

Gravimetria

**Bloco - atração gravitacional de
corpos simples**

atração gravitacional de corpos simples

- **O que consideramos um corpo simples?**
- Apresenta geometria simples: esfera e cilindro;
- Densidade é homogênea, podendo ser mais ou menos denso do que o material que está em volta dele;
- Podemos assumir que toda a massa do corpo está concentrada no centro de massa (CM);
- Pode aflorar ou não aflorar.

- **Importante:** podemos utilizar as leis de Newton para considerações iniciais sobre o campo gravimétrico da Terra (CGT) sem ainda entrarmos em detalhes sobre o CGT, potencial gravitacional, aceleração da gravidade, correções necessárias, etc.

Massa-densidade-contraste de densidade

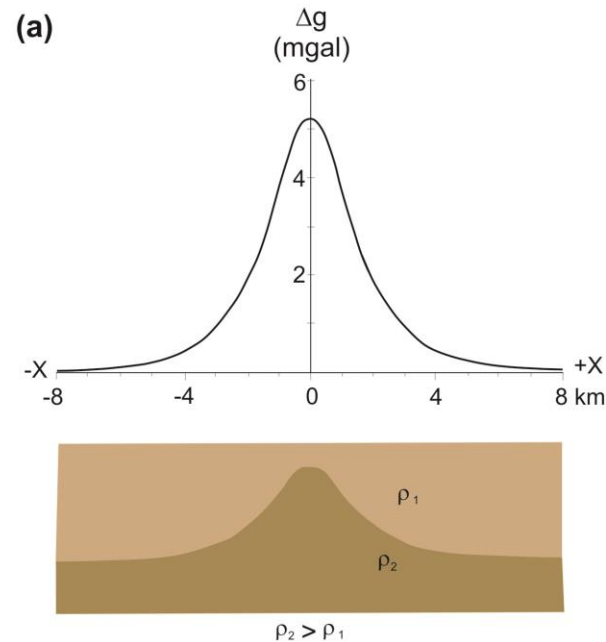
Contraste de densidade

$$\Delta\rho = \rho_{\text{corpo}} - \rho_{\text{entorno}}$$

Gravímetros:

Mede a componente vertical da aceleração da gravidade

Percebo variações se houver variação lateral da propriedade física (densidade)



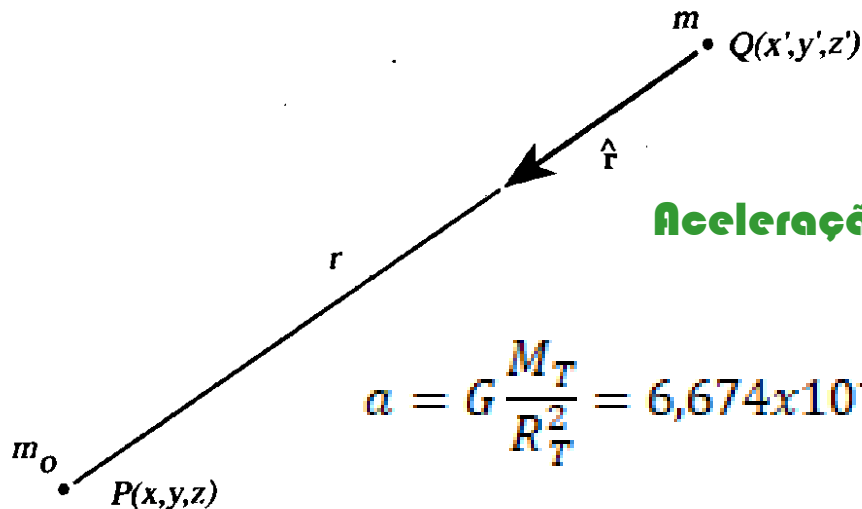
$\Delta\rho > 0$ excesso de massa – atração: maior ou menor? Alto gravimétrico ou baixo gravimétrico?

$\Delta\rho < 0$ falta de massa – atração: maior ou menor? Alto gravimétrico ou baixo gravimétrico?

Leis de Newton

que utilizaremos nesta fase inicial

- Força de atração gravitacional $\vec{F}(P) = G \frac{m_0 m}{r^2} \hat{r}$
- Aceleração gravitacional $\vec{F} = m\vec{a} \quad \vec{a}(P) = G \frac{m_0}{r^2} \hat{r}$



Aceleração gravitacional na superfície da Terra:

$$a = G \frac{M_T}{R_T^2} = 6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \frac{5,972 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6371 \times 10^3)^2 \text{ m}^2} = 9,81953 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Exemplo de corpo simples – Complexo de Catalão- GO

Corpo ultramáfico alcalino explorado para fosfatos e outros minerais.

Presente vários minerais: apatita, pirocloro, monazita, vermiculita e amastasita.

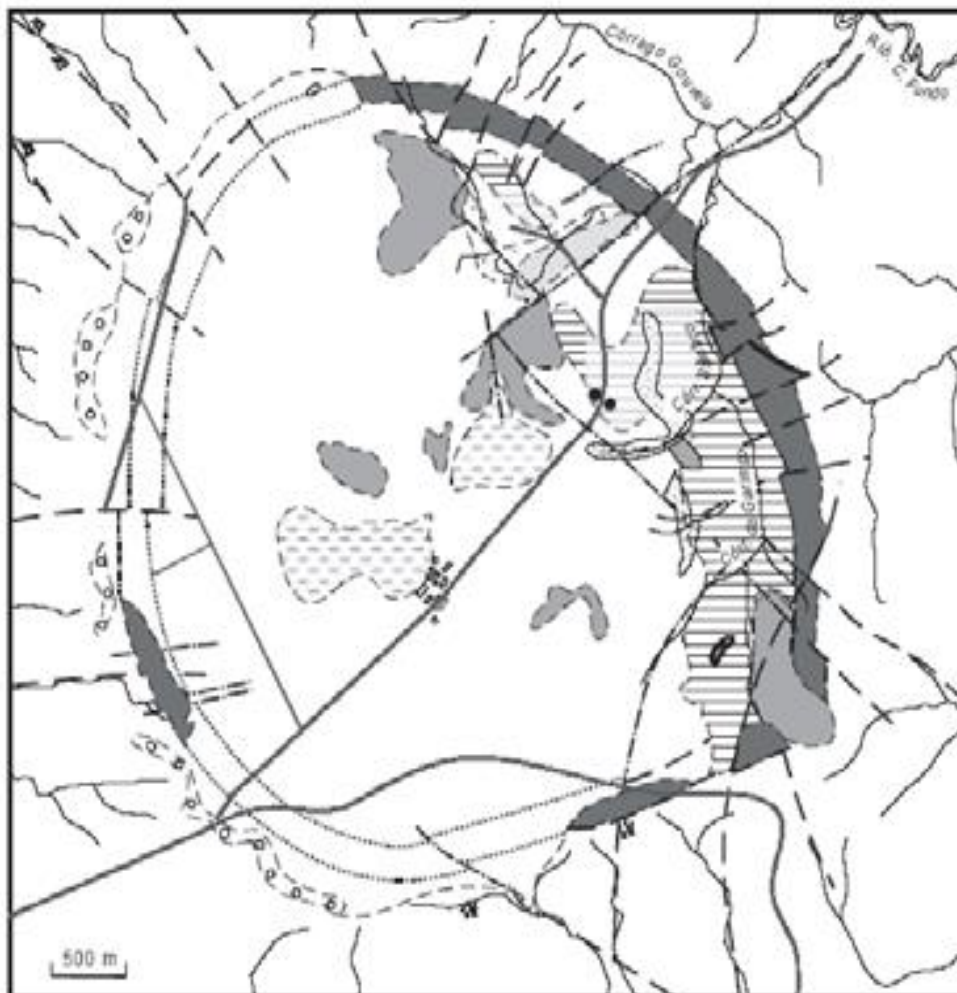
Valor médio de densidade de corpos alcalinos: $3,3 \text{ g/cm}^3$ ou 3300 kg/m^3 .

Estrutura circular de 5,5 km de diâmetro.

Podemos usar uma esfera como uma forma simples para esse corpo?

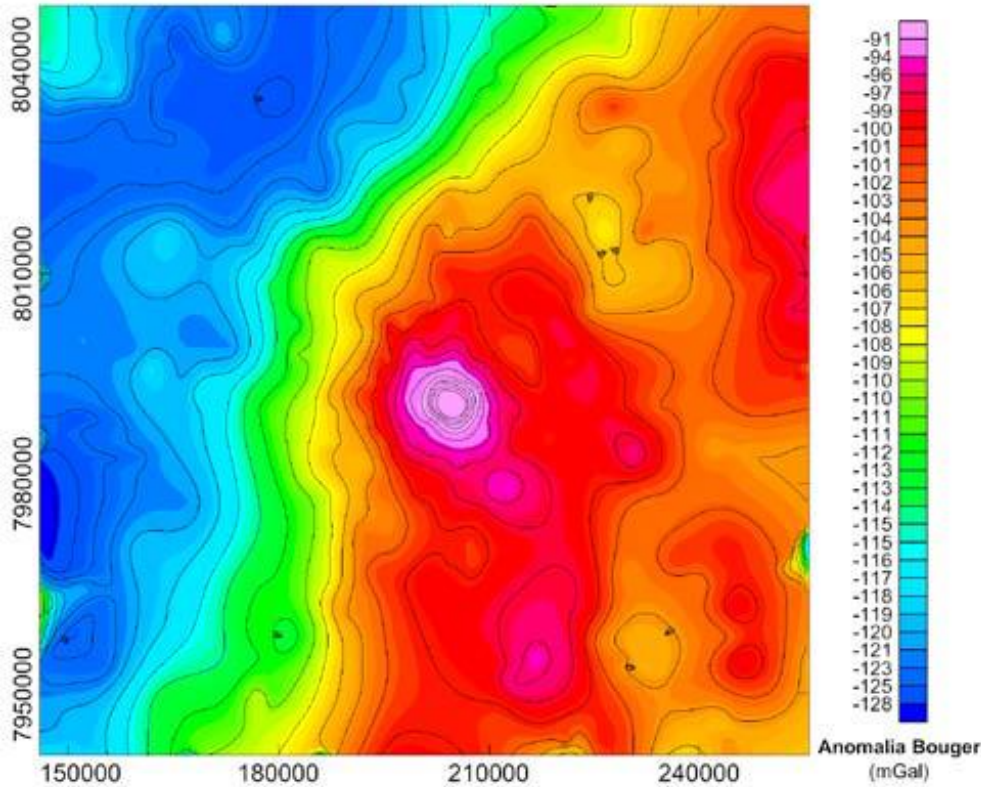
Qual é a vantagem de usar uma esfera?

Onde fica o CM de uma esfera homogênea?

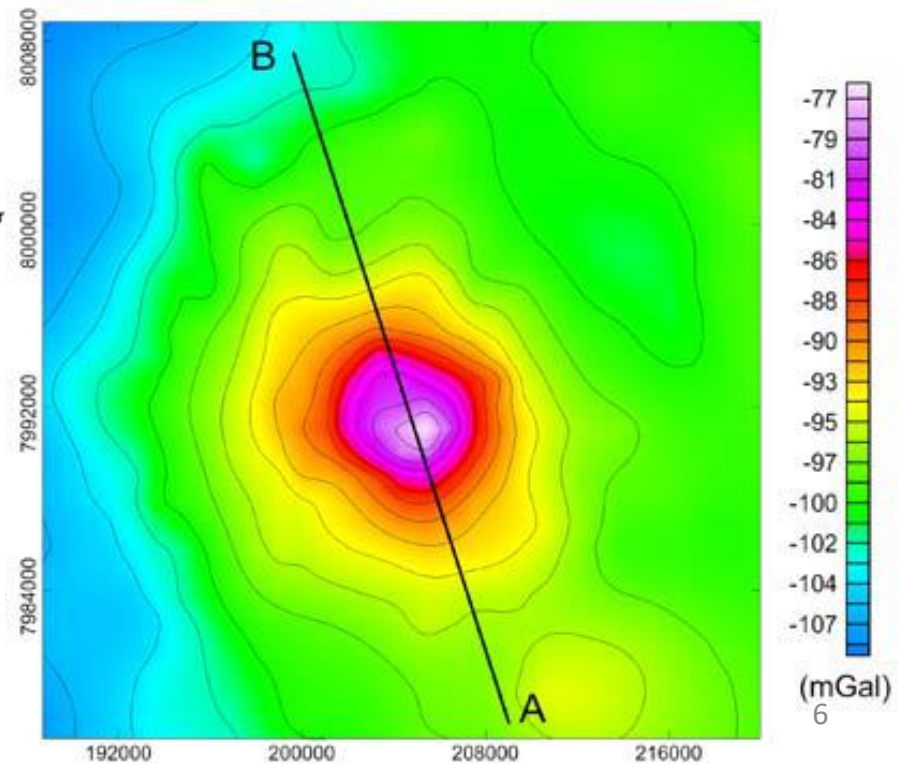
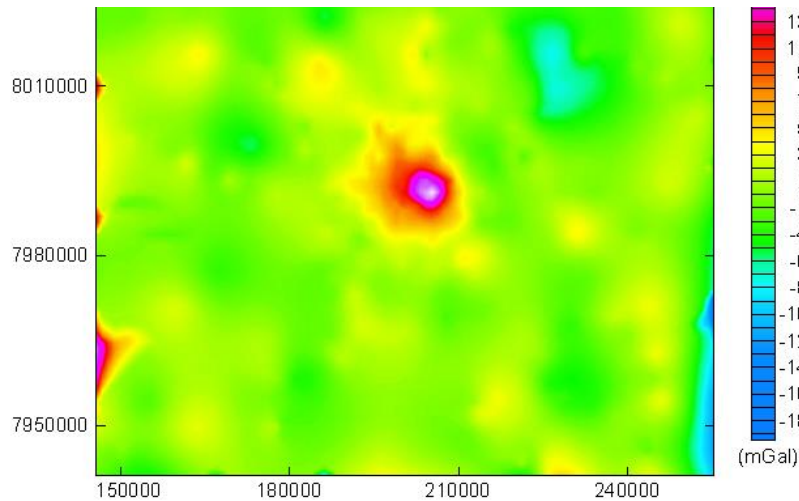


- Sedimentos recentes
- Solo laterítico rico em magnetita
- Solo laterítico rico em vermiculita
- Laterita nodular
- Canga laterítica rica de magnetita
- Conglomerado limonítico
- Sedimentos argilosos (I - Lagoa Seca)
- Silexito
- Quartzito lenitizado
- Metamorfitos
- Contato definido
- Contato aproximado
- Contato encoberto
- Falha
- Falha encoberta
- Zona de brecha
- Estrada
- Cursos d'água
- Furos de sondagem

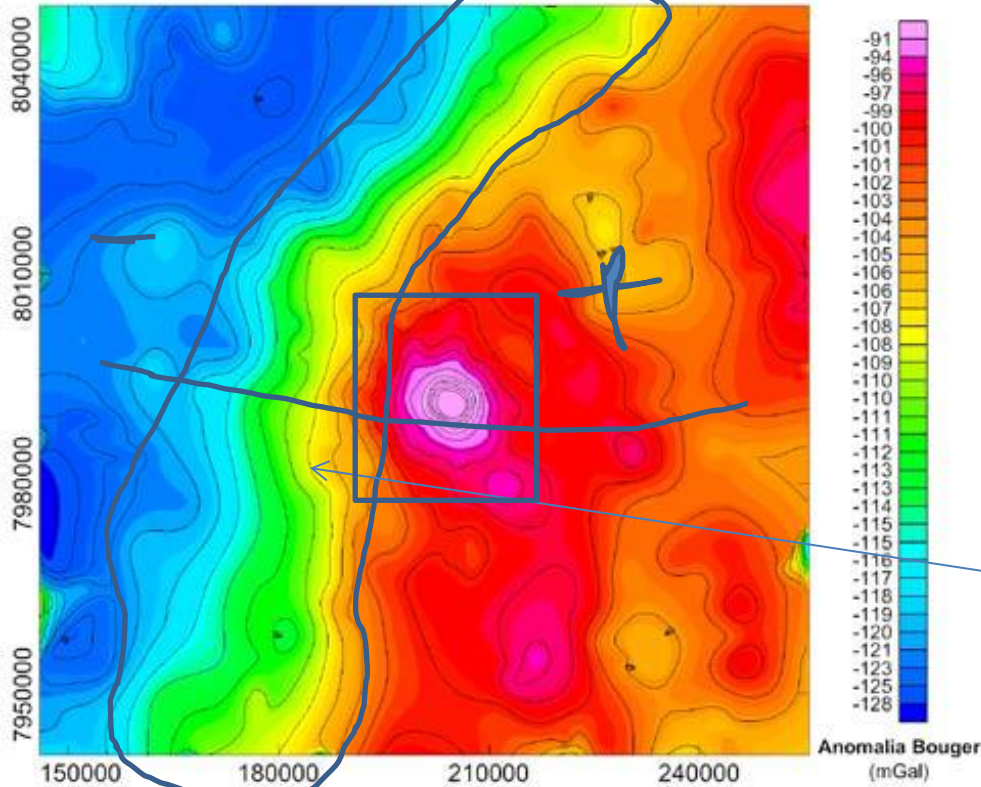
Exemplo de corpo simples – Complexo de Catalão- GO



Mapa gravimétrico da anomalia Bouguer. Anomalia Bouguer está intimamente relacionada com a variação lateral de massa. Se a anomalia Bouguer é um alto (ou seja tem um valor mais alto do que o entorno) significa que o corpo tem massa de densidade maior do que o entorno. O mesmo raciocínio vale para uma anomalia Bouguer que é um baixo.



Exemplo de corpo simples – Complexo de Catalão- GO



Um alto gravimétrico pode ser positivo ou negativo. Se for um valor negativo, um alto gravimétrico significa que ele é o valor menos negativo na região.

Um baixo gravimétrico pode ser positivo ou negativo. Se for um valor positivo, um baixo gravimétrico significa que ele é o menor valor positivo na região.

Aumento de an. Bouguer para E, gradiente forte na transição entre alto e baixo, tem anomalias localizadas

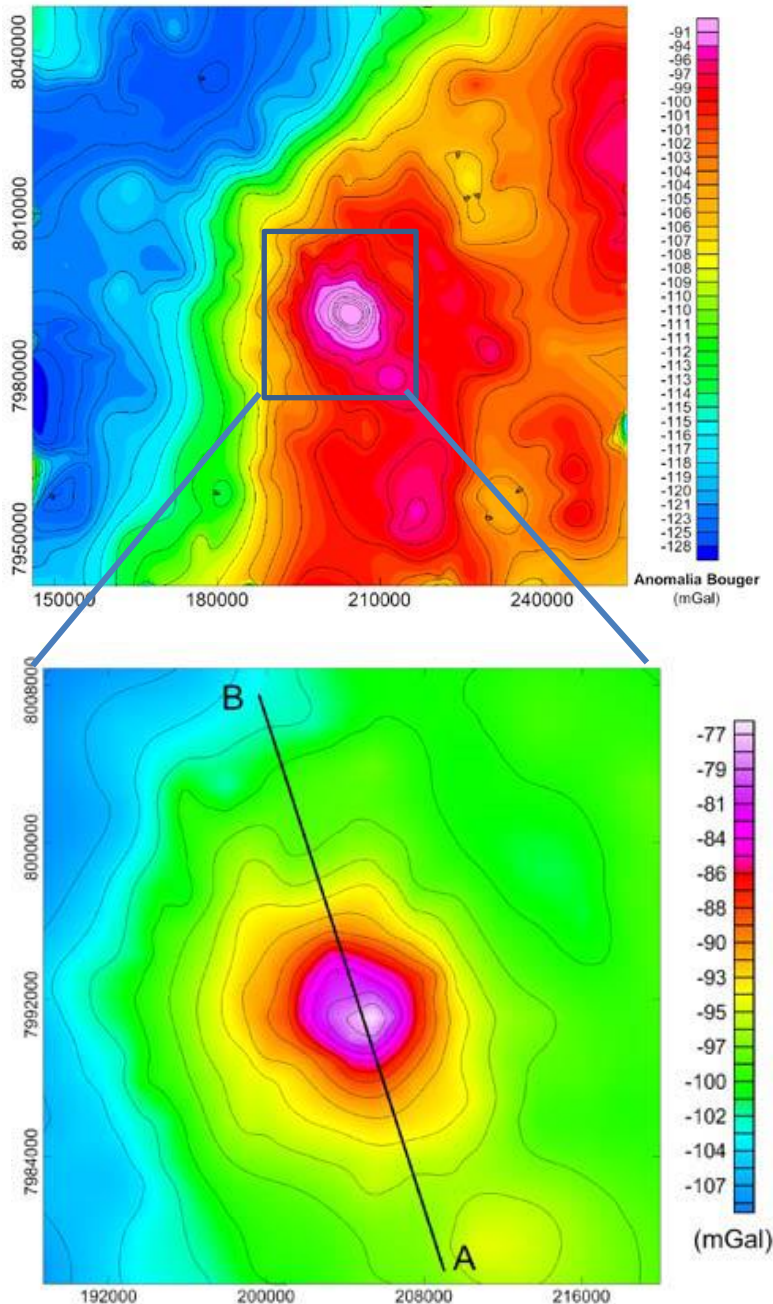
No mapa acima:

Tem regiões com valores altos e baixos?

Esses valores estão organizados na forma de um padrão? Numericamente, usando a escala de cores do mapa, qual é o valor do alto gravimétrico e qual é o valor do baixo gravimétrico?

Continua no próximo slide

Exemplo de corpo simples – Complexo de Catalão- GO



O mapa inferior é um zoom da região de interesse do mapa acima.
Não foi aplicado nenhum filtro.

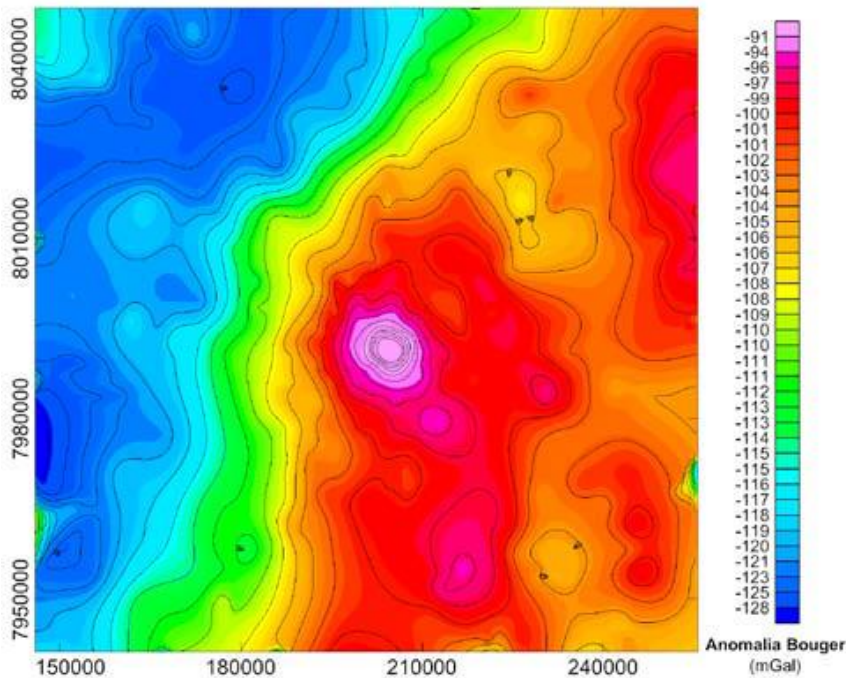
Porque você acha que ele está tão diferente?

Você gostaria que no mapa estivessem representados os pontos de medida para avaliar o que é resultado da medida e o que é resultado de processos de interpolação?

Fundamental ter os pontos de medida representados.

Vamos voltar a essas questões após o processamento dos dados!

Exemplo de corpo simples – Complexo de Catalão- GO

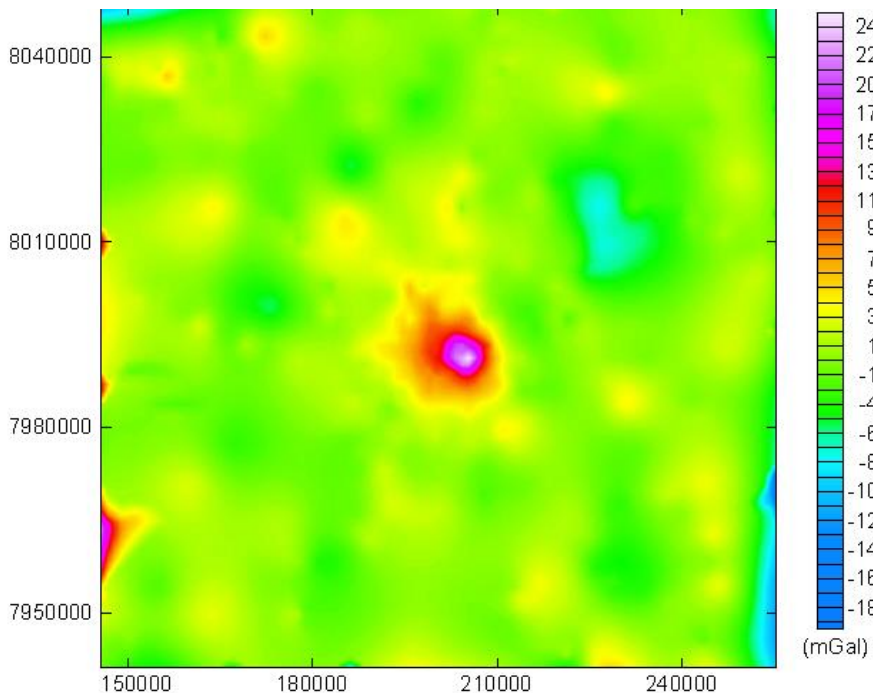


Os dois mapas são da mesma área.
No mapa inferior já foi aplicado um filtro.
Discutiremos sobre filtros ao longo do curso.

*Os dois mapas apresentam semelhanças?
Quais seriam?*

*Os dois mapas apresentam diferenças?
Quais seriam?*

Que mapa você acha que seria mais fácil de interpretar? Porque?



Exemplo de corpo simples

- *Calcule a aceleração gravitacional do complexo ultramáfico alcalino de Catalão.*
- *Compare com o valor de aceleração gravitacional da Terra.*
- *9,81 m/s² valor medido na superfície da Terra*
- *Hipóteses utilizadas?*
- *As hipóteses tem problemas? Quais?*
- *É possível encontrar soluções para os problemas, se eles existirem?*

Exemplo de corpo simples

- **Hipóteses utilizadas:**
- 1) Catalão pode ser uma esfera: raio \rightarrow Volume; raio e densidade \rightarrow Massa
- 2) Catalão pode ser uma massa pontual: Massa e Lei de Newton \rightarrow aceleração gravitacional de um ponto de massa
- **Problemas:**
- 1) Catalão não é um ponto de massa do ponto de vista de exploração mineral – ele é um corpo com volume que ocupa um espaço dentro da Terra, da superfície até alguma profundidade
- 2) Catalão está dentro da Terra!
- **Contornando problemas – solucionando problemas**
- 1) considerar as dimensões do corpo e desconsiderar como massa pontual – utilizar a geometria de corpo
- 2) considerar o efeito da massa da Terra também ao tratar da atração de um corpo – tratar a massa do corpo como um efeito de excesso ou de falta de massa com relação ao que está no entorno.

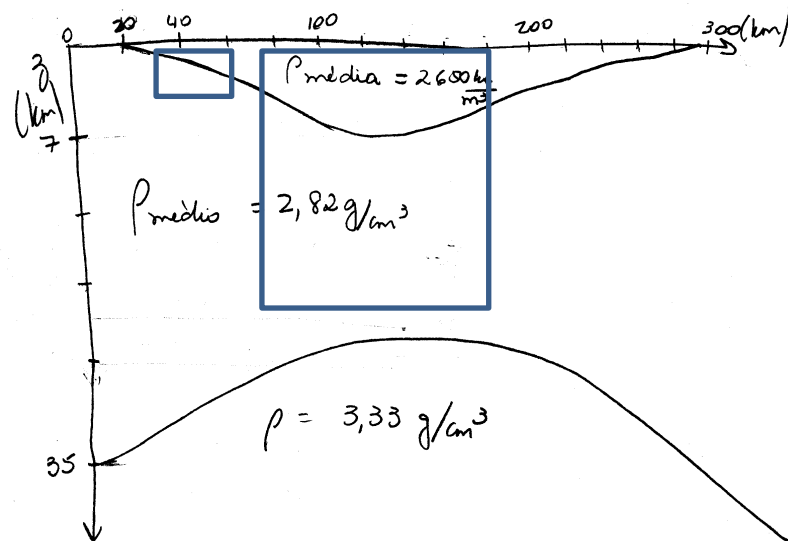
Massa-densidade-contraste de densidade

Contraste de densidade

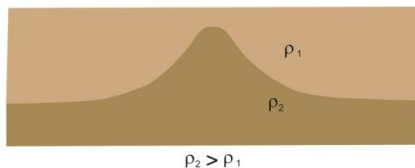
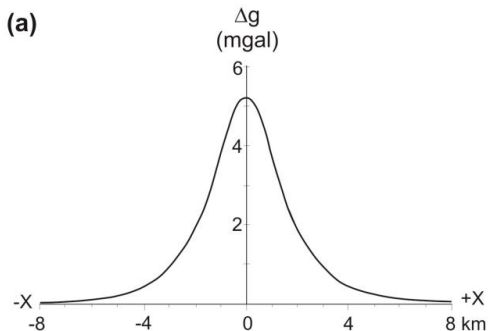
$$\Delta\rho = \rho_{\text{corpo}} - \rho_{\text{entorno}}$$

$$\Delta\rho = 3,3 - 2,7 \text{ (g/cm}^3\text{)}$$

catalão



EX: Qual seria o contraste de densidade da bacia com respeito ao embasamento e do manto com respeito à crosta na figura acima?



$\Delta\rho > 0$ excesso de massa – atração: maior ou menor? Alto gravimétrico ou baixo gravimétrico?

$\Delta\rho < 0$ falta de massa – atração: maior ou menor? Alto gravimétrico ou baixo gravimétrico?

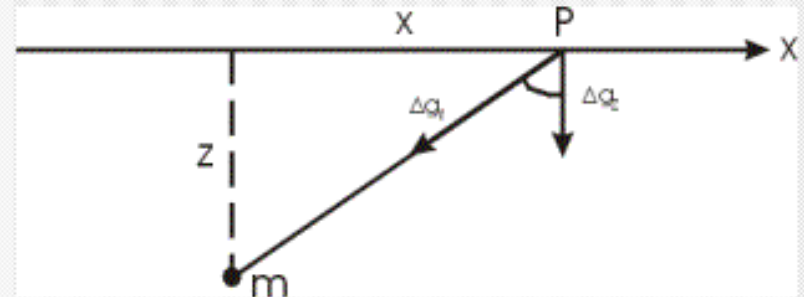
Massa – coleção de massas

- Pontos importantes para o método gravimétrico:
- O campo de força gravitacional é um campo vetorial;
- O campo de força da aceleração gravitacional também é um campo vetorial;
- Os gravímetros utilizados em medidas geofísicas só medem a componente vertical da aceleração gravimétrica → aceleração da gravidade para fins práticos pode ser considerada um campo escalar.

Aceleração gravitacional de esfera

- Esfera ou ponto situado em $x=0$

Verifique o material em anexo esfera.pdf



$$\Delta \mathbf{g}_r = \frac{Gm}{r^2}$$

$$\Delta \mathbf{g}_z = \frac{Gm}{r^2} \cos \theta = \frac{Gm}{r^3} z$$

$$g_z = \frac{4}{3} \pi G R^3 \Delta \rho \left(\frac{z}{(z^2 + x^2)^{3/2}} \right)$$

Outro exemplo de corpo simples

Depósitos de Fe em Carajás

- Nove corpos com espessura de 250 a 300 m, comprimento de centenas de metros a dezenas de quilômetros; minério tem alto teor de Fe.
- Mina N4W: 7 km de comprimento, 200 a 400 m de largura, 400 m de profundidade, minérios com alto teor ~64%; minério concentra-se nos jaspilitos. Em 2004 produziu 21,87 Mt (milhões de toneladas); reserva estimada > 1 bilhão de toneladas.
- **Geometria 3D e geometria 2D?**

Outro exemplo de corpo simples

Depósitos de Fe de Carajás

(a)

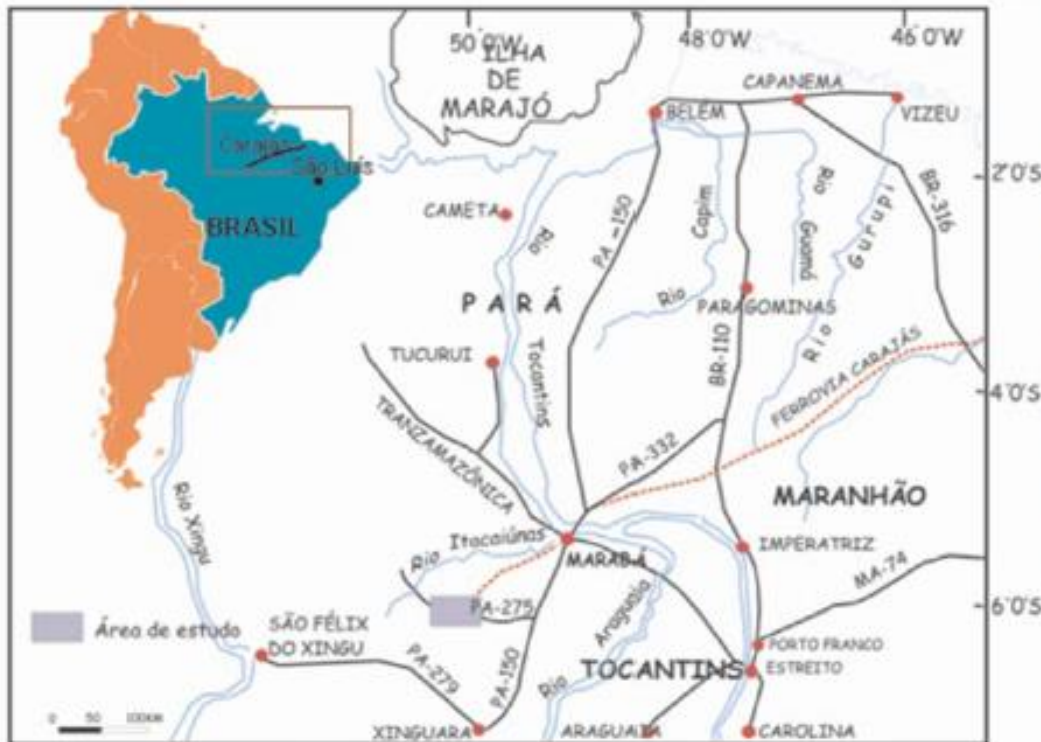
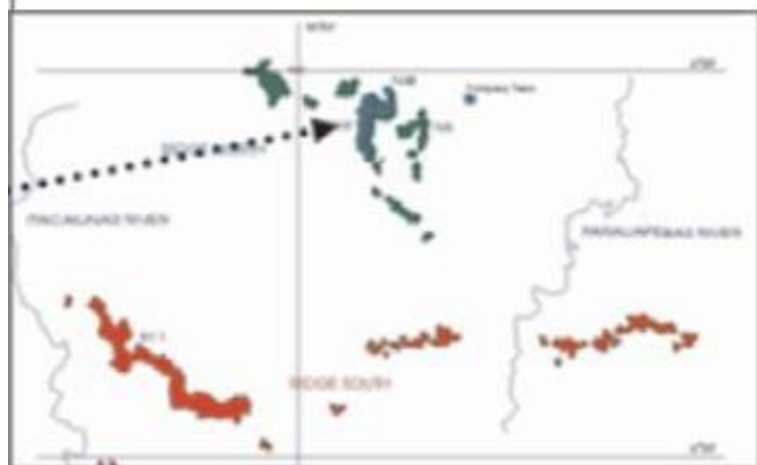


Figura 1.1. (a) Mapa de localização da Província Mineral de Carajás, com as principais vias de acesso (modificado de Macambira 2003). (b) Mapa de localização da Província Mineral de Carajás, destacando os principais depósitos de ferro, incluindo as minas N4 e N5, além de depósitos minerais selecionados de outras substâncias. Acessos rodoviário e ferroviário estão indicados em vermelho. Os contatos litológicos acham-se em cinza claro. Georreferenciamento de informações fornecidas pela Companhia Vale do Rio Doce-CVRD. Detalhe: serras norte e sul.

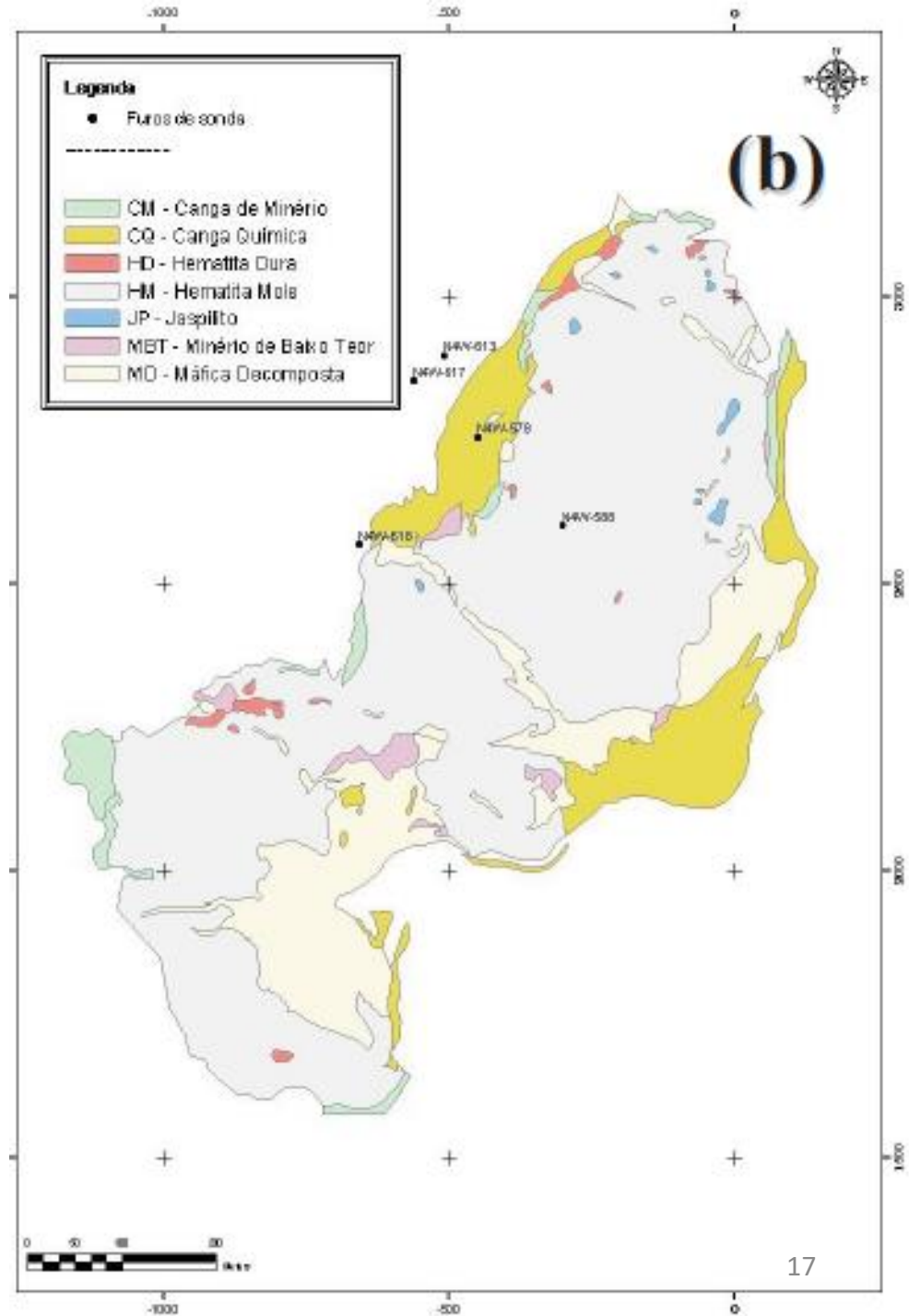
(b)



Lobato et al., 2005



N4W. Esta mina entrou em operação em 1994, em sua parte central, enquanto o setor norte está sendo lavrado desde 1996. No corpo N4W predomina **HM** pulverulento, sendo possível distinguir-se ainda diversos corpos ricos em manganês (Figura IV.2 b). Minério do tipo **HD** é escasso. A mina tem aproximadamente 7 km de comprimento, com largura variável de 200 a 500 metros e profundidade de 400 metros (CVRD 1996). O bandamento nos jaspilitos e nos corpos de minérios é concordante, com orientação entre NW-SE (subvertical) e NW-SW, mergulhando 40-50 para SW na cava central, e direção N20-30E, mergulhando 40-50 para NW na cava norte (Pinheiro *et al.* 2001). A relação de contato gradacional entre minério friável e jaspilito (Figura IV.3 g, h) é observada em diversas bancadas da mina, sendo caracterizada por aumento no teor de sílica do minério (HMSi).



Densidades em testemunhos de sondagens de 3 poços na mina N4W (Nakashima et al., 2016)

Sigla	Litotipo	Densidade média (g/cm ³)
HC	Hematitito compacto	3,61
HF	Hematitito friável	3,12
HMN	Hematitito manganêsífero	3,13
FMN	Formação ferrífera manganêsífera	3,17
JP	Jaspilito	3,18
SO	Solo	2,03
CM	Colúvio / elúvio de hematitito lateritizado	3,09
CQ	Lateritas	2,58
MD	Saprolito das rochas máficas, horizonte A/B	1,95
MSD	Saprolito das rochas máficas, horizonte C/R	2,34
MS	Rochas máficas indiferenciadas	2,58
QZ	Veio de Quartzo	2,47
AET	Arenito	2,62
CGL	Conglomerado	2,93

Tabela 1- Média de densidade conforme os litotipos mapeados através dos diferentes furos de sondagem estudados dentro do projeto.

Furo	Litologia	Média	Desvio
N4W-F1012	CQ	3,77	0,26
	HF	4,95	0,22
	JP	5,07	0,40
	MS	3,29	0,42
	Geral	3,50	0,65
N4W-F1023	CM	5,04	0,41
	HF	5,21	0,17
	Geral	5,18	0,23
N4W-F1051	CM	4,72	0,50
	HF	5,46	0,30
	JP	4,85	0,00
N4W-F1065	Geral	5,39	0,39
	CM	5,23	0,29
	CQ	3,70	0,07
	HF	5,00	0,20
N4W-F1100	MS	3,66	0,61
	Geral	4,61	0,84
	CM	4,59	0,76
	JP	5,57	0,05
N4W-F1115	MS	3,35	0,09
	Geral	3,97	0,87
	CQ	4,80	0,58
	JP	4,71	0,46
N4W-F1279	MS	3,50	0,32
	Geral	4,17	0,74
	MS	3,14	0,22
N4W-F1348	Geral	3,14	0,22
	CM	4,38	0,00
	CQ	3,31	0,06
N4W-F1398	MS	3,13	0,17
	Geral	3,25	0,28
	CM	3,88	0,20
N4W-F1495	CQ	3,39	0,10
	HF	5,29	0,00
	Geral	3,68	0,59
N4W-F1515	CQ	3,48	0,04
	MS	3,02	0,25
	Geral	3,07	0,27
N4W-F1515	CM	4,69	0,29
	CQ	3,64	0,22
	HF	5,10	0,25
	JP	3,60	0,34
	MS	3,48	0,56
Geral	3,91	0,74	

Outro exemplo de corpo simples

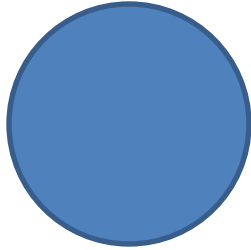
Depósitos de Fe de Carajás

- *Calcule a aceleração gravitacional do depósito N4W, usando apenas as leis de Newton.*
- *Dá para aproximar o corpo de uma esfera?*
- *Se não der qual é a melhor forma para esse corpo?*

Outro exemplo de corpo simples

Depósitos de Fe de Carajás

- *Calcule a aceleração gravitacional do depósito N4W, usando apenas as leis de Newton.*
- *Dá para aproximar o corpo de uma esfera?*
- *Se não der qual é a melhor forma para esse corpo?*



Complexo ultramáfico alcalino de
Catalão
Esfera com 2750 m de raio
Corpo 3D – todas as dimensões tem
a mesma ordem de grandeza



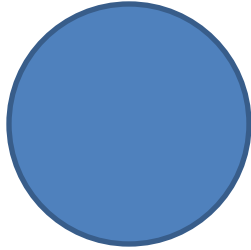
Depósito N4W: comprimento 7000 m, largura 500 m, espessura 300 m

Cilindro?

Linha de massa?

Corpo 2D – uma das dimensões é pelo menos 10x maior do que as outras

Simplificações geométricas de corpos 2D e corpos 3D será que tem sentido para a geologia? Que outros exemplos de corpos geológicos você pensaria para simplificações geométricas de 2D e 3D?



Complexo ultramáfico alcalino de
Catalão
Esfera com 2750 m de raio
Corpo 3D – todas as dimensões tem
a mesma ordem de grandeza



Depósito N4W: comprimento 7000 m, largura 500 m, espessura 300 m

Cilindro?

Linha de massa?

Corpo 2D – uma das dimensões é pelo menos 10x maior do que as outras

Simplificações geométricas de corpos 2D e corpos 3D será que tem sentido para a geologia? Que outros exemplos de corpos geológicos você pensaria para simplificações geométricas de 2D diques, soleiras, dobra, bacia alongada, dorsal oceânica, rift, sistemas de montanhas, assoalho oceânico – faixas magnéticas, e 3D intrusões graníticas e máficas, câmara magmática, guyots, ilhas vulcânicas

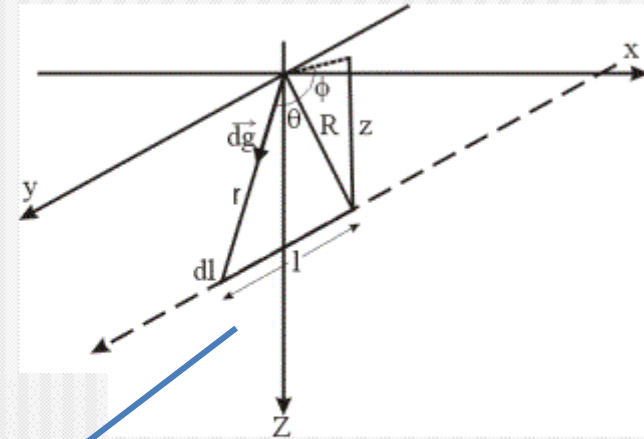
Cilindro horizontal – anticlinal ou sinclinal

- Linha de Massa

Z = profundidade

λ = densidade (g/cm)

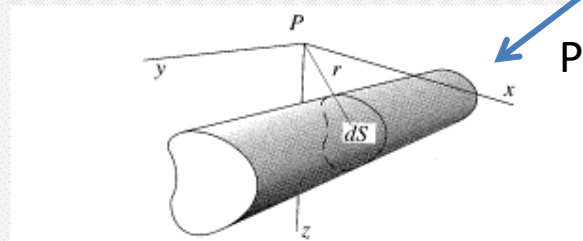
$$\Delta g_z = 2G\lambda \frac{z}{(x^2 + z^2)}$$



- CILINDRO HORIZONTAL INFINITO

- Podemos generalizar o resultado linha de massa para um cilindro de raio A e densidade ρ .

$$\text{Massa} = \pi A^2 \rho$$



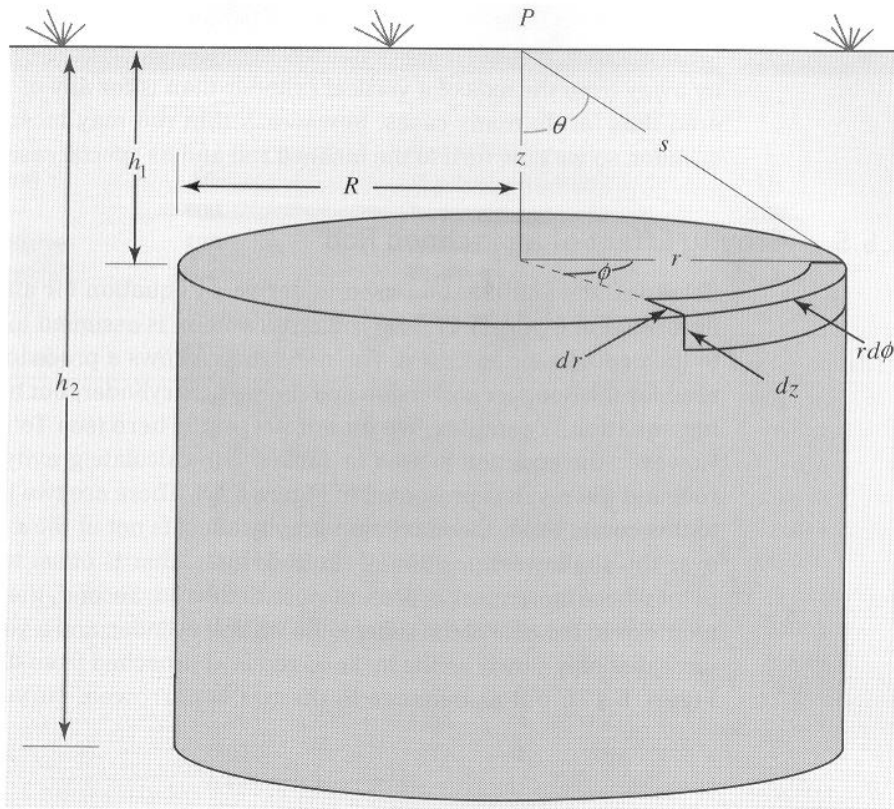
Princípio da superposição

Ussami, 2008

$$g_z = 2\pi G A^2 \rho \frac{z}{(x^2 + z^2)}$$

Z – profundidade do eixo do cilindro de área dS

Cilindro vertical finito



$$g_z = 2\pi G\Delta\rho\left(h_2 - h_1 + \sqrt{R^2 + h_1^2} - \sqrt{R^2 + h_2^2}\right)$$

Podemos determinar a aceleração gravitacional do cilindro de forma analítica apenas para o ponto de medida sobre o eixo do cilindro.

Camada horizontal fina

- Seja z a profundidade da camada, t a espessura ($z_2 - z_1$) e $\Delta\rho$ o contraste de densidade. A massa por unidade de comprimento na direção y de um elemento de largura dx é $(\Delta\rho t dx)$.
- Para o esquema em b

$$g_z = G\Delta\rho t z \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2 + z^2} = G\Delta\rho t \left[\tan^{-1}\left(\frac{x_2}{z}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{x_1}{z}\right) \right]$$

$$\tan^{-1}(x_1/z) = \phi_1 \quad \tan^{-1}(x_2/z) = -\phi_2$$

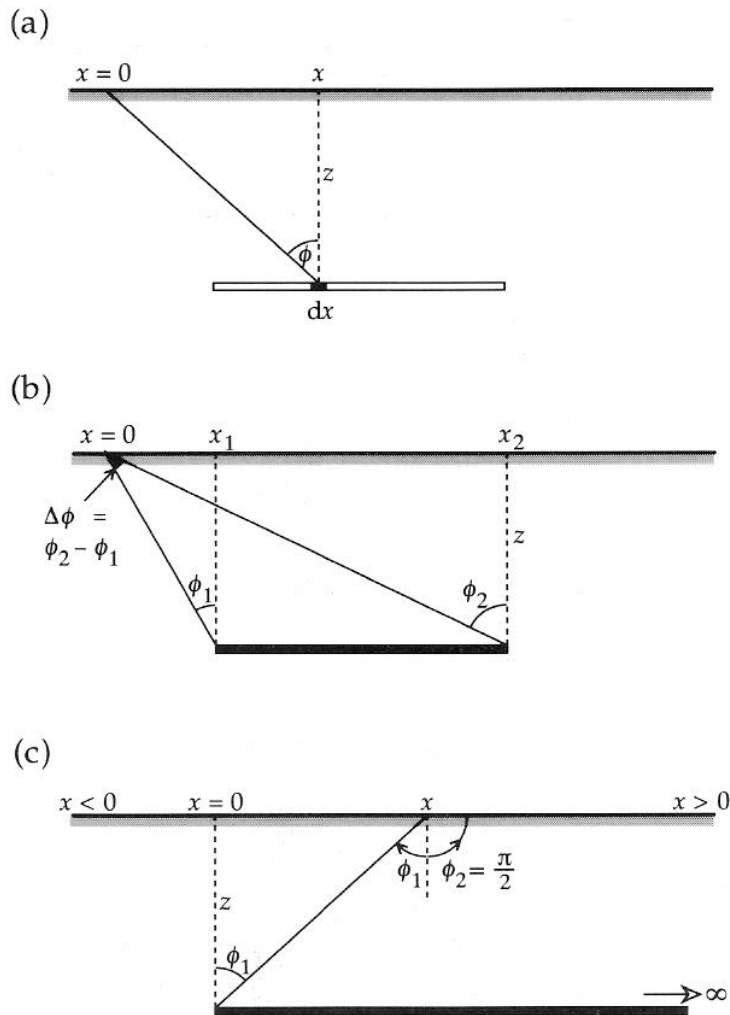
$$g_z = G\Delta\rho t (\phi_2 - \phi_1)$$

$$\tan^{-1}(x/z) = \phi_1 \quad \phi_2 = \pi/2 \quad \text{Camada semi infinita (esquema em c)}$$

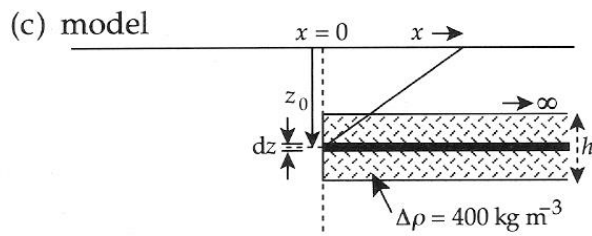
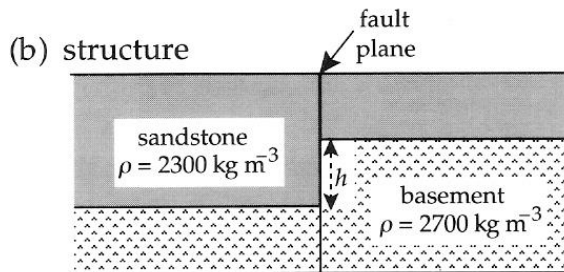
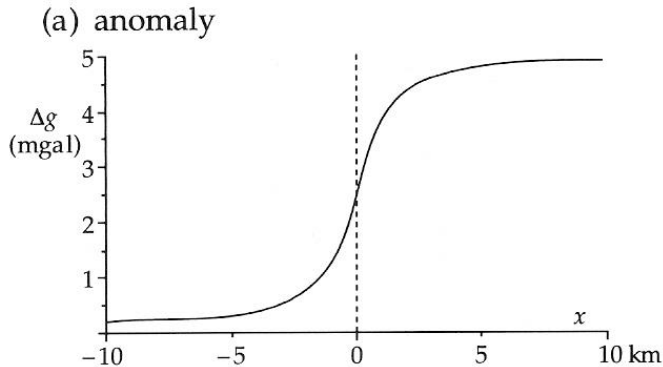
$$g_z = G\Delta\rho t \left[\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{x}{z}\right) \right]$$

$$\phi_2 = \pi/2 \quad \phi_1 = -\pi/2 \quad \text{Camada infinita}$$

$$g_z = 2\pi G\Delta\rho t$$



Camada horizontal espessa-falha



- Seja z a profundidade da camada, h a espessura (h não é tão fino como t do caso anterior) e $\Delta\rho$ o contraste de densidade. A massa por unidade de comprimento na direção y de um elemento de largura dx é $(\Delta\rho h dx)$.

$$g_z = G\Delta\rho h \left[\frac{\pi}{2} + \frac{1}{h} \int_{z_0 - \frac{h}{2}}^{z_0 + \frac{h}{2}} \tan^{-1} \left(\frac{x}{z} \right) dz \right]$$

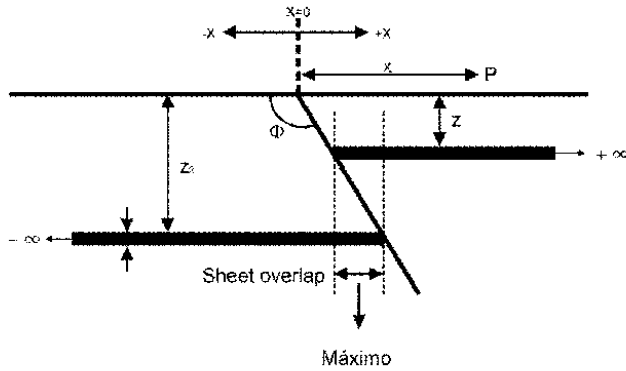
Fazendo uma aproximação para o que está dentro do colchete considerando z_0 como a posição média de h (no esquema c) tem-se:

$$g_z = G\Delta\rho h \left[\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{x}{z_0} \right) \right]$$

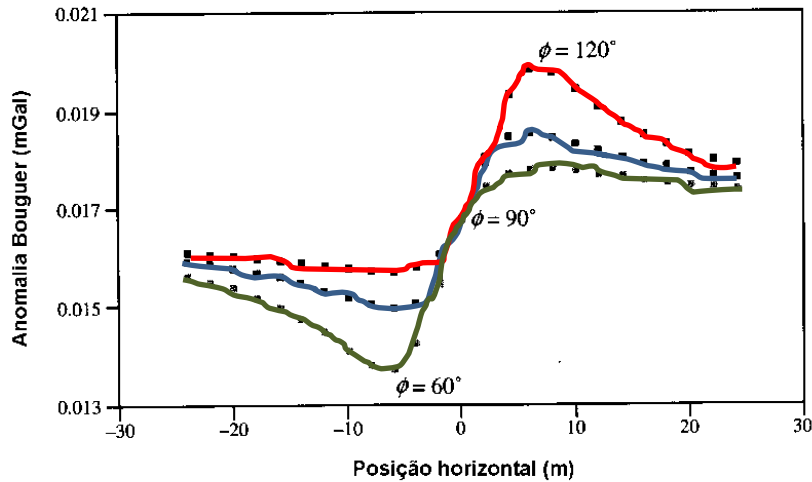
O erro envolvido nessa aproximação é de cerca de 2%, desde que $z_0 > 2h$.

Camada horizontal espessa-falha inclinada

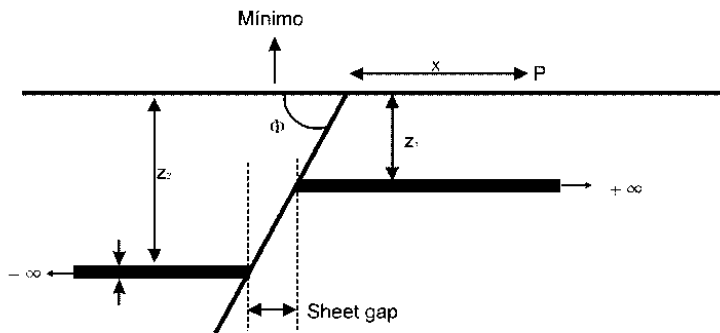
(a)



(b)



(c)



$$g_z = G\Delta\rho t \left[\begin{array}{l} \pi + \tan^{-1} \left(\frac{x}{z_1} + \cot \phi \right) - \\ \tan^{-1} \left(\frac{x}{z_2} + \cot \phi \right) \end{array} \right]$$

Unidades usadas em gravimetria

	SI	cgs
Massa	kg	g
Distância	m	cm
Aceleração	m/s ²	cm/s ²

$$1 \text{ cm/s}^2 = 1 \text{ Gal (Galileu)}$$

$$\text{Geofísica: } 1 \text{ mGal} = 10^{-3} \text{ Gal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

$$\text{gu (gravity unit)} = 0,1 \text{ mGal}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2 = 6,67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{g} \cdot \text{s}^2$$

$$1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

referências

- Lobato et al., 2005 – A mineralização hidrotermal de ferro na província mineral de Carajás – controle estrutural e contexto na evolução metalogenética da província. In: CARACTERIZAÇÃO DE DEPÓSITOS MINERAIS EM DISTRITOS MINEIROS DA AMAZÔNIA (Eds. OJ Marini, ET Queriz, BV Ramos). Cap. II, 25-92. DNPM – CT/MINERAL-ADIMB.
- Nakashima et al., 2016 – Aquisição de dados de densidade e integração de dados das propriedades físicas da rocha em testemunhos de sondagem da Província Mineral de Carajás. Resumo expandido VII Simpósio Brasileiro de Geofísica, Ouro Preto, 6 p.
- Burger, H.R., Sheehan, A.F. and Jones, C.H., 2006. Introduction to Applied Geophysics. Exploring the shallow subsurface. W.W. Norton & Company, New York. Ch. 6: 349-428
- Lowrie, W., 1997, Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 354 pp.
- Ussami, N., 2008. Material para o curso AGG324.
- Hinze, W.J., von Frese, R.R.B., Saad, A.H., 2013 - Gravity and magnetic exploration, Principles, practices and applications, Cambridge U.P.