

**Universidade de São Paulo**  
**Escola de Engenharia de São Carlos**  
**Departamento de Engenharia Elétrica**

**SEL0410 – Eletricidade e Magnetismo**

**Prof. José Marcos Alves**

## **Teorema de Thévenin**

**Xxxxx** N°USP **xxxxx** E-mail : **xxxxx**

**Xxxxx** N°USP **xxxxx** E-mail : **xxxxx**

## Índice

		Pág.
	Resumo	3
<b>1</b>	<b>Introdução</b>	3
1.1	Circuito Equivalente de Thévenin	3
1.2	Cálculo dos parâmetros de Thévenin	3
1.2.1	Tensão de Thévenin	3
1.2.2	Impedância de Thévenin	4
<b>2</b>	<b>Material e Método</b>	4
<b>3</b>	<b>Resultados</b>	5
<b>4</b>	<b>Discussão</b>	6
<b>5</b>	<b>Referências Bibliográficas</b>	6

## Lista de Figuras

		Pág.
1.1	Circuito Equivalente de Thévenin	3
1.2	Ilustração de redução para o Circuito Equivalente de Thévenin	4
1.3	Circuito a ser implementado	4
1.4	Circuito Equivalente de Thévenin	5

## Lista de Tabelas

		Pág.
3.1	Valores das resistências	6
3.2	Valores medidos com o circuito da Figura 1.3	6
3.3	Valores medidos com o circuito da Figura 1.4	6

## Resumo

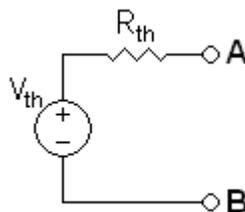
Foi objetivo desta prática verificar o Teorema de Thévenin e perceber a importância de sua aplicação na resolução de circuitos na engenharia. Fizemos uso dos materiais disponíveis no laboratório e implementamos o circuito numa placa protótipo (protoboard). Após isso, as medidas das grandezas elétricas envolvidas foram realizadas e pudemos verificar que os resultados obtidos no procedimento experimental foram muito próximos dos resultados teóricos esperados.

## 1.Introdução

### 1.1. Circuito Equivalente de Thévenin

Muitas vezes, quando estamos fazendo análise de circuitos, temos interesse em saber a resposta do circuito em relação a apenas um trecho, como por exemplo, uma instalação industrial, onde precisamos dimensionar a carga a ser instalada. Para saber o comportamento do circuito com a instalação daquela carga, podemos usar o Circuito Equivalente de Thévenin.

O Teorema de Thévenin estabelece que qualquer circuito linear visto de um ponto pode ser representado por uma fonte de tensão ( $V_{th}$ ) em série com uma impedância ( $Z_{th}$ ). Esta configuração é muito útil para reduzir circuitos maiores a um circuito equivalente e extremamente aplicável quando o interesse é obter os valores das grandezas como corrente, tensão e potência na carga a ser analisada. Segue abaixo a ilustração do Circuito Equivalente de Thévenin:



(Figura 1.1 – Circuito equivalente de Thévenin)

Na Figura 1.1, é observado o circuito equivalente de Thévenin em relação aos pontos A-B de um circuito qualquer. Para se fazer a análise da resposta do circuito em relação ao trecho A-B, basta conectarmos o elemento a ser analisado aos terminais em aberto. Vale ressaltar, que mesmo variando a carga a ser instalada, os parâmetros de Thévenin calculados jamais serão alterados.

### 1.2. Cálculo dos parâmetros de Thévenin

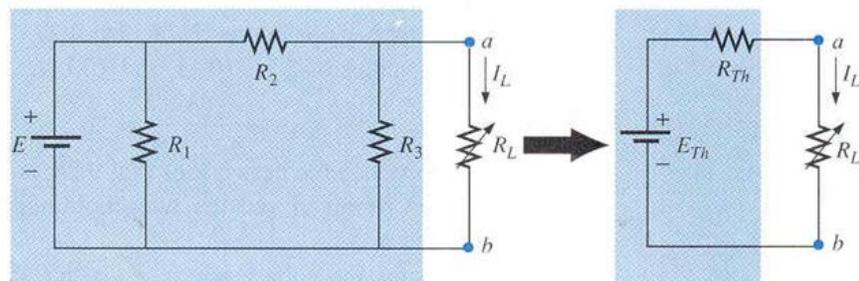
#### 1.2.1. Tensão de Thévenin

Para calcular a tensão de Thévenin ( $V_{th}$ ), retira-se o elemento a ser analisado e calcula-se a tensão entre os terminais A-B do circuito em aberto. No procedimento experimental, basta medir, utilizando um voltímetro, a tensão entre os pontos A-B do circuito.

### 1.2.2. Impedância de Thévenin

Para calcular a Impedância de Thévenin ( $Z_{th}$ ), basta curto-circuitar os terminais do trecho a ser analisado e ligar a um amperímetro em série. A corrente medida será a corrente de curto-circuito ( $I_{cc}$ ). A partir desta corrente, temos a seguinte relação:

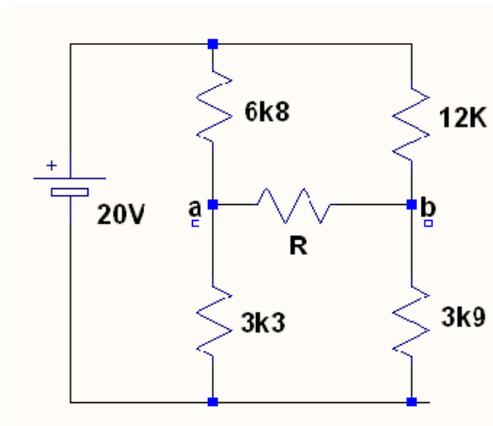
- $Z_{th} = V_{th}/I_{cc}$



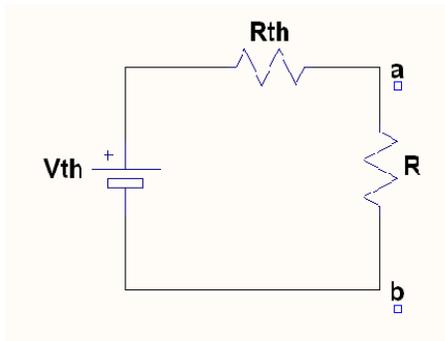
(Figura1.2 – Ilustração de redução para o Circuito Equivalente de Thévenin)

## 2. Material e Método

O objetivo era implementar o seguinte circuito em protoboard, bem como seu circuito equivalente de Thévenin:



(Figura 1.3 – circuito a ser implementado)



(Figura 1.4 – Circuito Equivalente de Thévenin)

Foram utilizados os seguintes materiais para a prática:

- Protoboard
- Sete resistores série E12 com os seguintes valores nominais: 6k8  $\Omega$ , 12 k $\Omega$ , 3k3  $\Omega$ , 3k9  $\Omega$ , 1k8  $\Omega$ , 100  $\Omega$ , 6k8  $\Omega$ .
- Fonte DC 0-30V (ajustada para 20 V)
- Multímetro Digital Minipa
- Potenciômetro 10 k $\Omega$

O seguinte procedimento experimental foi realizado:

- Medição dos resistores fornecidos para a prática utilizando o Multímetro
- Medição da tensão ajustada na fonte DC utilizando o Multímetro
- Implementação em Protoboard do circuito mostrado na Figura 3
- Medição da corrente entre os terminais A-B da Figura 3 variando a resistência R para os seguintes valores: 1k8  $\Omega$ , 100  $\Omega$ , 6k8  $\Omega$
- Medição da Tensão de Thévenin ( $V_{th}$ ) utilizando o Multímetro (método conforme mostrado em 1.2.1)
- Medição da Resistência de Thévenin ( $R_{th}$ ) utilizando o Multímetro (método conforme mostrado em 1.2.2)
- Implementação do Circuito Equivalente de Thévenin (utilizando o potenciômetro para  $R_{th}$  e ajustando a fonte DC para  $V_{th}$ )
- Medição da corrente entre os terminais A-B da Figura 4 variando a resistência R para os seguintes valores: 1k8  $\Omega$ , 100  $\Omega$ , 6k8  $\Omega$

### 3. Resultados

Os resultados das medições feitas durante o procedimento experimental estão nas tabelas a seguir:

**Tabela 3.1 – Valores das resistências**

R1	6759 $\Omega$
R2	3288 $\Omega$
R3	12103 $\Omega$
R4	3912 $\Omega$
R5	102 $\Omega$
R6	1784 $\Omega$
R7	6812 $\Omega$

**Tabela 3.2 – Valores medidos com o circuito da Figura 1.3 ( $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  são as correntes sobre os resistores R5, R6, R7, respectivamente)**

$V_o$	20,04 V
$I_1$	0,316 mA
$I_2$	0,238 mA
$I_3$	0,138 mA

**Tabela 3.3 – Valores medidos com o circuito da Figura 14 ( $I_1'$ ,  $I_2'$ ,  $I_3'$  são as correntes sobre os resistores R5, R6, R7, respectivamente)**

$V_{th}$	1,67 V
$R_{th}$	5170 $\Omega$
$I_1'$	0,317 mA
$I_2'$	0,240 mA
$I_3'$	0,139 mA

#### 4. Discussão

Os valores experimentais das grandezas medidas foram muito próximos dos valores teóricos esperados. A experiência trouxe à tona a grande utilidade do método de Thévenin. Os pequenos desvios foram causados principalmente pela dificuldade no ajuste do potenciômetro ( $R_{th}$ ) para o valor medido da Resistência de Thévenin.

#### 5. Referências Bibliográficas

[1] Boylestad, RL, Teorema de Thévenin. In: Introdução à Análise de Circuitos Elétricos, Pearson, Prentice Hall, 2004.

**Universidade de São Paulo**  
**Escola de Engenharia de São Carlos**  
**Departamento de Engenharia Elétrica**

**SEL0410 – Eletricidade e Magnetismo**

**Prof. José Marcos Alves**

## **Circuito RLC**

**João Lucas Entringer Melo da Nóbrega**

**NºUSP 8005326    E-mail : [joalucasentringer@gmail.com](mailto:joalucasentringer@gmail.com)**

**João Paulo Santos da Silva**

**NºUSP 8085431    E-mail : [joapaulosantosdasilva93@gmail.com](mailto:joapaulosantosdasilva93@gmail.com)**

## Índice

		<b>Pág.</b>
	Resumo	9
<b>5</b>	<b>Introdução</b>	9
5.1	Elementos eletrônicos passivos	9
5.1.1	Resistor	9
5.1.2	Capacitor	10
5.1.3	Indutor	11
5.1.4	Circuito RLC Série	11
<b>6</b>	<b>Material e Método</b>	12
<b>7</b>	<b>Resultados</b>	13
<b>8</b>	<b>Discussão</b>	14
<b>9</b>	<b>Referências Bibliográficas</b>	15

## Lista de Figuras

		<b>Pág.</b>
<b>5.1.a</b>	Resistor de carbono série E12	9
<b>5.1.b</b>	Simbologia do resistor	9
<b>5.1.c</b>	Lei de Ohm	10
<b>5.1.d</b>	Capacitor eletrolítico	10
<b>5.1.e</b>	Simbologia do capacitor	10
<b>5.1.f</b>	Indutor	11
<b>5.1.g</b>	Simbologia do indutor	11
<b>5.1.h</b>	Circuito RLC Série	11
<b>6.1</b>	Circuito RLC Série	12

## Lista de Tabelas

		<b>Pág.</b>
<b>7.1</b>	Valores dos parâmetros dos componentes passivos do circuito	14
<b>7.2</b>	Valores calculados para o circuito da Figura 2.1 com os parâmetros da Tabela 7.1	14
<b>7.3</b>	Tabela 7.3 – Valores medidos com o circuito da Figura 7.1	14

## Resumo

Um circuito RLC série (circuito ressonante ou aceitador) com fonte de tensão AC (frequência variável) foi implementado em uma placa protótipo (protoboard) para se observar a resposta do circuito em relação a variação de frequência no sinal de entrada. Através de um osciloscópio determinou-se os sinais elétricos em cada elemento do circuito, bem como foi possível observar e medir a defasagem entre tensão e corrente. Alguns efeitos característicos puderam ser notados, como por exemplo o efeito de carga do circuito. Os valores aferidos foram muito próximos dos valores teóricos.

## 5.Introdução

O circuito RLC possui diversas aplicações na engenharia. É um circuito composto por três elementos passivos – resistor, indutor e capacitor – alimentados por uma fonte de tensão CA. Para entender melhor o funcionamento do circuito, bem como suas aplicações, façamos um breve estudo sobre cada elemento constituinte do mesmo.

### 5.1. Elementos eletrônicos passivos

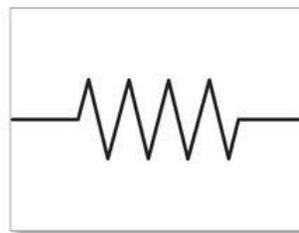
Elementos eletrônicos passivos, também conhecidos como componentes elétricos, são os elementos que não precisam ser alimentados para funcionar. No circuito RLC, temos três desses componentes. São eles:

#### 5.1.1. Resistor

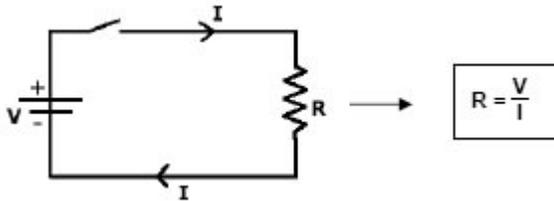
É um dispositivo elétrico extramamente utilizado na Engenharia Elétrica com duas finalidades: ora é usado para transformar energia elétrica em energia térmica (dissipação por Efeito Joule), ora é usado para limitar a corrente, segundo a lei de Ohm. O elemento e sua simbologia segue abaixo:



(Figura 5.1a resistor de carbono série E12)



(Figura 5.1b simbologia do resistor)



(Figura 5.1c Lei de Ohm)

### 5.1.2. Capacitor

O capacitor é um elemento que armazena energia num campo elétrico. É formado por duas placas paralelas com uma material dielétrico entre elas. Assim, os elétrons não podem passar diretamente de uma placa para a outra. Quando é aplicada uma tensão no capacitor através de um circuito, a corrente flui para uma das placas, carregando-a, enquanto flui da outra placa, carregando-a inversamente. Em outras palavras, quando a tensão que flui por um capacitor muda, ele é carregado ou descarregado. A fórmula da corrente no capacitor é dada por:

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt}; \text{ onde}$$

I é a corrente, Q é a carga, C é a capacitância (dada em Farad)

Quando uma tensão alternada é aplicada, cada mudança de tensão ocasiona carga ou descarga do capacitor, permitindo desta forma que a corrente flua.

Em regimes AC o capacitor apresentar um comportamento que limita a corrente (similar a uma resistência), e essa “resistência” é conhecido como **reatância capacitiva**, e a mesma varia conforme varia a frequência do sinal AC. A reatância capacitiva é dada por:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}; \text{ onde } X_C \text{ é a reatância, } f \text{ é a frequência do sinal AC, } C \text{ é a capacitância}$$

O elemento e sua simbologia segue abaixo:



(Figura 5.1d Capacitor Eletrolítico)



(Figura 5.1e Simbologia do Capacitor)

### 5.1.3. Indutor

O indutor é um elemento que armazena energia num campo magnético. É geralmente construído como uma bobina de material condutor, por exemplo, fio de cobre. Um núcleo de material ferromagnético aumenta a indutância concentrando as linhas de força de campo magnético que fluem pelo interior das espiras. O indutor oferece resistência à mudança de corrente (efeito explicado pela Lei de Faraday-Lenz) e a equação da tensão no indutor é dada a seguir:

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

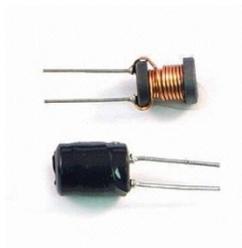
; onde  $u(t)$  é a tensão no indutor,  $L$  é a indutância (dada em Henry) e  $i(t)$  é a corrente

Em regimes AC o indutor apresenta um comportamento que limita a corrente (similar a uma resistência), e essa “resistência” é conhecido como **reatância indutiva**, e a mesma varia conforme varia a frequência do sinal AC. A reatância indutiva é dada por:

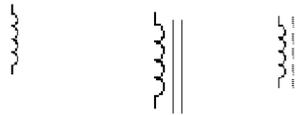
$$X_L = \omega L = 2\pi f L;$$

onde  $X_L$  é a reatância indutiva

O elemento e sua simbologia seguem abaixo:



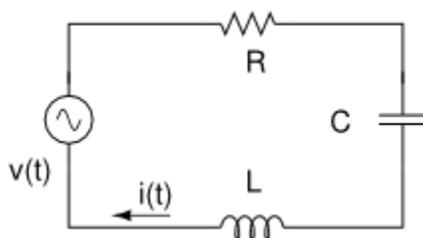
(Figura 5.1f Indutor)



(Figura 5.1g Simbologia do Indutor)

### 5.1.4. Circuito RLC Série

O circuito RLC Série é o circuito demonstrado abaixo:



(Figura 5.1h – Circuito RLC Série)

Aplicando a Lei de Kirchoff para tensões, temos que:

$v_R + v_L + v_C = v$ , ou seja

$$Ri(t) + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau = v(t), \text{ finalmente:}$$

$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i(t) = \frac{1}{L} \frac{dv}{dt}$ , que é uma EDO de 2ª ordem, por isso o circuito RLC é chamado de circuito de 2ª ordem.

A impedância Z do circuito é dada por:

$$Z = (R^2 + (X_L - X_C)^2)^{1/2}$$

E a defasagem entre tensão e corrente é dada por:

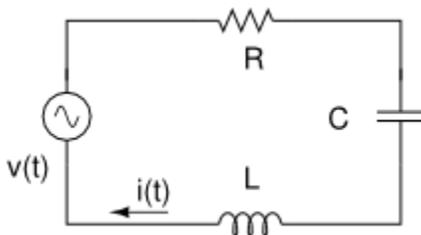
$$\Phi = \pm \arctg \frac{|X|}{R}, \text{ onde } |X| = X_L - X_C$$

Esse tipo de circuito é extremamente aplicado em sintonizadores de rádio. É conhecido por circuito ressonante e a ressonância ocorre quando a tensão está em fase com a corrente, logo, as Reatâncias têm o mesmo módulo. Isso implica que a frequência de ressonância f é dada pela seguinte relação:

$$f = 1/(2\pi(LC)^{1/2}) \quad \text{Eq. da frequência de ressonância}$$

## 6. Material e Método

O objetivo era implementar o circuito da figura abaixo em uma protoboard:



(Figura 6.1 – Circuito RLC Série)

Os valores teóricos dos parâmetros acima eram:

$$L = 1 \text{ mH}$$

$$C = 0,01 \text{ } \mu\text{F}$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

$$V(t) = 1 \cdot \sin(\omega t)$$

Foram utilizados os seguintes materiais para a prática:

- Protoboard
- Um resistor série E12 com o valor nominal de resistência  $R = 1 \text{ k}\Omega$
- Osciloscópio Digital
- Multímetro Digital Minipa
- Capacitor com valor nominal de capacitância  $C = 0,01 \text{ } \mu\text{F}$
- Indutor com valor nominal de indutância  $L = 1 \text{ mH}$

O seguinte procedimento experimental foi realizado:

- Medição dos elementos passivos fornecidos para a prática utilizando uma ponte RLC
- Cálculo da frequência de ressonância (usando a equação vide 5.1.4)
- Implementação em Protoboard do circuito mostrado na Figura 6.1
- Alimentação dos bornes da protoboard usando a função Wave Gen do Osciloscópio – ajuste para tensão senoidal com  $V_{pp} = 2 \text{ V}$  (tensão de pico-a-pico)
- Observação do sinal de entrada usando o Canal 1 do Osciloscópio
- Variação da frequência do sinal de entrada e usando o Canal 2, observou-se a mudança das tensões no resistor, capacitor e indutor
- Cálculo das impedâncias de cada elemento
- Cálculo das correntes em cada elemento (bem como a corrente máxima do circuito)

## 7. Resultados

Os resultados das medições feitas durante o procedimento experimental estão nas tabelas a seguir:

R	985 $\Omega$
C	9,95e-9 F
L	0,001110 H
$f^{\circ}$	47890,2 Hz

; onde  $f^{\circ}$  é a frequência de ressonância do circuito

**Tabela 7.1 – Valores dos parâmetros dos componentes passivos do circuito**

Na tabela a seguir constam os valores teóricos da resposta do circuito em relação aos valores descritos na Tabela 7.1 segundo as equações mostradas em 5.1:

Frequência (Hz)	R ( $\Omega$ )	Xc ( $\Omega$ )	Xl ( $\Omega$ )	Ztotal ( $\Omega$ )	Defasagem ( $^\circ$ )
20000	985,00	799,77	139,49	1185,83	-33,83
30000	985,00	533,18	209,23	1036,90	-18,20
40000	985,00	399,88	278,97	992,39	-6,99
50000	985,00	319,91	348,72	985,42	1,67
100000	985,00	159,95	697,44	1122,10	28,62

**Tabela 7.2 – Valores calculados para o circuito da Figura 5.1h com os parâmetros da Tabela 7.1**

Na tabela a seguir constam os valores medidos pelo osciloscópio:

Frequência (Hz)	Xc (ohm)	Xl (ohm)	Zt (ohm)	Defas ( $^\circ$ )
20000	813,91	118,62	1201,30	-34
30000	538,10	188,61	1039,58	-20
40000	402,33	256,90	992,55	-9
50000	317,88	325,22	978,80	0
100000	153,19	669,65	1097,90	26

**Tabela 7.3 – Valores medidos com o circuito da Figura 7.1 (planilha retirada diretamente do Osciloscópio)**

Na próxima tabela estão os valores de tensão e corrente nos elementos:

Frequência (Hz)	E <sub>max</sub> (V)	V <sub>resistor</sub>	I <sub>max</sub> (mA)	V <sub>capacito</sub>	V <sub>indutor</sub> (V)
20000,00	0,95	0,78	0,79	0,65	0,09
30000,00	0,94	0,89	0,90	0,49	0,17
40000,00	0,94	0,93	0,94	0,38	0,24
50000,00	0,93	0,94	0,95	0,30	0,31
100000,00	0,95	0,85	0,86	0,13	0,58

## 8. Discussão

Os valores experimentais das grandezas medidas foram próximos dos valores teóricos esperados. A experiência mostrou que para baixas frequência, o efeito capacitivo do circuito torna-se predominante, então, para frequências menores que a frequência de ressonância, a corrente torna-se adiantada em relação a tensão, portanto, a defasagem é negativa. Para frequências maiores que a frequência de ressonância, o efeito indutivo torna-se predominante em relação ao indutivo, atrasando a corrente. Foi possível reparar também que o circuito em frequências

próximas da frequência de ressonância tem a corrente quase em fase com a tensão, tornando o fator de potência bem próximo do unitário.

## 9. Referências Bibliográficas

[1] Boylestad, RL, Teorema de Thévenin. In: Introdução à Análise de Circuitos Elétricos, Pearson, Prentice Hall, 2004.

Imagens retiradas de [1] e do banco de imagens Picasa.