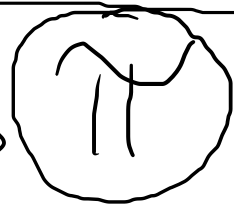


1) Cap 6 - Variável aleatória

Intuitivamente:

Aquela variável cujo valor $\bar{n}$ é conhecido antes de se saber sua distribuição

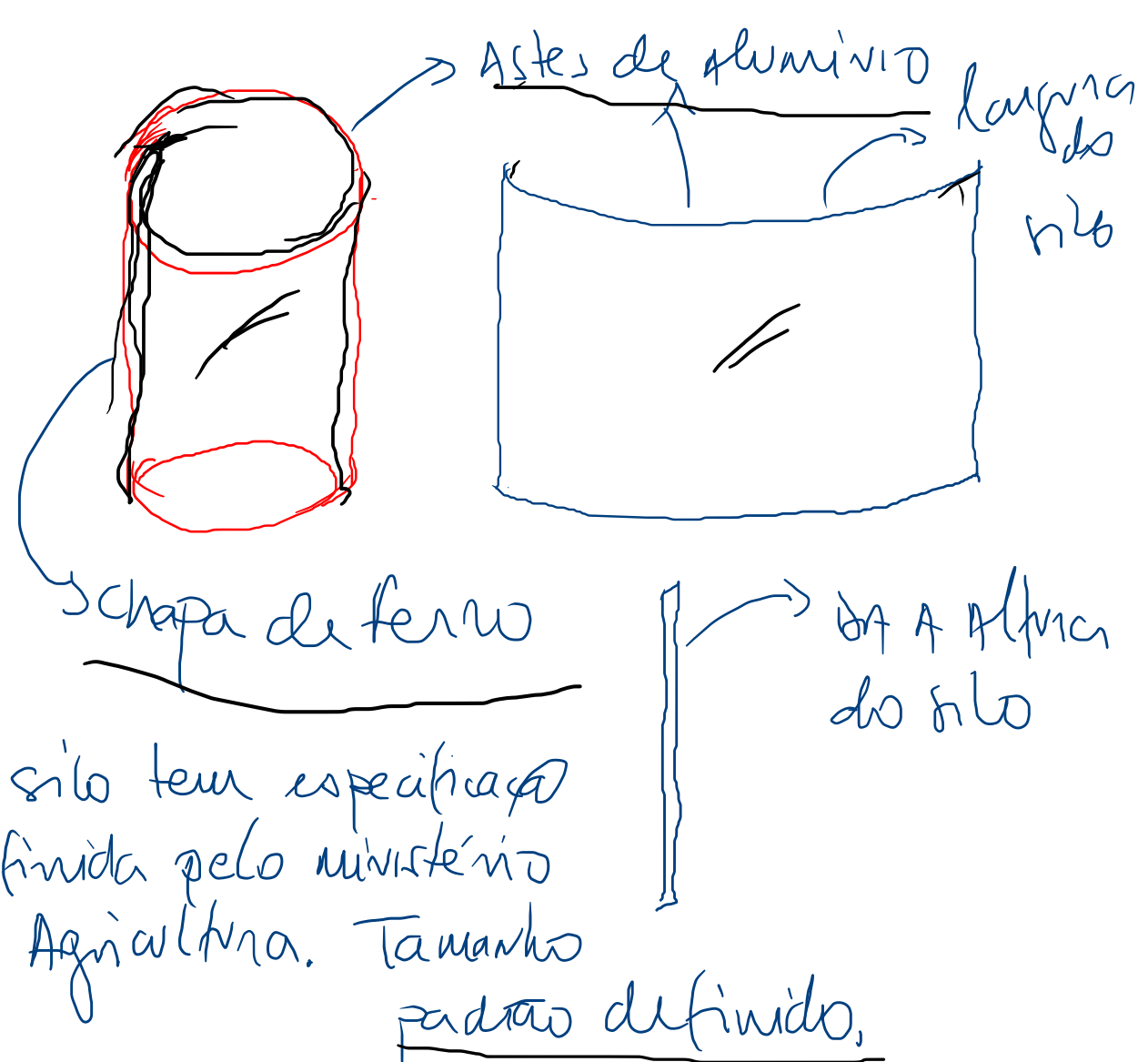
Exemplo: { lucro
custo
risco
BÔNUS
etc



Vejam os exemplos

⇒ Empresa que produz Silos. Compra duas peças:

- 1) Barras de alumínio c/ especificação de tamanho
- 2) Bases de ferro c/ especificação de Tamanho



O silo tem especificação definida pelo ministério da Agricultura. Tamanho padrão definido.

CADA Peça recebida é classificada como:

BOA (B)	✓
Longa (L)	✓
curta (C)	✓

2) continuação

Sabe-se que $C(P_i) = 5,00$, $i = 1, 2$ ^{aluminio} ^{chapa de ferro}

Estados feitos pela Dinâmica Industrial mostram que:

	BARRA de ALUMÍNIO	Chapa de ferro
Peca dentro das especificações (B)	0,8	0,7
Maior que as especificações (L)	0,1	0,2
Menor que as especificações (C)	0,1	0,1

Ainda, sabemos que:

Peca curta $\Rightarrow$ descartada
 $\Rightarrow$ vende como sucata
 $\Rightarrow$ Preço = R\$ 5,00

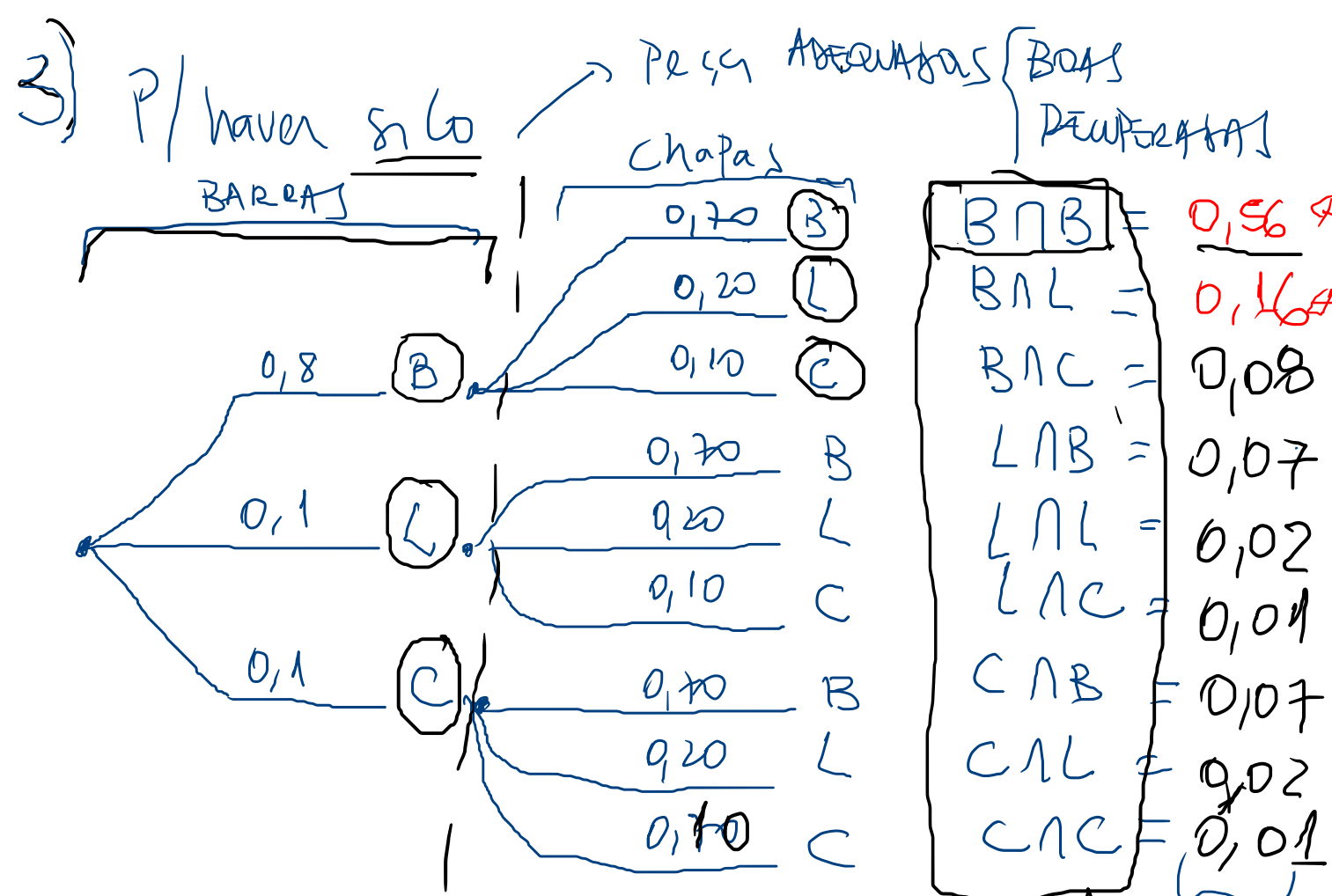
Peca longa $\Rightarrow$ Permite Recuperação
 $\Rightarrow$ custo de recuperação: R\$ 5,00

Preço do aço $\Rightarrow$ R\$ 25,00

Qual a distribuição do lucro dessa fábrica? (características desta dist.)

Por hipótese $COV(Peca\ ferro \times Peca\ aluminio) = 0$
 $\hookrightarrow$ Independentes

Média / Variância



Assim:
 $P(B \cap B) = 0,56$, pois $P(\text{Barras} = B) = 0,8$
 $P(\text{Chapa} = B) = 0,7$

Isto é,
 $P(B \cap B) = P(B) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$

O mesmo vale p/ $P(B \cap L)$, onde $P(\text{Barras} = B) = 0,8$
 $P(\text{Chapa} = L) = 0,20$

Então:
 $P(B \cap L) = 0,16$

Conclui-se que: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Qdo A e B independentes, temos
 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Σ

Precisamos montar nossa função lucro:

$\pi = \begin{cases} P_s Q_s - [P_b Q_b + P_c Q_c] & \text{se } b=B \text{ e } c=B \\ P_s Q_s - [P_b Q_b + P_c Q_c] & \text{se } b=B \text{ e } c=L \\ P_s Q_s - [P_b Q_b + P_c Q_c + C_{Rb} + C_{Rc}] & \text{se } b=L \text{ e } c=B \\ P_s Q_s - [P_b Q_b + P_c Q_c + C_{Rb} + C_{Rc}] & \text{se } b=L \text{ e } c=L \end{cases}$

↓
 peças usadas / defeito

$$\text{Silo} \rightarrow \begin{array}{l} R \$ 25,00 - P \\ 1 \text{ fogão} - Q \end{array} \quad \text{custo} \quad \begin{array}{l} P_b = 8,00 \\ P_c = 5,00 \end{array}$$

$$C R_b = C R_c = 5,00$$

$$\pi = \underbrace{R T}_{\text{}} - \underbrace{C T}_{\text{}}$$

$$p_s Q_s + p_d Q_d$$

$$(p_b Q_b + p_c Q_c + C R_c + C R_b)$$

4) $P_s = 25,00$ $Q_s = 1$ $\rightarrow$ serviço
 $P_b = 5,00$ $Q_b = 1$
 $P_c = 5,00$ $Q_c = 1$
 $C_{rb} = 5,00$
 $C_{rc} = 5,00$ custos

Se tivermos: BAB (5/defeito)

$$\pi = P_s Q_s - [P_b Q_b + P_c Q_c]$$

$$25 - [5 + 5] = 15,00$$

P/BAL (um defeito $\rightarrow$ recuperação na chapa)

$$\pi = P_s Q_s - [5 + 5 + 5]$$

$$= 25 - 15 = 10$$

P/BAC (um defeito s/ recuperação na chapa)

$$\pi = 5(1) - [5 + 5] = -5,00$$

Produto	Probabilidade	T/montagem (π)
BAB	0,56	15
BAL	0,16	10
BAC	0,08	-5
LAB	0,07	10
LAL	0,02	5
LAC	0,01	-5
CAB	0,07	-5
CAL	0,02	-5
CAC	0,01	-5

é uma
variável
aleatória

Podemos ter a sua distribuição

15	0,56
10	0,23
5	0,02
-5	0,19
π	$P(\pi)$

$$P(\pi = 15) = P(B) \cdot P(B) = 0,56$$

$$P(\pi = -5) = P(BAC) + P(LAC) + P(CAL) + P(CAC) + P(CAB) = 0,19$$

-5 5 10 15

$$\text{Var}(x) = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\text{Var}(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(x))^2 \cdot p_i$$

$$= (15 - 9,85)^2 \cdot 0,56 + (10 - 9,85)^2 \cdot 0,23 + (5 - 9,85)^2 \cdot 0,02 + (-5 - 9,85)^2 \cdot 0,19$$

$$\begin{aligned} \pi = 15 &\rightarrow 0,56 \\ \pi = 10 &\rightarrow 0,23 \\ \pi = 5 &\rightarrow 0,02 \\ \pi = -5 &\rightarrow 0,19 \end{aligned}$$

Média $\Rightarrow$ Valor Esperado

$\bar{x}$

$E(x)$

$\hookrightarrow$ probabilidade

$$E(\pi) = \sum_{\pi} p_{\pi=\pi} \cdot \pi$$

$$\begin{aligned} E(\pi) &= 0,56 \cdot 15 + 0,23 \cdot 10 + 0,02 \cdot 5 + 0,19 \cdot (-5) \\ &= 8,4 + 2,3 + 0,1 - 0,95 = 9,85 \\ \text{Var}(\pi) &= \end{aligned}$$

5) Então um estado por si só é dado por:

$$L_j \in (\pi) = \boxed{\text{Média Amostral}}$$

$$E(\pi) = \underbrace{P_{\pi_1}}_{p_1} \underbrace{\pi_1}_{\pi_1} + P_{\pi_2} \cdot \pi_2 + \dots + P_{\pi_n} \cdot \pi_n$$

$$= \sum_{i=1}^n p_{\pi_i} \cdot \pi_i \Leftrightarrow E(\pi) = p_i P(\pi = \pi_i)$$

Vejamos p_i é f_i (Frequência relativa) apresentada anteriormente

$\Rightarrow p_i$ — valor preditivo

$\Rightarrow f_i$ — valor observado

P/ o Problema:

$$E(\pi) = 0,56(15) + 0,23(10) + 0,02(5) + 0,19(-5) = \underline{\underline{9,85}}$$

DA MESMA FORMA, TEMOS A VARIÂNCIA:

$$\underline{\underline{Var(\pi)}} = \sum [\pi_i - E(\pi)]^2 p_{\pi_i}$$

$$Var(\pi) = (15 - 9,85)^2 0,56 + (10 - 9,85)^2 0,23 +$$

$$+ (5 - 9,85)^2 0,02 +$$

$$+ (-5 - 9,85)^2 0,19$$

$$= 57,23$$

$$\sqrt{Var(\pi)} = dp = \sqrt{57,23} = \underline{\underline{7,57}}$$

Se os Preços e custos fossem maiores (dobro)

$\Rightarrow \boxed{\pi \cdot 2} \rightarrow$ Posso fazer uma nova variável
 $z = 2\pi$

Logo:

$$E(z) = \sum_{i=1}^n z_i p_{z_i} \Rightarrow E(z) = E(2\pi_i) = 9,85(2)$$

$$= \underline{\underline{19,70}}$$

$$\pi = f(p, Q, p_m, Q_m, R)$$

↳ Uma função π definida no espaço amostral e q/ valores num conj. enumerável de pontos de uma reta e chamada de variável aleatória (discreta)

$\pi \rightarrow$ valores possíveis

função de probabilidade $\rightarrow p_i$ $\rightarrow$ atribua uma prob a uma va

p_i π_i v_i

6)

Regras: (Esperança)

$$E(X \pm k) = E(X) \pm k, \quad \begin{cases} k = \text{constante} \\ X = \text{var. aleatória} \end{cases}$$

$$E(X \cdot k) = k E(X)$$

Se X e Y s. v. a.

$$E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$$

Se X e Y s. v. a. independentes

$$E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$$

Variância

$$V(k) = 0$$

$$V(k \cdot X) = k^2 \text{Var}(X)$$

$$\text{Var}(X \pm Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$$

Se X e Y n. s. indep.

$$\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) + 2 \text{Cov}(X, Y)$$

$$\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) - 2 \text{Cov}(X, Y)$$

$$c/ \text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$