1) Dist. de V.A Discreta (continuação)

Enfoque Importante:

Bernoulli → Binomial

1 evento (discreto) → $X \sim Ber(p)$

$E(x) = p$
$Var(x) = p(1-p)$
$p(x=0) = (1-p)$
$p(x=1) = p$

n eventos (discretos) → $X \sim b(n,p)$

$E(x) = np$
$Var(x) = n.p.(1-p)$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

k = casos "favoráveis"
n-k = casos "desfavoráveis"

O Processo de Poisson → ñ vamos ver

Quantis Teóricos ñ vamos ver

Variável Aleatória Contínua (cap. 7)

Exemplos → salário, lucro → São resultados de mensurações.

O valor verdadeiro é em torno de um número.

Usamos histogramas p/ representá-las

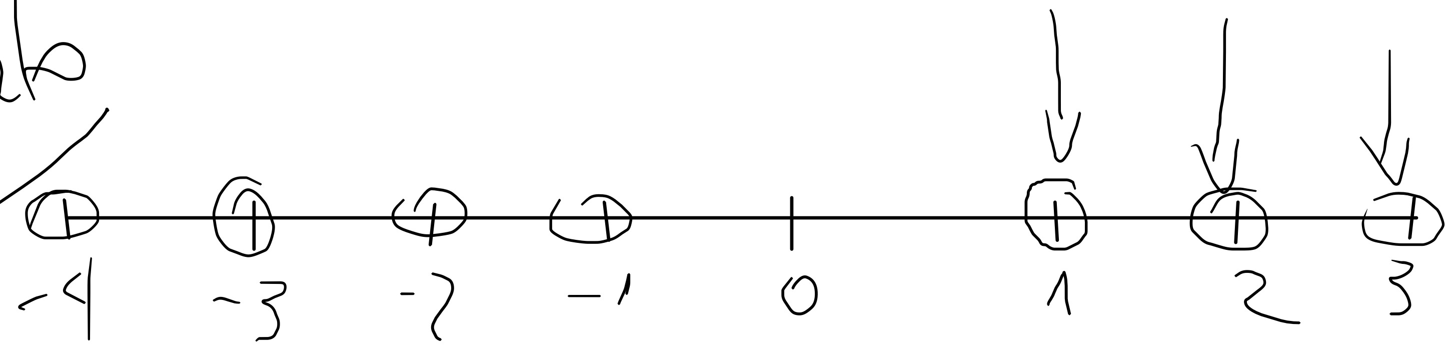
A ideia de um relógio é bastante intuitiva.

* O Veilling Holambra (eletrônico)

↳ Relógio → sinaliza o tempo de exposição do produto

→ ganha o menor preço

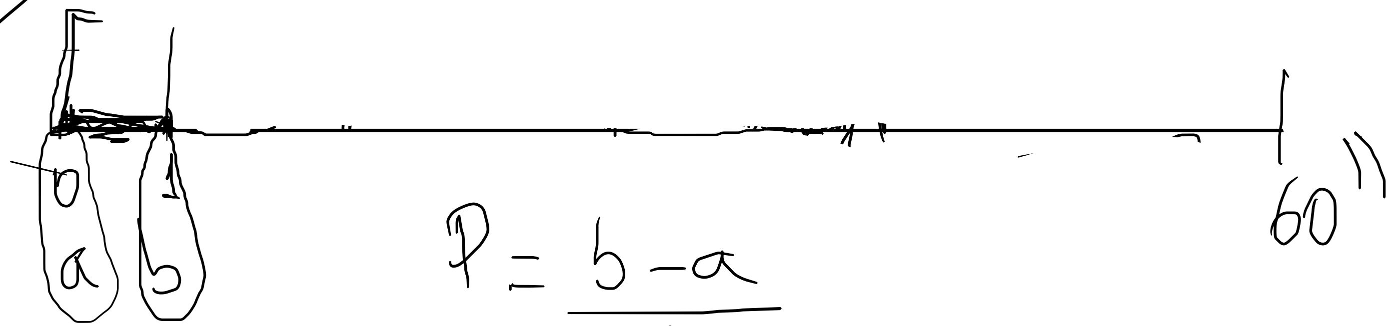
discreto



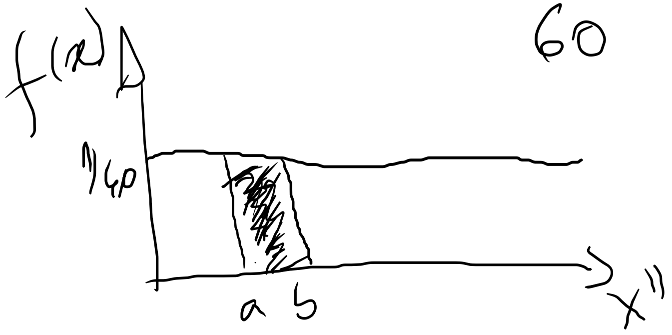
contagem

$P(a < X < b)$

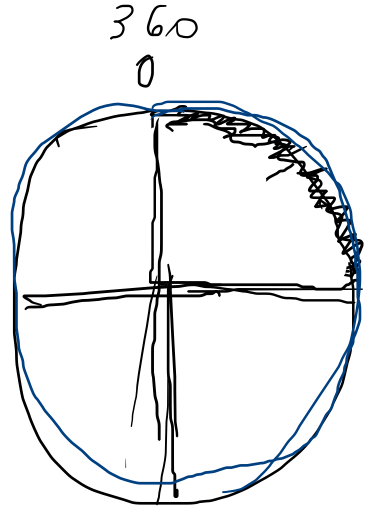
contínuo



$$P = \frac{b-a}{60}$$



360°



$P(0 < X < 15'')$

$P(0^\circ < X < 90^\circ)$

$P(0^\circ < X < 90^\circ) = 1/4$

2) Como ninguém sabe quando o relógio vai parar, todos tem incentivo a dar lances.

$X \to$ tempo q. o relógio vai parar (v.a)
$\to$ segundos

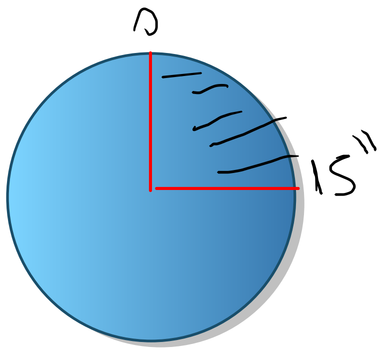
Pode ser $\forall$ valor tal que $\underbrace{0° \leq x < 360°}_{\text{Infinitos pontos}}$

$\therefore$ prob$(X = k) = 0$, dado que $k = \infty$

Cabe aos participantes do leilão estimar a probabilidade do relógio parar num intervalo de tempo. Ex: $\boxed{\text{prob}(0 < X \leq 15'')}$

Vejamos!

Se dividirmos em Quadrantes:



$P(0 < X \leq 15'') = P(0° < z \leq 90°) = \frac{1}{4}$

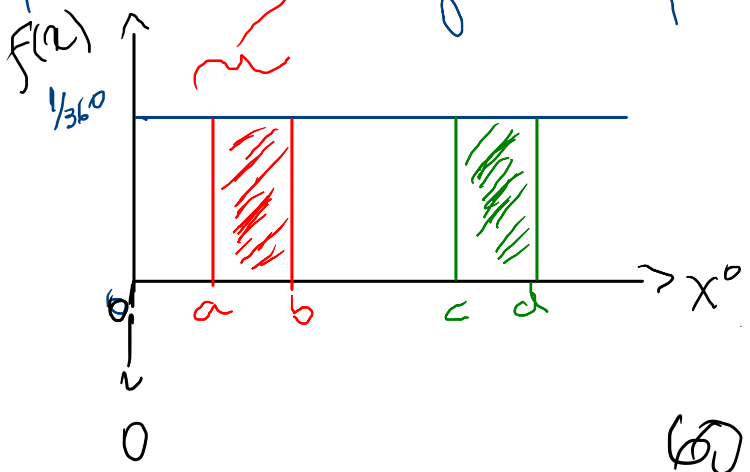
Por menor que seja o intervalo posso calcular a probabilidade do ponteiro de segundos parar naquele intervalo.

Assim:

Dado a e b dois nºs quaisquer, tal que $0 \leq a < b \leq 360°$, posso fazer

$$P(a \leq X < b) = \frac{b-a}{360°} \to \text{a área corresponde a prob}$$

P/ intervalos regulares posso fazer:



{ Histograma

3) Lembremos que f(x) será dado por:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } X < 0^\circ \\ 1/360, & \text{se } 0^\circ \leq X < 360^\circ \\ 0, & \text{se } X \geq 360^\circ \end{cases}$$

Como a área corresponde à probabilidade, posso fazer:

$$p(a \leq x < b) = \int_a^b f(x)\,dx$$
$$= \int_a^b \frac{1}{360}\,dx = \frac{b-a}{360}$$

chamaremos f(x) aqui como a função densidade de probabilidade (fdp) da variável x.

Bom temos a Função de distribuição Acumulada (F(x))

$$\Rightarrow F(x) = P(X \leq x), \quad -\infty < x < \infty$$

Assim: $$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$

Exemplos:

Qual a probabilidade de comprar o produto se fizer o lance nos 10" iniciais.

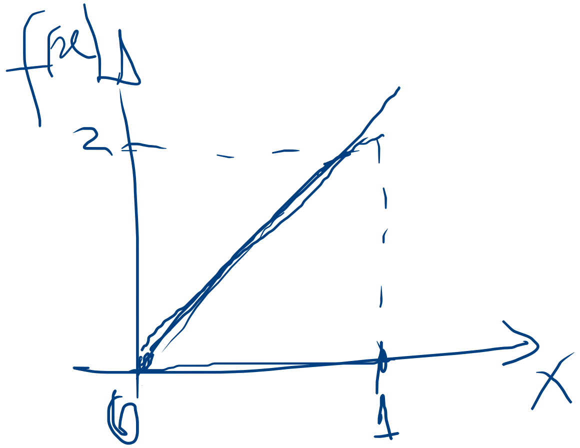
$$p(a \leq x < b) = \frac{b-a}{360} = \frac{10}{360} = \frac{1}{36}$$

Prob de arrematar nos 10" finais:

$$p(c \leq x < d) = \frac{360-350}{360} = \frac{10}{360} = \frac{1}{36}$$

Função densidade de probabilidade (f.d.p)

↳ $f(x) \longrightarrow$ Pontos onde x é + frequente



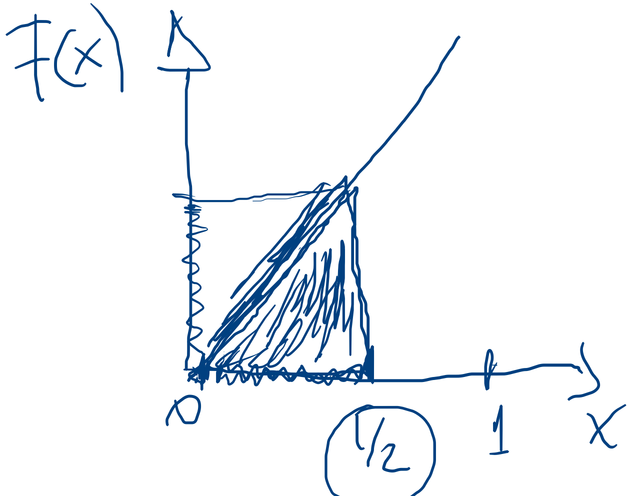
$$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{p/ } \forall \text{ outro valor} \end{cases}$$

Função de dist. Acumulada ($F(x)$)

$F(X \leq x)$

$\downarrow$

$1/2$



$x = 1/2$

4) Prob de arrematar se lance for nos 30'' iniciais:

$$P(0 \le x < 30) = \frac{30}{360} = \frac{1}{12}$$

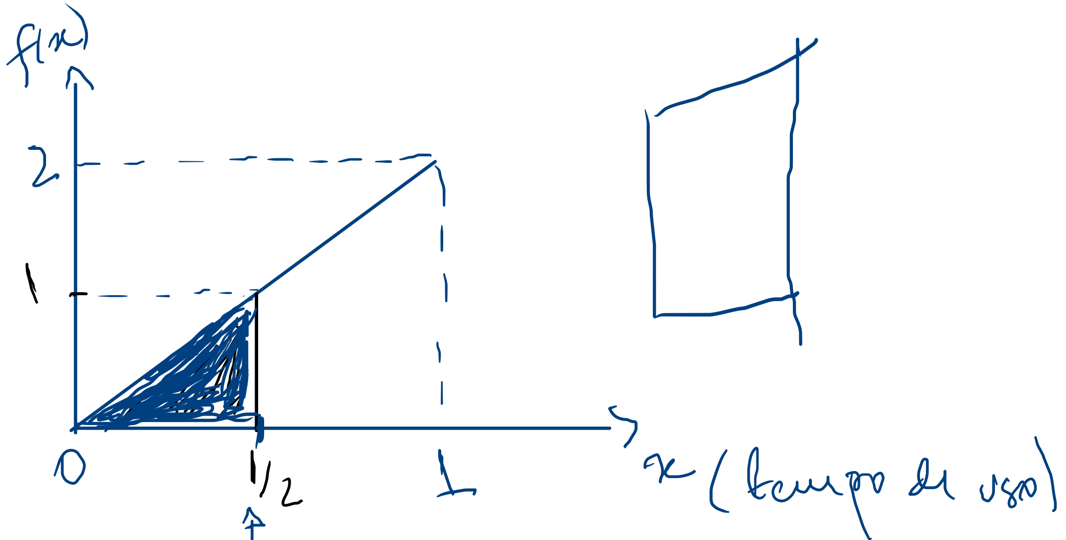
O ponto aqui q. ñ estamos sozinhos no leilão e só esses dados ñ seriam suficientes p/ modelar a probabilid. Seria necessário considerar os demais participantes.

Outro exemplo: considere a função

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ 0, & \text{p/ } \forall \text{ outro valor} \end{cases}$$

f.d.p

$\boxed{\text{Quebra máquinas}}$



Se X = 1/2 → Qual a prob de $(0 \le X \le 1/2)$

$$P(0 \le x \le 1/2) = \frac{b.h}{2} = \left(\frac{1}{2} \cdot 1\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

$$P(1/2 \le x \le 1) = \frac{(B+b).h}{2} = \frac{2+1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

A Probabilid de quebra da máquina aumenta no segundo intervalo de tempo.

X = venda

5) Exemplo: $\to f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{16}, & \text{se } 2 < x < 6 \\ 0, & \text{qualquer outro valor} \end{cases}$$

$$f(2) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}; \quad f(4) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}; \quad f(6) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

P/ F.d.A $(F(x))$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

Se $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{16} \\ 0 \end{cases} \Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^{2} f(x)dx + \int_{2}^{6} f(x)dx$

$$\Rightarrow F(x) = 0 + \int_2^6 \frac{x}{16}dx = 0 + \left[\frac{1}{16} \cdot \frac{x^2}{2}\right]_2^6 = \left[6^2 - 2^2\right] \cdot \frac{1}{32}$$

$$F(x) = \frac{36-4}{32} = 1$$

(Precisa rever as regras de integrais)

REGRA BÁSICA:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

usando o método de substituição

Seja $f(x) = \sqrt{2x+1} \Rightarrow \int f(x)dx = \sqrt{2x+1} \cdot dx$

chame $2x+1 = u \Rightarrow \frac{du}{dx} = 2$ ou $dx = \frac{du}{2}$

Assim: $\int u^{1/2} \frac{1}{2} du = \frac{1}{2} \int u^{1/2} du$

$$\left(\frac{1}{2}\right) \frac{u^{1/2+1}}{1/2+1} + C = \left(\frac{1}{2}\right) \frac{u^{3/2}}{3/2} = \frac{1}{3} u^{3/2} + C$$

$$= \frac{1}{3}(2x+1)^{3/2} + C$$

6) Exemplo:

Se a definirmos num intervalo

$$\int_0^4 \sqrt{2x+1}\,dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\left[(2x+1)^{3/2}\right]_0^4 =$$

$$\frac{(2.(4)+1)^{3/2}}{3} - \frac{(2(0)+1)^{3/2}}{3} = \frac{(9)^{3/2} - 1^{3/2}}{3}$$

Lembre que: $\sqrt{a} = a^{1/2}$

$$\Rightarrow a^{3/2} = \sqrt{a^3}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{9^3} - 1}{3} = \frac{26}{3}$$ //