1)

REGRA BÁSICA:

$$\boxed{\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C}$$

Usando o método de substituição

Seja $f(x) = \sqrt{2x+1} \Rightarrow \int f(x)dx = \sqrt{2x+1}\,.dx$

Chame $(2x+1) = u \Rightarrow \frac{du}{dx} = 2$ ou $dx = \frac{du}{2}$

Assim: $\int u^{1/2} \frac{1}{2} du = \frac{1}{2}\int u^{1/2} du$

$$\left(\frac{1}{2}\right)\frac{u^{1/2+1}}{1/2+1} + C = \left(\frac{1}{2}\right)\frac{u^{3/2}}{3/2} = \frac{1}{3}u^{3/2} + C$$

$$= \frac{1}{3}(2x+1)^{3/2} + C$$

Se f.a é definida num intervalo

$$\int_0^4 \underbrace{\sqrt{2x+1}}\,dx.$$

$\Rightarrow$ Posso escrever $(2x+1)^{1/2}$ ou $u^{1/2}$

daí:

$$\frac{1}{3}\int_0^4 u^{3/2} = \frac{1}{3}\left[(2x+1)^{3/2}\right]_0^4$$

$$= \frac{[2(4)+1]^{3/2}}{3} - \frac{[2(0)+1]^{3/2}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{9^3} - \sqrt{1^3}}{3} = \left[\frac{26}{3}\right]. \checkmark$$

$\sqrt{a} = a^{1/2}$

$\Rightarrow a^{3/2} = \sqrt{a^3}$

$$y = f(x) = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\int \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int_0^4 \sqrt{(2x+1)}\, dx$$

$$u = 2x+1$$

$$\frac{du}{dx} = 2$$

$$du = 2dx$$

$$dx = \frac{du}{2}$$

$$= \int_0^4 \sqrt{u}\, dx = \int_0^4 \sqrt{u} \cdot \frac{du}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^4 \sqrt{u}\, du$$

$$= \frac{1}{2} \left[\int_0^4 u^{1/2}\, du\right]$$

$$\frac{u^{1/2+1}}{1/2+1} = \frac{u^{3/2}}{3/2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{u^{3/2}}{3/2}\right]_0^4$$

2) Conceitos fundamentais:

Sabemos que

$$F(x) = P(X \leq x), \text{ c/ } -\infty < x < \infty$$

como $\boxed{P(a \leq x \leq b)} = \int_a^b f(x)\,dx$ representa a área sob a curva da f.d.p (função densidade)

temos que:

1) $f(x) \geq 0$, p/ todo $x \in \mathbb{R}$

2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$

$\therefore$ Posso escrever $\boxed{F(x)} = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$ p/ todo $x \in \mathbb{R}$

Disto, vem que:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a; \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{se } a < x \leq b; \\ 1, & \text{se } x > b \end{cases}$$

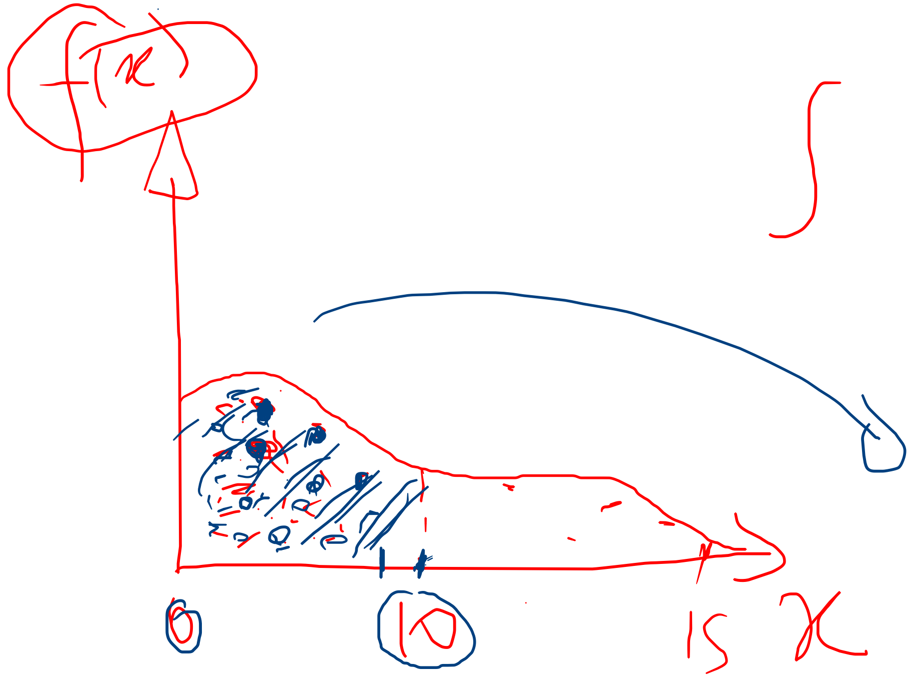
Se $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \forall \text{ outro valor} \end{cases}$

temos

$$\underbrace{F(x)}_{\text{função de distribuição acumulada}} = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ \int_0^x f(x)\,dx, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^x 0\,dx = 1, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

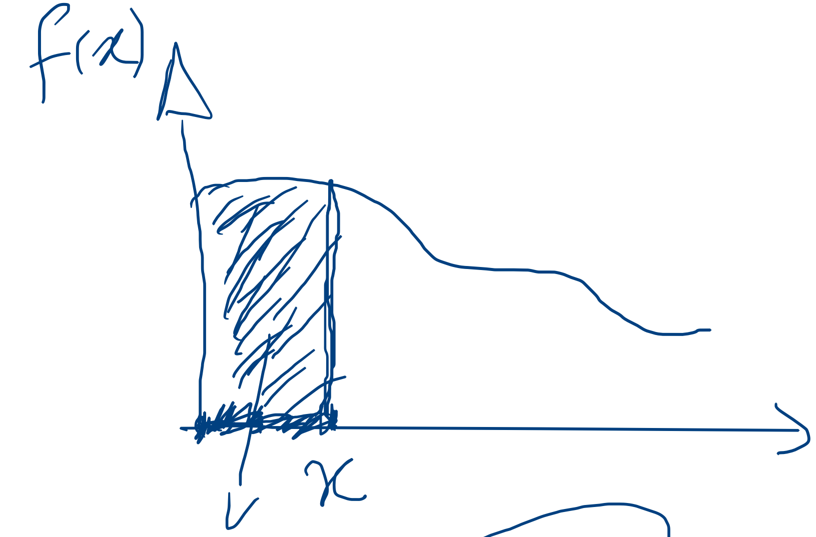
Exemplo: Estamos debatendo as ausências dos funcionários numa usina de açúcar e álcool.

Foi organizado p/ que o ônibus passe no ponto combinado entre 7:00 e 7:30h. Ao passar não espera. Segue p/ o ponto subsequente.



$\int \qquad f(x) = (\; , \;)$

$(f(x), x)$



$$p(0 \leq X \leq 10) = \int_0^{10} f(x)\,dx$$

$$F(x) = P(X \leq x)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{se } a < x \leq b \\ 0, & \text{se } x > b \end{cases}$$

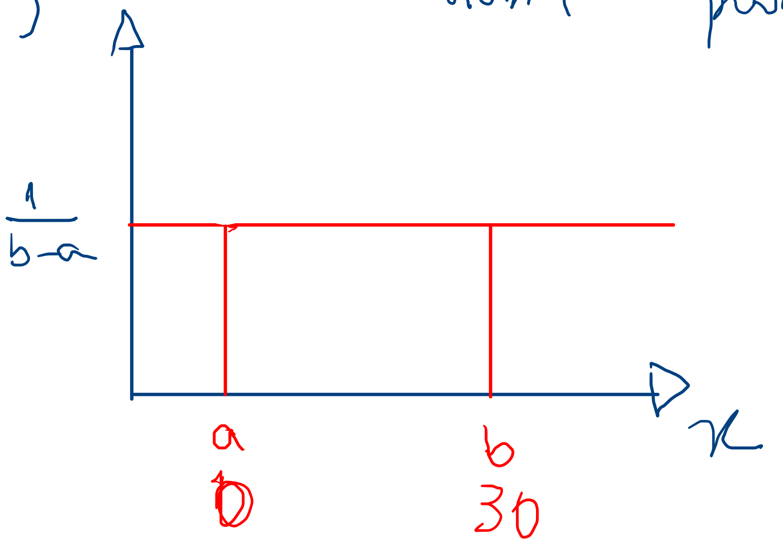
3) Se um determinado funcionário chegar às 7:24h, qual a probabilidade de pegar o ônibus?

$x \to$ horário de chegada

$\boxed{0 \leq x \leq 30}$

Lembremos que:

$f(x) \to$ função densidade de probabilidade $\to$ não representa a probabilidade, mas a concentração



Sabemos que:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1 \end{cases}$$

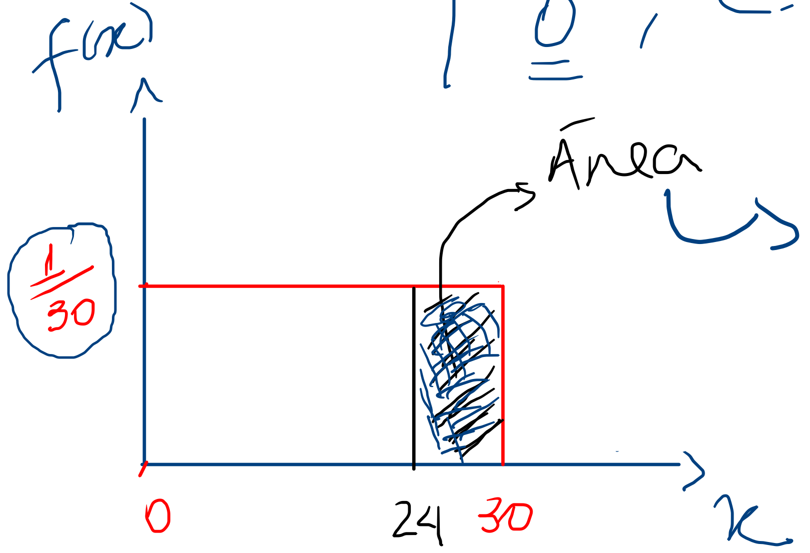
Note que são 30, então posso pensar que

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0, & \text{se } x \text{ é outro valor} \end{cases}$$

Pelos dados do problema:

$$\left.\begin{matrix} a = 0 \\ b = 30 \end{matrix}\right\} \; 7:00 \text{ a } 7:30$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{30}, & \text{se } 0 \leq x \leq 30 \\ 0, & \text{c.c} \end{cases}$$



1

$$\boxed{\underline{b \cdot h} = \frac{1}{5}}$$

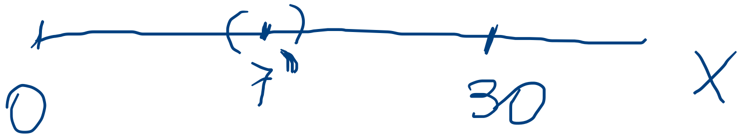
$$6 \cdot \frac{1}{30} = \frac{6}{30}$$

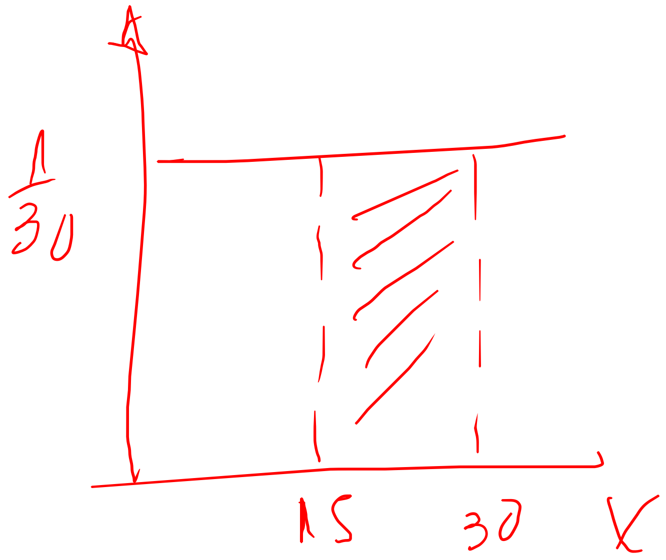
Também podemos fazer

$$P(24 \leq x \leq 30) = \int_{24}^{30} f(x)\,dx \quad 2$$

$f(x=7) = \underline{\text{continuous}}$ $\quad P(X = 7{,}0)$

$$\frac{x=7}{N}\ , N \to \infty = 0 \ //$$





$$15 \cdot \frac{1}{30} = \frac{1}{2}$$

4) Lembre que $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & se\ a \le x \le b \\ 0, & c.c \end{cases}$

$$\int_{24}^{30} f(x)\,dx \Rightarrow \int_{24}^{30} \frac{1}{30}\,dx = \frac{1}{30}\int_{24}^{30} dx$$

$$\frac{1}{b-a} \to \frac{1}{30}$$

Retome que: $\boxed{x^{n}\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}}$

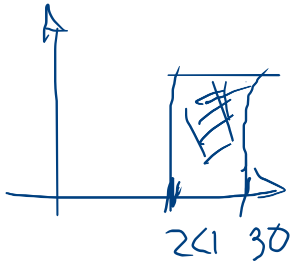
$$1dx = x^{0}dx \Rightarrow \frac{x^{0+1}}{0+1} = x$$

Assim: $\frac{1}{30}\Big[x\Big]_{24}^{30} = \frac{30-24}{30} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

Se temos $f(x) = 5$ podemos chegar a $F(x)$.

Aprendemos que:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & se\ x \le a \\ \frac{x-a}{b-a}, & se\ a < x \le b \\ 1, & se\ x \ge b \end{cases}$$



Se $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{30}, & se\ (0 < x \le 30) \\ 0, & c.c \end{cases}$

$$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0, & se\ x \le 0 \\ \frac{1}{30}, & se\ 0 < x \le 30 \\ 1, & se\ x > 30 \end{cases}$$

3

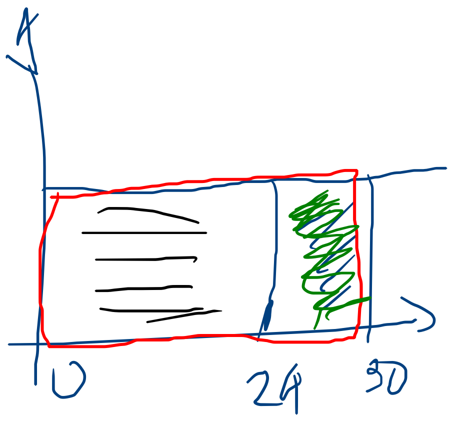
F.D.A

Queremos $P(x \geq 24) = 1 - P(x < 24)$

$$\int_{24}^{30} \frac{1}{30-0}\,dx \qquad f(x)$$

$$\frac{1}{30}\int_{24}^{30} 1\,dx$$

$$x^n = x^0$$



$$\text{Prob}(x > 24) = 1 - \boxed{\text{Prob}(x < 24)}$$

$$1 - \int$$

1 $\quad Pr(24 < x \leq 30)$

$Pr(0 \leq x \leq 24)$

$$\text{Prob}(x < 24) = P(0 \leq x < 24) = \int_0^{24} f(x)\,dx$$

$$\int_0^{24} \frac{1}{30}\,dx = \frac{1}{3}\int_0^{24} dx$$

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \qquad 0 \leq x \leq 30$$

$$\frac{1}{30}\int_0^{24} dx = \frac{1}{30}\Big[x\Big]_0^{24} = \frac{1}{30}\left[24-0\right] = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$P(x \geq 24) = 1 - P(x < 24)$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{4}{5} = \frac{5-4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$E(X) = \frac{1}{n}\sum_{0}^{n} x f(x)$$

5) $P(x \geq 24) = 1 - F(24)$

$$= 1 - \int_0^{24} f(x)\,dx$$

$$= 1 - \frac{1}{30}\int_0^{24} dx$$

$$= 1 - \frac{1}{30}\Big[x\Big]_0^{24} =$$

$$= 1 - \frac{24}{30} = \frac{1}{5}$$

Prob de pegar o ônibus $= \frac{1}{5}$

distribuição contínua $\begin{cases} E(X) \\ Var(X) \end{cases}$

Precisamos saber sobre $\begin{cases} E(X) \\ Var(X) \end{cases}$

Valor Médio de v.a contínua $(E(X))$

Como $\boxed{P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x)\,dx}$

Escrevemos

$$E(X) = \int_A^B x\,f(x)\,dx$$

P/ o exemplo do ônibus

$$E(X) = \int_0^{30} x \frac{1}{30}\,dx = \frac{1}{30}\int_0^{30} x\,dx$$

$$\left[\frac{1}{30}\frac{x^2}{2}\right]_0^{30} = \frac{1}{30}\left[\frac{30^2}{2} - \cancel{\frac{0^2}{2}}\right] = \frac{900}{60} = 15$$

6) $Var(x) = E[(x - E(x))]^2$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(x))^2 f(x)\, dx$$

P/exemplo:

$$\int_0^{30} \underline{(x-15)^2} \frac{1}{30}\, dx = \frac{1}{30} \int_0^{30} \underline{(x-15)^2}\, dx$$

↳ substituição

$$\frac{1}{30}\left[\frac{x^3}{3} - \frac{30x^2}{2} + 15^2 x\right]_0^{30} = ?$$

$$= \frac{1}{30}\left[\frac{30^3}{3} - \frac{30\,(30)^2}{2} + 15^2(30)\right]$$

também podemos fazer:

$$Var(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$