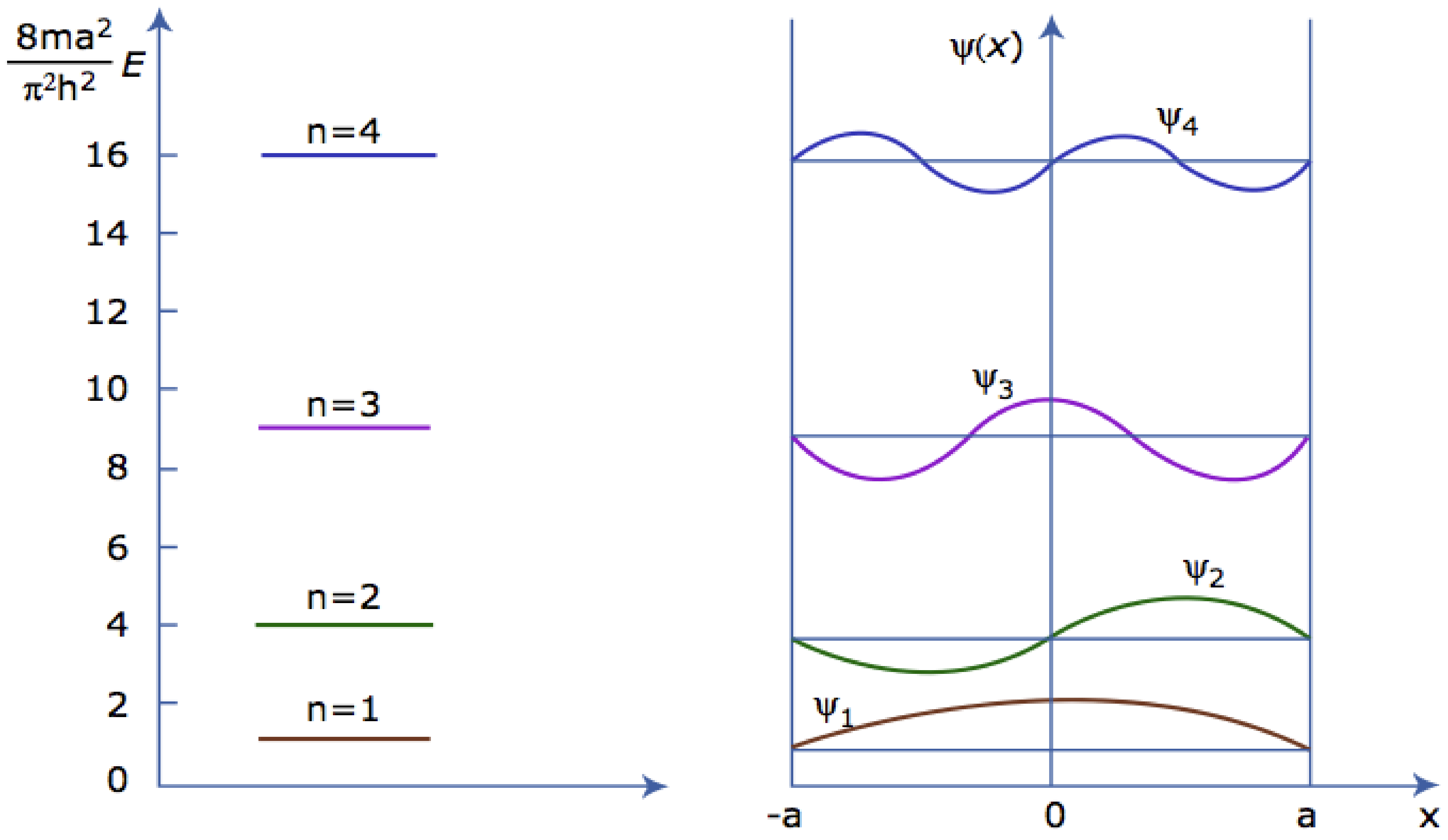


Função
degrau

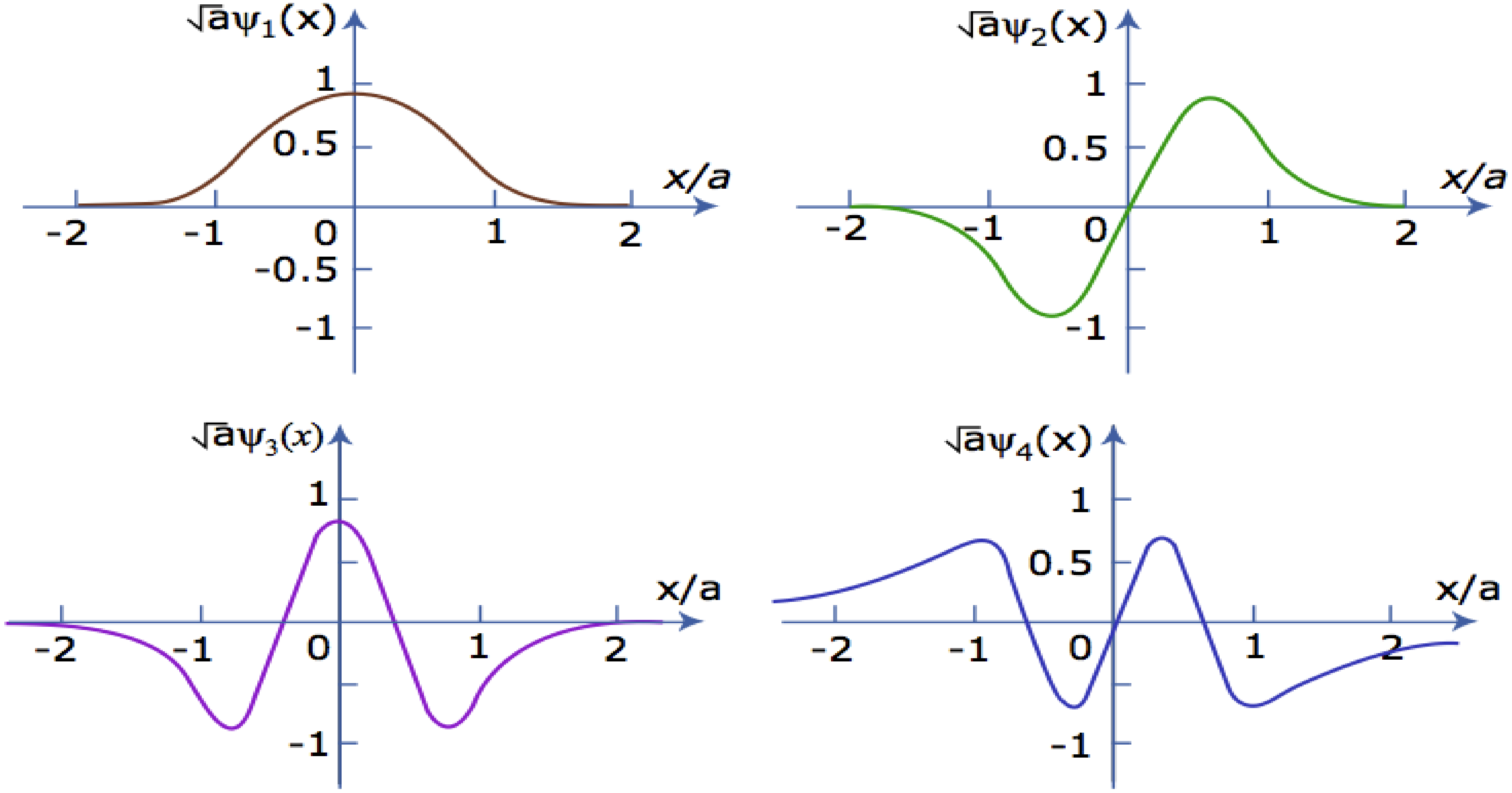
Superfícies metálicas



Poço quadrado infinito (quantum dots)



Poço quadrado finito



Potencial Central (núcleos atômicos)

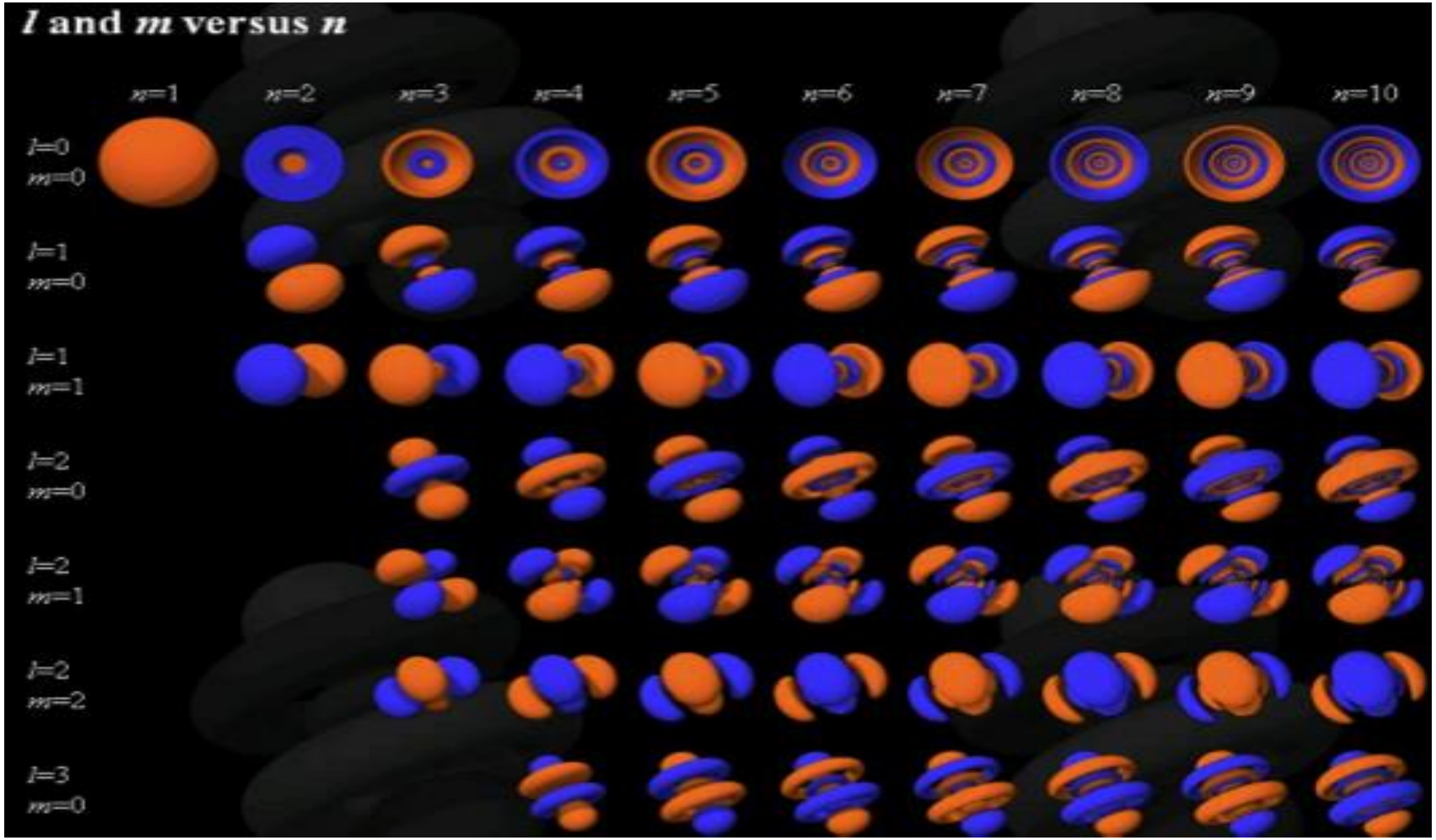
$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) \qquad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\vartheta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right] + V(r)$$

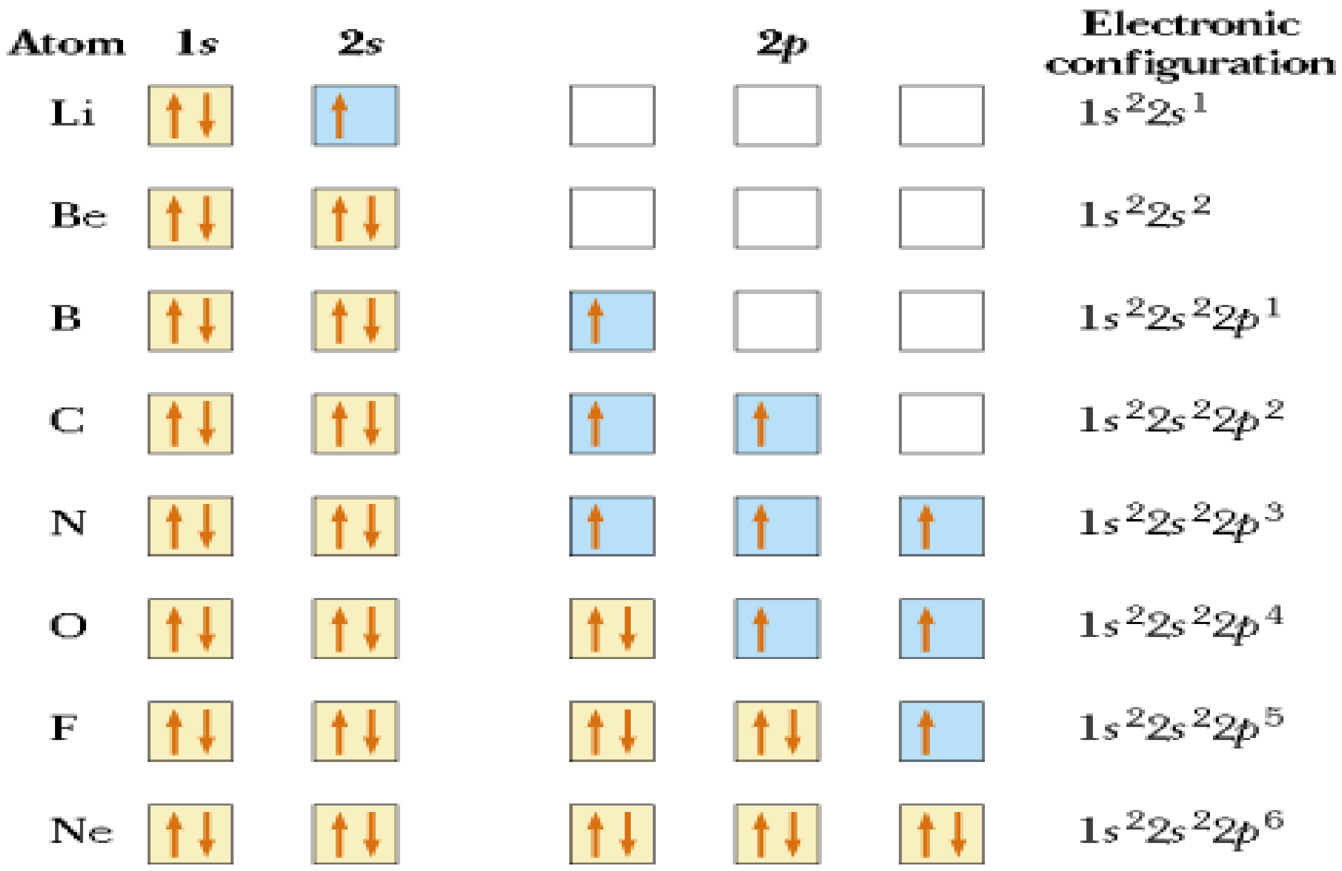
$$\psi_{Elm}(\vec{r}) = R_{Elm}(r)Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr}\right) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r)\right]R_{El}(r) = E\,R_{El}(r)$$

Potencial de Coulomb



"the underlying physical laws necessary for the mathematical theory of a large part of physics and the whole of chemistry are thus completely known“ P. M. Dirac



Serway, Physics for Scientists and Engineers, 5/e
Figure 42.14 Harcourt, Inc.