

1ª Avaliação (100 minutos)

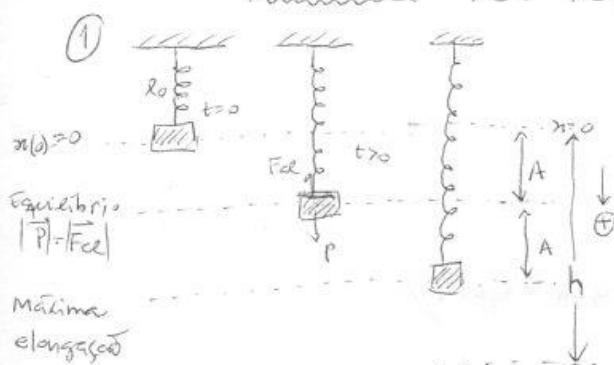
NOME: _____ Número USP: _____

Assuma a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 1) Uma mola de massa desprezível e constante elástica **100 N/m** está pendurada na posição vertical. A essa mola está preso um corpo de massa **5 kg**, que é colocado sobre um suporte móvel, de tal forma que a mola fique com seu comprimento natural. Considere como origem do tempo e do deslocamento vertical do corpo o instante e a posição nos quais o suporte é removido. Determine:
 - a) a segunda Lei de Newton para o movimento do corpo (1,0)
 - b) a amplitude do movimento (1,0)
 - c) a posição do corpo como função do tempo, impondo as condições iniciais apropriadas (1,0)
 - d) escreva uma expressão para $\frac{dE}{dt}$, e mostre que a energia mecânica do sistema (E) se conserva (1,0)
 - e) a elongação máxima da mola (1,0).

- 2) Uma partícula de **100 g** está presa a uma mola de constante **k = 10 N/m** e pode oscilar livremente sobre uma superfície horizontal sem atrito. Se a massa for deslocada de **10 cm** da sua posição de equilíbrio e liberada com velocidade $v=0$, determine:
 - a) o período do seu movimento (0,5)
 - b) expresse o deslocamento, a velocidade e a aceleração da partícula como função do tempo (3,0)
 - c) a máxima velocidade da partícula (0,5)
 - d) a máxima aceleração da partícula (0,5)
 - e) a energia total do sistema (0,5)

GABARITO - E1 - FÍS2 +2



a) $m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg - kx$

b) A oscilação ocorre em torno do ponto de equilíbrio entre as forças P e F_{el} :

$|\vec{P}| = |\vec{F}_{el}|$

$mg = kx_{eq} \Rightarrow x_{eq} = \frac{mg}{k} = \frac{5 \cdot 10}{100} = 0,5 \text{ m}$

Como o objeto parte do repouso do ponto mais alto de sua trajetória, a amplitude é dada pela distância entre a posição inicial e o ponto de equilíbrio, isto é, $A = 0,5 \text{ m}$.

c) Resolvendo a EDO da item a):

$m \ddot{x} + kx - \frac{mg}{k} = 0$

Substituição de variável: $y = x - \frac{mg}{k}$, $\dot{y} = \dot{x}$

$m \ddot{y} + ky = 0$

$y = A \cos(\omega t + \delta)$

$x(t) = A \cos(\omega t + \delta) + \frac{mg}{k}$

Constantes: $A = 0,5$; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{5}} \approx 4,47 \text{ rad/s}$; $\frac{mg}{k} = 0,5$

Condição inicial: $x(0) = 0 \Leftrightarrow A \cos(\delta) + \frac{mg}{k} = 0 \Leftrightarrow 0,5 \cos(\delta) = -0,5 \Leftrightarrow \delta = \pi$

Substituindo os valores das constantes:

$x(t) = 0,5 \cos(4,47t + \pi) + 0,5$

d) $E = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{kx^2}{2} + mg(h-x)$

$\frac{dE}{dt} = \frac{m}{2} \cdot 2\dot{x} \cdot \frac{d\dot{x}}{dt} + \frac{k}{2} \cdot 2x \cdot \frac{dx}{dt} + mg(-1) \frac{dx}{dt}$

$\frac{dE}{dt} = m\dot{x} \frac{d\dot{x}}{dt} + kx\dot{x} - mg\dot{x}$

$\frac{dE}{dt} = \dot{x} \left(m \frac{d\dot{x}}{dt} + kx - mg \right)$
 $= 0$ (EDO do item a)

Logo, $\frac{dE}{dt} = 0$, a energia mecânica se conserva

e) A máxima elongação da mola ocorre quando o objeto está no ponto mais baixo de sua trajetória, e corresponde ao dobro da amplitude do movimento:

$2A = 1,0 \text{ m}$

2)



$$m = 100 \text{ g}$$

$$k = 10 \text{ N/m}$$

$$x(0) = 0,1 \text{ m}$$

a) $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0,1}} = 10 \text{ rad/s}$ $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 0,2\pi \approx 0,63 \text{ s}$

b) $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$

Condições inicial: $x(0) = 0,1$; $\dot{x}(0) = 0$

$$\dot{x}(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi)$$

$$\dot{x}(0) = 0$$

$$x(0) = 0,1$$

$$a(t) = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$-A\omega_0^2 \sin(\phi) = 0$$

$$A \cos(\phi) = 0,1$$

Substituímos os valores das constantes:

$$\sin(\phi) = 0$$

$$A \cos(0) = 0,1$$

$$\phi = 0$$

$$A = 0,1$$

$$x(t) = 0,1 \cos(10t)$$

$$\dot{x}(t) = -1 \sin(10t)$$

$$a(t) = -10 \cos(10t)$$

c) $\dot{x}(t)$ é uma função seno, limitada entre -1 e 1 .

Logo, $|\dot{x}_{\max}| = 1 \text{ m/s}$

d) $a(t)$ é uma função cosseno, limitada entre -1 e 1 .

Logo, $|a_{\max}| = 10 \text{ m/s}^2$

e) Há várias maneiras de determinar a energia mecânica do sistema.

Uma delas é: $E = \frac{kA^2}{2} = \frac{10 \cdot 0,1^2}{2} = 0,05 \text{ J}$

Outra possibilidade seria: $E = \frac{m}{2} \dot{x}_{\max}^2$