

## CAPÍTULO 5

# Força e Movimento – I

## 5-1 A PRIMEIRA E A SEGUNDA LEI DE NEWTON

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

- 5.01 Saber que uma força é uma grandeza vetorial e que, portanto, tem um módulo e uma orientação e pode ser representada por componentes.
- 5.02 Dadas duas ou mais forças que agem sobre a mesma partícula, somar *vetorialmente* as forças para obter a força resultante.
- 5.03 Conhecer a primeira e a segunda lei de Newton.
- 5.04 Conhecer os referenciais inerciais.
- 5.05 Desenhar o diagrama de corpo livre de um objeto, mostrando o objeto como uma partícula e desenhando as forças que agem sobre o objeto como vetores com a origem na partícula.
- 5.06 Aplicar a relação (segunda lei de Newton) entre a força resultante que age sobre um objeto, a massa do objeto e a aceleração produzida pela força.
- 5.07 Saber que apenas as forças *externas* que agem sobre um objeto podem produzir aceleração.

### Ideias-Chave

- A velocidade de um objeto pode mudar (ou seja, o objeto pode sofrer aceleração) se o objeto for submetido a uma ou mais forças (empurrões ou puxões) por parte de outros objetos. A mecânica newtoniana descreve a relação entre forças e acelerações.
- As forças são grandezas vetoriais. O módulo de uma força é definido em termos da aceleração que a força produziria em um quilograma-padrão. Por definição, uma força que produz uma aceleração de  $1 \text{ m/s}^2$  em um quilograma-padrão tem módulo de 1 newton (1 N). A orientação de uma força é a mesma que a orientação da aceleração produzida pela força. As forças são combinadas de acordo com as regras da álgebra vetorial. A força resultante que age sobre um corpo é a soma vetorial de todas as forças que agem sobre um corpo.
- Quando a força resultante que age sobre um corpo é zero, o corpo permanece em repouso se estiver inicialmente em repouso, e se move em linha reta com velocidade constante se estiver inicialmente em movimento.
- Os referenciais nos quais a mecânica newtoniana é válida são chamados de referenciais inerciais. Os referenciais nos quais a mecânica newtoniana não é válida são chamados de referenciais não inerciais.
- A massa de um corpo é a propriedade de corpo que relaciona a aceleração do corpo à força responsável pela aceleração. A massa é uma grandeza escalar.
- De acordo com a segunda lei de Newton, a relação entre a força  $\vec{F}_{\text{res}}$  total que age sobre um corpo de massa  $m$  e a aceleração  $\vec{a}$  produzida pela força é dada pela equação

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$$

ou, em termos das componentes da força e da aceleração,

$$F_{\text{res},x} = ma_x \quad F_{\text{res},y} = ma_y \quad \text{e} \quad F_{\text{res},z} = ma_z.$$

Em unidades do SI,

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2.$$

- Um diagrama de corpo livre é um diagrama simples no qual apenas um corpo é indicado por meio de um desenho ou de um ponto. São mostrados os vetores que representam as forças externas que agem sobre o corpo e os eixos de um sistema de coordenadas, orientados de modo a facilitar a análise da situação.
- 

## O que É Física?

Vimos que a física envolve o estudo do movimento dos objetos, incluindo a aceleração, que é uma variação de velocidade. A física também envolve o estudo da *causa* da aceleração. A causa é sempre uma **força**, que pode ser definida, em termos coloquiais, como um empurrão ou um puxão exercido sobre um objeto. Dizemos que a força *age* sobre o objeto, mudando a velocidade. Por exemplo: na largada de uma prova de Fórmula 1, uma força exercida pela pista sobre os pneus traseiros provoca a aceleração dos veículos. Quando um zagueiro segura o centroavante do time adversário, uma força exercida pelo defensor provoca a desaceleração do atacante. Quando um carro colide com um poste, uma força exercida pelo poste faz com que o carro pare bruscamente. As revistas de ciência, engenharia, direito e medicina estão repletas de artigos sobre as forças a que estão sujeitos os objetos, entre os quais podem ser incluídos os seres humanos.

**Um Alerta.** Muitos estudantes consideram este capítulo mais difícil que os anteriores. Uma razão para isso é que precisamos usar vetores nas equações; os problemas não podem ser resolvidos usando apenas escalares. Isso significa que é necessário recorrer às regras da álgebra vetorial, discutidas no Capítulo 3. Outra razão é que vamos examinar muitas situações diferentes: objetos que se movem em pisos, tetos, paredes e rampas, objetos que sobem puxados por cordas que passam por polias, objetos que sobem ou descem dentro de elevadores, e mesmo objetos presos a outros objetos.

Entretanto, apesar da diversidade de situações, precisamos apenas de uma ideia-chave (a segunda lei de Newton) para resolver a maioria dos problemas deste capítulo. Nosso objetivo é mostrar como é possível aplicar uma única ideia-chave a uma grande variedade de problemas. Para isso, porém, é necessário ter uma certa experiência; não basta estudar a teoria, precisamos resolver muitos problemas. Dito isso, vamos apresentar brevemente a teoria e passar a alguns exemplos.

## Mecânica Newtoniana

A relação que existe entre uma força e a aceleração produzida por essa força foi descoberta por Isaac Newton (1642-1727) e é o assunto deste capítulo. O estudo dessa relação, da forma como foi apresentado por Newton, é chamado de *mecânica newtoniana*. Vamos nos concentrar inicialmente nas três leis básicas de movimento da mecânica newtoniana.

A mecânica newtoniana não pode ser aplicada a todas as situações. Se as velocidades dos corpos envolvidos são muito elevadas, comparáveis à velocidade da luz, a mecânica newtoniana deve ser

substituída pela teoria da relatividade restrita, de Einstein, que é válida para qualquer velocidade. Se os corpos envolvidos são muito pequenos, de dimensões atômicas ou subatômicas (como, por exemplo, os elétrons de um átomo), a mecânica newtoniana deve ser substituída pela mecânica quântica. Atualmente, os físicos consideram a mecânica newtoniana um caso especial dessas duas teorias mais abrangentes. Ainda assim, trata-se de um caso especial muito importante, já que pode ser aplicado ao estudo do movimento dos mais diversos objetos, desde corpos muito pequenos (quase de dimensões atômicas) até corpos muito grandes (galáxias e aglomerados de galáxias).

## A Primeira Lei de Newton

Antes de Newton formular sua mecânica, pensava-se que uma influência, uma “força”, fosse necessária para manter um corpo em movimento com velocidade constante e que um corpo estava em seu “estado natural” apenas quando se encontrava em repouso. Para que um corpo se movesse com velocidade constante, tinha que ser impulsionado de alguma forma, puxado ou empurrado; se não fosse assim, pararia “naturalmente”.

Essas ideias pareciam razoáveis. Se você faz um disco de metal deslizar em uma superfície de madeira, o disco realmente diminui de velocidade até parar. Para que ele continue a deslizar indefinidamente com velocidade constante, deve ser empurrado ou puxado continuamente.

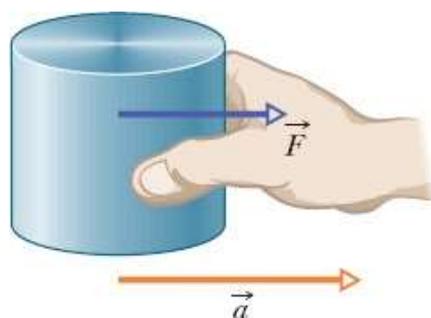
Por outro lado, se for lançado em um rink de patinação, o disco percorrerá uma distância bem maior antes de parar. É possível imaginar superfícies mais escorregadias, nas quais o disco percorreria distâncias ainda maiores. No limite, podemos pensar em uma superfície extremamente escorregadia (conhecida como **superfície sem atrito**), na qual o disco não diminuiria de velocidade. (Podemos, de fato, chegar muito perto dessa situação fazendo o disco deslizar em uma mesa de ar, na qual ele é sustentado por uma corrente de ar.)

A partir dessas observações, podemos concluir que um corpo manterá seu estado de movimento com velocidade constante se nenhuma força agir sobre ele. Isso nos leva à primeira das três leis de Newton.



**Primeira Lei de Newton:** Se nenhuma força atua sobre um corpo, sua velocidade não pode mudar, ou seja, o corpo não pode sofrer aceleração.

Em outras palavras, se o corpo está em repouso, permanece em repouso; se está em movimento, continua com a mesma velocidade (mesmo módulo e mesma orientação).



**Figura 5-1** Uma força  $\vec{F}$  aplicada ao quilogramapadrão provoca uma aceleração  $\vec{a}$ .

## Força

Antes de começarmos a resolver problemas que envolvem forças, precisamos discutir vários aspectos das forças, como a unidade de força, a natureza vetorial das forças, a combinação de várias forças e as circunstâncias nas quais podemos medir uma força (sem sermos enganados por forças fictícias).

**Unidade.** Podemos definir a unidade de força em termos da aceleração que uma força imprime ao quilograma-padrão (Fig. 1-3), cuja massa é definida como exatamente 1 kg. Se colocamos o quilograma-padrão sobre uma mesa horizontal sem atrito e o puxamos horizontalmente (Fig. 5-1) até que adquira uma aceleração de  $1 \text{ m/s}^2$ , podemos dizer a força que estamos exercendo tem um módulo de 1 newton (1 N). Se exercermos uma força de 2 N sobre o corpo, a aceleração será de  $2 \text{ m/s}^2$ . Isso significa que a aceleração é proporcional à força. Se o corpo-padrão de massa igual a 1 kg tem uma aceleração de módulo  $a$  (em metros por segundo ao quadrado), sabemos que a força (em newtons) responsável pela aceleração tem um módulo numericamente igual a  $a$ . Temos, assim, uma definição prática da unidade de força.

**Vetores.** A força é uma grandeza vetorial e, portanto, possui um módulo e uma orientação. Isso significa que, quando duas ou mais forças atuam sobre um corpo, podemos calcular a **força total**, ou **força resultante**, somando vetorialmente as forças, de acordo com as regras do Capítulo 3. Uma única força com o módulo e a orientação da força resultante tem o mesmo efeito sobre um corpo que todas as forças agindo simultaneamente. Esse fato, conhecido como **princípio de superposição para forças**, torna as forças do dia a dia razoáveis e previsíveis. O mundo seria muito estranho se, por exemplo, você e outra pessoa puxassem o corpo-padrão na mesma direção, cada um com uma força de 1 N, e a força resultante fosse 14 N, produzindo uma aceleração de  $14 \text{ m/s}^2$ .

Neste livro, as forças são quase sempre representadas por um símbolo como  $\vec{F}$ , e a força resultante, por um símbolo como  $\vec{F}_{\text{res}}$ . Assim como acontece com outros vetores, uma força ou uma força resultante pode ter componentes em relação a um sistema de coordenadas. Quando as forças atuam apenas em uma direção, elas possuem apenas uma componente. Nesse caso, podemos dispensar a seta sobre os símbolos das forças e usar sinais para indicar o sentido das forças ao longo do único eixo.

**A Primeira Lei.** Um enunciado mais rigoroso da Primeira Lei de Newton, fundamentado na ideia de força resultante, é o seguinte:



**Primeira Lei de Newton:** Se nenhuma força *resultante* atua sobre um corpo ( $\vec{F}_{\text{res}} = 0$ ), a velocidade não pode mudar, ou seja, o corpo não pode sofrer aceleração.

Isso significa que mesmo que um corpo esteja submetido a várias forças, se a resultante das forças for zero, o corpo não sofrerá aceleração.

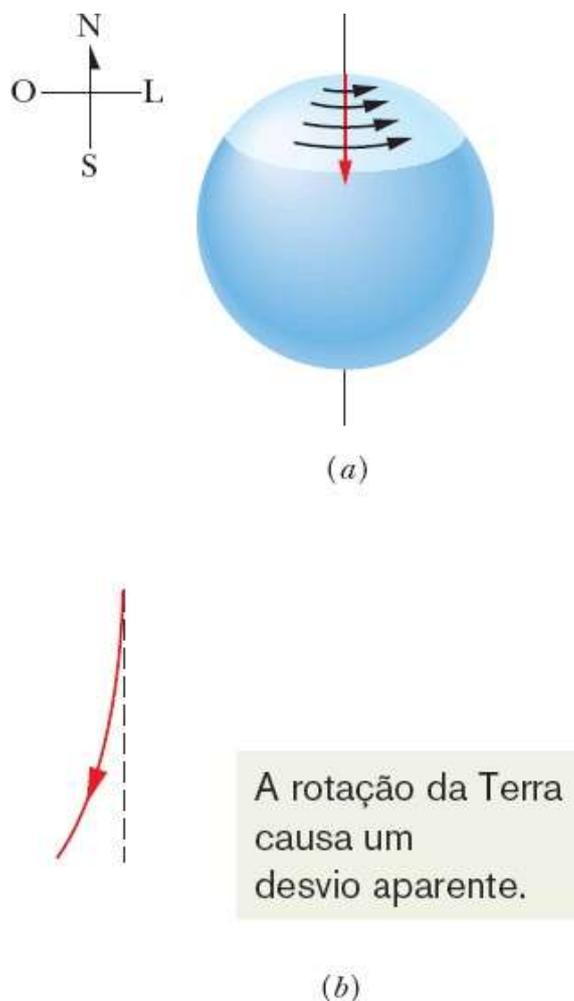
### Referenciais Inerciais

A primeira lei de Newton não se aplica a todos os referenciais, mas em todas as situações podemos encontrar referenciais nos quais essa lei (na verdade, toda a mecânica newtoniana) é verdadeira. Esses referenciais são chamados de **referenciais inerciais**.



Referencial inercial é um referencial no qual as leis de Newton são válidas.

Podemos, por exemplo, supor que o solo é um referencial inercial, desde que possamos desprezar os movimentos astronômicos da Terra (como a rotação e a translação).



**Figura 5-2** (a) A trajetória de um disco que escorrega a partir do polo norte, do ponto de vista de um observador estacionário no espaço. (b) A trajetória do disco do ponto de vista de um observador no solo.

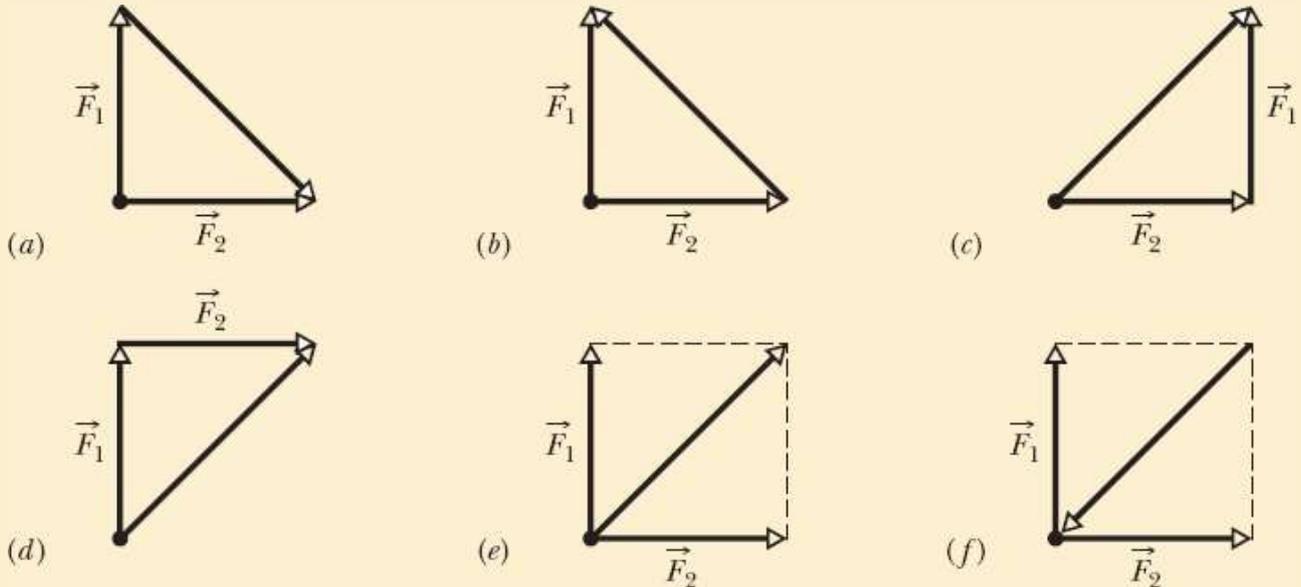
Essa hipótese é válida se, digamos, fazemos deslizar um disco metálico em uma pista *curta* de gelo, de atrito desprezível; descobrimos que o movimento do disco obedece às leis de Newton. Suponha, porém, que o disco deslize em uma *longa* pista de gelo a partir do polo norte (Fig. 5-2a). Se observarmos o disco a partir de um referencial estacionário no espaço, constataremos que o disco se move para o sul ao longo de uma trajetória retilínea, já que a rotação da Terra em torno do polo norte apenas faz o gelo escorregar por baixo do disco. Entretanto, se observarmos o disco a partir de um ponto do solo, que acompanha a rotação da Terra, a trajetória do disco não será uma reta. Como a velocidade do solo sob o disco, dirigida para leste, aumenta com a distância entre o disco e o polo, do nosso ponto de observação fixo no solo o disco parecerá sofrer um desvio para oeste (Fig. 5-2b). Essa deflexão aparente não é causada por uma força, como exigem as leis de Newton, mas pelo fato de que observamos o disco a partir de um referencial em rotação. Nessa situação, o solo é um **referencial não inercial**, e a tentativa de explicar o desvio como se fosse causado por uma força nos leva a uma força fictícia. Um exemplo mais comum de força fictícia é o que acontece com os passageiros de um carro que acelera bruscamente; eles têm a impressão de que uma força os empurra para trás. 🚗

Neste livro, supomos quase sempre que o solo é um referencial inercial e que as forças e acelerações são medidas nesse referencial. Quando as medidas são executadas em um referencial não inercial, como,

por exemplo, um veículo acelerado em relação ao solo, os resultados podem ser surpreendentes.

### ☑ Teste 1

Quais dos seis arranjos da figura mostram corretamente a soma vetorial das forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  para obter um terceiro vetor, que representa a força resultante  $\vec{F}_{res}$ ?



## Massa

A experiência nos diz que a mesma força produz acelerações de módulos diferentes em corpos diferentes, como uma bola de futebol e uma bola de boliche. A explicação popular está correta: o objeto de menor massa é mais acelerado. Entretanto, podemos ser mais precisos: a aceleração é inversamente proporcional à massa (e não, digamos, inversamente proporcional ao quadrado da massa).

Podemos explicar como medir a massa imaginando uma série de experimentos em um referencial inercial. No primeiro experimento, exercemos uma força sobre um corpo-padrão, cuja massa  $m_0$  é definida como 1,0 kg. Vamos supor, então, que o corpo-padrão sofra uma aceleração de 1,0 m/s<sup>2</sup>. Podemos dizer, portanto, que a força que atua sobre esse corpo é 1,0 N.

Em seguida, aplicamos a mesma força (precisaríamos nos certificar, de alguma forma, de que a força é a mesma) a um segundo corpo, o corpo X, cuja massa não é conhecida. Suponha que descobrimos que esse corpo sofre uma aceleração de 0,25 m/s<sup>2</sup>. Sabemos que uma bola de futebol, que possui uma *massa menor*, adquire uma *aceleração maior* que uma bola de boliche, quando a mesma força (chute) é aplicada a ambas. Vamos fazer a seguinte conjectura: a razão entre as massas de dois corpos é igual ao inverso da razão entre as acelerações que adquirem quando são submetidos à mesma força. Para o corpo X e o corpo-padrão, isso significa que

$$\frac{m_X}{m_0} = \frac{a_0}{a_X},$$

Explicitando  $m_X$ , obtemos

$$m_X = m_0 \frac{a_0}{a_X} = (1,0 \text{ kg}) \frac{1,0 \text{ m/s}^2}{0,25 \text{ m/s}^2} = 4,0 \text{ kg}.$$

Nossa conjectura será útil, evidentemente, apenas se continuar a ser válida quando a força aplicada assumir outros valores. Por exemplo: quando aplicamos uma força de 8,0 N a um corpo-padrão, obtemos uma aceleração de 8,0 m/s<sup>2</sup>. Quando a força de 8,0 N é aplicada ao corpo X, obtemos uma aceleração de 2,0 m/s<sup>2</sup>. Nossa conjectura nos dá, portanto,

$$m_X = m_0 \frac{a_0}{a_X} = (1,0 \text{ kg}) \frac{8,0 \text{ m/s}^2}{2,0 \text{ m/s}^2} = 4,0 \text{ kg},$$

o que é compatível com o primeiro experimento.

Muitos experimentos que fornecem resultados semelhantes indicam que nossa conjectura é uma forma confiável de atribuir massa a um dado corpo.

Nossos experimentos indicam que massa é uma propriedade *intrínseca* de um corpo, ou seja, uma característica que resulta automaticamente da existência do corpo. Indicam também que a massa é uma grandeza escalar. Contudo, uma pergunta intrigante permanece sem resposta: o que, exatamente, é massa?

Como a palavra *massa* é usada na vida cotidiana, devemos ter uma noção intuitiva de massa, talvez algo que podemos sentir fisicamente. Seria o tamanho, o peso, ou a densidade do corpo? A resposta é negativa, embora algumas vezes essas características sejam confundidas com a massa. Podemos apenas dizer que *a massa de um corpo é a propriedade que relaciona uma força que age sobre o corpo com a aceleração resultante*. A massa não tem uma definição mais simples; você pode ter uma sensação física da massa apenas quando tenta acelerar um corpo, como ao chutar uma bola de futebol ou uma bola de boliche.

## A Segunda Lei de Newton

Todas as definições, experimentos e observações que discutimos até aqui podem ser resumidos em uma única sentença:



**Segunda Lei de Newton:** A força resultante que age sobre um corpo é igual ao produto da massa do corpo pela aceleração.

Em termos matemáticos,

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a} \quad (\text{segunda lei de Newton}). \quad (5-1)$$

**Escolha do Corpo.** Essa equação é simples, mas devemos usá-la com cautela. Primeiro, devemos escolher o corpo ao qual vamos aplicá-la.  $\vec{F}_{\text{res}}$  deve ser a soma vetorial de *todas* as forças que atuam sobre *esse* corpo. Apenas as forças que atuam sobre *esse* corpo devem ser incluídas na soma vetorial, não as forças que agem sobre outros corpos envolvidos na mesma situação. Por exemplo: se você disputa a bola com vários adversários em um jogo de futebol, a força resultante que age sobre *você* é a soma vetorial de todos os empurrões e puxões que *você* recebe. Ela não inclui um empurrão ou puxão que você dá em outro jogador. Toda vez que resolvemos um problema que envolve forças, o primeiro passo é definir claramente a que corpo vamos aplicar a segunda lei de Newton.

**Independência das Componentes.** Como outras equações vetoriais, a Eq. 5-1 é equivalente a três equações para as componentes, uma para cada eixo de um sistema de coordenadas xyz:

$$F_{\text{res},x} = ma_x, \quad F_{\text{res},y} = ma_y \quad \text{e} \quad F_{\text{res},z} = ma_z. \quad (5-2)$$

Cada uma dessas equações relaciona a componente da força resultante em relação a um eixo com a aceleração ao longo do mesmo eixo. Por exemplo: a primeira equação nos diz que a soma de todas as componentes das forças em relação ao eixo  $x$  produz a componente  $a_x$  da aceleração do corpo, mas não produz uma aceleração nas direções  $y$  e  $z$ . Sendo assim, a componente  $a_x$  da aceleração é causada apenas pelas componentes das forças em relação ao eixo  $x$ . Generalizando,



A componente da aceleração em relação a um dado eixo é causada *apenas* pela soma das componentes das forças em relação a *esse* eixo e não por componentes de forças em relação a qualquer outro eixo.

**Forças em Equilíbrio.** A Eq. 5-1 nos diz que, se a força resultante que age sobre um corpo é nula, a aceleração do corpo  $\vec{a} = 0$ . Se o corpo está em repouso, permanece em repouso; se está em movimento, continua a se mover com velocidade constante. Em tais casos, as forças que agem sobre o corpo se *compensam* e dizemos que o corpo está em *equilíbrio*. Frequentemente, dizemos que as forças se *cancelam*, mas o termo “cancelar” pode ser mal interpretado. Ele *não* significa que as forças deixaram de existir (cancelar forças não é como cancelar uma reserva em um restaurante). As forças continuam a agir sobre o corpo, mas não podem acelerá-lo.

**Unidades.** Em unidades do SI, a Eq. 5-1 nos diz que

$$1 \text{ N} = (1 \text{ kg})(1 \text{ m/s}^2) = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2. \quad (5-3)$$

Algumas unidades de força em outros sistemas de unidades aparecem na Tabela 5-1 e no Apêndice D.

**Diagramas.** Muitas vezes, para resolver problemas que envolvem a segunda lei de Newton,

desenhamos um **diagrama de corpo livre** no qual o único corpo mostrado é aquele para o qual estamos somando as forças. Um esboço do próprio corpo é preferido por alguns professores, mas, para poupar espaço, representaremos comumente o corpo por um ponto. As forças que agem sobre o corpo serão representadas por setas com a origem no ponto. Um sistema de coordenadas é normalmente incluído, e a aceleração do corpo é algumas vezes mostrada por meio de outra seta (acompanhada por um símbolo adequado para mostrar que se trata de uma aceleração). A construção de um diagrama de corpo livre tem por objetivo concentrar a atenção no corpo de interesse.

**Tabela 5-1 Unidades das Grandezas da Segunda Lei de Newton (Eqs. 5-1 e 5-2)**

Sistema	Força	Massa	Aceleração
SI	newton (N)	quilograma (kg)	m/s <sup>2</sup>
CGS <sup>a</sup>	dina	grama (g)	cm/s <sup>2</sup>
Inglês <sup>b</sup>	libra (lb)	slug	ft/s <sup>2</sup>

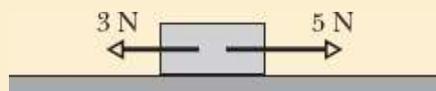
<sup>a</sup>1 dina = 1 g · cm/s<sup>2</sup>.

<sup>b</sup>1 lb = 1 slug · ft/s<sup>2</sup>.

**Forças Externas e Forças Internas.** Um **sistema** é formado por um ou mais corpos; qualquer força exercida sobre os corpos do sistema por corpos que não pertencem ao sistema é chamada de **força externa**. Se os corpos de um sistema estão rigidamente ligados uns aos outros, podemos tratar o sistema como um único corpo, e a força resultante  $\vec{F}_{\text{res}}$  a que está submetido esse corpo é a soma vetorial das forças externas. (Não incluímos as **forças internas**, ou seja, as forças entre dois corpos pertencentes ao sistema.) Assim, por exemplo, uma locomotiva e um vagão formam um sistema. Se um reboque é usado para puxar a locomotiva, a força exercida pelo reboque age sobre o sistema locomotiva-vagão. Como acontece no caso de um só corpo, podemos relacionar a força resultante externa que age sobre um sistema à aceleração do sistema através da segunda lei de Newton,  $\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$ , em que  $m$  é a massa total do sistema.

## ☑ Teste 2

A figura mostra duas forças horizontais atuando em um bloco apoiado em um piso sem atrito. Se uma terceira força horizontal  $\vec{F}_3$  também age sobre o bloco, determine o módulo e a orientação de  $\vec{F}_3$  quando o bloco (a) está em repouso e (b) está se movendo para a esquerda com uma velocidade constante de 5 m/s.



### Exemplo 5.01 Forças alinhadas e não alinhadas, disco metálico

Nas partes A, B e C da Fig. 5-3, uma ou duas forças agem sobre um disco metálico que se move sobre o gelo sem atrito ao longo do eixo  $x$ , em um movimento unidimensional. A massa do disco é  $m = 0,20$  kg. As forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  atuam ao longo do eixo  $x$  e têm módulos  $F_1 = 4,0$  N e  $F_2 = 2,0$  N. A força  $\vec{F}_3$  faz um ângulo  $\theta = 30^\circ$  com o eixo  $x$  e tem um módulo  $F_3 = 1,0$  N. Qual é a aceleração do disco em cada situação?

#### IDEIA-CHAVE

Em todas as situações, podemos relacionar a aceleração  $\vec{a}$  com a força resultante  $\vec{F}_{\text{res}}$  que age sobre o disco através da segunda lei de Newton,  $\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$ . Entretanto, como o movimento ocorre apenas ao longo do eixo  $x$ , podemos simplificar as situações escrevendo a segunda lei apenas para as componentes  $x$ :

$$F_{\text{res},x} = ma_x. \quad (5-4)$$

Os diagramas de corpo livre para as três situações são também mostrados na Fig. 5-3, com o disco representado por um ponto.

**Situação A:** Para a situação da Fig. 5-3b, em que existe apenas uma força horizontal, temos, de acordo com a Eq. 5-4,

$$F_1 = ma_x$$

o que, para os dados do problema, nos dá

$$a_x = \frac{F_1}{m} = \frac{4,0 \text{ N}}{0,20 \text{ kg}} = 20 \text{ m/s}^2. \quad (\text{Resposta})$$

A resposta positiva indica que a aceleração ocorre no sentido positivo do eixo  $x$ .

**Situação B:** Na Fig. 5-3d, duas forças horizontais agem sobre o disco,  $\vec{F}_1$ , no sentido positivo do eixo  $x$ , e  $\vec{F}_2$  no sentido negativo. De acordo com a Eq. 5-4,

$$F_1 - F_2 = ma_x$$

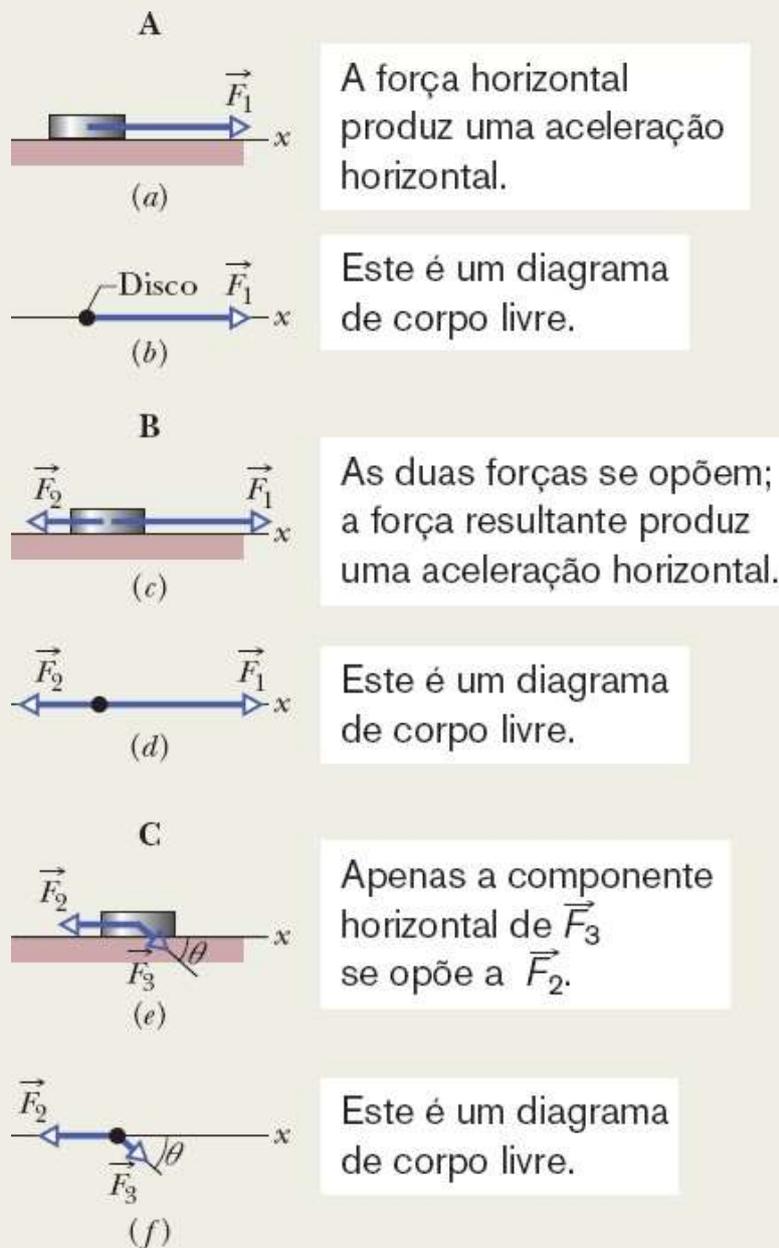
o que, para os dados do problema, nos dá

$$a_x = \frac{F_1 - F_2}{m} = \frac{4,0 \text{ N} - 2,0 \text{ N}}{0,20 \text{ kg}} = 10 \text{ m/s}^2. \quad (\text{Resposta})$$

Assim, a força resultante acelera o disco no sentido positivo do eixo  $x$ .

**Situação C:** Na Fig. 5-3f, não é a força  $\vec{F}_3$  que tem a direção da aceleração do disco, mas sim a componente  $F_{3,x}$ . (A força  $\vec{F}_3$  não

está alinhada com a força  $\vec{F}_2$  nem com a direção do movimento.<sup>1)</sup> Assim, a Eq. 5-4 assume a forma



**Figura 5-3** Em três situações, forças atuam sobre um disco que se move ao longo do eixo  $x$ . A figura também mostra diagramas de corpo livre.

$$F_{3,x} - F_2 = ma_x \quad (5-5)$$

De acordo com a figura,  $F_{3,x} = F_3 \cos \theta$ . Explicitando a aceleração e substituindo  $F_{3,x}$  por seu valor, obtemos

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{F_{3,x} - F_2}{m} = \frac{F_3 \cos \theta - F_2}{m} \\ &= \frac{(1,0 \text{ N})(\cos 30^\circ) - 2,0 \text{ N}}{0,20 \text{ kg}} = -5,7 \text{ m/s}^2. \quad (\text{Resposta}) \end{aligned}$$

Portanto, a força resultante acelera o disco no sentido negativo do eixo  $x$ .

### Exemplo 5.02 Forças não alinhadas, lata de biscoitos

Na vista superior da Fig. 5-4a, uma lata de biscoitos de 2,0 kg é acelerada a 3,0 m/s<sup>2</sup>, na orientação definida por  $\vec{a}$ , em uma superfície horizontal sem atrito. A aceleração é causada por três forças horizontais, das quais apenas duas são mostradas:  $\vec{F}_1$ , de módulo 10 N, e  $\vec{F}_2$ , de módulo 20 N. Qual é a terceira força,  $\vec{F}_3$ , na notação dos vetores unitários e na notação módulo-ângulo?

#### IDEIA-CHAVE

A força resultante  $\vec{F}_{\text{res}}$  que age sobre a lata é a soma das três forças e está relacionada com a aceleração  $\vec{a}$  pela segunda lei de Newton ( $\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$ ). Assim,

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a}, \quad (5-6)$$

que nos dá

$$\vec{F}_3 = m\vec{a} - \vec{F}_1 - \vec{F}_2, \quad (5-7)$$

**Cálculos:** Como as forças não estão alinhadas, *não podemos* determinar  $\vec{F}_3$  simplesmente substituindo os módulos das forças no lado direito da Eq. 5-7. O correto é somar vetorialmente  $m\vec{a}$ ,  $-\vec{F}_1$  e  $-\vec{F}_2$ , como mostra a Fig. 5-4b. A soma poderia ser feita com o auxílio de uma calculadora, já que conhecemos tanto o módulo como o ângulo dos três vetores. Entretanto, optamos por calcular o lado direito da Eq. 5-7 em termos das componentes, primeiro para o eixo  $x$  e depois para o eixo  $y$ . *Atenção:* use apenas um eixo de cada vez.

**Componentes X:** Para o eixo  $x$ , temos

$$\begin{aligned} F_{3,x} &= ma_x - F_{1,x} - F_{2,x} \\ &= m(a \cos 50^\circ) - F_1 \cos(-150^\circ) - F_2 \cos 90^\circ \end{aligned}$$

Substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$\begin{aligned} F_{3,x} &= (2,0 \text{ kg})(3,0 \text{ m/s}^2) \cos 50^\circ - (10 \text{ N}) \cos(-150^\circ) - (20 \text{ N}) \cos 90^\circ \\ &= 12,5 \text{ N.} \end{aligned}$$

**Componentes y:** Para o eixo  $y$ , temos

$$F_{3,y} = ma_y - F_{1,y} - F_{2,y}$$

$$\begin{aligned}
 &= m(a \operatorname{sen}50^\circ) - F_1 \operatorname{sen}(-150^\circ) - F_2 \operatorname{sen}90^\circ \\
 &= (2,0 \text{ kg})(3,0 \text{ m/s}^2) \operatorname{sen} 50^\circ - (10 \text{ N}) \operatorname{sen}(-150^\circ) - (20 \text{ N}) \operatorname{sen} 90^\circ \\
 &= -10,4 \text{ N.}
 \end{aligned}$$

**Vetor:** Na notação dos vetores unitários, temos

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_3 &= F_{3,x} \hat{i} + F_{3,y} \hat{j} = (12,5 \text{ N}) \hat{i} - (10,4 \text{ N}) \hat{j} \\
 &\approx (13 \text{ N}) \hat{i} - (10 \text{ N}) \hat{j}.
 \end{aligned}$$

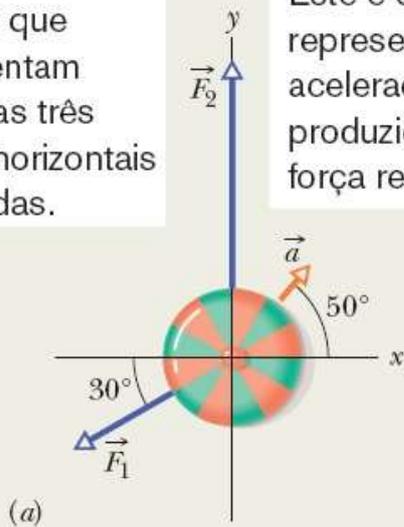
(Resposta)

Podemos agora usar uma calculadora para determinar o módulo e o ângulo de  $\vec{F}_3$ . Também podemos usar a Eq. 3-6 para obter o módulo e o ângulo (em relação ao semieixo x positivo):

$$\begin{aligned}
 F_3 &= \sqrt{F_{3,x}^2 + F_{3,y}^2} = 16 \text{ N} \\
 \theta &= \tan^{-1} \frac{F_{3,y}}{F_{3,x}} = -40^\circ.
 \end{aligned}$$

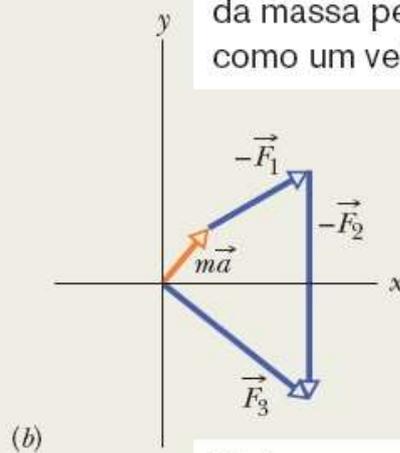
(Resposta)

Estes são os vetores que representam duas das três forças horizontais envolvidas.



Este é o vetor que representa a aceleração produzida pela força resultante.

Desenhamos o produto da massa pela aceleração como um vetor.



Podemos somar os três vetores para obter o vetor que representa a terceira força.

**Figura 5-4** (a) Vista superior de duas das três forças que agem sobre uma lata de biscoitos, produzindo uma aceleração  $\vec{a}$ .  $\vec{F}_3$  não é mostrada. (b) Um arranjo de vetores  $m\vec{a}$ ,  $-\vec{F}_1$  e  $-\vec{F}_2$  para determinar a força  $\vec{F}_3$ .

## 5-2 ALGUMAS FORÇAS ESPECIAIS

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

- 5.08 Determinar o módulo e a orientação da força gravitacional que age sobre um corpo com uma dada massa, em um local em que a aceleração de queda livre é conhecida.
- 5.09 Saber que o peso de um corpo é o módulo da força necessária para evitar que o corpo caia livremente, medida no referencial do solo.
- 5.10 Saber que uma balança só fornece o peso correto de um objeto quando a medida é executada em um referencial inercial.
- 5.11 Determinar o módulo e a orientação da força normal a que um objeto é submetido quando o objeto exerce uma força perpendicular a uma superfície.
- 5.12 Saber que a força de atrito é uma força a que um objeto é submetido quando desliza ou tenta deslizar ao longo de uma superfície.
- 5.13 Saber que a força de tração é uma força exercida pelas extremidades de uma corda (ou um objeto semelhante a uma corda) quando a corda está esticada.

### Ideias-Chave

- A **força gravitacional**  $\vec{F}_g$  exercida sobre um corpo é um tipo especial de atração que um segundo corpo exerce sobre o primeiro. Na maioria das situações discutidas neste livro, um dos corpos é a Terra ou outro astro. No caso da Terra, a força aponta para o solo, que é considerado um referencial inercial, e o módulo de  $\vec{F}_g$  é dado por

$$F_g = mg$$

em que  $m$  é a massa do corpo e  $g$  é o módulo da aceleração de queda livre.

- O peso  $P$  de um corpo é o módulo da força para cima que é necessária para equilibrar a força gravitacional a que o corpo está sujeito. A relação entre o peso e a massa de um corpo é dada pela equação

$$p = mg$$

- A força normal  $\vec{F}_N$  é a força que uma superfície exerce sobre um corpo quando o corpo exerce uma força perpendicular à superfície. A força normal é perpendicular à superfície.
- A força de atrito  $\vec{f}$  é a força que uma superfície exerce sobre um corpo quando o corpo desliza ou tenta deslizar ao longo de uma superfície. A força de atrito é paralela à superfície e tem o sentido oposto ao do deslizamento.
- Quando uma corda está sendo tracionada, as duas extremidades estão submetidas a uma força que aponta para longe da corda. No caso de uma corda de massa desprezível, as duas forças têm o mesmo módulo  $T$ , mesmo que a corda passe por uma polia de massa e atrito desprezíveis.

## Algumas Forças Especiais

### Força Gravitacional

A **força gravitacional**  $\vec{F}_g$  exercida sobre um corpo é um tipo especial de atração que um segundo corpo exerce sobre o primeiro. Nesses capítulos iniciais, não discutimos a natureza dessa força e consideramos

apenas situações nas quais o segundo corpo é a Terra. Assim, quando falamos *da* força gravitacional  $\vec{F}_g$  que age sobre um corpo, estamos nos referindo à força que o atrai na direção do centro da Terra, ou seja, verticalmente para baixo. Vamos supor que o solo é um referencial inercial.

**Queda Livre.** Considere um corpo de massa  $m$  em queda livre, submetido, portanto, a uma aceleração de módulo  $g$ . Nesse caso, se desprezarmos os efeitos do ar, a única força que age sobre o corpo é a força gravitacional  $\vec{F}_g$ . Podemos relacionar essa força à aceleração correspondente usando a segunda lei de Newton,  $\vec{F} = m\vec{a}$ . Colocamos um eixo  $y$  vertical ao longo da trajetória do corpo, com o sentido positivo para cima. Para esse eixo, a segunda lei de Newton pode ser escrita na forma  $F_{res,y} = ma_y$ , que, em nossa situação, se torna

$$-F_g = m(-g)$$

ou

$$F_g = mg.$$

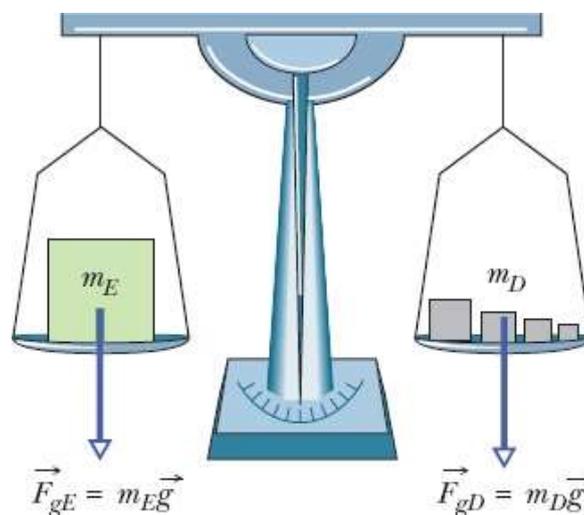
(5-8)

Em palavras, o módulo da força gravitacional é igual ao produto  $mg$ .

**Em Repouso.** A mesma força gravitacional, com o mesmo módulo, atua sobre o corpo, mesmo quando não está em queda livre, mas se encontra, por exemplo, em repouso sobre uma mesa de sinuca ou movendo-se sobre a mesa. (Para que a força gravitacional desaparecesse, a Terra teria de desaparecer.)

Podemos escrever a segunda lei de Newton para a força gravitacional nas seguintes formas vetoriais:

$$\vec{F}_g = -F_g\hat{j} = -mg\hat{j} = m\vec{g}, \quad (5-9)$$



**Figura 5-5** Uma balança de braços iguais. Quando a balança está equilibrada, a força gravitacional  $\vec{F}_{gE}$  a que está submetido o corpo que se deseja pesar (no prato da esquerda) e a força gravitacional total  $\vec{F}_{gD}$  a que estão submetidas as massas de referência (no prato da direita) são iguais. Assim, a massa  $m_E$  do corpo que está sendo pesado é igual à massa total  $m_D$  das massas de referência.

em que  $\hat{j}$  é um vetor unitário que aponta para cima ao longo do eixo  $y$ , perpendicularmente ao solo, e  $\vec{g}$  é a aceleração de queda livre (escrita como um vetor), que aponta para baixo.

## Peso

O **peso**  $P$  de um corpo é o módulo da força necessária para impedir que o corpo caia livremente, medida em relação ao solo. Assim, por exemplo, para manter uma bola em repouso na mão enquanto você está parado de pé, você deve aplicar uma força para cima para equilibrar a força gravitacional que a Terra exerce sobre a bola. Suponha que o módulo da força gravitacional é 2,0 N. Nesse caso, o módulo da força para cima deve ser 2,0 N e, portanto, o peso  $P$  da bola é 2,0 N. Também dizemos que a bola *pesa* 2,0 N.

Uma bola com um peso de 3,0 N exigiria uma força maior (3,0 N) para permanecer em equilíbrio. A razão é que a força gravitacional a ser equilibrada tem um módulo maior (3,0 N). Dizemos que a segunda bola é *mais pesada* que a primeira.

Vamos generalizar a situação. Considere um corpo que tem uma aceleração  $\vec{a}$  nula em relação ao solo, considerado mais uma vez como referencial inercial. Duas forças atuam sobre o corpo: uma força gravitacional  $\vec{F}_g$ , dirigida para baixo, e uma força para cima, de módulo  $P$ , que a equilibra. Podemos escrever a segunda lei de Newton para um eixo  $y$  vertical, com o sentido positivo para cima, na forma

$$F_{res,y} = ma_y.$$

Em nossa situação, a equação se torna

$$P - F_g = m(0) \quad (5-10)$$

ou  $P = F_g$  (peso, com o solo como referencial inercial). (5-11)

De acordo com a Eq. 5-11 (supondo que o solo é um referencial inercial),



O peso  $P$  de um corpo é igual ao módulo  $F_g$  da força gravitacional que age sobre o corpo.

Substituindo  $F_g$  por  $mg$ , obtemos a equação

$$P = mg \quad (\text{peso}), \quad (5-12)$$

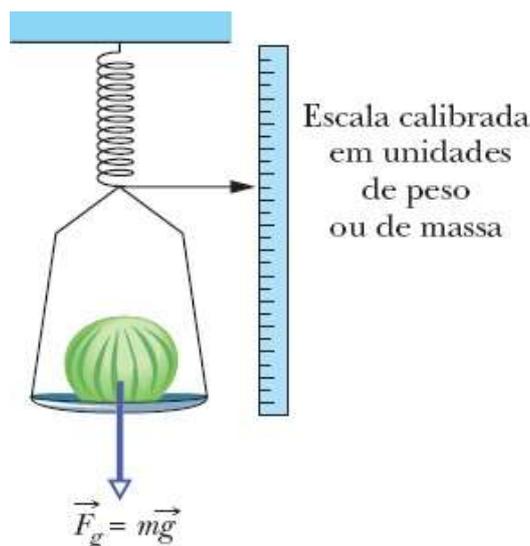
que relaciona o peso com a massa do corpo.

**Pesagem.** *Pesar* um corpo significa medir o peso do corpo. Uma forma de fazer isso é colocar o corpo em um dos pratos de uma balança de braços iguais (Fig. 5-5) e colocar corpos de referência (cujas massas sejam conhecidas) no outro prato até que se estabeleça o equilíbrio, ou seja, até que as forças gravitacionais dos dois lados sejam iguais. Como, nessa situação, as massas nos dois pratos são iguais, ficamos conhecendo a massa do corpo. Se conhecemos o valor de  $g$  no local em que está situada a balança, podemos calcular o peso do corpo com o auxílio da Eq. 5-12.

Também podemos pesar um corpo em uma balança de mola (Fig. 5-6). O corpo distende uma mola, movendo um ponteiro ao longo de uma escala que foi calibrada e marcada em unidades de massa ou de

força. (Quase todas as balanças de banheiro são desse tipo e marcadas em quilogramas, ou seja, em unidades de massa.) Se a escala estiver em unidades de massa, fornecerá valores precisos apenas nos lugares em que o valor de  $g$  for o mesmo da localidade em que a balança foi calibrada.

Para que o peso de um corpo seja medido corretamente, ele não deve possuir uma aceleração vertical em relação ao solo. Assim, por exemplo, se você se pesar no banheiro de casa ou a bordo de um trem em movimento, o resultado será o mesmo. Caso, porém, repita a medição em um elevador acelerado, você obterá uma leitura diferente, por causa da aceleração. Um peso medido dessa forma é chamado de *peso aparente*.



**Figura 5-6** Uma balança de mola. A leitura é proporcional ao *peso* do objeto colocado no prato, e a escala fornece o valor do peso se estiver calibrada em unidades de força. Se, em vez disso, estiver calibrada em unidades de massa, a leitura será igual ao peso do objeto apenas se o valor de  $g$  no lugar em que a balança está sendo usada for igual ao valor de  $g$  no lugar em que a balança foi calibrada.

**Atenção:** O peso de um corpo não é a mesma coisa que a massa. O peso é o módulo de uma força e está relacionado com a massa através da Eq. 5-12. Se você mover um corpo para um local em que o valor de  $g$  é diferente, a massa do corpo (uma propriedade intrínseca) continuará a mesma, mas o peso mudará. Por exemplo: o peso de uma bola de boliche, de massa igual a 7,2 kg, é 71 N na Terra, mas apenas 12 N na Lua. Isso se deve ao fato de que, enquanto a massa é a mesma na Terra e na Lua, a aceleração de queda livre na Lua é apenas 1,6 m/s<sup>2</sup>, muito menor, portanto, que a aceleração de queda livre na Terra, que é da ordem de 9,8 m/s<sup>2</sup>.

## Força Normal

Se você fica em pé em um colchão, a Terra o puxa para baixo, mas você permanece em repouso. Isso acontece porque o colchão se deforma sob o seu peso e empurra você para cima. Da mesma forma, se você está sobre um piso, ele se deforma (ainda que imperceptivelmente) e o empurra para cima. Mesmo um piso de concreto aparentemente rígido faz o mesmo (se não estiver apoiado diretamente no solo, um número suficientemente grande de pessoas sobre ele pode quebrá-lo).

O empurrão exercido pelo colchão ou pelo piso é uma **força normal**  $\vec{F}_N$ . O nome vem do termo

matemático *normal*, que significa perpendicular. A força que o piso exerce sobre você é perpendicular ao piso.



Quando um corpo exerce uma força sobre uma superfície, a superfície (ainda que aparentemente rígida) se deforma e empurra o corpo com uma força normal  $\vec{F}_N$  que é perpendicular à superfície.

A Figura 5-7a mostra um exemplo. Um bloco de massa  $m$  pressiona uma mesa para baixo, deformando-a, por causa da força gravitacional  $\vec{F}_g$  a que o bloco está sujeito. A mesa empurra o bloco para cima com uma força normal  $\vec{F}_N$ . A Fig. 5-7b mostra o diagrama de corpo livre do bloco. As forças  $\vec{F}_g$  e  $\vec{F}_N$  são as únicas forças que atuam sobre o bloco, e ambas são verticais. Assim, a segunda lei de Newton para o bloco, tomando um eixo  $y$  com o sentido positivo para cima ( $F_{\text{res},y} = ma_y$ ), assume a forma

$$F_N - F_g = ma_y.$$

Substituindo  $F_g$  por  $mg$  (Eq. 5-8), obtemos

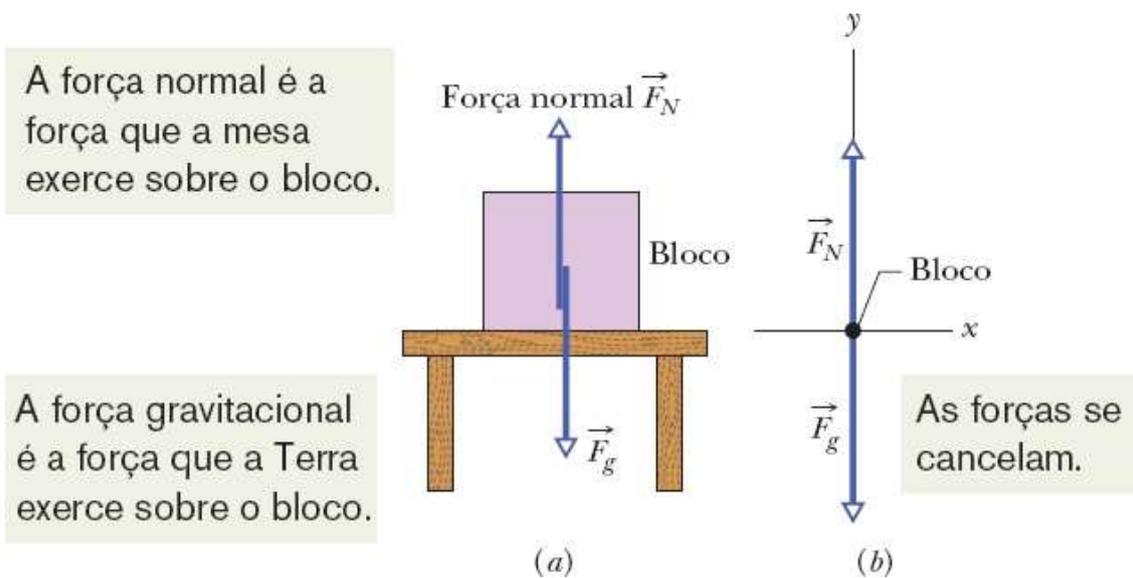
$$F_N - mg = ma_y.$$

O módulo da força normal é, portanto,

$$F_N = mg + ma_y = m(g + a_y) \quad (5-13)$$

para qualquer aceleração vertical  $a_y$  da mesa e do bloco (que poderiam estar, por exemplo, em um elevador acelerado). (*Atenção:* O sinal de  $g$  na Eq. 5-13 é sempre positivo, mas o sinal de  $a_y$  pode ser positivo ou negativo.) Se a mesa e o bloco não estiverem acelerados em relação ao solo,  $a_y = 0$  e, de acordo com a Eq. 5-13,

$$F_N = mg. \quad (5-14)$$



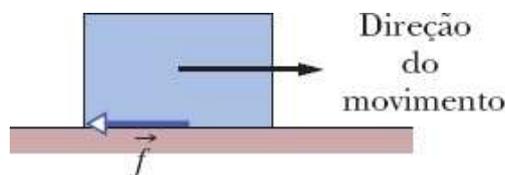
**Figura 5-7** (a) Um bloco que repousa sobre uma mesa experimenta uma força normal  $\vec{F}_N$  perpendicular à superfície da mesa. (b) Diagrama de corpo livre do bloco.

### ✓ Teste 3

Na Fig. 5-7, o módulo da força normal  $\vec{F}_N$  será maior, menor ou igual a  $mg$  se o bloco e a mesa estiverem em um elevador que se move para cima (a) com velocidade constante, e (b) com velocidade crescente?

### Atrito

Quando empurramos ou tentamos empurrar um corpo que está apoiado em uma superfície, a interação dos átomos do corpo com os átomos da superfície faz com que haja uma resistência ao movimento. (Essa interação será discutida no próximo capítulo.) A resistência é considerada como uma única força  $\vec{f}$  que recebe o nome de **força de atrito**, ou simplesmente **atrito**. Essa força é paralela à superfície e aponta no sentido oposto ao do movimento ou tendência ao movimento (Fig. 5-8). Em algumas situações, para simplificar os cálculos, desprezamos as forças de atrito.



**Figura 5-8** Uma força de atrito  $\vec{f}$  se opõe ao movimento de um corpo sobre uma superfície.

### Tração

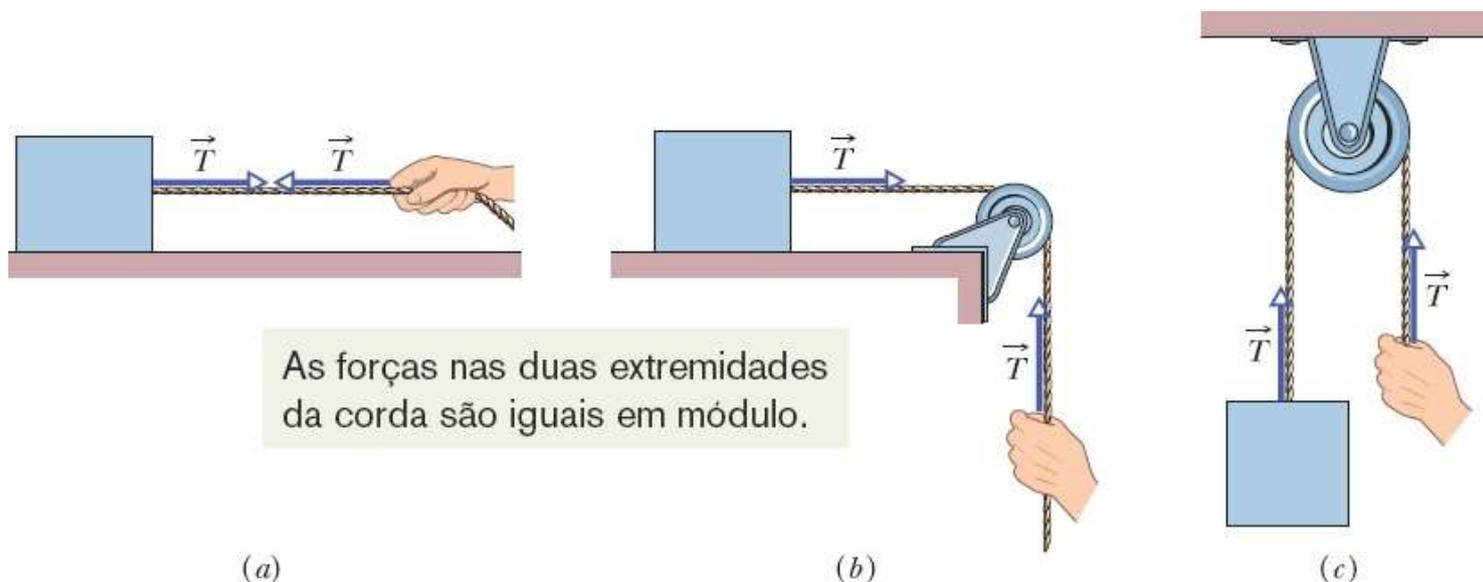
Quando uma corda (ou um fio, cabo ou outro objeto do mesmo tipo) é presa a um corpo e esticada, a corda aplica ao corpo uma força  $\vec{T}$  orientada na direção da corda (Fig. 5-9a). Essa força é chamada de **força de tração** porque a corda está sendo tracionada (puxada). A **tração da corda** é o módulo  $T$  da força

exercida sobre o corpo. Assim, por exemplo, se a força exercida pela corda sobre o corpo tem um módulo  $T = 50 \text{ N}$ , a tração da corda é  $50 \text{ N}$ .

Uma corda é frequentemente considerada *sem massa* (o que significa que a massa da corda é desprezível em comparação com a massa do corpo ao qual está presa) e *inextensível* (o que significa que o comprimento da corda não muda quando é submetida a uma força de tração). Nessas circunstâncias, a corda existe apenas como ligação entre dois corpos: ela exerce sobre os dois corpos forças de mesmo módulo  $T$ , mesmo que os dois corpos e a corda estejam acelerando e mesmo que a corda passe por uma polia *sem massa e sem atrito* (Figs. 5-9b e 5-9c), ou seja, uma polia cuja massa é desprezível em comparação com as massas dos corpos e cujo atrito no eixo de rotação pode ser desprezado. Se a corda dá meia-volta em torno da polia, como na Fig. 5-9c, o módulo da força resultante que a corda exerce sobre a polia é  $2T$ .

#### ☑ Teste 4

O corpo suspenso da Fig. 5-9c pesa  $75 \text{ N}$ . A tração  $T$  é igual, maior ou menor que  $75 \text{ N}$  quando o corpo se move para cima (a) com velocidade constante, (b) com velocidade crescente e (c) com velocidade decrescente?



**Figura 5-9** (a) A corda esticada está sob tração. Se a massa da corda é desprezível, a corda puxa o corpo e a mão com uma força  $\vec{T}$ , mesmo que passe por uma polia sem massa e sem atrito, como em (b) e (c).

## 5-3 APLICAÇÕES DAS LEIS DE NEWTON

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

**5.14** Conhecer a terceira lei de Newton e os pares de forças da terceira lei.

**5.15** No caso de um objeto que se move verticalmente, em um plano horizontal ou em um plano inclinado, aplicar a segunda lei

de Newton a um diagrama de corpo livre do objeto.

**5.16** Em um sistema no qual vários objetos se movem rigidamente ligados uns aos outros, desenhar diagramas de corpo livre e aplicar a segunda lei de Newton aos objetos isoladamente e também ao sistema como um todo.

## Ideias-Chave

• A força resultante  $\vec{F}_{\text{res}}$  aplicada a um corpo de massa  $m$  está relacionada com a aceleração  $\vec{a}$  do corpo por meio da equação

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a},$$

que equivale a três equações para as componentes,

$$F_{\text{res},x} = ma_x \quad F_{\text{res},y} = ma_y \quad \text{e} \quad F_{\text{res},z} = ma_z.$$

• Se um corpo  $C$  aplica uma força  $\vec{F}_{BC}$  a um corpo  $B$ , o corpo  $B$  aplica uma força  $\vec{F}_{CB}$  ao corpo  $C$ , e as duas forças estão relacionadas pela equação

$$\vec{F}_{BC} = -\vec{F}_{CB}.$$

Isso significa que as duas forças têm módulos iguais e sentidos opostos.

## A Terceira Lei de Newton

Dizemos que dois corpos *interagem* quando empurram ou puxam um ao outro, ou seja, quando cada corpo exerce uma força sobre o outro. Suponha, por exemplo, que você apoie um livro  $L$  em uma caixa  $C$  (Fig. 5-10a). Nesse caso, o livro e a caixa interagem: a caixa exerce uma força horizontal  $\vec{F}_{LC}$  sobre o livro, e o livro exerce uma força horizontal  $\vec{F}_{CL}$  sobre a caixa. Esse par de forças é mostrado na Fig. 5-10b. A terceira lei de Newton afirma o seguinte:



**Terceira Lei de Newton:** Quando dois corpos interagem, as forças que cada corpo exerce sobre o outro são iguais em módulo e têm sentidos opostos.

No caso do livro e da caixa, podemos escrever essa lei como a relação escalar

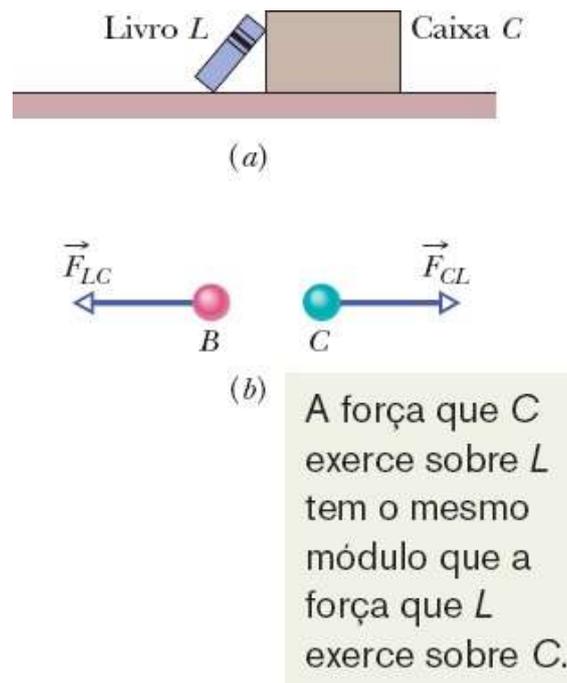
$$F_{LC} = F_{CL} \text{ (módulos iguais)}$$

ou como a relação vetorial

$$\vec{F}_{LC} = -\vec{F}_{CL} \quad \text{(módulos iguais e sentidos opostos),} \quad (5-15)$$

em que o sinal negativo significa que as duas forças têm sentidos opostos. Podemos chamar as forças entre dois corpos que interagem de **par de forças da terceira lei**. Sempre que dois corpos interagem, um par de forças da terceira lei está presente. O livro e a caixa da Fig. 5-10a estão em repouso, mas a

terceira lei seria válida, mesmo que eles estivessem em movimento uniforme ou acelerado.

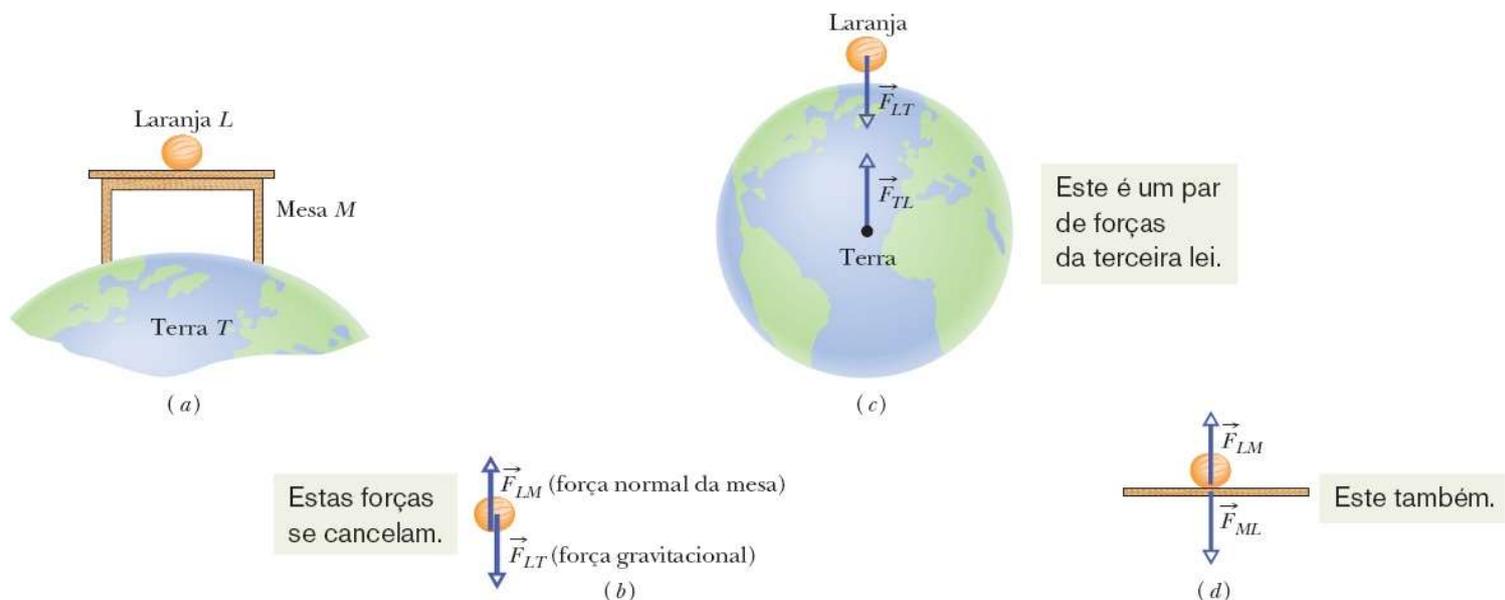


**Figura 5-10** (a) O livro  $L$  está apoiado na caixa  $C$ . (b) As forças  $\vec{F}_{LC}$  (força da caixa sobre o livro) e  $\vec{F}_{CL}$  (força do livro sobre a caixa) têm o mesmo módulo e sentidos opostos.

Como outro exemplo, vamos examinar os pares de forças da terceira lei que existem no sistema da Fig. 5-11a, constituído por uma laranja, uma mesa e a Terra. A laranja interage com a mesa, e a mesa interage com a Terra (dessa vez, existem três corpos cujas interações devemos estudar).

Vamos, inicialmente, nos concentrar nas forças que agem sobre a laranja (Fig. 5-11b). A força  $\vec{F}_{LM}$  é a força normal que a mesa exerce sobre a laranja, e a força  $\vec{F}_{LT}$  é a força gravitacional que a Terra exerce sobre a laranja.  $\vec{F}_{LM}$  e  $\vec{F}_{LT}$  formam um par de forças da terceira lei? Não, pois são forças que atuam sobre um mesmo corpo, a laranja, e não sobre dois corpos que interagem.

Para encontrar um par da terceira lei, precisamos nos concentrar, não na laranja, mas na interação entre a laranja e outro corpo. Na interação laranja-Terra (Fig. 5-11c), a Terra atrai a laranja com uma força gravitacional  $\vec{F}_{LT}$ , e a laranja atrai a Terra com uma força gravitacional  $\vec{F}_{TL}$ . Essas forças formam um par de forças da terceira lei? Sim, porque as forças atuam sobre dois corpos que interagem, e a força a que um está submetido é causada pelo outro. Assim, de acordo com a terceira lei de Newton,



**Figura 5-11** (a) Uma laranja em repouso sobre uma mesa na superfície da Terra. (b) As forças que agem sobre a laranja são  $\vec{F}_{LM}$  e  $\vec{F}_{LT}$ . (c) Par de forças da terceira lei para a interação laranja-Terra. (d) Par de forças da terceira lei para a interação laranja-mesa.

$$\vec{F}_{LT} = -\vec{F}_{TL} \quad (\text{interação laranja-Terra}).$$

Na interação laranja-mesa, a força da mesa sobre a laranja é  $\vec{F}_{LM}$ , e a força da laranja sobre a mesa é  $\vec{F}_{ML}$  (Fig. 5-11d). Essas forças também formam um par de forças da terceira lei e, portanto,

$$\vec{F}_{LM} = -\vec{F}_{ML} \quad (\text{interação laranja-mesa}).$$

### ✓ Teste 5

Suponha que a laranja e a mesa da Fig. 5-11 estão em um elevador que começa a acelerar para cima. (a) Os módulos de  $\vec{F}_{ML}$  e  $\vec{F}_{LM}$  aumentam, diminuem, ou permanecem os mesmos? (b) As duas forças continuam a ser iguais em módulo, com sentidos opostos? (c) Os módulos de  $\vec{F}_{LT}$  e  $\vec{F}_{TL}$  aumentam, diminuem, ou permanecem os mesmos? (d) As duas forças continuam a ser iguais em módulo, com sentidos opostos?

## Aplicações das Leis de Newton

O resto deste capítulo é composto de exemplos. O leitor deve examiná-los atentamente, observando os métodos usados para resolver cada problema. Especialmente importante é saber traduzir uma dada situação em um diagrama de corpo livre com eixos adequados, para que as leis de Newton possam ser aplicadas.

### Exemplo 5.03 Bloco deslizando e bloco pendente

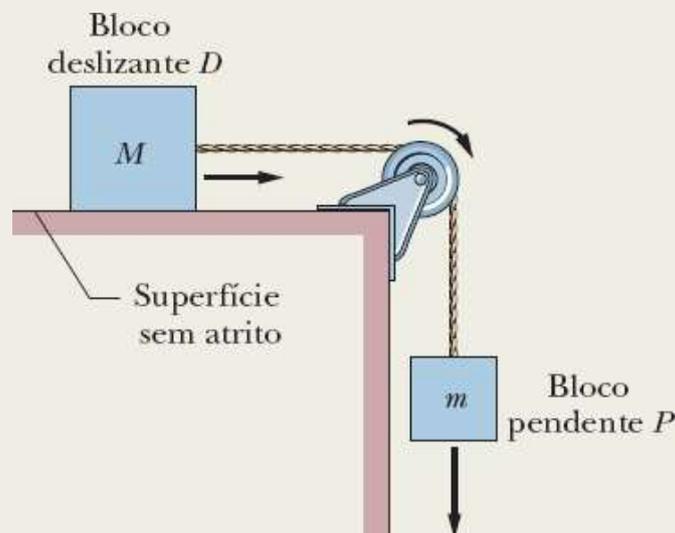
A Fig. 5-12 mostra um bloco  $D$  (o bloco deslizando), de massa  $M = 3,3$  kg. O bloco está livre para se mover em uma superfície

horizontal sem atrito e está ligado, por uma corda que passa por uma polia sem atrito, a um segundo bloco  $P$  (o *bloco pendente*), de massa  $m = 2,1$  kg. As massas da corda e da polia podem ser desprezadas em comparação com a massa dos blocos. Enquanto o bloco pendente  $P$  desce, o bloco deslizante  $D$  acelera para a direita. Determine (a) a aceleração do bloco  $D$ , (b) a aceleração do bloco  $P$  e (c) a tração da corda.

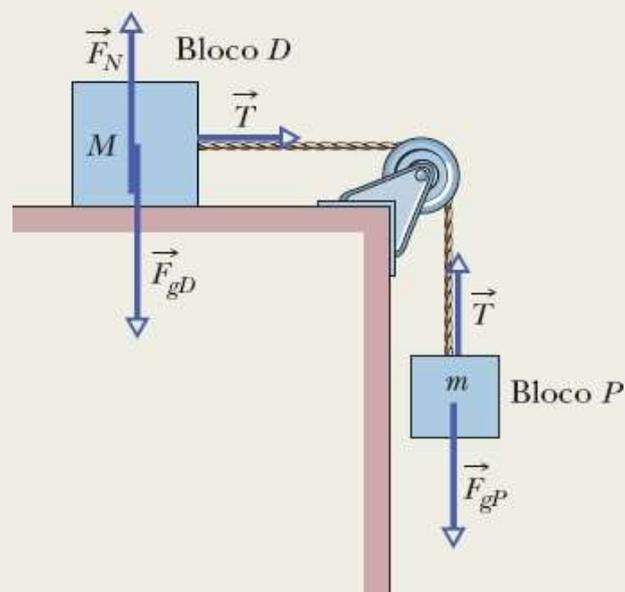
**P** De que trata o problema?

Foram dados dois corpos – o bloco deslizante e o bloco pendente – mas também é preciso levar em conta a *Terra*, que atua sobre os dois corpos. (Se não fosse a Terra, os blocos não se moveriam.) Como mostra a Fig. 5-13, cinco forças agem sobre os blocos:

1. A corda puxa o bloco  $D$  para a direita com uma força de módulo  $T$ .
2. A corda puxa o bloco  $P$  para cima com uma força cujo módulo também é  $T$ . Essa força para cima evita que o bloco caia livremente.



**Figura 5-12** Um bloco  $D$ , de massa  $M$ , está conectado a um bloco  $P$ , de massa  $m$ , por uma corda que passa por uma polia.



**Figura 5-13** As forças que agem sobre os dois blocos da Fig. 5-12.

3. A Terra puxa o bloco D para baixo com uma força gravitacional  $\vec{F}_{gD}$ , cujo módulo é  $Mg$ .
4. A Terra puxa o bloco P para baixo com uma força gravitacional  $\vec{F}_{gP}$ , cujo módulo é  $mg$ .
5. A mesa empurra o bloco D para cima com uma força normal  $\vec{F}_N$ .

Existe outro fato digno de nota. Como estamos supondo que a corda é inextensível, se o bloco P desce 1 mm em certo intervalo de tempo, o bloco D se move 1 mm para a direita no mesmo intervalo. Isso significa que os blocos se movem em conjunto e as acelerações dos dois blocos têm o mesmo módulo  $a$ .

**P** Como posso classificar esse problema? Ele sugere alguma lei da física em particular?

Sim. O fato de que as grandezas envolvidas são forças, massas e acelerações sugere a segunda lei de Newton,  $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$ . Essa é a nossa **ideia-chave** inicial.

**P** Se eu aplicar a segunda lei de Newton ao problema, a que corpo devo aplicá-la?

Estamos lidando com o movimento de dois corpos, o bloco deslizando e o bloco pendente. Embora se trate de *corpos extensos* (não pontuais), podemos tratá-los como partículas porque todas as partes de cada bloco se movem exatamente da mesma forma. Uma segunda **ideia-chave** é aplicar a segunda lei de Newton separadamente a cada bloco.

**P** E a polia?

A polia não pode ser tratada como uma partícula porque diferentes partes da polia se movem de modo diferente. Quando discutirmos as rotações, examinaremos com detalhes o caso das polias. No momento, evitamos discutir o comportamento da polia supondo que a massa da polia pode ser desprezada em comparação com as massas dos dois blocos; sua única função é mudar a orientação da corda.

**P** Está certo; mas como vou aplicar a equação  $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$  ao bloco deslizando?

Represente o bloco D como uma partícula de massa  $M$  e desenhe todas as forças que atuam sobre ele, como na Fig. 5-14a. Esse é o diagrama de corpo livre do bloco. Em seguida, desenhe um conjunto de eixos. O mais natural é desenhar o eixo  $x$  paralelo à mesa, apontando para a direita, no sentido do movimento do bloco D.

**P** Obrigado; mas você ainda não me disse como vou aplicar a equação  $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$  ao bloco deslizando; tudo que fez foi explicar como se desenha um diagrama de corpo livre.

Você tem razão. Aqui está a terceira **ideia-chave**: a equação  $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$  é uma equação vetorial e, portanto, equivale a três equações algébricas, uma para cada componente:

$$F_{res,x} = Ma_x \quad F_{res,y} = Ma_y \quad F_{res,z} = Ma_z \quad (5-16)$$

em que  $F_{res,x}$ ,  $F_{res,y}$  e  $F_{res,z}$  são as componentes da força resultante em relação aos três eixos. Podemos aplicar cada uma dessas equações à direção correspondente. Como o bloco D não possui aceleração vertical,  $F_{res,y} = Ma_y$  se torna

$$F_N = F_{gD} = 0 \quad \text{ou} \quad F_N = F_{gD} \quad (5-17)$$

Assim, na direção  $y$ , o módulo da força normal é igual ao módulo da força gravitacional.

Nenhuma força atua na direção  $z$ , que é perpendicular ao papel.

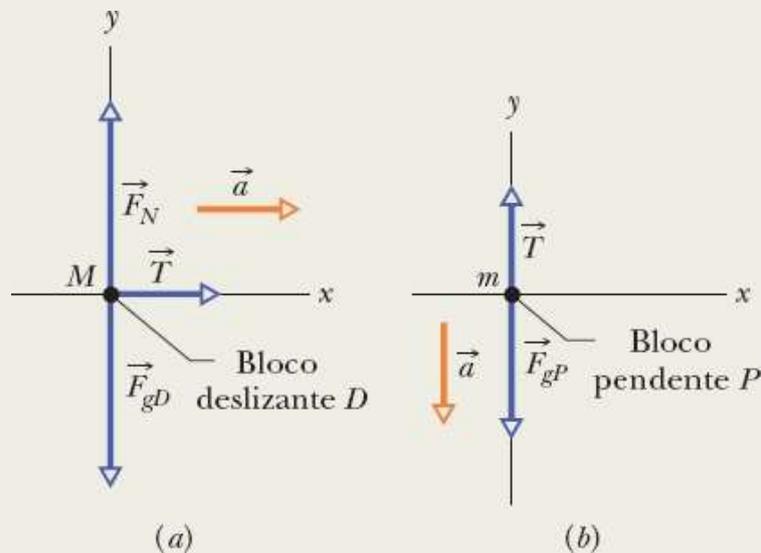
Na direção  $x$  existe apenas uma componente de força, que é  $T$ . Assim, a equação  $F_{res,x} = Ma_x$  se torna

$$T = Ma. \quad (5-18)$$

Como a Eq. (5-18) contém duas incógnitas,  $T$  e  $a$ , ainda não podemos resolvê-la. Lembre-se, porém, de que ainda não dissemos nada a respeito do bloco pendente.

**P** De acordo. Como vou aplicar a equação  $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$  ao bloco pendente?

Do mesmo modo como aplicou ao bloco  $D$ : desenhe um diagrama de corpo livre para o bloco  $P$ , como na Fig. 5-14b. Em seguida, aplique a equação  $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$  na forma de componentes.



**Figura 5-14** (a) Diagrama de corpo livre do bloco  $D$  da Fig. 5-12. (b) Diagrama de corpo livre do bloco  $P$  da Fig. 5-12.

Dessa vez, como a aceleração é ao longo do eixo  $y$ , use a parte  $y$  da Eq. 5-16 ( $F_{res,y} = ma_y$ ) para escrever

$$T - F_{gP} = ma_y. \quad (5-19)$$

Podemos agora substituir  $F_{gP}$  por  $mg$  e  $a_y$  por  $-a$  (o valor é negativo porque o bloco  $P$  sofre aceleração no sentido negativo do eixo  $y$ ). O resultado é

$$T - mg = -ma. \quad (5-20)$$

Observe que as Eqs. 5-18 e 5-20 formam um sistema de duas equações com duas incógnitas,  $T$  e  $a$ . Subtraindo as equações uma da outra, eliminamos  $T$ . Explicitando  $a$ , obtemos:

$$a = \frac{m}{M + m} g, \quad (5-21)$$

Substituindo esse resultado na Eq. 5-18, temos:

$$T = \frac{Mm}{M + m} g. \quad (5-22)$$

Substituindo os valores numéricos, obtemos:

$$a = \frac{m}{M + m} g = \frac{2,1 \text{ kg}}{3,3 \text{ kg} + 2,1 \text{ kg}} (9,8 \text{ m/s}^2) \\ = 3,8 \text{ m/s}^2 \quad (\text{Resposta})$$

$$e \quad T = \frac{Mm}{M + m} g = \frac{(3,3 \text{ kg})(2,1 \text{ kg})}{3,3 \text{ kg} + 2,1 \text{ kg}} (9,8 \text{ m/s}^2) \\ = 13 \text{ N}. \quad (\text{Resposta})$$

**P** *O problema agora está resolvido, certo?*

Essa pergunta é razoável, mas o problema não pode ser considerado resolvido até que você examine os resultados para ver se fazem sentido. (Se você obtivesse esses resultados no trabalho, não faria questão de conferi-los antes de entregá-los ao chefe?)

Examine primeiro a Eq. 5-21. Observe que está dimensionalmente correta e que a aceleração  $a$  é sempre menor que  $g$ . Isso faz sentido, pois o bloco pendente não está em queda livre; a corda o puxa para cima.

Examine em seguida a Eq. 5-22, que pode ser escrita na forma

$$T = \frac{M}{M + m} mg. \quad (5-23)$$

Nessa forma, fica mais fácil ver que a Eq. 5-22 também está dimensionalmente correta, já que tanto  $T$  quanto  $mg$  têm dimensões de força. A Eq. 5-23 também mostra que a tração da corda é menor que  $mg$ ; portanto, é menor que a força gravitacional a que está submetido o bloco pendente. Isso é razoável; se  $T$  fosse *maior* que  $mg$ , o bloco pendente sofreria uma aceleração para cima.

Podemos também verificar se os resultados estão corretos estudando casos especiais para os quais sabemos de antemão qual é a resposta. Um caso simples é aquele em que  $g = 0$ , o que aconteceria se o experimento fosse realizado no espaço sideral. Sabemos que, nesse caso, os blocos ficariam imóveis, não existiriam forças nas extremidades da corda e, portanto, não haveria tração na corda. As fórmulas preveem isso? Sim. Fazendo  $g = 0$  nas Eqs. 5-21 e 5-22, encontramos  $a = 0$  e  $T = 0$ . Dois outros casos especiais fáceis de examinar são  $M = 0$  e  $m \rightarrow \infty$ .

### Exemplo 5.04 Corda, bloco e plano inclinado

Muitos estudantes consideram os problemas que envolvem rampas (planos inclinados) particularmente difíceis. A dificuldade é provavelmente visual porque, nesse caso, temos de trabalhar (a) com um sistema de coordenadas inclinado e (b) com as componentes da força gravitacional, e não com a força total. Este é um exemplo típico no qual todas as inclinações e todos os ângulos são explicados. Apesar da inclinação, a ideia-chave é aplicar a segunda lei de Newton à direção ao longo da qual ocorre o movimento.

Na Fig. 5-15a, uma corda puxa para cima uma caixa de biscoitos ao longo de um plano inclinado sem atrito cujo ângulo é  $\theta = 30^\circ$ . A massa da caixa é  $m = 5,00$  kg, e o módulo da força exercida pela corda é  $T = 25,0$  N. Qual é a componente  $a$  da aceleração da caixa na direção do plano inclinado?

### IDEIA-CHAVE

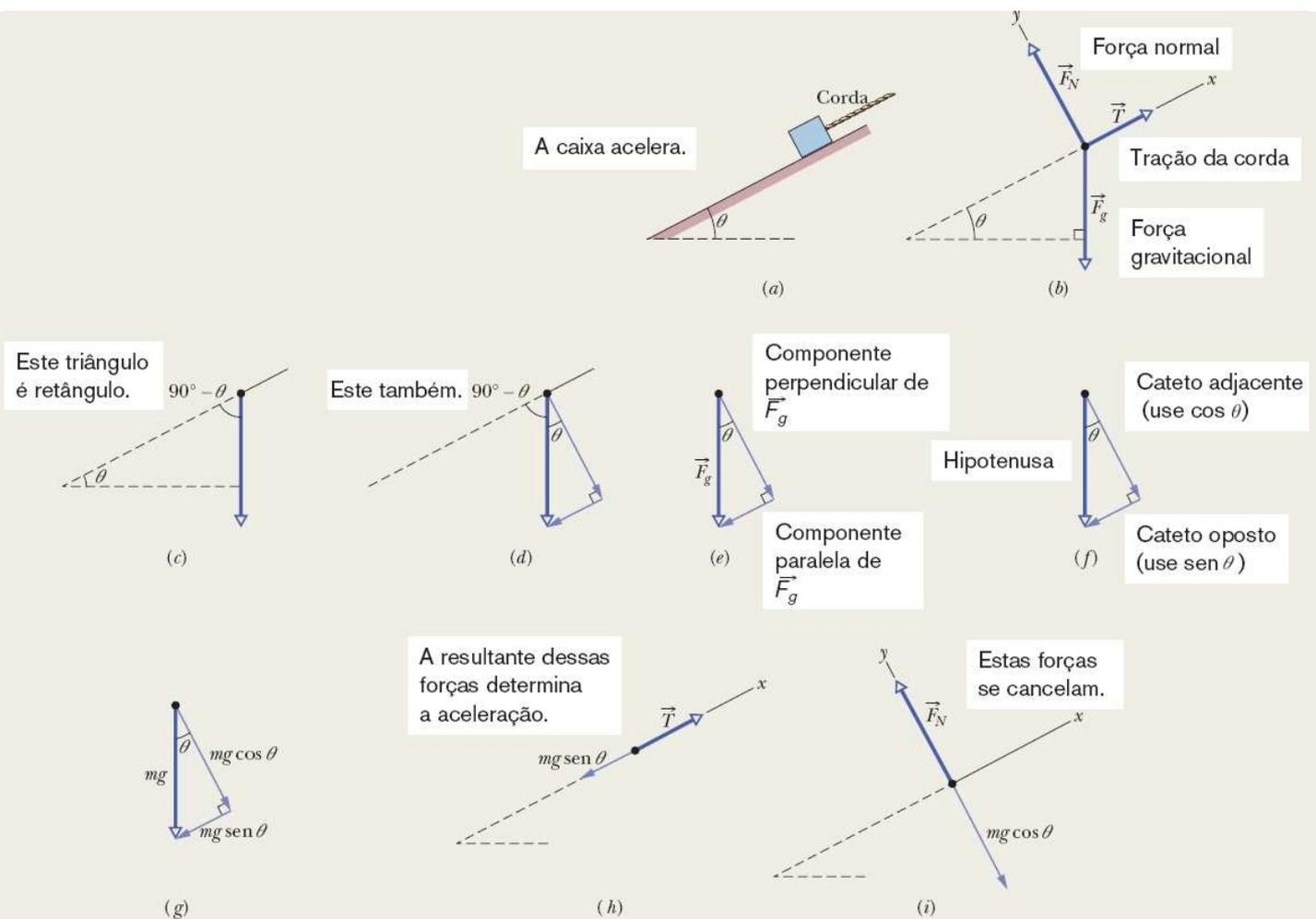
---

De acordo com a segunda lei de Newton (Eq. 5-1), a aceleração na direção do plano inclinado depende apenas das componentes das forças paralelas ao plano (não depende das componentes perpendiculares ao plano).

**Cálculos:** Precisamos escrever a segunda lei de Newton para o movimento ao longo de um eixo. Como a caixa se move ao longo do plano inclinado, escolher um eixo  $x$  ao longo do plano inclinado parece razoável (Fig. 5-15b). (Não estaria errado usar o sistema de coordenadas de costume, com o eixo  $x$  na horizontal e o eixo  $y$  na vertical, mas as equações ficariam muito mais complicadas, porque o movimento não ocorreria ao longo de um dos eixos.)

Depois de escolher um sistema de coordenadas, desenhamos um diagrama de corpo livre, com um ponto representando a caixa (Fig. 5-15b). Em seguida, desenhamos os vetores das forças que agem sobre a caixa, com a origem dos vetores coincidindo com o ponto. (Desenhar os vetores fora do lugar no diagrama pode levar a erros, especialmente nos exames; certifique-se de que a origem de todos os vetores está no corpo cujo movimento está sendo analisado.)

A força  $\vec{T}$  exercida pela corda é dirigida para cima, paralelamente ao plano, e tem um módulo  $T = 25,0$  N. A força gravitacional  $\vec{F}_g$  é vertical, dirigida para baixo, e tem um módulo  $mg = (5,00 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 49,0$  N. Essa orientação significa que apenas uma componente da força está paralela ao plano, e apenas essa componente (e não a força total) afeta a aceleração da caixa ao longo do plano. Assim, antes de aplicar a segunda lei de Newton ao movimento da caixa ao longo do eixo  $x$ , precisamos obter uma expressão para a componente da força gravitacional paralela ao eixo  $x$ .



**Figura 5-15** (a) Uma caixa sobe um plano inclinado, puxada por uma corda. (b) As três forças que agem sobre a caixa: a força da corda  $\vec{T}$ , a força gravitacional  $\vec{F}_g$  e a força normal  $\vec{F}_N$ . (c)-(i) As componentes de  $\vec{F}_g$  na direção do plano inclinado e na direção perpendicular.

As Figs. 5-15c a 5-15h mostram os passos necessários para determinar essa expressão. Começamos com o ângulo conhecido do plano e montamos um triângulo das componentes da força (as componentes são os catetos, e o módulo da força é a hipotenusa). A Fig. 5-15c mostra que o ângulo entre o plano inclinado e  $\vec{F}_g$  é  $90^\circ - \theta$ . (Você está vendo o triângulo retângulo?) As Figs. 5-15d a 5-15f mostram  $\vec{F}_g$  e suas componentes. Uma das componentes é paralela ao plano inclinado (é a componente em que estamos interessados) e a outra é perpendicular ao plano inclinado.

O ângulo entre a componente perpendicular de  $\vec{F}_g$  é  $\theta$  (Figs. 5-15d e 5-15e). A componente que nos interessa é o cateto oposto do triângulo retângulo das componentes (Fig. 5-15f). Como a hipotenusa é  $mg$  (o módulo da força gravitacional), o cateto oposto é  $mg \sin \theta$  (Fig. 5-15g).

Temos apenas mais uma força envolvida, a força normal  $\vec{F}_g$  que aparece na Fig. 5-15b. Essa força, porém, é perpendicular ao plano inclinado e, portanto, não pode afetar o movimento ao longo do plano. (Em outras palavras, essa força não possui uma componente ao longo do plano para acelerar a caixa.)

Agora estamos em condições de aplicar a segunda lei de Newton ao movimento da caixa ao longo do eixo  $x$ :

$$F_{\text{res},x} = ma_x.$$

A componente  $a_x$  é a única componente da aceleração diferente de zero (a caixa não salta para fora do plano, o que seria estranho, nem penetra no plano, o que seria ainda mais estranho). Assim, vamos chamar a aceleração ao longo do plano simplesmente de  $a$ . Como a força  $\vec{T}$  aponta no sentido positivo do eixo  $x$  e a componente da força gravitacional  $mg \sin \theta$  aponta no sentido negativo do eixo  $x$ , temos:

$$T - mg \sin \theta = ma. \quad (5-24)$$

Substituindo por valores numéricos e explicitando  $a$ , obtemos:

$$a = 0,100 \text{ m/s}^2.$$

O resultado é positivo, o que indica que a aceleração da caixa é para cima. Se diminuíssemos gradualmente o módulo da força  $\vec{T}$  até anular a aceleração, a caixa passaria a se mover com velocidade constante. Se diminuíssemos ainda mais o módulo de  $\vec{T}$ , a aceleração se tornaria negativa, apesar da força exercida pela corda.

### Exemplo 5.05 Força com um ângulo variável

Este exemplo envolve a interpretação de um gráfico. A Fig. 5-16a mostra um arranjo no qual duas forças são aplicadas a um bloco de 4,00 kg em um piso sem atrito, mas apenas a força  $\vec{F}_1$  está indicada. A força  $\vec{F}_1$  tem módulo fixo, mas o ângulo  $\theta$  com o semieixo  $x$  positivo pode variar. A força  $\vec{F}_2$  é horizontal e tem módulo constante. A Fig. 5-16b mostra a aceleração horizontal  $a_x$  do bloco em função de  $\theta$  no intervalo  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ . Qual é o valor de  $a_x$  para  $\theta = 180^\circ$ ?

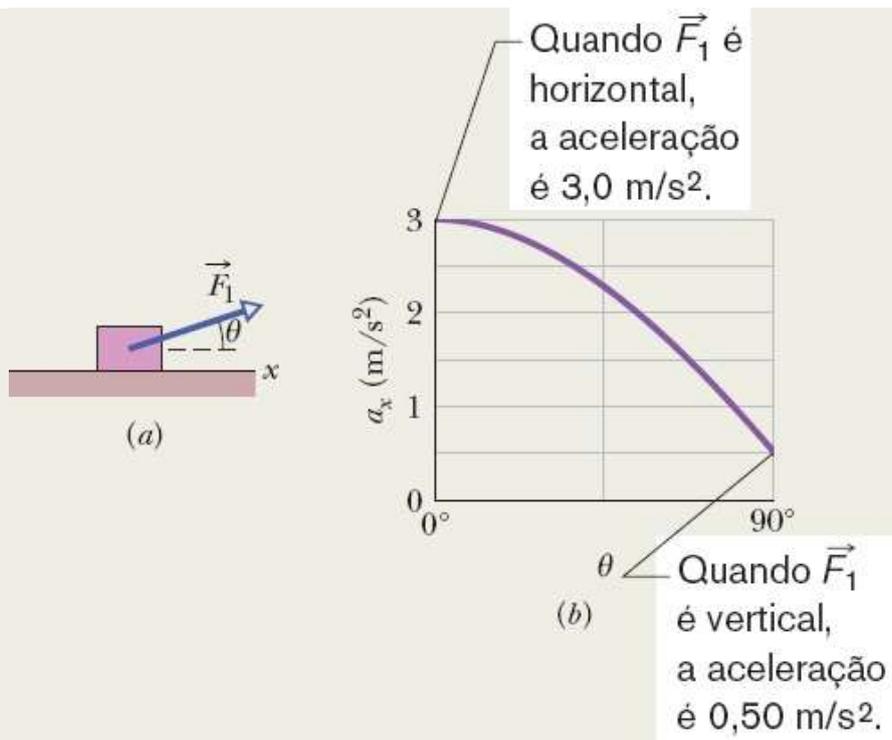
#### IDEIAS-CHAVE

(1) A aceleração horizontal  $a_x$  depende da força horizontal resultante  $F_{\text{res},x}$ , dada pela segunda lei de Newton. (2) A força horizontal resultante é a soma das componentes horizontais das forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$ .

**Cálculos:** Como a força  $\vec{F}_2$  é horizontal, a componente  $x$  é  $F_2$ . A componente  $x$  de  $\vec{F}_1$  é  $F_1 \cos \theta$ . Usando essas expressões e uma massa  $m$  de 4,00 kg, podemos escrever a segunda lei de Newton ( $\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$ ) para o movimento ao longo do eixo  $x$  na forma

$$F_1 \cos \theta + F_2 = 4,00a_x. \quad (5-25)$$

De acordo com a Eq. 5-25, para  $\theta = 90^\circ$ ,  $F_1 \cos \theta$  é zero e  $F_2 = 4,00a_x$ . De acordo com o gráfico, a aceleração correspondente é 0,50 m/s<sup>2</sup>. Assim,  $F_2 = 2,00 \text{ N}$  e o sentido de  $\vec{F}_2$  é o sentido positivo do eixo  $x$ .



**Figura 5-16** (a) Uma das duas forças aplicadas a um bloco. O ângulo  $\theta$  pode variar. (b) Componente  $a_x$  da aceleração do bloco em função de  $\theta$ .

Fazendo  $\theta = 0^\circ$  na Eq. 5-25, obtemos:

$$F_1 \cos 0^\circ + 2,00 = 4,00a_x, \quad (5-26)$$

De acordo com o gráfico, a aceleração correspondente é  $3,0 \text{ m/s}^2$ . Substituindo esse valor na Eq. 5-26, obtemos  $F_1 = 10 \text{ N}$ .

Fazendo  $F_1 = 10 \text{ N}$ ,  $F_2 = 2,00 \text{ N}$  e  $\theta = 180^\circ$  na Eq. 5-25, temos:

$$a_x = -2,00 \text{ m/s}^2. \quad (\text{Resposta})$$

### Exemplo 5.06 Forças em um elevador

Suponha que você se pesasse em um elevador em movimento (os outros passageiros, certamente, iriam ficar assustados). Você pesaria mais, menos ou a mesma coisa que em um elevador parado?

Na Fig. 5-17a, um passageiro, de massa  $m = 72,2 \text{ kg}$ , está de pé em uma balança de banheiro no interior de um elevador. Estamos interessados na leitura da balança quando o elevador está parado e quando está se movendo para cima e para baixo.

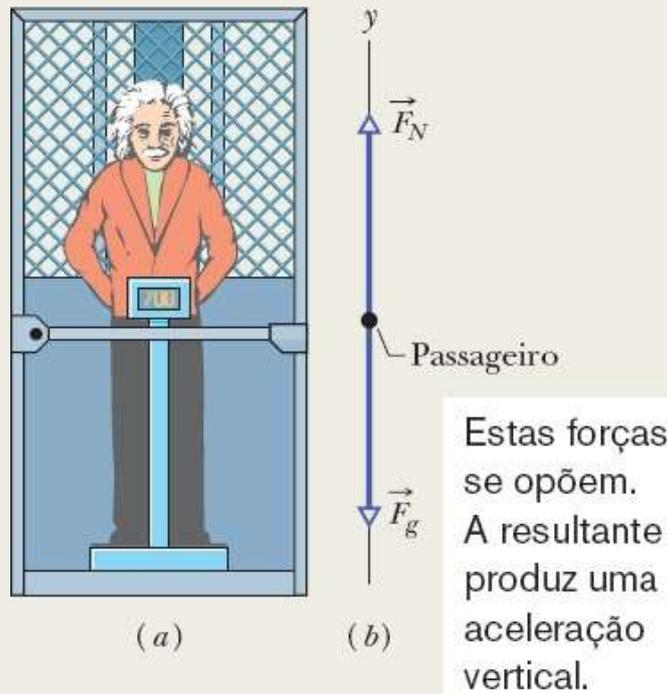
(a) Escreva uma equação que expresse a leitura da balança em função da aceleração vertical do elevador.

#### IDEIAS-CHAVE

(1) A leitura é igual ao módulo da força normal  $\vec{F}_N$  que a balança exerce sobre o passageiro. Como mostra o diagrama de corpo livre da Fig. 5-17b, a única outra força que age sobre o passageiro é a força gravitacional  $\vec{F}_g$ . (2) Podemos relacionar as forças que

agem sobre o passageiro à aceleração  $\vec{a}$  usando a segunda lei de Newton ( $\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$ ). Lembre-se, porém, de que essa lei só se aplica aos referenciais inerciais. Um elevador acelerado *não* é um referencial inercial. Assim, escolhemos o solo como referencial e analisamos todos os movimentos em relação a esse referencial.

**Cálculos:** Como as duas forças e a aceleração a que o passageiro está sujeito são verticais, na direção do eixo  $y$  da Fig. 5-17b, podemos usar a segunda lei de Newton para as componentes  $y$  ( $F_{\text{res},y} = ma_y$ ) e escrever



**Figura 5-17** (a) Um passageiro de pé em uma balança que indica o peso ou o peso aparente. (b) O diagrama de corpo livre do passageiro, mostrando a força normal  $\vec{F}_N$  exercida pela balança e a força gravitacional  $\vec{F}_g$ .

$$\begin{aligned} F_N - F_g &= ma \\ F_N &= F_g + ma. \end{aligned} \quad (5-27)$$

Isso significa que a leitura da balança, que é igual a  $F_N$ , depende da aceleração vertical. Substituindo  $F_g$  por  $mg$ , obtemos

$$F_N = m(g + a) \quad (\text{Resposta}) \quad (5-28)$$

para qualquer valor da aceleração  $a$ . Se a aceleração é para cima, o valor de  $a$  é positivo; se a aceleração é para baixo, o valor de  $a$  é negativo.

(b) Qual é a leitura da balança se o elevador está parado ou está se movendo para cima com uma velocidade constante de 0,50 m/s?

## IDEIA-CHAVE

Para qualquer velocidade constante (zero ou diferente de zero), a aceleração do passageiro é zero.

**Cálculos:** Substituindo esse e outros valores conhecidos na Eq. 5-28, obtemos

$$F_N = (72,2 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2 + 0) = 708 \text{ N.} \quad (\text{Resposta})$$

Esse é o peso do passageiro e é igual ao módulo  $F_g$  da força gravitacional a que o passageiro está submetido.

(c) Qual é a leitura da balança se o elevador sofre uma aceleração, para cima, de  $3,20 \text{ m/s}^2$ ? Qual é a leitura se o elevador sofre uma aceleração, para baixo, de  $3,20 \text{ m/s}^2$ ?

**Cálculos:** Para  $a = 3,20 \text{ m/s}^2$ , a Eq. 5-28 nos dá

$$\begin{aligned} F_N &= (72,2 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2 + 3,20 \text{ m/s}^2) \\ &= 939 \text{ N.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

e para  $a = -3,20 \text{ m/s}^2$ , temos

$$\begin{aligned} F_N &= (72,2 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2 - 3,20 \text{ m/s}^2) \\ &= 477 \text{ N.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Se a aceleração é para cima (ou seja, se a velocidade de subida do elevador está aumentando ou se a velocidade de descida está diminuindo), a leitura da balança é maior que o peso do passageiro. Essa leitura é uma medida do peso aparente, pois é realizada em um referencial não inercial. Se a aceleração é para baixo (ou seja, se a velocidade de subida do elevador está diminuindo ou a velocidade de descida está aumentando), a leitura da balança é menor que o peso do passageiro.

(d) Durante a aceleração, para cima, do item (c), qual é o módulo  $F_{\text{res}}$  da força resultante a que está submetido o passageiro, e qual é o módulo  $a_{\text{p,el}}$  da aceleração do passageiro no referencial do elevador? A equação  $\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}_{\text{p,el}}$  é obedecida?

**Cálculo:** O módulo  $F_g$  da força gravitacional a que está submetido o passageiro não depende da aceleração; assim, de acordo com o item (b),  $F_g = 708 \text{ N}$ . De acordo com o item (c), o módulo  $F_N$  da força normal a que está submetido o passageiro durante a aceleração para cima é o valor de  $939 \text{ N}$  indicado pela balança. Assim, a força resultante a que o passageiro está submetido é

$$F_{\text{res}} = F_N - F_g = 939 \text{ N} - 708 \text{ N} = 231 \text{ N,} \quad (\text{Resposta})$$

durante a aceleração para cima. Entretanto, a aceleração do passageiro em relação ao elevador,  $a_{\text{p,el}}$ , é zero. Assim, no referencial não inercial do elevador acelerado,  $F_{\text{res}}$  não é igual a  $ma_{\text{p,el}}$  e a segunda lei de Newton não é obedecida.

### Exemplo 5.07 Aceleração de um bloco empurrado por outro bloco

Alguns problemas de mecânica envolvem objetos que se movem juntos, seja porque um está empurrando o outro, seja porque estão unidos por uma corda. Neste exemplo, a segunda lei de Newton é aplicada a um sistema formado por dois blocos e, em

seguida, aos dois blocos separadamente.

Na Fig. 5-18a, uma força horizontal constante  $\vec{F}_{ap}$  de módulo 20 N é aplicada a um bloco A de massa  $m_A = 4,0$  kg, que empurra um bloco B de massa  $m_B = 6,0$  kg. Os blocos deslizam em uma superfície sem atrito, ao longo de um eixo  $x$ .

(a) Qual é a aceleração dos blocos?

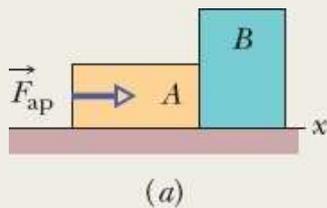
**Erro Grave:** Como a força  $\vec{F}_{ap}$  é aplicada diretamente ao bloco A, usamos a segunda lei de Newton para relacionar essa força à aceleração  $\vec{a}$  do bloco A. Como o movimento é ao longo do eixo  $x$ , usamos a lei para as componentes  $x$  ( $F_{res,x} = ma_x$ ), escrevendo

$$F_{ap} = m_A a.$$

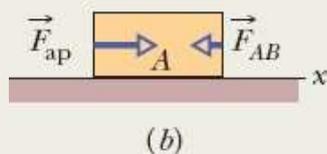
Esse raciocínio está errado porque  $\vec{F}_{ap}$  não é a única força horizontal a que o bloco A está sujeito; existe também a força  $\vec{F}_{AB}$  exercida pelo bloco B (Fig. 5-18b).

**Solução Frustrada:** Vamos incluir a força  $\vec{F}_{AB}$  escrevendo, de novo, para o eixo  $x$ ,

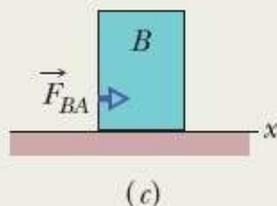
$$F_{ap} - F_{AB} = m_A a.$$



Esta força produz a aceleração do conjunto de dois blocos.



Estas são as duas forças que agem sobre o bloco A. A resultante produz a aceleração do bloco A.



Esta é a única força responsável pela aceleração do bloco B.

**Figura 5-18** (a) Uma força horizontal constante  $\vec{F}_{ap}$  é aplicada ao bloco A, que empurra o bloco B. (b) Duas forças horizontais agem sobre o bloco A. (c) Apenas uma força horizontal age sobre o bloco B.

(Usamos o sinal negativo por causa do sentido de  $\vec{F}_{AB}$ .) Como  $\vec{F}_{AB}$  é uma segunda incógnita, não podemos resolver essa equação

para determinar o valor de  $a$ .

**Solução Correta:** O sentido de aplicação da força  $\vec{F}_{ap}$  faz com que os dois blocos se movam como se fossem um só. Podemos usar a segunda lei de Newton para relacionar a força aplicada *ao conjunto dos dois blocos* à aceleração *do conjunto dos dois blocos* através da segunda lei de Newton. Assim, considerando apenas o eixo  $x$ , podemos escrever

$$F_{ap} = (m_A + m_B)a,$$

em que agora a força aplicada,  $\vec{F}_{ap}$ , está relacionada corretamente com a massa total  $m_A + m_B$ . Explicitando  $a$  e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$a = \frac{F_{ap}}{m_A + m_B} = \frac{20 \text{ N}}{4,0 \text{ kg} + 6,0 \text{ kg}} = 2,0 \text{ m/s}^2. \text{ (Resposta)}$$

Assim, a aceleração do sistema (e de cada bloco) é no sentido positivo do eixo  $x$  e tem um módulo de  $2,0 \text{ m/s}^2$ .

(b) Qual é a força (horizontal)  $\vec{F}_{BA}$  exercida pelo bloco  $A$  sobre o bloco  $B$  (Fig. 5-18c)?

### IDEIA-CHAVE

---

Podemos usar a segunda lei de Newton para relacionar a força exercida sobre o bloco  $B$  à aceleração do bloco.

**Cálculo:** Nesse caso, considerando apenas o eixo  $x$ , podemos escrever:

$$F_{BA} = m_B a,$$

que, substituindo os valores conhecidos, nos dá

$$F_{BA} = (6,0 \text{ kg})(2,0 \text{ m/s}^2) = 12 \text{ N}. \text{ (Resposta)}$$

Assim, a força  $\vec{F}_{BA}$  é orientada no sentido positivo do eixo  $x$  e tem módulo de  $12 \text{ N}$ .

## Revisão e Resumo

**Mecânica Newtoniana** Para que a velocidade de um objeto varie (ou seja, para que o objeto sofra aceleração), é preciso que ele seja submetido a uma **força** (empurrão ou puxão) exercida por outro objeto. A *mecânica newtoniana* descreve a relação entre acelerações e forças.

**Força** A força é uma grandeza vetorial cujo módulo é definido em termos da aceleração que imprimiria a uma massa de um quilograma. Por definição, uma força que produz uma aceleração de  $1 \text{ m/s}^2$  em uma massa de  $1 \text{ kg}$  tem um módulo de  $1 \text{ newton}$  ( $1 \text{ N}$ ). Uma força tem a mesma orientação que a aceleração produzida pela força. Duas ou mais forças podem ser combinadas segundo as regras da álgebra vetorial.

A **força resultante** é a soma de todas as forças que agem sobre um corpo.

**Primeira Lei de Newton** Quando a força resultante que age sobre um corpo é nula, o corpo permanece em repouso ou se move em linha reta com velocidade escalar constante.

**Referenciais Inerciais** Os referenciais para os quais as leis de Newton são válidas são chamados de *referenciais inerciais*. Os referenciais para os quais as leis de Newton não são válidas são chamados de *referenciais não inerciais*.

**Massa** A **massa** de um corpo é a propriedade que relaciona a aceleração do corpo à força responsável pela aceleração. A massa é uma grandeza escalar.

**Segunda Lei de Newton** A força resultante  $\vec{F}_{\text{res}}$  que age sobre um corpo de massa  $m$  está relacionada com a aceleração  $\vec{a}$  do corpo por meio da equação

$$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}, \quad (5-1)$$

que pode ser escrita em termos das componentes:

$$F_{\text{res},x} = ma_x \quad F_{\text{res},y} = ma_y \quad \text{e} \quad F_{\text{res},z} = ma_z. \quad (5-2)$$

De acordo com a segunda lei, em unidades do SI,

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2. \quad (5-3)$$

O **diagrama de corpo livre** é um diagrama simplificado no qual apenas *um corpo* é considerado. Esse corpo é representado por um ponto ou por um desenho. As forças externas que agem sobre o corpo são representadas por vetores, e um sistema de coordenadas é superposto ao desenho, orientado de modo a simplificar a solução.

**Algumas Forças Especiais** A **força gravitacional**  $\vec{F}_g$  exercida sobre um corpo é um tipo especial de atração que um segundo corpo exerce sobre o primeiro. Na maioria das situações apresentadas neste livro, o segundo corpo é a Terra ou outro astro. No caso da Terra, a força é orientada para baixo, em direção ao solo, que é considerado um referencial inercial. Nessas condições, o módulo de  $\vec{F}_g$  é

$$F_g = mg, \quad (5-8)$$

em que  $m$  é a massa do corpo e  $g$  é o módulo da aceleração em queda livre.

O **peso**  $P$  de um corpo é o módulo da força para cima necessária para equilibrar a força gravitacional a que o corpo está sujeito. O peso de um corpo está relacionado à massa através da equação

$$P = mg. \quad (5-12)$$

A **força normal**  $\vec{F}_N$  é a força exercida sobre um corpo pela superfície na qual o corpo está apoiado. A força normal é sempre perpendicular à superfície.

A **força de atrito**  $\vec{f}$  é a força exercida sobre um corpo quando o corpo desliza ou tenta deslizar em uma superfície. A força é sempre paralela à superfície e tem o sentido oposto ao do deslizamento. Em uma *superfície ideal*, a força de atrito é desprezível.

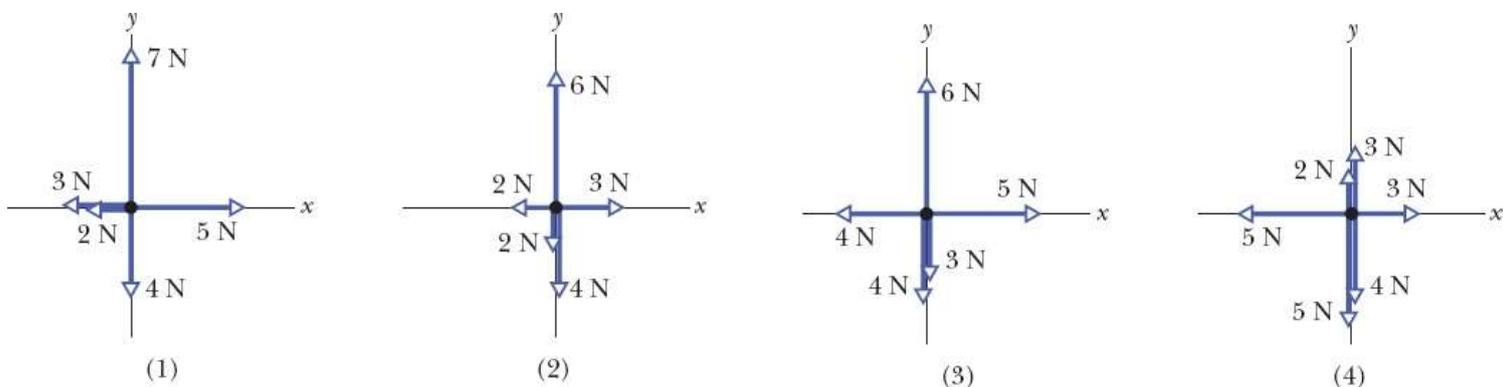
Quando uma corda está sob **tração**, cada extremidade da corda exerce uma força sobre um corpo. A força é orientada na direção da corda, para fora do corpo. No caso de uma *corda sem massa* (uma corda de massa desprezível), as trações nas duas extremidades da corda têm o mesmo módulo  $T$ , mesmo que a corda passe por uma *polia sem massa e sem atrito* (uma polia de massa desprezível cujo eixo tem um atrito desprezível).

**Terceira Lei de Newton** Se um corpo  $C$  aplica a um corpo  $B$  uma força  $\vec{F}_{BC}$  o corpo  $B$  aplica ao corpo  $C$  uma força  $\vec{F}_{CB}$  tal que

$$\vec{F}_{BC} = -\vec{F}_{CB}.$$

## Perguntas

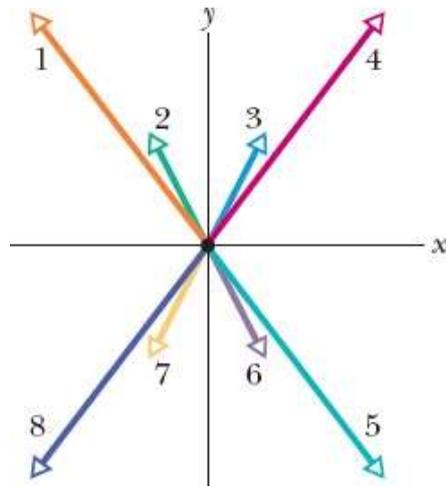
**1** A Fig. 5-19 mostra diagramas de corpo livre de quatro situações nas quais um objeto, visto de cima, é puxado por várias forças em um piso sem atrito. Em quais dessas situações a aceleração  $\vec{a}$  do objeto possui (a) uma componente  $x$  e (b) uma componente  $y$ ? (c) Em cada situação, indique a orientação de  $\vec{a}$  citando um quadrante ou um semieixo. (Não há necessidade de usar a calculadora; para encontrar a resposta, basta fazer alguns cálculos de cabeça.)



**Figura 5-19** Pergunta 1.

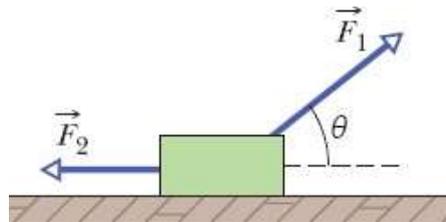
**2** Duas forças horizontais, puxam uma banana split no balcão sem atrito de uma lanchonete. Determine, sem usar calculadora, qual dos vetores do diagrama de corpo livre da Fig. 5-20 representa corretamente (a)  $\vec{F}_1$  e (b)  $\vec{F}_2$ . Qual é a componente da força resultante (c) ao longo do eixo  $x$  e (d) ao longo do eixo  $y$ ? Para que quadrante aponta o vetor (e) da força resultante e (f) da aceleração do sorvete?

$$\vec{F}_1 = (3 \text{ N})\hat{i} - (4 \text{ N})\hat{j} \quad \text{e} \quad \vec{F}_2 = -(1 \text{ N})\hat{i} - (2 \text{ N})\hat{j}$$



**Figura 5-20** Pergunta 2.

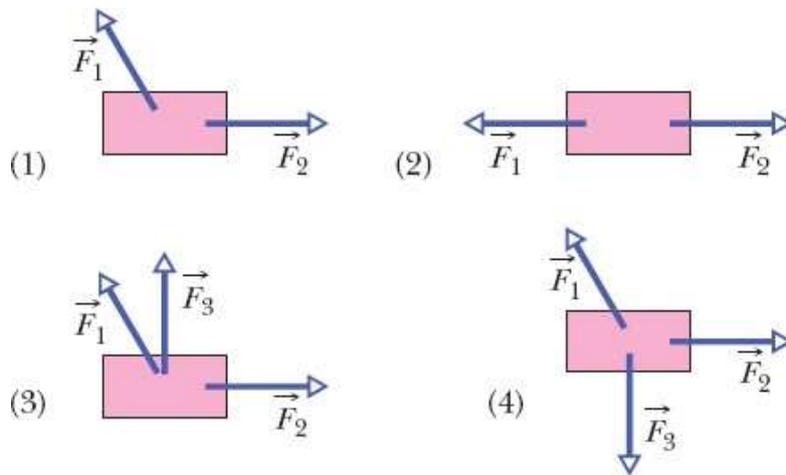
3 Na Fig. 5-21, as forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  são aplicadas a uma caixa que desliza com velocidade constante em uma superfície sem atrito. Diminuimos o ângulo  $\theta$  sem mudar o módulo de  $\vec{F}_1$ . Para manter a caixa deslizando com velocidade constante, devemos aumentar, diminuir, ou manter inalterado o módulo de  $\vec{F}_2$ ?



**Figura 5-21** Pergunta 3.

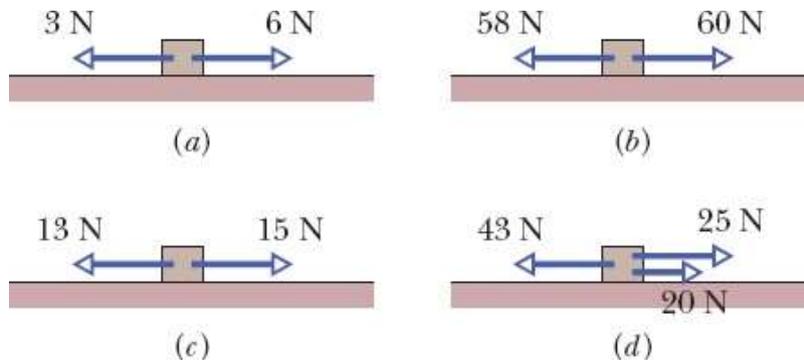
4 No instante  $t = 0$ , uma força  $\vec{F}$  constante começa a atuar em uma pedra que se move no espaço sideral no sentido positivo do eixo  $x$ . (a) Para  $t > 0$ , quais são possíveis funções  $x(t)$  para a posição da pedra: (1)  $x = 4t - 3$ , (2)  $x = -4t^2 + 6t - 3$ , (3)  $x = 4t^2 + 6t - 3$ ? (b) Para que função  $\vec{F}$  tem o sentido contrário ao do movimento inicial da pedra?

5 A Fig. 5-22 mostra vistas superiores de quatro situações nas quais forças atuam sobre um bloco que está em um piso sem atrito. Em que situações é possível, para certos valores dos módulos das forças, que o bloco (a) esteja em repouso e (b) esteja em movimento com velocidade constante?



**Figura 5-22** Pergunta 5.

6 A Fig. 5-23 mostra uma caixa em quatro situações nas quais forças horizontais são aplicadas. Ordene as situações de acordo com o módulo da aceleração da caixa, começando pelo maior.

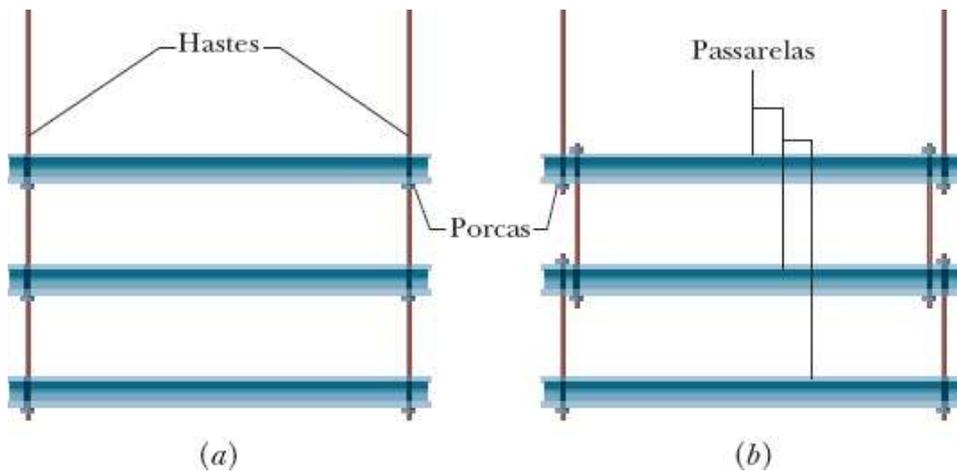


**Figura 5-23** Pergunta 6.

7  Kansas City, em 17 de julho de 1981: O hotel Hyatt Regency, recém-inaugurado, recebe centenas de pessoas, que escutam e dançam sucessos da década de 1940 ao som de uma banda. Muitos se aglomeram nas passarelas que se estendem como pontes por cima do grande saguão. De repente, duas passarelas cedem, caindo sobre a multidão.

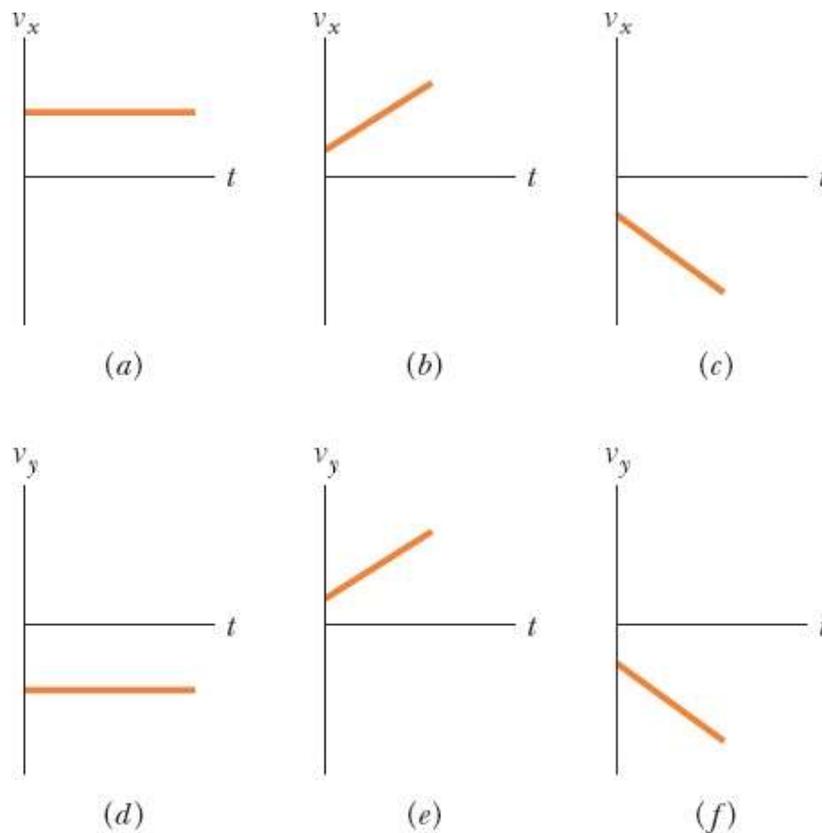
As passarelas eram sustentadas por hastes verticais e mantidas no lugar por porcas atarraxadas nas hastes. No projeto original, seriam usadas apenas duas hastes compridas, presas no teto, que sustentariam as três passarelas (Fig. 5-24a). Se cada passarela e as pessoas que encontram sobre ela têm massa total  $M$ , qual é a massa total sustentada por duas porcas que estão (a) na passarela de baixo e (b) na passarela de cima?

Como não é possível atarraxar uma porca em uma haste a não ser nas extremidades, o projeto foi modificado. Em vez das duas hastes, foram usadas seis, duas presas ao teto e quatro ligando as passarelas, duas a duas (Fig. 5-24b). Qual é agora a massa total sustentada por duas porcas que estão (c) na passarela de baixo, (d) no lado de cima da passarela de cima e (e) no lado de baixo da passarela de cima? Foi essa modificação do projeto original que causou a tragédia.



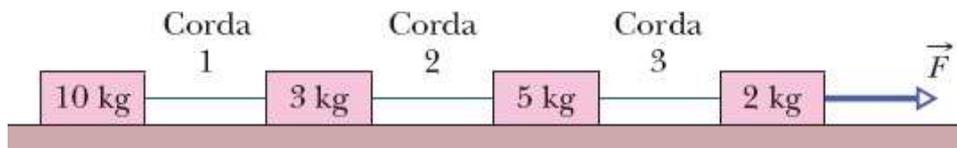
**Figura 5-24** Pergunta 7.

8 A Fig. 5-25 mostra três gráficos da componente  $v_x(t)$  de uma velocidade e três gráficos da componente  $v_y(t)$ . Os gráficos não estão em escala. Que gráfico de  $v_x(t)$  e que gráfico de  $v_y(t)$  correspondem melhor a cada uma das situações da Pergunta 1 (Fig. 5-19)?



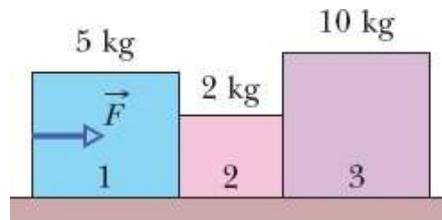
**Figura 5-25** Pergunta 8.

9 A Fig. 5-26 mostra um conjunto de quatro blocos sendo puxados por uma força  $F \vec{}$  em um piso sem atrito. Que massa total é acelerada para a direita (a) pela força  $F \vec{}$  (b) pela corda 3 e (c) pela corda 1? (d) Ordene os blocos de acordo com a aceleração, começando pela maior. (e) Ordene as cordas de acordo com a tração, começando pela maior.



**Figura 5-26** Pergunta 9.

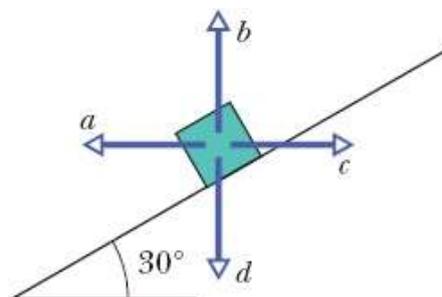
**10** A Fig. 5-27 mostra três blocos sendo empurrados em um piso sem atrito por uma força horizontal  $\vec{F}$ . Que massa total é acelerada para a direita (a) pela força  $\vec{F}$ , (b) pela força  $\vec{F}_{21}$  exercida pelo bloco 1 sobre o bloco 2 e (c) pela força  $\vec{F}_{32}$  exercida pelo bloco 2 sobre o bloco 3? (d) Ordene os blocos de acordo com o módulo da aceleração, começando pelo maior. (e) Ordene as forças  $\vec{F}$ ,  $\vec{F}_{21}$  e  $\vec{F}_{32}$  de acordo com o módulo, começando pelo maior.



**Figura 5-27** Pergunta 10.

**11** Uma força vertical  $\vec{F}$  é aplicada a um bloco de massa  $m$  que está em um piso horizontal. O que acontece com o módulo da força normal  $\vec{F}_N$  que o piso exerce sobre o bloco quando o módulo de  $\vec{F}$  aumenta a partir de zero, se a força  $\vec{F}$  aponta (a) para baixo e (b) para cima?

**12** A Fig. 5-28 mostra quatro opções para a orientação de uma força de módulo  $F$  a ser aplicada a um bloco que se encontra em um plano inclinado. A força pode ser horizontal ou vertical. (No caso da opção  $b$ , a força não é suficiente para levantar o bloco, afastando-o da superfície.) Ordene as opções de acordo com o módulo da força normal exercida pelo plano sobre o bloco, começando pela maior.



**Figura 5-28** Pergunta 12.

## Problemas

.- ... O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema.

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

## Módulo 5-1 A Primeira e a Segunda Lei de Newton

- 1 Apenas duas forças horizontais atuam em um corpo de 3,0 kg que pode se mover em um piso sem atrito. Uma força é de 9,0 N e aponta para o leste; a outra é de 8,0 N e atua 62° ao norte do oeste. Qual é o módulo da aceleração do corpo?
- 2 Duas forças horizontais agem sobre um bloco de madeira de 2,0 kg que pode deslizar sem atrito em uma bancada de cozinha, situada em um plano  $xy$ . Uma das forças é  $\vec{F}_1 = (3,0 \text{ N})\hat{i} + (4,0 \text{ N})\hat{j}$ . Determine a aceleração do bloco na notação dos vetores unitários se a outra força é (a)  $\vec{F}_2 = (-3,0 \text{ N})\hat{i} + (-4,0 \text{ N})\hat{j}$ , (b)  $\vec{F}_2 = (-3,0 \text{ N})\hat{i} + (4,0 \text{ N})\hat{j}$  e (c)  $\vec{F}_2 = (3,0 \text{ N})\hat{i} + (-4,0 \text{ N})\hat{j}$ .
- 3 Se um corpo-padrão de 1 kg tem uma aceleração de 2,00 m/s<sup>2</sup> a 20,0° com o semieixo  $x$  positivo, qual é (a) a componente  $x$  e (b) qual é a componente  $y$  da força resultante a que o corpo está submetido e (c) qual é a força resultante na notação dos vetores unitários?
- 4 Sob a ação de duas forças, uma partícula se move com velocidade constante  $\vec{v} = (3,0 \text{ m/s})\hat{i} - (4 \text{ m/s})\hat{j}$ . Uma das forças é  $\vec{F}_1 = (2 \text{ N})\hat{i} + (-6 \text{ N})\hat{j}$ . Qual é a outra força?
- 5 Três astronautas, impulsionados por mochilas a jato, empurram e guiam um asteroide de 120 kg para uma base de manutenção, exercendo as forças mostradas na Fig. 5-29, com  $F_1 = 32 \text{ N}$ ,  $F_2 = 55 \text{ N}$ ,  $F_3 = 41 \text{ N}$ ,  $\theta_1 = 30^\circ$  e  $\theta_3 = 60^\circ$ . Determine a aceleração do asteroide (a) na notação dos vetores unitários e como (b) um módulo e (c) um ângulo em relação ao semieixo  $x$  positivo.

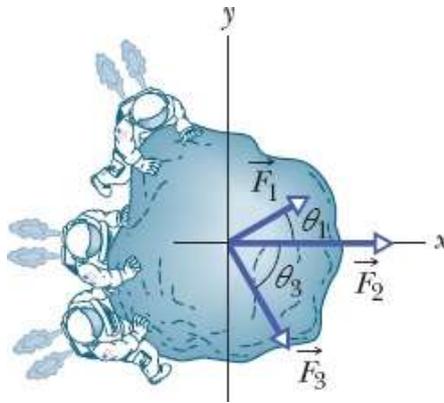
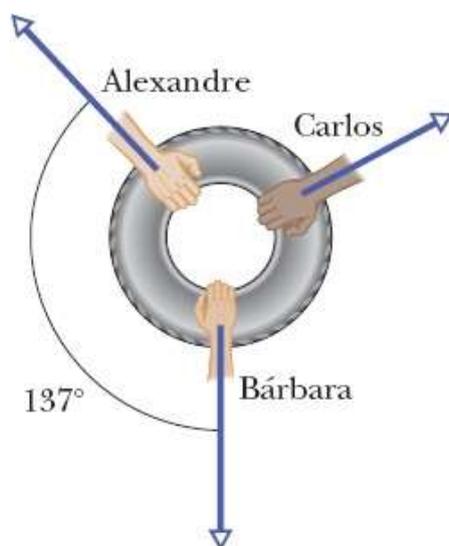


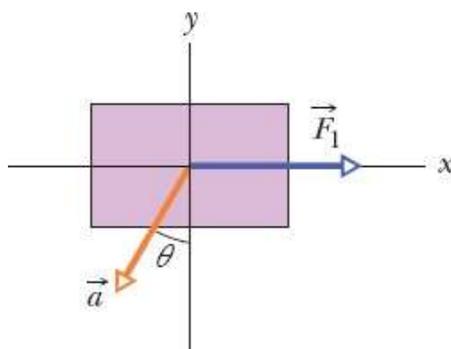
Figura 5-29 Problema 5.

- 6 Em um cabo de guerra bidimensional, Alexandre, Bárbara e Carlos puxam horizontalmente um pneu de automóvel nas orientações mostradas na vista superior da Fig. 5-30. Apesar dos esforços da trinca, o pneu permanece no mesmo lugar. Alexandre puxa com uma força  $\vec{F}_A$  de módulo 220 N e Carlos puxa com uma força  $\vec{F}_C$  de módulo 170 N. Observe que a orientação de  $\vec{F}_C$  não é dada. Qual é o módulo da força  $\vec{F}_B$  exercida por Bárbara?



**Figura 5-30** Problema 6.

••7 Duas forças agem sobre a caixa de 2,00 kg vista de cima na Fig. 5-31, mas apenas uma força é mostrada. Para  $F_1 = 20,0$  N,  $a = 12,0$  m/s<sup>2</sup> e  $\theta = 30,0^\circ$ , determine a segunda força (a) na notação dos vetores unitários e como (b) um módulo e (c) um ângulo em relação ao semieixo  $x$  positivo.



**Figura 5-31** Problema 7.

••8 Um objeto de 2,00 kg está sujeito a três forças, que imprimem ao objeto uma aceleração  $\vec{a} = -(8,00$  m/s<sup>2</sup>) $\hat{i} + (6,00$  m/s<sup>2</sup>) $\hat{j}$ . Se duas das forças são  $\vec{F}_1 = (30,0$  N) $\hat{i} + (16,0$  N) $\hat{j}$  e  $\vec{F}_2 = -(12,0$  N) $\hat{i} + (8,00$  N) $\hat{j}$ , determine a terceira força.

••9 Uma partícula de 0,340 kg se move no plano  $xy$ , de acordo com as equações  $x(t) = -15,00 + 2,00t - 4,00t^3$  e  $y(t) = 25,00 + 7,00t - 9,00t^2$ , com  $x$  e  $y$  em metros e  $t$  em segundos. No instante  $t = 0,700$  s, quais são (a) o módulo e (b) o ângulo (em relação ao semieixo  $x$  positivo) da força resultante a que está submetida a partícula, e (c) qual é o ângulo da direção de movimento da partícula?

••10 Uma partícula de 0,150 kg se move ao longo de um eixo  $x$  de acordo com a equação  $x(t) = -13,00 + 2,00t + 4,00t^2 - 3,00t^3$ , com  $x$  em metros e  $t$  em segundos. Qual é, na notação dos vetores unitários, a força que age sobre a partícula no instante  $t = 3,40$  s?

••11 Uma partícula de 2,0 kg se move ao longo de um eixo  $x$  sob a ação de uma força variável. A posição da partícula é dada por  $x = 3,0$  m + (4,0 m/s) $t$  +  $ct^2 - (2,0$  m/s<sup>3</sup>) $t^3$ , com  $x$  em metros e  $t$  em segundos. O

fator  $c$  é constante. No instante  $t = 3,0$  s, a força que age sobre a partícula tem um módulo de 36 N e aponta no sentido negativo do eixo  $x$ . Qual é o valor de  $c$ ?

•••12 Duas forças horizontais  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  agem sobre um disco de 4,0 kg que desliza sem atrito em uma placa de gelo na qual foi desenhado um sistema de coordenadas  $xy$ . A força  $\vec{F}_1$  aponta no sentido positivo do eixo  $x$  e tem um módulo de 7,0 N. A força  $\vec{F}_2$  tem um módulo de 9,0 N. A Fig. 5-32 mostra a componente  $v_x$  da velocidade do disco em função do tempo  $t$ . Qual é o ângulo entre as orientações constantes das forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$ ?

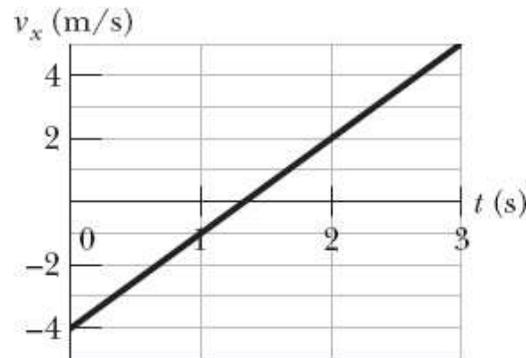


Figura 5-32 Problema 12.

#### Módulo 5-2 Algumas Forças Especiais

•13 A Fig. 5-33 mostra um arranjo no qual quatro discos estão suspensos por cordas. A corda mais comprida, no alto, passa por uma polia sem atrito e exerce uma força de 98 N sobre a parede à qual está presa. As trações das cordas mais curtas são  $T_1 = 58,8$  N,  $T_2 = 49,0$  N e  $T_3 = 9,8$  N. Qual é a massa (a) do disco A, (b) do disco B, (c) do disco C e (d) do disco D?

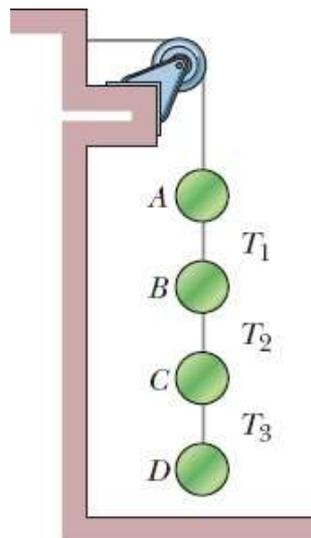
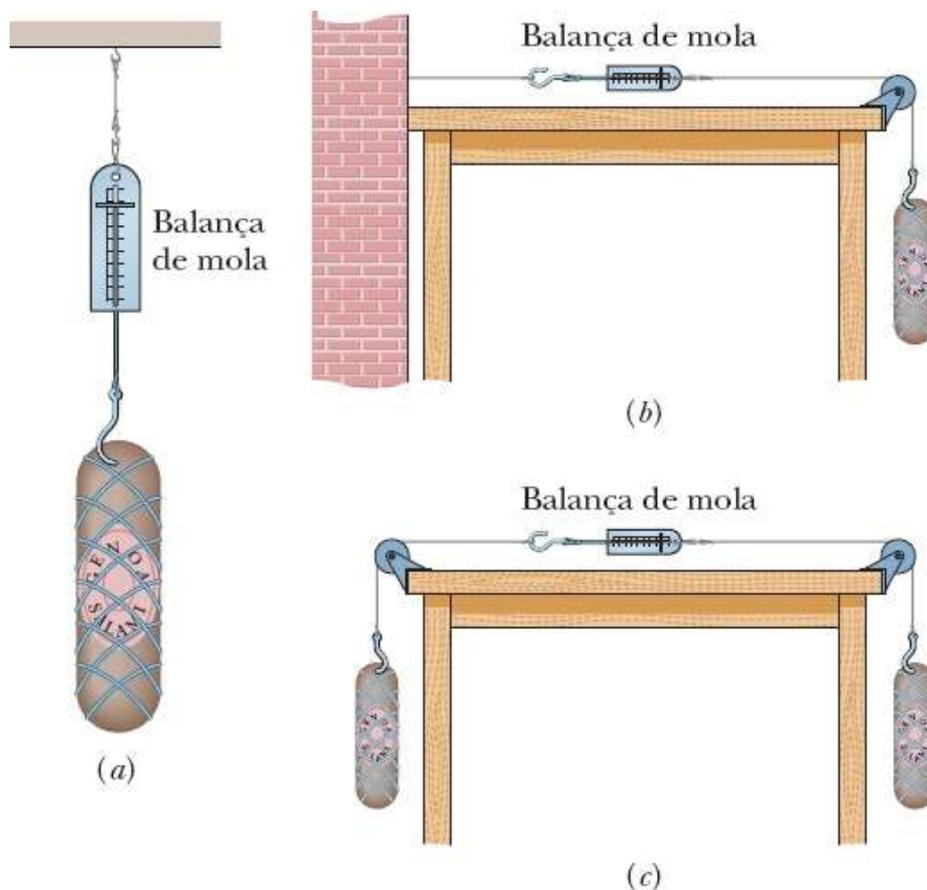


Figura 5-33 Problema 13.

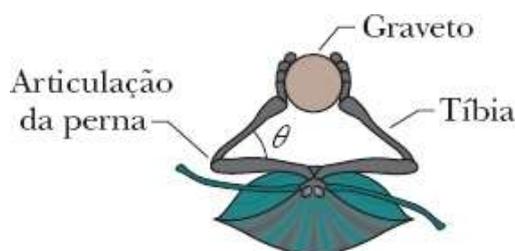
•14 Um bloco com um peso de 3,0 N está em repouso em uma superfície horizontal. Uma força para cima de 1,0 N é aplicada ao corpo por meio de uma mola vertical. Qual é (a) o módulo e (b) qual o sentido da força exercida pelo bloco sobre a superfície horizontal?

- 15 (a) Um salame de 11,0 kg está pendurado por uma corda em uma balança de mola, que está presa ao teto por outra corda (Fig. 5-34a). Qual é a leitura da balança, cuja escala está em unidades de peso? (b) Na Fig. 5-34b o salame está suspenso por uma corda que passa por uma roldana e está presa a uma balança de mola. A extremidade oposta da balança está presa a uma parede por outra corda. Qual é a leitura da balança? (c) Na Fig. 5-34c a parede foi substituída por um segundo salame de 11,0 kg e o sistema está em repouso. Qual é a leitura da balança?



**Figura 5-34** Problema 15.

- 16 Alguns insetos podem se mover pendurados em gravetos. Suponha que um desses insetos tenha massa  $m$  e esteja pendurado em um graveto horizontal, como mostra a Fig. 5-35, com um ângulo  $\theta = 40^\circ$ . As seis pernas do inseto estão sob a mesma tração, e as seções das pernas mais próximas do corpo são horizontais. (a) Qual é a razão entre a tração em cada tíbia (extremidade da perna) e o peso do inseto? (b) Se o inseto estica um pouco as pernas, a tração nas tíbias aumenta, diminui ou continua a mesma?



**Figura 5-35** Problema 16.

### Módulo 5-3 Aplicações das Leis de Newton

•17 Na Fig. 5-36, a massa do bloco é 8,5 kg e o ângulo  $\theta$  é  $30^\circ$ . Determine (a) a tração da corda e (b) a força normal que age sobre o bloco. (c) Determine o módulo da aceleração do bloco se a corda for cortada.

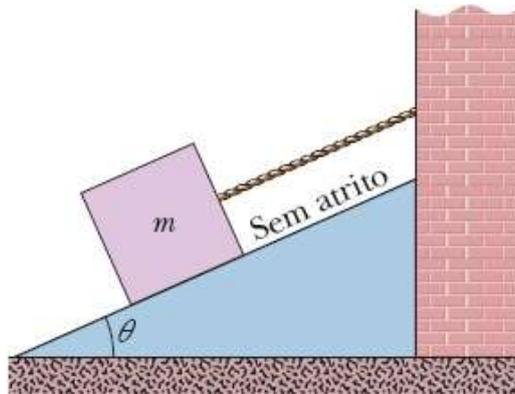


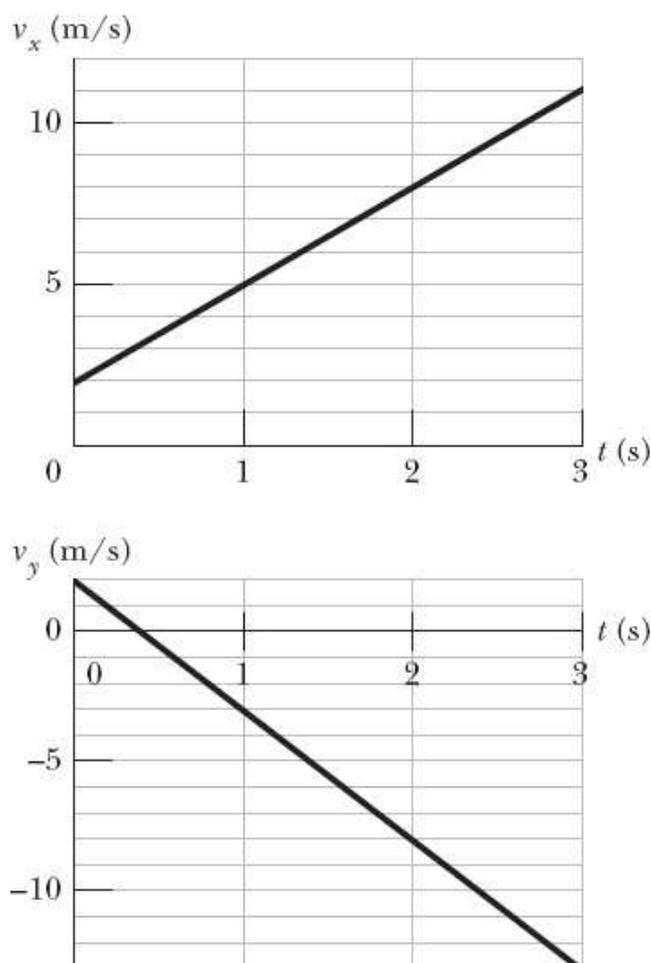
Figura 5-36 Problema 17.

•18  Em abril de 1974, o belga John Massis conseguiu puxar dois vagões de passageiros mordendo um freio de cavalo preso por uma corda aos vagões e se inclinando para trás com as pernas apoiadas nos dormentes da ferrovia. Os vagões pesavam 700 kN (cerca de 80 toneladas). Suponha que Massis tenha puxado com uma força constante com um módulo 2,5 vezes maior que o seu peso e fazendo um ângulo  $\theta$  de  $30^\circ$  para cima em relação à horizontal. Sua massa era de 80 kg e ele fez os vagões se deslocarem de 1,0 m. Desprezando as forças de atrito, determine a velocidade dos vagões quando Massis parou de puxar.

•19 Qual é o módulo da força necessária para acelerar um trenó foguete de 500 kg até 1600 km/h em 1,8 s, partindo do repouso?

•20 Um carro a 53 km/h se choca com o pilar de uma ponte. Um passageiro do carro se desloca para a frente, de uma distância de 65 cm (em relação à estrada), até ser imobilizado por um airbag inflado. Qual é o módulo da força (suposta constante) que atua sobre o tronco do passageiro, que tem uma massa de 41 kg?

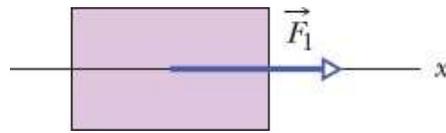
•21 Uma força horizontal constante  $\vec{F}_a$  empurra um pacote dos correios de 2,00 kg em um piso sem atrito no qual um sistema de coordenadas  $xy$  foi desenhado. A Fig. 5-37 mostra as componentes  $x$  e  $y$  da velocidade do pacote em função do tempo  $t$ . Determine (a) o módulo e (b) a orientação de  $\vec{F}_a$ ?



**Figura 5-37** Problema 21.

- 22  Um homem está sentado em um brinquedo de parque de diversões no qual uma cabina é acelerada para baixo, no sentido negativo do eixo  $y$ , com uma aceleração cujo módulo é  $1,24g$  e  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ . Uma moeda de  $0,567 \text{ g}$  repousa no joelho do homem. Depois que a cabina começa a se mover e na notação dos vetores unitários, qual é a aceleração da moeda (a) em relação ao solo e (b) em relação ao homem? (c) Quanto tempo a moeda leva para chegar ao teto da cabina,  $2,20 \text{ m}$  acima do joelho do homem? Na notação dos vetores unitários, qual é (d) a força a que está submetida a moeda e (e) qual é a força aparente a que está submetida a moeda do ponto de vista do homem?
- 23 Tarzan, que pesa  $820 \text{ N}$ , salta de um rochedo na ponta de um cipó de  $20,0 \text{ m}$  que está preso ao galho de uma árvore e faz inicialmente um ângulo de  $22,0^\circ$  com a vertical. Suponha que um eixo  $x$  seja traçado horizontalmente a partir da borda do rochedo e que um eixo  $y$  seja traçado verticalmente para cima. Imediatamente após Tarzan pular da encosta, a tração do cipó é  $760 \text{ N}$ . Para esse instante, determine (a) a força que o cipó exerce sobre Tarzan na notação dos vetores unitários e a força resultante que age sobre Tarzan (b) na notação dos vetores unitários e como (c) o módulo e (d) o ângulo da força em relação ao sentido positivo do eixo  $x$ . Qual é (e) o módulo e (f) o ângulo da aceleração de Tarzan nesse instante?
- 24 Existem duas forças horizontais atuando na caixa de  $2,0 \text{ kg}$  da Fig. 5-38, mas a vista superior mostra apenas uma (de módulo  $F_1 = 20 \text{ N}$ ). A caixa se move ao longo do eixo  $x$ . Para cada um dos valores

abaixo da aceleração  $a_x$  da caixa, determine a segunda força na notação dos vetores unitários: (a)  $10 \text{ m/s}^2$ , (b)  $20 \text{ m/s}^2$ , (c)  $0$ , (d)  $-10 \text{ m/s}^2$  e (e)  $-20 \text{ m/s}^2$ .

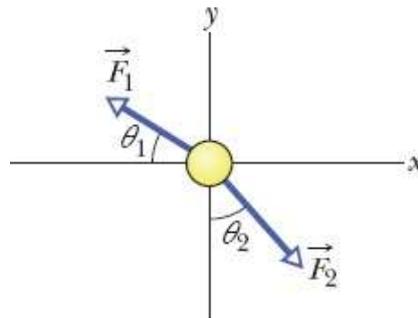


**Figura 5-38** Problema 24.

- 25** *Propulsão solar.* Um “iate solar” é uma nave espacial com uma grande vela que é empurrada pela luz solar. Embora seja fraco em comparação com as forças a que estamos acostumados, esse empurrão pode ser suficiente para propelir a nave para longe do Sol, em uma viagem gratuita, mas muito lenta. Suponha que a espaçonave tenha uma massa de  $900 \text{ kg}$  e receba um empurrão de  $20 \text{ N}$ . (a) Qual é o módulo da aceleração resultante? Se a nave parte do repouso, (b) que distância ela percorre em um dia e (c) qual é a velocidade no final do dia?
- 26** A tração para a qual uma linha de pescar arrebenta é chamada de “resistência” da linha. Qual é a resistência mínima necessária para que a linha faça parar um salmão de  $85 \text{ N}$  de peso em  $11 \text{ cm}$  se o peixe está inicialmente se deslocando a  $2,8 \text{ m/s}$ ? Suponha uma desaceleração constante.
- 27** Um elétron com uma velocidade de  $1,2 \times 10^7 \text{ m/s}$  penetra horizontalmente em uma região na qual ele está sujeito a uma força vertical constante de  $4,5 \times 10^{-16} \text{ N}$ . A massa do elétron é  $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ . Determine a deflexão vertical sofrida pelo elétron enquanto percorre uma distância horizontal de  $30 \text{ mm}$ .
- 28** Um carro que pesa  $1,30 \times 10^4 \text{ N}$  está se movendo a  $40 \text{ km/h}$  quando os freios são aplicados, fazendo o carro parar depois de percorrer  $15 \text{ m}$ . Supondo que a força aplicada pelo freio é constante, determine (a) o módulo da força e (b) o tempo necessário para o carro parar. Se a velocidade inicial é multiplicada por dois e o carro experimenta a mesma força durante a frenagem, por qual fator são multiplicados (c) a distância até o carro parar e (d) o tempo necessário para o carro parar? (Isso poderia ser uma lição sobre o perigo de dirigir em alta velocidade.)
- 29** Um bombeiro que pesa  $712 \text{ N}$  escorrega por um poste vertical com uma aceleração de  $3,00 \text{ m/s}^2$ , dirigida para baixo. Quais são (a) o módulo e (b) o sentido (para cima ou para baixo) da força vertical exercida pelo poste sobre o bombeiro e (c) o módulo e (d) o sentido da força vertical exercida pelo bombeiro sobre o poste?
- 30**  Os ventos violentos de um tornado podem fazer com que pequenos objetos fiquem encravados em árvores, paredes de edifícios, e até mesmo em placas de sinalização de metal. Em uma simulação em laboratório, um palito comum de madeira foi disparado por um canhão pneumático contra um galho de carvalho. A massa do palito era de  $0,13 \text{ g}$ , a velocidade do palito antes de penetrar no galho era de  $220 \text{ m/s}$ , e a profundidade de penetração foi de  $15 \text{ mm}$ . Se o palito sofreu uma desaceleração constante, qual foi o módulo da força exercida pelo galho sobre o palito?
- 31** Um bloco começa a subir um plano inclinado sem atrito com uma velocidade inicial  $v_0 = 3,50 \text{ m/s}$ . O

ângulo do plano inclinado é  $\theta = 32,0^\circ$ . (a) Que distância vertical o bloco consegue subir? (b) Quanto tempo o bloco leva para atingir essa altura? (c) Qual é a velocidade do bloco ao chegar de volta ao ponto de partida?

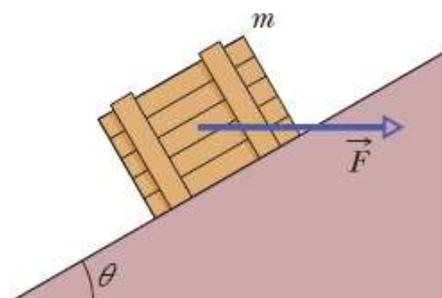
••32 A Fig. 5-39 mostra a vista superior de um disco de 0,0250 kg em uma mesa sem atrito e duas das três forças que agem sobre o disco. A força  $\vec{F}_1$  tem um módulo de 6,00 N e um ângulo  $\theta_1 = 30,0^\circ$ . A força  $\vec{F}_2$  tem um módulo de 7,00 N e um ângulo  $\theta_2 = 30,0^\circ$ . Na notação dos vetores unitários, qual é a terceira força se o disco (a) está em repouso, (b) tem uma velocidade constante  $\vec{v} = (13,0\hat{i} - 14,0\hat{j})$  m/s e (c) tem uma velocidade variável  $\vec{v} = (13,0t\hat{i} - (14,0t)\hat{j})$  m/s<sup>2</sup>, em que  $t$  é o tempo?



**Figura 5-39** Problema 32.

••33 Um elevador e sua carga têm uma massa total de 1600 kg. Determine a tração do cabo de sustentação quando o elevador, que estava descendo a 12 m/s, é levado ao repouso com aceleração constante em uma distância de 42 m.

••34 Na Fig. 5-40, um caixote de massa  $m = 100$  kg é empurrado por uma força horizontal  $\vec{F}$  que o faz subir uma rampa sem atrito ( $\theta = 30,0^\circ$ ) com velocidade constante. Qual é o módulo (a) de  $\vec{F}$  e (b) da força que a rampa exerce sobre o caixote?



**Figura 5-40** Problema 34.

••35 A velocidade de uma partícula de 3,00 kg é dada por  $\vec{v} = (8,00t\hat{i} + 3,00t^2\hat{j})$  m/s, com o tempo  $t$  em segundos. No instante em que a força resultante que age sobre a partícula tem um módulo de 35,0 N, qual é a orientação (em relação ao sentido positivo do eixo  $x$ ) (a) da força resultante e (b) do movimento da partícula?

••36 Um esquiador de 50 kg é puxado para o alto de uma encosta, sem atrito, segurando um cabo paralelo

à encosta, que faz um ângulo de  $8,0^\circ$  com a horizontal. Qual é o módulo  $F_{\text{cabo}}$  da força que o cabo exerce sobre o esquiador (a) se o módulo  $v$  da velocidade do esquiador é constante e igual a  $2,0 \text{ m/s}$  e (b) se  $v$  aumenta a uma taxa de  $0,10 \text{ m/s}^2$ ?

••37 Uma moça de  $40 \text{ kg}$  e um trenó de  $8,4 \text{ kg}$  estão na superfície sem atrito de um lago congelado, separados por uma distância de  $15 \text{ m}$ , mas unidos por uma corda de massa desprezível. A moça exerce uma força horizontal de  $5,2 \text{ N}$  sobre a corda. Qual é o módulo da aceleração (a) do trenó e (b) da moça? (c) A que distância da posição inicial da moça os dois se tocam?

••38 Um esquiador de  $40 \text{ kg}$  desce uma rampa sem atrito que faz um ângulo de  $10^\circ$  com a horizontal. Suponha que o esquiador se desloca no sentido negativo de um eixo  $x$  paralelo à rampa. O vento exerce uma força sobre o esquiador cuja componente em relação ao eixo  $x$  é  $F_x$ . Quanto vale  $F_x$ , se o módulo da velocidade do esquiador (a) for constante, (b) aumentar a uma taxa de  $1,0 \text{ m/s}^2$  e (c) aumentar a uma taxa de  $2,0 \text{ m/s}^2$ ?

••39 Uma esfera, com massa de  $3,0 \times 10^{-4} \text{ kg}$ , está suspensa por uma corda. Uma brisa horizontal constante empurra a esfera de tal forma que a corda faz um ângulo de  $37^\circ$  com a vertical. Determine (a) a força da brisa sobre a bola e (b) a tração da corda.

••40 Uma caixa, com massa de  $5,00 \text{ kg}$ , começa a subir, no instante  $t = 0$ , uma rampa sem atrito que faz um ângulo  $\theta$  com a horizontal. A Fig. 5-41 mostra, em função do tempo  $t$ , a componente  $v_x$  da velocidade da caixa em relação a um eixo  $x$  paralelo à rampa. Qual é o módulo da força normal que a rampa exerce sobre a caixa?

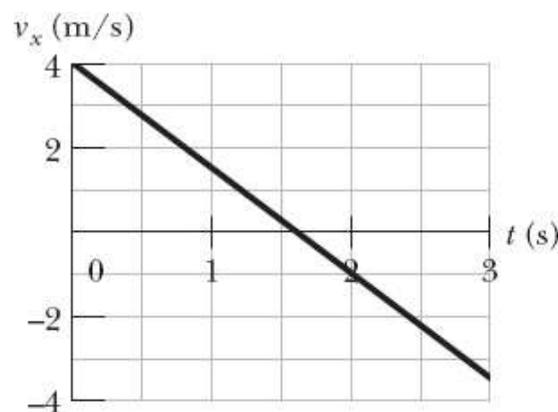
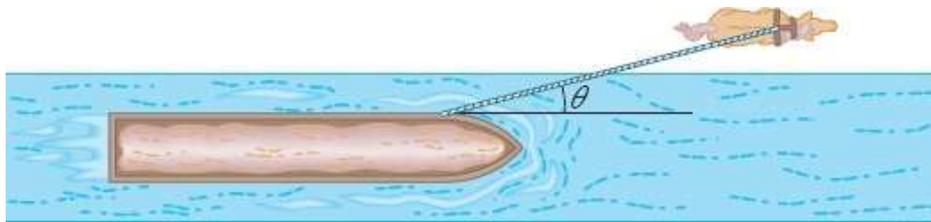


Figura 5-41 Problema 40.

••41 Utilizando um cabo que arrebentará se a tensão exceder  $387 \text{ N}$ , você precisa baixar uma caixa de telhas velhas, com um peso de  $449 \text{ N}$ , a partir de um ponto  $6,1 \text{ m}$  acima do chão. Obviamente, se você simplesmente pendurar a caixa na corda, ela vai arrebentar. Para que isso não aconteça, você permite que a corda acelere para baixo. (a) Qual é o módulo da aceleração da caixa que coloca o cabo na iminência de arrebentar? (b) Com essa aceleração, qual é a velocidade da caixa ao atingir o chão?

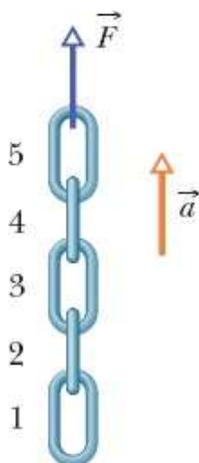
••42 No passado, cavalos eram usados para puxar barcaças em canais, como mostra a Fig. 5-42. Suponha que o cavalo puxa o cabo com uma força de módulo  $7900 \text{ N}$  e ângulo  $\theta = 18^\circ$  em relação à direção do

movimento da barça, que se desloca no sentido positivo de um eixo  $x$ . A massa da barça é 9500 kg e o módulo da aceleração da barça é  $0,12 \text{ m/s}^2$ . Qual é (a) o módulo e (b) qual a orientação (em relação ao semieixo  $x$  positivo) da força exercida pela água sobre a barça?



**Figura 5-42** Problema 42.

••43 Na Fig. 5-43, uma corrente composta por cinco elos, cada um com  $0,100 \text{ kg}$  de massa, é erguida verticalmente com uma aceleração constante de módulo  $a = 2,50 \text{ m/s}^2$ . Determine o módulo (a) da força exercida pelo elo 2 sobre o elo 1, (b) da força exercida pelo elo 3 sobre o elo 2, (c) da força exercida pelo elo 4 sobre o elo 3 e (d) da força exercida pelo elo 5 sobre o elo 4. Determine o módulo (e) da força  $\vec{F}$  exercida pela pessoa que está levantando a corrente sobre o elo 5 e (f) a força *resultante* que acelera cada elo.



**Figura 5-43** Problema 43.

••44 Uma lâmpada está pendurada verticalmente por um fio em um elevador que desce com uma desaceleração de  $2,4 \text{ m/s}^2$ . (a) Se a tração do fio é  $89 \text{ N}$ , qual é a massa da lâmpada? (b) Qual é a tração do fio quando o elevador sobe com uma aceleração de  $2,4 \text{ m/s}^2$ ?

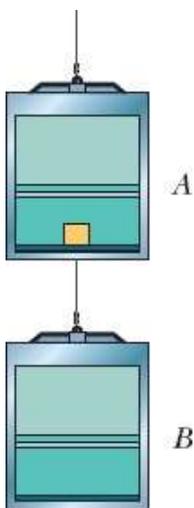
••45 Um elevador que pesa  $27,8 \text{ kN}$  está subindo. Qual é a tração do cabo do elevador se a velocidade (a) está aumentando a uma taxa de  $1,22 \text{ m/s}^2$  e (b) está diminuindo a uma taxa de  $1,22 \text{ m/s}^2$ ?

••46 Um elevador é puxado para cima por um cabo. O elevador e seu único ocupante têm uma massa total de  $2000 \text{ kg}$ . Quando o ocupante deixa cair uma moeda, a aceleração da moeda em relação ao elevador é  $8,00 \text{ m/s}^2$  para baixo. Qual é a tração do cabo?

••47  A família Zacchini ficou famosa pelos números de circo em que um membro da família era

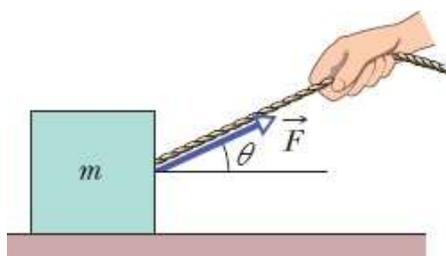
disparado de um canhão com a ajuda de elásticos ou ar comprimido. Em uma versão do número, Emanuel Zacchini foi disparado por cima de três rodas gigantes e aterrissou em uma rede, na mesma altura que a boca do canhão, a 69 m de distância. Ele foi impulsionado dentro do cano por uma distância de 5,2 m e lançado com um ângulo de  $53^\circ$ . Se sua massa era de 85 kg e ele sofreu uma aceleração constante no interior do cano, qual foi o módulo da força responsável pelo lançamento? (*Sugestão*: Trate o lançamento como se acontecesse ao longo de uma rampa de  $53^\circ$ . Despreze a resistência do ar.)

••48 Na Fig. 5-44, os elevadores *A* e *B* estão ligados por um cabo e podem ser levantados ou baixados por outro cabo que está acima do elevador *A*. A massa do elevador *A* é de 1700 kg; a massa do elevador *B* é de 1300 kg. O piso do elevador *A* sustenta uma caixa de 12 kg. A tração do cabo que liga os elevadores é  $1,91 \times 10^4$  N. Qual é o módulo da força normal que o piso do elevador *A* exerce sobre a caixa?



**Figura 5-44** Problema 48.

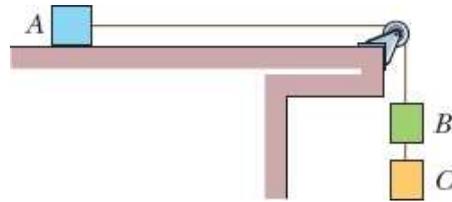
••49 Na Fig. 5-45, um bloco de massa  $m = 5,00$  kg é puxado ao longo de um piso horizontal sem atrito por uma corda que exerce uma força de módulo  $F = 12,0$  N e ângulo  $\theta = 25,0^\circ$ . (a) Qual é o módulo da aceleração do bloco? (b) O módulo da força  $F$  é aumentado lentamente. Qual é o valor do módulo da força imediatamente antes de o bloco perder contato com o piso? (c) Qual é o módulo da aceleração do bloco na situação do item (b)?



**Figura 5-45** Problemas 49 e 60.

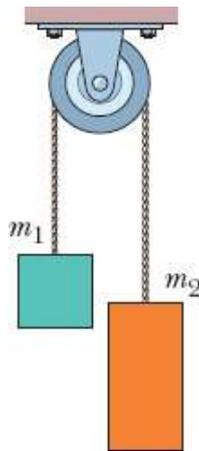
••50 Na Fig. 5-46, três caixas são conectadas por cordas, uma das quais passa por uma polia de atrito e

massa desprezíveis. As massas das caixas são  $m_A = 30,0$  kg,  $m_B = 40,0$  kg e  $m_C = 10,0$  kg. Quando o conjunto é liberado a partir do repouso, (a) qual é a tração da corda que liga B a C, e (b) que distância A percorre no primeiro 0,250 s (supondo que não atinja a polia)?



**Figura 5-46** Problema 50.

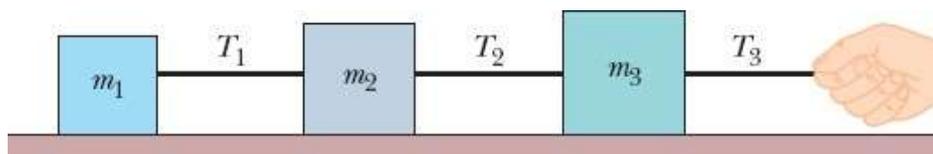
••51 A Fig. 5-47 mostra dois blocos ligados por uma corda (de massa desprezível) que passa por uma polia sem atrito (também de massa desprezível). O conjunto é conhecido como *máquina de Atwood*. Um bloco tem massa  $m_1 = 1,3$  kg; o outro tem massa  $m_2 = 2,8$  kg. Qual é (a) o módulo da aceleração dos blocos e (b) qual a tração da corda?



**Figura 5-47** Problemas 51 e 65.

••52 Um homem de 85 kg desce de uma altura de 10,0 m em relação ao solo, pendurado em uma corda que passa por uma roldana sem atrito e está presa na outra extremidade a um saco de areia de 65 kg. Com que velocidade o homem atinge o solo se ele partiu do repouso?

••53 Na Fig. 5-48, três blocos conectados são puxados para a direita em uma mesa horizontal sem atrito por uma força de módulo  $T_3 = 65,0$  N. Se  $m_1 = 12,0$  kg,  $m_2 = 24,0$  kg e  $m_3 = 31,0$  kg, calcule (a) o módulo da aceleração do sistema, (b) a tração  $T_1$  e (c) a tração  $T_2$ .



**Figura 5-48** Problema 53.

••54 A Fig. 5-49 mostra quatro pinguins que estão sendo puxados em uma superfície gelada muito escorregadia (sem atrito) por um zelador. As massas de três pinguins e as trações em duas das cordas são  $m_1 = 12 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 15 \text{ kg}$ ,  $m_4 = 20 \text{ kg}$ ,  $T_2 = 111 \text{ N}$  e  $T_4 = 222 \text{ N}$ . Determine a massa do pinguim  $m_2$ , que não é dada.

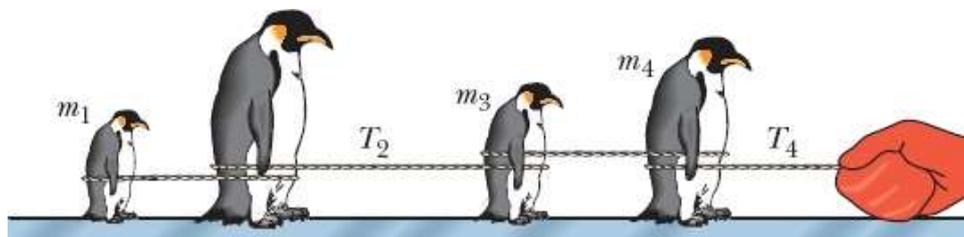


Figura 5-49 Problema 54.

••55 Dois blocos estão em contato em uma mesa sem atrito. Uma força horizontal é aplicada ao bloco maior, como mostra a Fig. 5-50. (a) Se  $m_1 = 2,3 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 1,2 \text{ kg}$  e  $F = 3,2 \text{ N}$ , determine o módulo da força entre os dois blocos. (b) Mostre que, se uma força de mesmo módulo  $F$  for aplicada ao menor dos blocos no sentido oposto, o módulo da força entre os blocos será de  $2,1 \text{ N}$ , que não é o mesmo valor calculado no item (a). (c) Explique a razão da diferença.

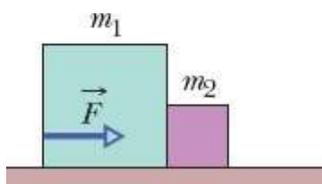


Figura 5-50 Problema 55.

••56 Na Fig. 5-51a, uma força horizontal constante  $\vec{F}_a$  é aplicada ao bloco A, que empurra um bloco B com uma força de  $20,0 \text{ N}$  dirigida horizontalmente para a direita. Na Fig. 5-51b, a mesma força  $\vec{F}_a$  é aplicada ao bloco B; desta vez, o bloco A empurra o bloco B com uma força de  $10,0 \text{ N}$  dirigida horizontalmente para a esquerda. Os blocos têm massa total de  $12,0 \text{ kg}$ . Qual é o módulo (a) da aceleração na Fig. 5-51a e (b) da força  $\vec{F}_a$ ?

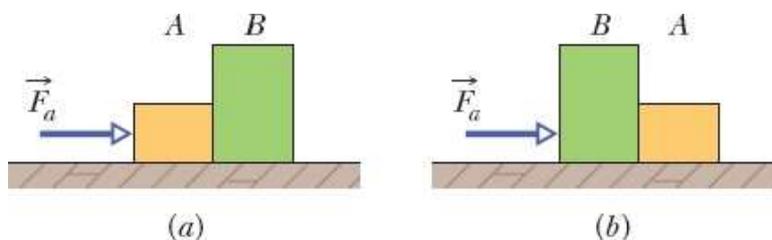
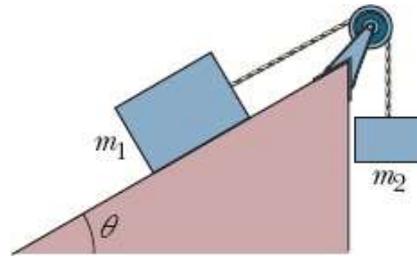


Figura 5-51 Problema 56.

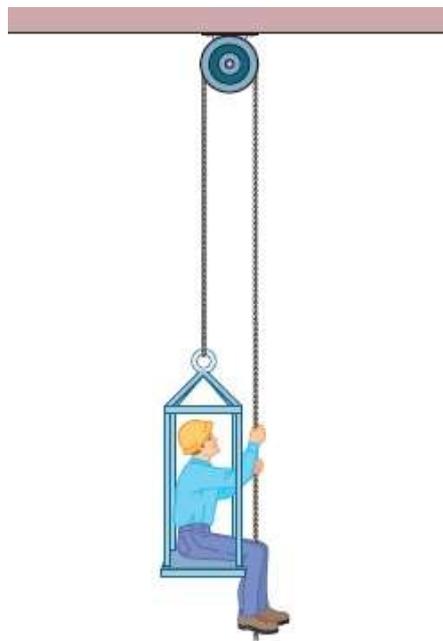
••57 Um bloco de massa  $m_1 = 3,70 \text{ kg}$  em um plano inclinado sem atrito, de ângulo  $\theta = 30,0^\circ$ , está preso por uma corda de massa desprezível, que passa por uma polia de massa e atrito desprezíveis, a outro bloco de massa  $m_2 = 2,30 \text{ kg}$  (Fig. 5-52). Qual é (a) o módulo da aceleração de cada bloco, (b) qual o

sentido da aceleração do bloco que está pendurado e (c) qual a tração da corda?



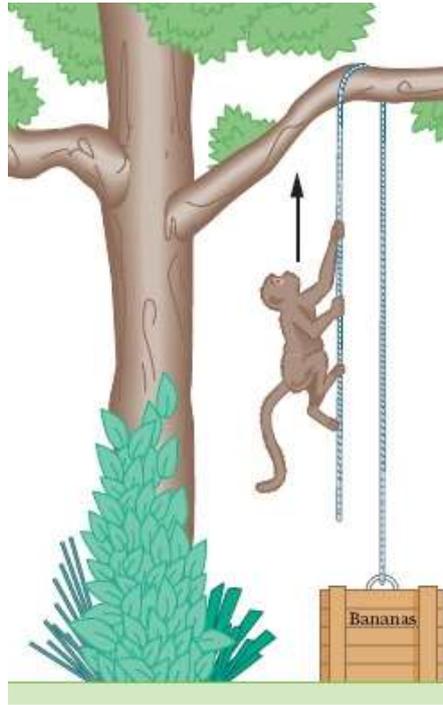
**Figura 5-52** Problema 57.

••58 A Fig. 5-53 mostra um homem sentado em um andaime preso a uma corda de massa desprezível que passa por uma roldana de massa e atrito desprezíveis e desce de volta às mãos do homem. A massa total do homem e do andaime é 95,0 kg. Qual é o módulo da força com a qual o homem deve puxar a corda para que o andaime suba (a) com velocidade constante e (b) com uma aceleração, para cima, de 1,30  $\text{m/s}^2$ ? (Sugestão: Um diagrama de corpo livre pode ajudar bastante.) Se no lado direito a corda se estende até o solo e é puxada por outra pessoa, qual é o módulo da força com a qual essa pessoa deve puxar a corda para que o homem suba (c) com velocidade constante e (d) com uma aceleração para cima de 1,30  $\text{m/s}^2$ ? Qual é o módulo da força que a polia exerce sobre o teto (e) no item a, (f) no item b, (g) no item c e (h) no item d?



**Figura 5-53** Problema 58.

••59 Um macaco de 10 kg sobe em uma árvore por uma corda de massa desprezível que passa por um galho sem atrito e está presa, na outra extremidade, a um caixote de 15 kg, inicialmente em repouso no solo (Fig. 5-54). (a) Qual é o módulo da menor aceleração que o macaco deve ter para levantar o caixote? Se, após o caixote ter sido erguido, o macaco parar de subir e se agarrar à corda, quais são (b) o módulo e (c) o sentido da aceleração do macaco e (d) a tração da corda?



**Figura 5-54** Problema 59.

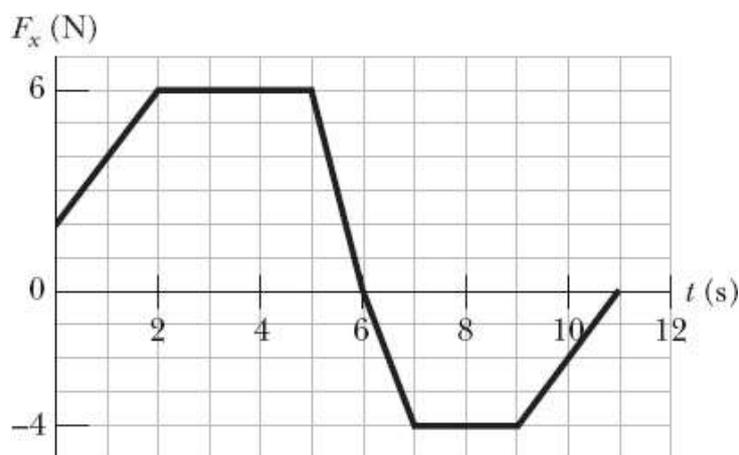
••60 A Fig. 5-45 mostra um bloco de 5,00 kg sendo puxado, em um piso sem atrito, por uma corda que aplica uma força de módulo constante de 20,0 N e um ângulo  $\theta(t)$  que varia com o tempo. Quando o ângulo  $\theta$  chega a  $25^\circ$ , qual é a taxa de variação da aceleração do bloco (a) se  $\theta(t) = (2,00 \times 10^{-2} \text{ graus/s})t$  e (b) se  $\theta(t) = -(2,00 \times 10^{-2} \text{ graus/s})t$ ? (*Sugestão:* Transforme os graus em radianos.)

••61 Um balão de ar quente de massa  $M$  desce verticalmente com uma aceleração para baixo de módulo  $a$ . Que massa (lastro) deve ser jogada para fora para que o balão tenha uma aceleração para cima de módulo  $a$ ? Suponha que a força vertical para cima do ar quente sobre o balão não muda com a perda de massa.

•••62  No arremesso de peso, muitos atletas preferem lançar o peso com um ângulo menor que o ângulo teórico (cerca de  $42^\circ$ ) para o qual um peso arremessado com a mesma velocidade e da mesma altura atinge a maior distância possível. Uma razão tem a ver com a velocidade que o atleta pode imprimir ao peso durante a fase de aceleração. Suponha que um peso de 7,260 kg seja acelerado ao longo de uma trajetória reta com 1,650 m de comprimento por uma força constante de módulo 380,0 N, começando com uma velocidade de 2,500 m/s (devido ao movimento preparatório do atleta). Qual é a velocidade do peso no final da fase de aceleração se o ângulo entre a trajetória e a horizontal for (a)  $30,00^\circ$  e (b)  $42,00^\circ$ ? (*Sugestão:* Trate o movimento como se fosse ao longo de uma rampa com o ângulo dado.) (c) Qual será a redução percentual da velocidade de lançamento se o atleta aumentar o ângulo de  $30,00^\circ$  para  $42,00^\circ$ ?

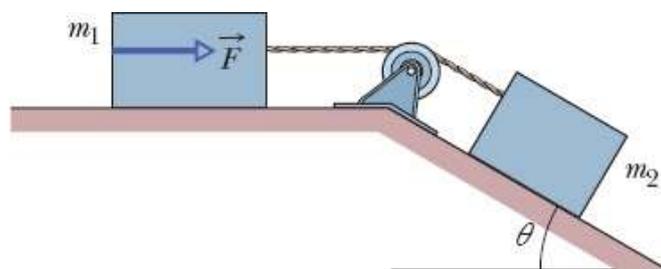
•••63 A Fig. 5-55 mostra, em função do tempo  $t$ , a componente  $F_x$  da força que age sobre um bloco de gelo de 3,0 kg que pode se deslocar apenas ao longo do eixo  $x$ . Em  $t = 0$ , o bloco está se movendo no sentido positivo do eixo, a uma velocidade de 3,0 m/s. Qual é (a) o módulo da velocidade do bloco e (b)

qual é o sentido do movimento do bloco no instante  $t = 11$  s?



**Figura 5-55** Problema 63.

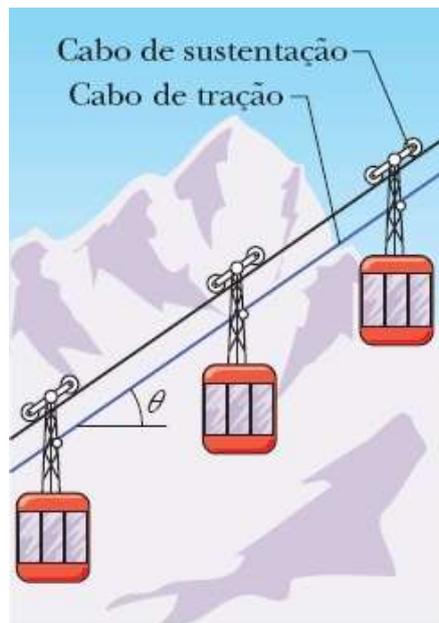
...64 A Fig. 5-56 mostra uma caixa de massa  $m_2 = 1,0$  kg em um plano inclinado sem atrito de ângulo  $\theta = 30^\circ$ , que está ligada por uma corda, de massa desprezível, a uma outra caixa de massa  $m_1 = 3,0$  kg em uma superfície horizontal sem atrito. A polia não tem atrito e sua massa é desprezível. (a) Se o módulo da força horizontal  $\vec{F}$  é 2,3 N, qual é a tração da corda? (b) Qual é o maior valor que o módulo de  $\vec{F}_2$  pode ter sem que a corda fique frouxa?



**Figura 5-56** Problema 64.

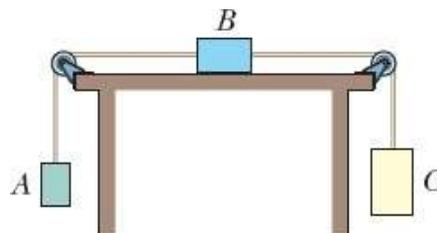
...65 A Fig. 5-47 mostra uma *máquina de Atwood*, na qual dois recipientes estão ligados por uma corda (de massa desprezível) que passa por uma polia sem atrito (também de massa desprezível). No instante  $t = 0$ , o recipiente 1 tem massa de 1,30 kg e o recipiente 2 tem massa de 2,80 kg, mas o recipiente 1 está perdendo massa (por causa de um vazamento) a uma taxa constante de 0,200 kg/s. A que taxa o módulo da aceleração dos recipientes está variando (a) em  $t = 0$  e (b) em  $t = 3,00$  s? (c) Em que instante a aceleração atinge o valor máximo?

...66 A Fig. 5-57 mostra parte de um teleférico. A massa máxima permitida de cada cabina, incluindo os passageiros, é de 2800 kg. As cabinas, que estão penduradas em um cabo de sustentação, são puxadas por um segundo cabo ligado à torre de sustentação de cada cabina. Suponha que os cabos estão esticados e inclinados de um ângulo  $\theta = 35^\circ$ . Qual é a diferença entre as trações de segmentos vizinhos do cabo que puxa as cabines se as cabinas estão com a máxima massa permitida e estão sendo aceleradas para cima a  $0,81$  m/s<sup>2</sup>?



**Figura 5-57** Problema 66.

...67 A Fig. 5-58 mostra três blocos ligados por cordas que passam por polias sem atrito. O bloco  $B$  está em uma mesa sem atrito; as massas são  $m_A = 6,00$  kg,  $m_B = 8,00$  kg e  $m_C = 10,0$  kg. Qual é a tração da corda da direita quando os blocos são liberados?

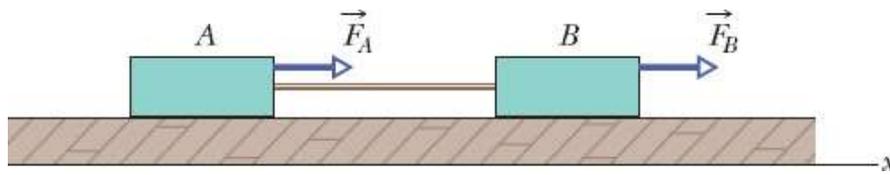


**Figura 5-58** Problema 67.

...68  Um arremessador de peso lança um peso de 7,260 kg empurrando-o ao longo de uma linha reta com 1,650 m de comprimento e um ângulo de  $34,10^\circ$  com a horizontal, acelerando o peso até a velocidade de lançamento de 2,500 m/s (que se deve ao movimento preparatório do atleta). O peso deixa a mão do arremessador a uma altura de 2,110 m e com um ângulo de  $34,10^\circ$  e percorre uma distância horizontal de 15,90 m. Qual é o módulo da força média que o atleta exerce sobre o peso durante a fase de aceleração? (*Sugestão*: Trate o movimento durante a fase de aceleração como se fosse ao longo de uma rampa com o ângulo dado.)

#### Problemas Adicionais

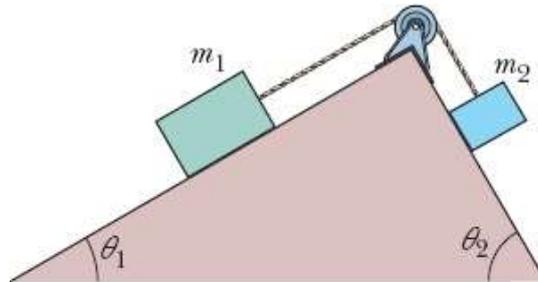
69 Na Fig. 5-59, o bloco  $A$  de 4,0 kg e o bloco  $B$  de 6,0 kg estão conectados por uma corda, de massa desprezível. A força  $\vec{F}_A = (12 \text{ N})\hat{i}$  atua sobre o bloco  $A$ ; a força  $\vec{F}_B = (24 \text{ N})\hat{i}$  atua sobre o bloco  $B$ . Qual é a tensão da corda?



**Figura 5-59** Problema 69.

**70** Um homem de 80 kg salta de uma janela a 0,50 m de altura para um pátio de concreto. Ele não dobra os joelhos para amortecer o impacto e leva 2,0 cm para parar. (a) Qual é a aceleração média desde o instante em que os pés do homem tocam o solo até o instante em que o corpo se imobiliza? (b) Qual é o módulo da força média que o pátio exerce sobre o homem?

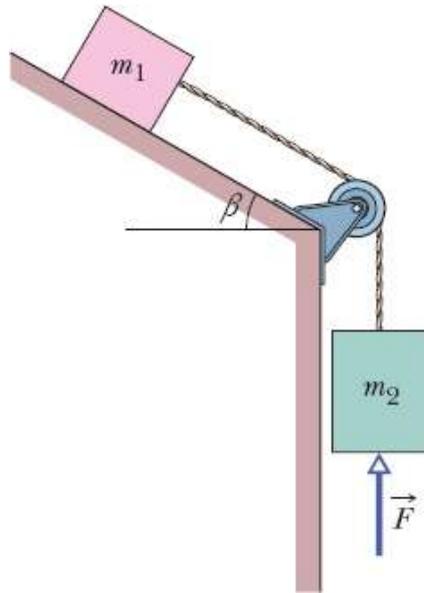
**71** A Fig. 5-60 mostra uma caixa de dinheiro sujo (massa  $m_1 = 3,0$  kg) sobre um plano inclinado sem atrito de ângulo  $\theta_1 = 30^\circ$ . A caixa está ligada, por uma corda de massa desprezível, a uma caixa de dinheiro lavado (massa  $m_2 = 2,0$  kg) situada sobre um plano inclinado sem atrito de ângulo  $\theta_2 = 60^\circ$ . A polia não tem atrito e a massa é desprezível. Qual é a tensão da corda?



**Figura 5-60** Problema 71.

**72** Três forças atuam sobre uma partícula que se move com velocidade constante  $\vec{v} = (2 \text{ m/s})\hat{i} - (7 \text{ m/s})\hat{j}$ . Duas das forças são  $\vec{F}_1 = (2 \text{ N})\hat{i} + (3 \text{ N})\hat{j} + (-2 \text{ N})\hat{k}$  e  $\vec{F}_2 = (-5 \text{ N})\hat{i} + (8 \text{ N})\hat{j} + (-2 \text{ N})\hat{k}$ . Qual é a terceira força?

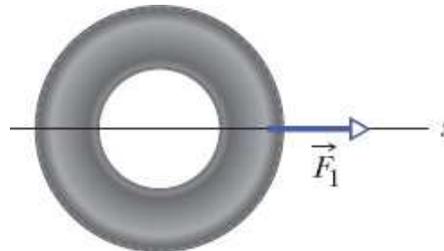
**73** Na Fig. 5-61, uma lata de antioxidantes ( $m_1 = 1,0$  kg) em um plano inclinado sem atrito está ligada, por uma corda, a uma lata de apesuntado ( $m_2 = 2,0$  kg). A polia tem massa e atrito desprezíveis. Uma força vertical para cima de módulo  $F = 6,0$  N age sobre a lata de apesuntado, que tem uma aceleração para baixo de  $5,5 \text{ m/s}^2$ . Determine (a) a tensão da corda e (b) o ângulo  $\theta$ .



**Figura 5-61** Problema 73.

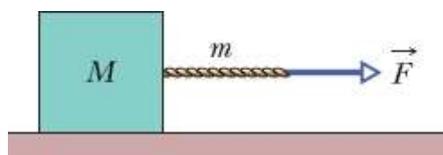
**74** As duas únicas forças que agem sobre um corpo têm módulos de 20 N e 35 N e direções que diferem de  $80^\circ$ . A aceleração resultante tem um módulo de  $20 \text{ m/s}^2$ . Qual é a massa do corpo?

**75** A Fig. 5-62 é uma vista superior de um pneu de 12 kg que está sendo puxado por três cordas horizontais. A força de uma das cordas ( $F_1 = 50 \text{ N}$ ) está indicada. As outras duas forças devem ser orientadas de tal forma que o módulo  $a$  da aceleração do pneu seja o menor possível. Qual é o menor valor de  $a$  se (a)  $F_2 = 30 \text{ N}$ ,  $F_3 = 20 \text{ N}$ ; (b)  $F_2 = 30 \text{ N}$ ,  $F_3 = 10 \text{ N}$ ; (c)  $F_2 = F_3 = 30 \text{ N}$ ?



**Figura 5-62** Problema 75.

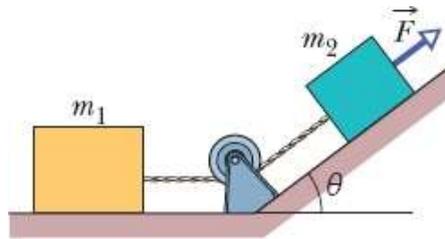
**76** Um bloco de massa  $M$  é puxado por uma corda de massa  $m$  em uma superfície horizontal sem atrito, como mostra a Fig. 5-63. Uma força horizontal  $\vec{F}$  age sobre uma das extremidades da corda. (a) Mostre que a corda *deve* pender, mesmo que imperceptivelmente. Supondo que a curvatura da corda seja desprezível, determine (b) a aceleração da corda e do bloco, (c) a força da corda sobre o bloco e (d) a força de tração no ponto médio da corda.



**Figura 5-63** Problema 76.

**77** Um operário arrasta um caixote no piso de uma fábrica puxando-o por uma corda. O operário exerce uma força de módulo  $F = 450$  N sobre a corda, que está inclinada de um ângulo  $\theta = 38^\circ$  em relação à horizontal, e o chão exerce uma força horizontal de módulo  $f = 125$  N que se opõe ao movimento. Calcule o módulo da aceleração do caixote (a) se a massa do caixote for 310 kg e (b) se o peso do caixote for 310 N.

**78** Na Fig. 5-64, uma força  $\vec{F}$  de módulo 12 N é aplicada a uma caixa de massa  $m_2 = 1,0$  kg. A força é dirigida para cima paralelamente a um plano inclinado de ângulo  $\theta = 37^\circ$ . A caixa está ligada por uma corda a outra caixa de massa  $m_1 = 3,0$  kg apoiada em um piso horizontal. O plano inclinado, o piso e a polia não têm atrito, e as massas da polia e da corda são desprezíveis. Qual é a tração da corda?



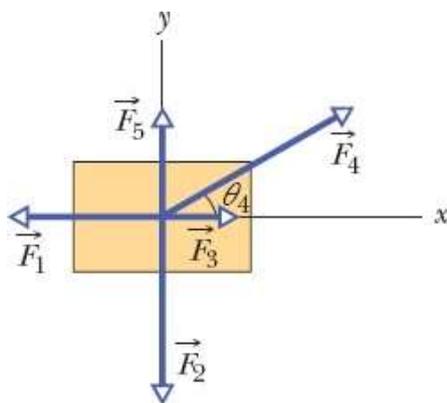
**Figura 5-64** Problema 78.

**79** Uma partícula tem um peso de 22 N em um local em que  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>. Qual é (a) o peso e (b) qual a massa da partícula em um local em que  $g = 4,9$  m/s<sup>2</sup>? Qual é (c) o peso e (d) qual é a massa da partícula se ela é deslocada para um ponto do espaço sideral em que  $g = 0$ ?

**80** Uma pessoa de 80 kg salta de paraquedas e experimenta uma aceleração para baixo de 2,5 m/s<sup>2</sup>. A massa do paraquedas é de 5,0 kg. (a) Qual é a força para cima que o ar exerce sobre o paraquedas? (b) Qual é a força que a pessoa exerce sobre o paraquedas?

**81** Uma espaçonave decola verticalmente da Lua, em que  $g = 1,6$  m/s<sup>2</sup>. Se a nave tem uma aceleração vertical para cima de 1,0 m/s<sup>2</sup> no instante da decolagem, qual é o módulo da força exercida pela nave sobre o piloto, que pesa 735 N na Terra?

**82** Na vista superior da Fig. 5-65, cinco forças puxam uma caixa de massa  $m = 4,0$  kg. Os módulos das forças são  $F_1 = 11$  N,  $F_2 = 17$  N,  $F_3 = 3,0$  N,  $F_4 = 14$  N e  $F_5 = 5,0$  N; o ângulo  $\theta_4$  é  $30^\circ$ . Determine a aceleração da caixa (a) na notação dos vetores unitários e como (b) um módulo e (c) um ângulo em relação ao semieixo  $x$  positivo.



**Figura 5-65** Problema 82.

**83** Uma força imprime a um objeto de massa  $m_1$  uma aceleração de  $12,0 \text{ m/s}^2$  e a um objeto de massa  $m_2$  uma aceleração de  $3,30 \text{ m/s}^2$ . Que aceleração essa mesma força imprimiria a um objeto de massa (a)  $m_2 - m_1$  e (b)  $m_2 + m_1$ ?

**84** Você puxa um pequeno refrigerador com uma força constante  $\vec{F}$  em um piso encerado (sem atrito), com  $\vec{F}$  na horizontal (caso 1) ou com  $\vec{F}$  inclinada para cima de um ângulo  $\theta$  (caso 2). (a) Qual é a razão entre a velocidade do refrigerador no caso 2 e a velocidade no caso 1 se você puxa o refrigerador por certo tempo  $t$ ? (b) Qual é essa razão se você puxa o refrigerador ao longo de certa distância  $d$ ?

**85** Uma artista de circo de  $52 \text{ kg}$  precisa descer escorregando por uma corda que arrebentará se a tração exceder  $425 \text{ N}$ . (a) O que vai acontecer se a artista ficar parada, pendurada na corda? (b) Para que valor da aceleração a corda estará prestes a arrebentar?

**86** Calcule o peso de um astronauta de  $75 \text{ kg}$  (a) na Terra, (b) em Marte, em que  $g = 3,8 \text{ m/s}^2$ , e (c) no espaço sideral, em que  $g = 0$ . (d) Qual é a massa do astronauta em cada um desses lugares?

**87** Um objeto está pendurado em uma balança de mola presa ao teto de um elevador. A balança indica  $65 \text{ N}$  quando o elevador está parado. Qual é a leitura da balança quando o elevador está subindo (a) com uma velocidade constante de  $7,6 \text{ m/s}$  e (b) com uma velocidade de  $7,6 \text{ m/s}$  e uma desaceleração de  $2,4 \text{ m/s}^2$ ?

**88** Imagine uma espaçonave prestes a aterrissar na superfície de Calisto, uma das luas de Júpiter. Se o motor fornece uma força para cima (empuxo) de  $3260 \text{ N}$ , a espaçonave desce com velocidade constante; se o motor fornece apenas  $2200 \text{ N}$ , a espaçonave desce com uma aceleração de  $0,39 \text{ m/s}^2$ . (a) Qual é o peso da espaçonave nas vizinhanças da superfície de Calisto? (b) Qual é a massa da aeronave? (c) Qual é o módulo da aceleração de queda livre próximo à superfície de Calisto?

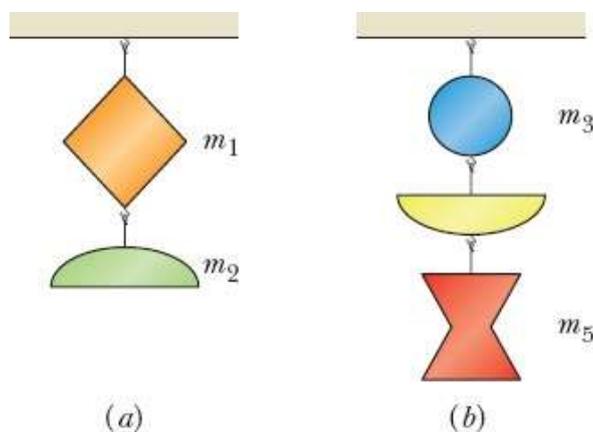
**89** Uma turbina a jato de  $1400 \text{ kg}$  está presa à fuselagem de um avião comercial por apenas três parafusos (essa é a prática comum). Suponha que cada parafuso suporta um terço da carga. (a) Calcule a força a que cada parafuso é submetido enquanto o avião está parado na pista, aguardando permissão para decolar. (b) Durante o voo, o avião encontra uma turbulência que provoca uma aceleração brusca para cima de  $2,6 \text{ m/s}^2$ . Calcule a força a que é submetido cada parafuso durante essa aceleração.

**90** Uma nave interestelar tem uma massa de  $1,20 \times 10^6$  kg e está inicialmente em repouso em relação a um sistema estelar. (a) Que aceleração constante é necessária para levar a nave, em 3,0 dias, até a velocidade de  $0,10c$  (em que  $c = 3,0 \times 10^8$  m/s é a velocidade da luz)? (b) Qual é o valor da aceleração em unidades de  $g$ ? (c) Que força é necessária para essa aceleração? (d) Se os motores são desligados quando a velocidade de  $0,10c$  é atingida (fazendo com que a velocidade permaneça constante desse momento em diante), quanto tempo leva a nave (a partir do instante inicial) para viajar 5,0 meses-luz, a distância percorrida pela luz em 5,0 meses?

**91** Uma motocicleta e seu piloto de 60,0 kg aceleram a  $3,0 \text{ m/s}^2$  para subir uma rampa inclinada de  $10^\circ$  em relação à horizontal. Quais são os módulos (a) da força resultante a que é submetido o piloto e (b) da força que a motocicleta exerce sobre o piloto?

**92** Calcule a aceleração inicial para cima de um foguete de massa  $1,3 \times 10^4$  kg se a força inicial para cima produzida pelos motores (empuxo) é  $2,6 \times 10^5$  N e o foguete parte do nível do mar. Não despreze a força gravitacional a que o foguete está submetido.

**93** A Fig. 5-66a mostra um móbile pendurado no teto; o objeto é composto por duas peças de metal ( $m_1 = 3,5$  kg e  $m_2 = 4,5$  kg) ligadas por cordas de massa desprezível. Qual é a tração (a) da corda de baixo e (b) da corda de cima? A Fig. 5-66b mostra um móbile composto de três peças metálicas. Duas das massas são  $m_3 = 4,8$  kg e  $m_5 = 5,5$  kg. A tração da corda de cima é 199 N. Qual é a tração (c) da corda de baixo e (d) da corda do meio?



**Figura 5-66** Problema 93.

**94** Por esporte, um tatu de 12 kg escorrega em um grande lago gelado, plano e sem atrito. A velocidade inicial do tatu é 5,0 m/s no sentido positivo do eixo  $x$ . Tome como origem a posição inicial do tatu. O animal escorrega no gelo ao mesmo tempo que é empurrado pelo vento com uma força de 17 N no sentido positivo do eixo  $y$ . Na notação dos vetores unitários, qual é (a) o vetor velocidade e (b) qual é o vetor posição do tatu depois de deslizar durante 3,0 s?

**95** Suponha que na Fig. 5-12 as massas dos blocos sejam de 2,0 kg e 4,0 kg. (a) Qual dessas massas deve ser a do bloco pendurado para que a aceleração seja a maior possível? Qual é, nesse caso, (b) o módulo da aceleração e (c) qual é a tração da corda?

**96** Para capturar um nêutron livre, um núcleo deve fazê-lo parar em uma distância menor que o diâmetro do núcleo por meio da *interação forte*, a força responsável pela estabilidade dos núcleos atômicos, que é praticamente nula fora do núcleo. Supondo que, para ser capturado por um núcleo com um diâmetro  $d = 1,0 \times 10^{-14}$  m, um nêutron livre deve ter uma velocidade inicial menor ou igual a  $1,4 \times 10^7$  m/s, e que a força a que está sujeito o nêutron no interior do núcleo é aproximadamente constante, determine o módulo da interação forte. A massa do nêutron é  $1,67 \times 10^{-27}$  kg.

**97** Supondo que a massa-padrão de 1 kg é submetida a apenas duas forças, e determine a força resultante  $\vec{F}_{\text{res}}$  (a) na notação dos vetores unitários e (b) como um módulo e (c) como um ângulo em relação ao semieixo  $x$  positivo. Determine (d) o módulo e (e) o ângulo da aceleração  $\vec{F}$ .

---

<sup>1</sup>O disco não é acelerado na direção  $y$  porque a componente  $y$  da força  $\vec{F}_3$  é equilibrada pela força normal, que será discutida no Módulo 5-2. (N.T.)

## CAPÍTULO 6

# Força e Movimento – II

## 6-1 ATRITO

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

**6.01** Saber a diferença entre atrito estático e atrito cinético.

**6.02** Determinar o módulo e a orientação de uma força de atrito.

**6.03** No caso de objetos em planos horizontais, verticais ou inclinados em situações que envolvam forças de atrito, desenhar diagramas de corpo livre e aplicar a segunda lei de Newton.

### Ideias-Chave

• Quando uma força  $\vec{F}$  tende a fazer um objeto deslizar em uma superfície, uma força de atrito associada à superfície age sobre o objeto. A força de atrito, que resulta da interação do objeto com a superfície, é paralela à superfície e se opõe ao movimento.

Se o objeto permanece em repouso, a força de atrito é chamada de força de atrito estático e representada pelo símbolo  $\vec{f}_s$ ; se o corpo se move, a força de atrito é chamada de força de atrito cinético e representada pelo símbolo  $\vec{f}_k$ .

• Se um objeto está parado, a força de atrito estático  $\vec{f}_s$  e a componente de  $\vec{F}$  paralela à superfície têm o mesmo módulo e sentidos opostos. Se a componente horizontal da força aplicada aumenta, a força de atrito estático também aumenta.

• O módulo da força de atrito estático tem um valor máximo  $f_{s,máx}$  dado por

$$f_{s,máx} = \mu_s F_N,$$

em que  $\mu_s$  é o coeficiente de atrito estático e  $F_N$  é o módulo da força normal. Se a componente normal de  $\vec{F}$  se torna maior que  $f_{s,máx}$ , o objeto começa a se mover.

• Se um objeto começa a se mover em uma superfície, o módulo da força de atrito diminui rapidamente para um valor constante  $f_k$  dado por

$$f_k = \mu_k F_N,$$

em que  $\mu_k$  é o coeficiente de atrito cinético.

### O que É Física?

Neste capítulo, concentramos a atenção na física de três tipos comuns de força: a força de atrito, a força de arrasto e a força centrípeta. Ao preparar um carro para as 500 milhas de Indianápolis, um mecânico deve levar em conta os três tipos de força. As forças de atrito que agem sobre os pneus são cruciais para a aceleração do carro ao deixar o boxe e ao sair das curvas (se o carro encontra uma mancha de óleo, os pneus perdem aderência, e o carro pode sair da pista). As forças de arrasto produzidas pelas correntes de

ar devem ser minimizadas; caso contrário, o carro consumirá muito combustível e terá que ser reabastecido prematuramente (uma parada adicional de apenas 14 s pode custar a corrida a um piloto). As forças centrípetas são fundamentais nas curvas (se não houver força centrípeta suficiente, o carro não conseguirá fazer a curva). Vamos iniciar a discussão com as forças de atrito.

## Atrito

As forças de atrito são inevitáveis na vida diária. Caso não fôssemos capazes de vencê-las, elas fariam parar todos os objetos que estivessem se movendo e todos os eixos que estivessem girando. Cerca de 20% da gasolina consumida por um automóvel é usada para compensar o atrito das peças do motor e da transmissão. Por outro lado, se não houvesse atrito, não poderíamos fazer o automóvel ir a lugar algum, nem poderíamos caminhar ou andar de bicicleta. Não poderíamos segurar um lápis, e, mesmo que pudéssemos, não conseguiríamos escrever. Pregos e parafusos seriam inúteis, os tecidos se desmanchariam e os nós se desatariam.

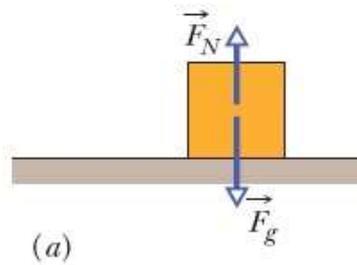
**Três Experimentos.** Neste capítulo tratamos de forças de atrito que existem entre duas superfícies sólidas estacionárias ou que se movem uma em relação à outra em baixa velocidade. Considere três experimentos imaginários simples:

1. Dê um empurrão momentâneo em um livro, fazendo-o deslizar em uma mesa. Com o tempo, a velocidade do livro diminui até se anular. Isso significa que o livro sofreu uma aceleração paralela à superfície da mesa, no sentido oposto ao da velocidade. De acordo com a segunda lei de Newton, deve ter existido uma força, paralela à superfície da mesa, de sentido oposto ao da velocidade do livro. Essa força é uma força de atrito.
2. Empurre o livro horizontalmente de modo a fazê-lo se deslocar com velocidade constante ao longo da mesa. A força que você está exercendo pode ser a única força horizontal que age sobre o livro? Não, porque, se fosse assim, o livro sofreria uma aceleração. De acordo com a lei de Newton, deve existir uma segunda força, de sentido contrário ao da força aplicada por você, mas com o mesmo módulo, que equilibra a primeira força. Essa segunda força é uma força de atrito, paralela à superfície da mesa.
3. Empurre um caixote pesado paralelamente ao chão. O caixote não se move. De acordo com a segunda lei de Newton, uma segunda força deve estar atuando sobre o caixote para se opor à força que você está aplicando. Essa segunda força tem o mesmo módulo que a força que você aplicou, mas atua em sentido contrário, de forma que as duas forças se equilibram. Essa segunda força é uma força de atrito. Empurre com mais força. O caixote continua parado. Isso significa que a força de atrito pode aumentar de intensidade para continuar equilibrando a força aplicada. Empurre com mais força ainda. O caixote começa a deslizar. Evidentemente, existe uma intensidade máxima para a força de atrito. Quando você excedeu essa intensidade máxima, o caixote começou a se mover.

**Dois Tipos de Atrito.** A Fig. 6-1 mostra uma situação semelhante. Na Fig. 6-1 *a*, um bloco está em repouso em uma mesa, com a força gravitacional  $\vec{F}_g$  equilibrada pela força normal  $\vec{F}_N$ . Na Fig. 6-1 *b*,

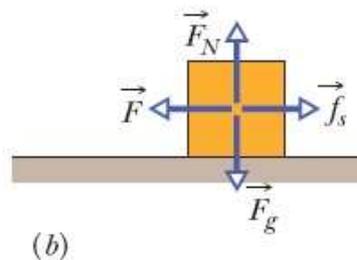
você exerce uma força  $\vec{F}$  sobre o bloco, tentando puxá-lo para a esquerda. Em consequência, surge uma força de atrito  $\vec{f}_s$  para a direita, que equilibra a força que você aplicou. A força  $\vec{f}_s$  é chamada de **força de atrito estático**. O bloco permanece imóvel.

Como não é aplicada nenhuma força horizontal, não há atrito e não há movimento.



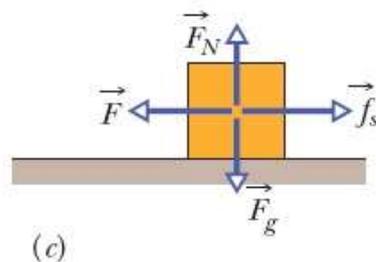
Força de atrito = 0

A força aplicada  $\vec{F}$  é equilibrada pela força de atrito  $f_s$ . Não há movimento.



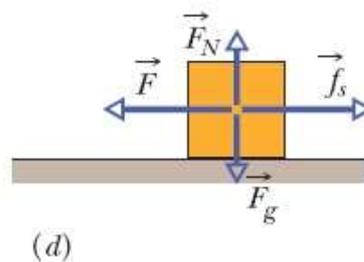
Força de atrito =  $F$

A força aplicada é maior, mas continua a ser equilibrada pela força de atrito. Não há movimento.



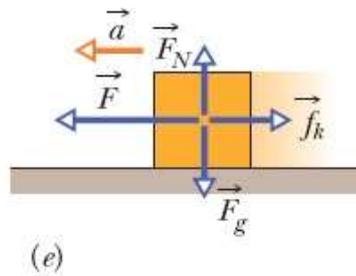
Força de atrito =  $F$

A força aplicada é ainda maior, mas continua a ser equilibrada pela força de atrito. Não há movimento.



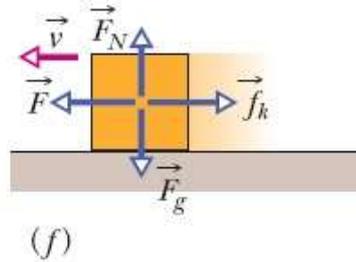
Força de atrito =  $F$

Finalmente, a força aplicada supera a força de atrito estático. O bloco começa a se mover e sofre aceleração.



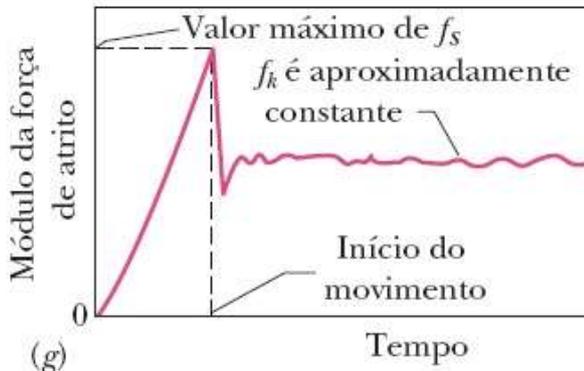
Força de atrito cinético  $< F$ .

Para manter a velocidade constante, é preciso reduzir a força aplicada, já que a força de atrito agora é menor.



A força de atrito cinético não muda.

A força de atrito estático aumenta para equilibrar a força aplicada.



O valor da força de atrito cinético não depende da força aplicada.

**Figura 6-1** (a) As forças que agem sobre um bloco estacionário. (b-d) Uma força externa  $\vec{F}$ , aplicada ao bloco, é equilibrada por uma força de atrito estático  $\vec{f}_s$ . Quando  $\vec{F}$  aumenta,  $f_s$  também aumenta, até atingir um valor máximo. (e) Quando  $f_s$  atinge o valor máximo, o bloco “se desprende” e acelera bruscamente na direção de  $\vec{F}$ . (f) Para que o bloco se mova com velocidade constante, é preciso reduzir o valor de  $F$ . (g) Alguns resultados experimentais para a sequência da (a) a (f).

As Figs. 6-1 c e 6-1 d mostram que, quando a intensidade da força aplicada aumenta, a intensidade da força de atrito estático  $\vec{f}_s$  também aumenta, e o bloco permanece em repouso. Entretanto, quando a força aplicada atinge determinado valor, o bloco “se desprende” da superfície da mesa e sofre aceleração para a esquerda (Fig. 6-1 e). A força de atrito  $\vec{f}_k$  que se opõe ao movimento na nova situação é chamada de **força de atrito cinético**.

Em geral, a intensidade da força de atrito cinético, que age sobre os objetos em movimento, é menor do que a intensidade máxima da força de atrito estático, que age sobre os objetos em repouso. Assim, para que o bloco se mova na superfície com velocidade constante, provavelmente você terá que diminuir a intensidade da força aplicada depois que o bloco começar a se mover, como mostra a Fig. 6-1f. A Fig. 6-1g mostra o resultado de um experimento no qual a força aplicada a um bloco foi aumentada lentamente até que o bloco começasse a se mover. Observe que a força necessária para manter o bloco em movimento com velocidade constante é menor que a necessária para que o bloco comece a se mover.

**Visão Microscópica.** A força de atrito é, na verdade, a soma vetorial de muitas forças que agem entre os átomos da superfície de um corpo e os átomos da superfície de outro corpo. Se duas superfícies

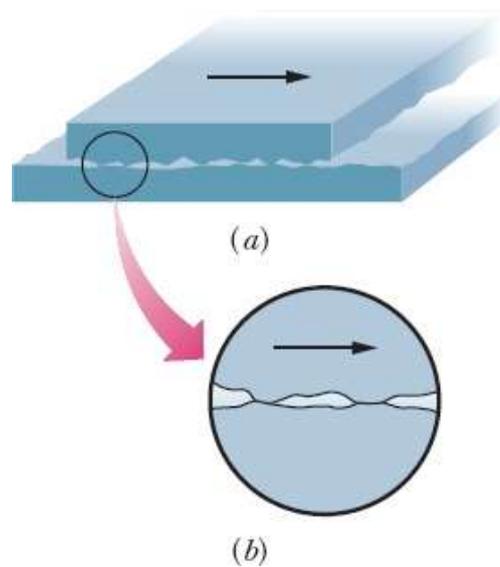
metálicas polidas e limpas são colocadas em contato em alto vácuo (para que continuem limpas), torna-se impossível fazer uma deslizar em relação à outra. Como as superfícies são lisas, muitos átomos de uma das superfícies entram em contato com muitos átomos da outra, e as superfícies se *soldam a frio*, formando uma única peça de metal. Se dois blocos de metal, muito polidos, usados para calibrar tornos, são colocados em contato no ar, existe menos contato entre os átomos, mas, mesmo assim, os blocos aderem firmemente e só podem ser separados por um movimento de torção. Em geral, porém, esse grande número de contatos entre átomos não existe. Mesmo uma superfície metálica altamente polida está longe de ser uma superfície plana em escala atômica. Além disso, a superfície dos objetos comuns possui uma camada de óxidos e outras impurezas que reduzem a soldagem a frio.

Quando duas superfícies comuns são colocadas em contato, somente os pontos mais salientes se tocam. (É como se virássemos os Alpes Suíços de cabeça para baixo e os colocássemos em contato com os Alpes Austríacos.) A área *microscópica* de contato é muito menor que a aparente área de contato *macroscópica*, possivelmente  $10^4$  vezes menor. Mesmo assim, muitos pontos de contato se soldam a frio. Essas soldas são responsáveis pelo atrito estático que surge quando uma força aplicada tenta fazer uma superfície deslizar em relação à outra.

Se a força aplicada é suficiente para fazer uma das superfícies deslizar, ocorre uma ruptura das soldas (no instante em que começa o movimento) seguida por um processo contínuo de formação e ruptura de novas soldas enquanto ocorre o movimento relativo e novos contatos são formados aleatoriamente (Fig. 6-2). A força de atrito cinético  $\vec{f}_k$  que se opõe ao movimento é a soma vetorial das forças produzidas por esses contatos aleatórios.

Se as duas superfícies são pressionadas uma contra a outra com mais força, mais pontos se soldam a frio. Nesse caso, para fazer as superfícies deslizarem uma em relação à outra, é preciso aplicar uma força maior, ou seja, o valor da força de atrito estático  $\vec{f}_s$  é maior. Se as superfícies estão deslizando uma em relação à outra, passam a existir mais pontos momentâneos de soldagem a frio, de modo que a força de atrito cinético  $\vec{f}_k$  também é maior.

Frequentemente, o movimento de deslizamento de uma superfície em relação à outra ocorre “aos solavancos” porque os processos de soldagem e ruptura se alternam. Esses processos repetitivos de *aderência e deslizamento* podem produzir sons desagradáveis, como o cantar de pneus no asfalto, o barulho de uma unha arranhando um quadro-negro e o rangido de uma dobradiça enferrujada. Podem também produzir sons melodiosos, como os de um violino bem tocado. ~~—~~



**Figura 6-2** Mecanismo responsável pela força de atrito cinético. (a) A placa de cima está deslizando para a direita em relação à placa de baixo. (b) Nesta vista ampliada são mostrados dois pontos onde ocorreu soldagem a frio. É necessária uma força para romper as soldas e manter o movimento.

## Propriedades do Atrito

A experiência mostra que, quando um corpo seco não lubrificado pressiona uma superfície nas mesmas condições e uma força  $\vec{F}$  tenta fazer o corpo deslizar ao longo da superfície, a força de atrito resultante possui três propriedades:

Propriedade 1. Se o corpo não se move, a força de atrito estático  $\vec{f}_s$  e a componente de  $\vec{F}$  paralela à superfície se equilibram. As duas forças têm módulos iguais e  $\vec{f}_s$  tem o sentido oposto ao da componente de  $\vec{F}$ .

Propriedade 2. O módulo de  $\vec{f}_s$  possui um valor máximo  $f_{s,\text{máx}}$  que é dado por

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N, \quad (6-1)$$

em que  $\mu_s$  é o **coeficiente de atrito estático** e  $F_N$  é o módulo da força normal que a superfície exerce sobre o corpo. Se o módulo da componente de  $\vec{F}$  paralela à superfície excede  $f_{s,\text{máx}}$ , o corpo começa a deslizar na superfície.

Propriedade 3. Se o corpo começa a deslizar na superfície, o módulo da força de atrito diminui rapidamente para um valor  $f_k$  dado por

$$f_k = \mu_k F_N, \quad (6-2)$$

em que  $\mu_k$  é o **coeficiente de atrito cinético**. Daí em diante, então, durante o deslizamento, uma força de atrito cinético  $\vec{f}_k$  de módulo dado pela Eq. 6-2 se opõe ao movimento.

O módulo  $F_N$  da força normal aparece nas Propriedades 2 e 3 como uma medida da força com a qual o

corpo pressiona a superfície. De acordo com a terceira lei de Newton, se o corpo pressiona com mais força,  $F_N$  é maior. As Propriedades 1 e 2 foram expressas em termos de uma única força aplicada  $\vec{F}$ , mas também são válidas para a resultante de várias forças aplicadas ao corpo. As Eqs. 6-1 e 6-2 *não são* equações vetoriais; os vetores  $\vec{f}_s$  e  $\vec{f}_k$  são sempre paralelos à superfície e têm o sentido oposto ao da tendência de deslizamento; o vetor  $F_N$  é perpendicular à superfície.

Os coeficientes  $\mu_s$  e  $\mu_k$  são adimensionais e devem ser determinados experimentalmente. Seus valores dependem das propriedades tanto do corpo como da superfície; por isso, qualquer menção aos coeficientes de atrito costuma ser seguida pela preposição “entre”, como em “o valor de  $\mu_s$  *entre* um ovo e uma frigideira de Teflon é 0,04, mas o valor *entre* uma bota de alpinista e uma pedra pode chegar a 1,2”. Em geral, supomos que o valor de  $\mu_k$  não depende da velocidade com a qual o corpo desliza ao longo da superfície.

### ☑ Teste 1

Um bloco repousa em um piso. (a) Qual é o módulo da força de atrito que o piso exerce sobre o bloco? (b) Se uma força horizontal de 5 N é aplicada ao bloco, mas o bloco não se move, qual é o módulo da força de atrito? (c) Se o valor máximo  $f_{s,\text{máx}}$  da força de atrito estático que age sobre o bloco é 10 N, o bloco se move se o módulo da força aplicada horizontalmente for aumentado para 8 N? (d) E se o módulo da força for aumentado para 12 N? (e) Qual é o módulo da força de atrito no item (c)?

### Exemplo 6.01 Força inclinada aplicada a um bloco inicialmente em repouso

Este exemplo envolve a aplicação de uma força inclinada em relação à superfície na qual repousa um bloco, o que torna necessário o uso de componentes da força aplicada para determinar a força de atrito. A maior dificuldade está em separar de forma correta as componentes. A Fig. 6-3a mostra uma força de módulo  $F = 12,0$  N aplicada a um bloco de 8,0 kg. A força faz um ângulo  $\theta = 30^\circ$  para baixo com a superfície em que o bloco repousa. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície é  $\mu_s = 0,700$  e o coeficiente de atrito cinético é  $\mu_k = 0,400$ . O bloco começa a se mover quando a força é aplicada ou permanece em repouso? Qual é o valor do módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

### IDEIAS-CHAVE

(1) Quando um objeto está em repouso em uma superfície, a força de atrito estático equilibra a componente paralela à superfície da força que está tentando mover o objeto. (2) O valor máximo possível da força de atrito estático é dado pela Eq. 6-1 ( $f_{s,\text{máx}} = \mu_s f_N$ ). (3) Se a componente paralela à superfície for maior que o limite da força de atrito estático, o bloco começará a se mover. (4) Quando um objeto está em movimento, a força de atrito é chamada de força de atrito cinético e seu valor é dado pela Eq. 6-2 ( $f_k = \mu_k F_N$ ).

**Cálculos:** Para saber se o bloco começa a se mover quando a força é aplicada, precisamos comparar a componente  $F_x$  (componente

paralela à superfície) da força aplicada com o valor máximo  $f_{s,\text{máx}}$  da força de atrito estático. De acordo com o triângulo da Fig. 6-3b,

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \theta \\ &= (12,0 \text{ N}) \cos 30^\circ = 10,39 \text{ N}. \end{aligned} \quad (6-3)$$

De acordo com a Eq. 6-1,  $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$ , o que significa que precisamos conhecer o módulo da força  $\vec{F}_N$  para calcular  $f_{s,\text{máx}}$ . Como a força normal é vertical, aplicamos a segunda lei de Newton às componentes verticais das forças que agem sobre o bloco, o que nos dá  $F_{\text{res},y} = ma_y$ . As componentes aparecem na Fig. 6-3c. A força gravitacional, cujo módulo é  $mg$ , aponta para baixo. A componente vertical da força aplicada também aponta para baixo e é dada por  $F_y = F \sin \theta$ . A força normal, cujo módulo é  $F_N$ , aponta para cima. Como a aceleração  $a_y$  é zero, temos

$$F_N - mg - F \sin \theta = m(0), \quad (6-4)$$

o que nos dá

$$F_N = mg + F \sin \theta. \quad (6-5)$$

Agora podemos calcular  $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$ :

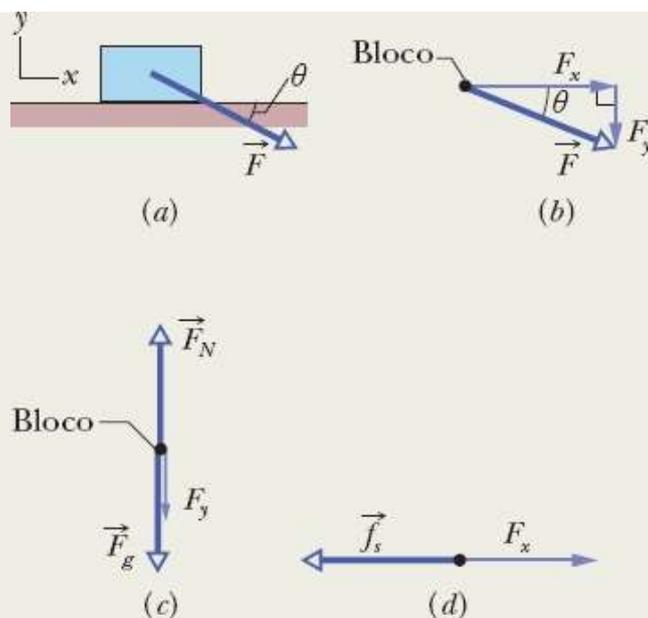
$$\begin{aligned} f_{s,\text{máx}} &= \mu_s (mg + F \sin \theta) \\ &= (0,700)((8,00 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) + (12,0 \text{ N})(\sin 30^\circ)) \\ &= 59,08 \text{ N}. \end{aligned} \quad (6-6)$$

Como a componente horizontal da força aplicada ao bloco,  $F_x = 10,39 \text{ N}$ , é menor que a força máxima de atrito estático,  $f_{s,\text{máx}} (= 59,08 \text{ N})$ , o bloco permanece em repouso. A aplicação da segunda lei de Newton às componentes horizontais das forças que agem sobre o bloco nos dá  $F_{\text{res},x} = ma_x$ . As componentes aparecem na Fig. 6-3d. A componente horizontal da força aplicada aponta para a direita e a força de atrito aponta para a esquerda. Como a aceleração  $a_x$  é zero, temos:

$$F_x - f_s = m(0), \quad (6-7)$$

$$\text{e, portanto, } f_s = F_x = 10,39 \text{ N} \approx 10,4 \text{ N}. \quad (\text{Resposta})$$

ou seja, a força de atrito  $f_s$  é igual a  $F_x$ .



**Figura 6-3** (a) Uma força é aplicada a um bloco inicialmente em repouso. (b) As componentes da força aplicada. (c) As componentes verticais das forças que agem sobre o bloco. (d) As componentes horizontais das forças que agem sobre o bloco.

### Exemplo 6.02 Derrapagens em estradas escorregadias, horizontais e inclinadas

Alguns vídeos curiosos da internet mostram derrapagens em estradas escorregadias. Vamos comparar as distâncias que um carro que se move a uma velocidade inicial de 10,0 m/s (36 km/h) percorre até parar em uma pista horizontal seca, em uma pista horizontal coberta de gelo e (o caso mais divertido) em uma ladeira coberta de gelo.

(a) Que distância um carro percorre até parar em uma pista horizontal seca (Fig. 6-4a) se o coeficiente de atrito cinético é  $\mu_k = 0,60$ , um valor típico para pneus em bom estado em uma rua asfaltada? Vamos supor que as rodas estão travadas e que o carro está se movendo no sentido positivo de um eixo  $x$ .

#### IDEIAS-CHAVE

(1) A velocidade do carro diminui (o carro sofre uma aceleração) porque uma força de atrito horizontal age sobre os pneus no sentido negativo do eixo  $x$ . (2) Uma vez que as rodas estão travadas, a força de atrito é uma força de atrito cinético dada pela Eq. 6-2,  $f_k = \mu_k F_N$ , em que  $F_N$  é a força normal que o pavimento exerce sobre o carro. (3) Podemos relacionar a força de atrito à aceleração aplicando a segunda lei de Newton às componentes horizontais das forças que agem sobre o carro, o que nos dá  $F_{\text{res}, x} = ma_x$ .

**Cálculos:** A Fig. 6-4b mostra o diagrama de corpo livre do carro. A força normal aponta para cima, a força gravitacional aponta para baixo e a força de atrito é horizontal. Como a força de atrito é a única força com uma componente horizontal, a lei de Newton para as componentes horizontais nos dá

$$-f_k = ma_x. \quad (6-8)$$

Fazendo  $f_k = \mu_k F_N$ , obtemos

$$-\mu_k F_N = ma_x. \quad (6-9)$$

Como mostra a Fig. 6-4b, a força normal é equilibrada pela força gravitacional. Isso significa que podemos substituir  $F_N$  por  $mg$ . Com isso, a massa  $m$  pode ser cancelada na Eq. 6-9 (ou seja, a distância percorrida pelo carro até parar não depende da massa do carro; o fato de o carro ser leve ou pesado não faz diferença). Explicitando  $a_x$ ,

$$a_x = -\mu_k g. \quad (6-10)$$

$$a_x = -\mu_k g. \quad (6-10)$$

Como a aceleração é constante, podemos usar as equações da Tabela 2-1. A mais direta para calcularmos a distância percorrida  $x - x_0$  é a Eq. 2-16,  $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ , que nos dá

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_x}. \quad (6-11)$$

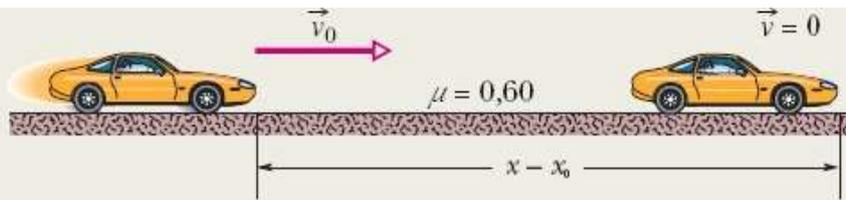
Substituindo  $a_x$  pelo seu valor, dado pela Eq. 6-10, obtemos

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{-2\mu_k g}. \quad (6-12)$$

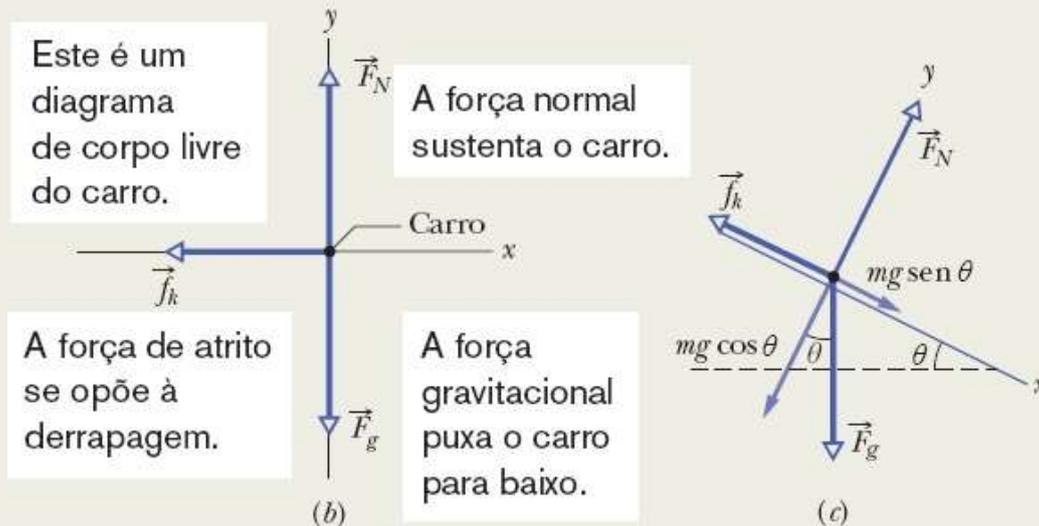
Fazendo  $v_0 = 10,0$  m/s,  $v = 0$ ,  $\mu_k = 0,60$  e  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>, obtemos

$$x - x_0 = 8,50 \text{ m} \approx 8,5 \text{ m}. \quad (\text{Resposta})$$

(b) Qual é a distância percorrida pelo carro se a pista está coberta de gelo e o coeficiente de atrito cinético diminui para  $\mu_k = 0,10$ ?



(a)



(b)

(c)

**Figura 6-4** (a) Um carro derrapando até parar, depois de um deslocamento  $x - x_0$ . Diagrama de corpo livre do carro (b) em uma rua plana e (c) em uma ladeira.

**Cálculos:** Como a Eq. 6-12 também é válida para este caso, basta substituir o valor de  $\mu_k$  para uma pista seca pelo valor para uma pista coberta de gelo, o que nos dá

$$x - x_0 = 51 \text{ m. (Resposta)}$$

O resultado mostra que a distância percorrida é muito maior, o que aumenta consideravelmente o risco de colisão com um obstáculo qualquer.

(c) Vamos agora considerar o caso de um carro que esteja descendo uma ladeira com uma inclinação de  $\theta = 5,00^\circ$  (uma inclinação suave, muito menor que a das ladeiras de Salvador). O diagrama de corpo livre da Fig. 6-4c é como o da Fig. 5-15b, exceto pelo fato de que, por coerência com a Fig. 6-4b, o sentido positivo do eixo  $x$  é *para baixo*. Qual é a distância que o carro percorre até parar?

**Cálculo:** A passagem da situação da Fig. 6-4b para a situação da Fig. 6-4c envolve duas mudanças importantes. (1) Agora, a força gravitacional possui uma componente paralela ao piso, e, portanto, paralela à direção do movimento do carro. De acordo com a Fig. 5-15g, o valor dessa componente é  $mg \sin \theta$ , no sentido positivo do eixo  $x$ , como mostra a Fig. 6-4c. (2) Agora, a força normal equilibra apenas a componente da força gravitacional perpendicular ao piso. Como, de acordo com a Fig. 5-15i, o valor dessa componente é  $mg \cos \theta$ , temos

$$F_N = mg \cos \theta.$$

Aplicando a segunda lei de Newton ao movimento ao longo do eixo  $x$  ( $F_{\text{res},x} = ma_x$ ), obtemos

$$\begin{aligned} -f_k + mg \sen \theta &= ma_x, \\ -\mu_k F_N + mg \sen \theta &= ma_x, \\ \text{e} \quad -\mu_k mg \cos \theta + mg \sen \theta &= ma_x. \end{aligned}$$

Explicitando a aceleração e substituindo os valores conhecidos, temos:

$$\begin{aligned} a_x &= -\mu_k g \cos \theta + g \sen \theta \\ &= -(0,10)(9,8 \text{ m/s}^2) \cos 5,00^\circ + (9,8 \text{ m/s}^2) \sen 5,00^\circ \\ &= -0,122 \text{ m/s}^2. \end{aligned} \quad (6-13)$$

Substituindo os valores da velocidade e da aceleração na Eq. 6-11, obtemos:

$$x - x_0 = 409 \text{ m} \approx 400 \text{ m}, \quad (\text{Resposta})$$

o que equivale a quase meio quilômetro! Essas ladeiras geladas separam as pessoas que conhecem um pouco de física (e sabem quando é hora de ficar em casa) das pessoas que não conhecem (e acabam aparecendo em um vídeo da internet).

## 6-2 FORÇA DE ARRASTO E VELOCIDADE TERMINAL

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

- 6.04** Aplicar a relação que existe entre a força de arrasto a que está sujeito um objeto imerso em um fluido e a velocidade relativa entre o objeto e o fluido.
- 6.05** Calcular a velocidade terminal de um objeto em queda no ar.

### Ideias-Chave

- Sempre que existe um movimento relativo entre o ar (e outro fluido qualquer) e um corpo, o corpo experimenta uma força de arrasto  $\vec{D}$  que se opõe ao movimento relativo e aponta na direção do movimento do fluido em relação ao corpo. O módulo de  $\vec{D}$  está relacionado ao módulo da velocidade relativa  $\vec{v}$  por meio da equação

$$D = \frac{1}{2} C \rho A v^2,$$

em que  $C$  é uma constante empírica denominada coeficiente de arrasto,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $A$  é a seção reta efetiva do corpo (área da seção reta do corpo perpendicular a  $\vec{v}$ ).

- A velocidade de um objeto em queda no ar aumenta até que a força de arrasto  $\vec{D}$  seja igual à força gravitacional  $\vec{F}_g$ . A partir desse momento, o corpo passa a cair com velocidade constante, conhecida como velocidade terminal, cujo valor é dado por

$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}$$

## Força de Arrasto e Velocidade Terminal

Um **fluido** é uma substância, em geral um gás ou um líquido, capaz de escoar. Quando existe uma velocidade relativa entre um fluido e um corpo sólido (seja porque o corpo se move na presença do fluido, seja porque o fluido passa pelo corpo), o corpo experimenta uma **força de arrasto**  $\vec{D}$  que se opõe ao movimento relativo e é paralela à direção do movimento relativo do fluido.

Examinaremos aqui apenas os casos em que o fluido é o ar, o corpo é rombudo (como uma bola) e não fino e pontiagudo (como um dardo) e o movimento relativo é suficientemente rápido para produzir uma turbulência no ar (formação de redemoinhos) atrás do corpo. Nesse caso, o módulo da força de arrasto  $\vec{D}$  está relacionado ao módulo da velocidade relativa  $\bar{v}$  por meio da equação

$$D = \frac{1}{2}C\rho A\bar{v}^2, \quad (6-14)$$

em que  $C$  é um parâmetro determinado experimentalmente, conhecido como **coeficiente de arrasto**,  $\rho$  é a massa específica do ar (massa por unidade de volume) e  $A$  é a **área da seção reta efetiva** do corpo (a área de uma seção reta perpendicular à velocidade  $\bar{v}$ ). O coeficiente de arrasto  $C$  (cujos valores típicos variam de 0,4 a 1,0) não é, na verdade, constante para um dado corpo, já que pode mudar de valor para grandes velocidades; mas vamos ignorar esse tipo de complicação.

Os esquiadores sabem muito bem que a força de arrasto depende de  $A$  e de  $v^2$ . Para alcançar altas velocidades, um esquiador procura reduzir o valor de  $D$ , adotando, por exemplo, a “posição de ovo” (Fig. 6-5) para minimizar  $A$ .



Karl-Josef Hildenbrand/dpa/Landov LLC

**Figura 6-5** A esquiadora se agacha na “posição de ovo” para minimizar a área da seção reta efetiva e assim reduzir a força de arrasto.

**Queda.** Quando um corpo rombudo cai a partir do repouso, a força de arrasto  $\vec{D}$  produzida pela resistência do ar aponta para cima e seu módulo cresce gradualmente, a partir do zero, à medida que a velocidade do corpo aumenta. A força  $\vec{D}$  para cima se opõe à força gravitacional  $\vec{F}_g$ , dirigida para baixo. Podemos relacionar essas forças à aceleração do corpo escrevendo a segunda lei de Newton para um eixo vertical  $y$  ( $F_{\text{res},y} = ma_y$ ), como

$$D - F_g = ma, \quad (6-15)$$

em que  $m$  é a massa do corpo. Como mostra a Fig. 6-6, se o corpo cai por um tempo suficiente,  $D$  acaba se tornando igual a  $F_g$ . De acordo com a Eq. 6-15, isso significa que  $a = 0$  e, portanto, a velocidade do corpo para de aumentar. O corpo passa, então, a cair com velocidade constante, a chamada **velocidade terminal**  $v_t$ .

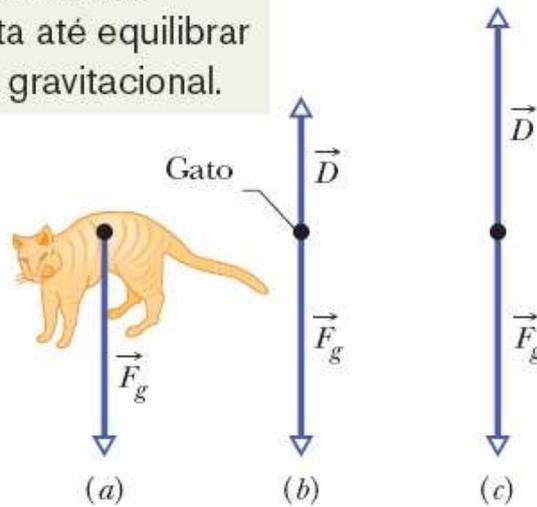
Para determinar  $v_t$ , fazemos  $a = 0$  na Eq. 6-15 e substituímos o valor de  $D$ , dado pela Eq. 6-14, obtendo

$$\frac{1}{2}C\rho Av_t^2 - F_g = 0,$$

o que nos dá 
$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}. \quad (6-16)$$

A Tabela 6-1 mostra os valores de  $v_t$  para alguns objetos comuns.

Quando a velocidade do gato aumenta, a força de arrasto aumenta até equilibrar a força gravitacional.



**Figura 6-6** Forças a que está submetido um corpo em queda livre no ar. (a) O corpo no momento em que começa a cair; a única força presente é a força gravitacional. (b) Diagrama de corpo livre durante a queda, incluindo a força de arrasto. (c) A força de arrasto aumentou até se tornar igual à força gravitacional. O corpo agora cai com velocidade constante, a chamada velocidade terminal.

**Tabela 6-1** Algumas Velocidades Terminais no Ar

Objeto	Velocidade terminal (m/s)	Distância para 95% <sup>a</sup> (m)
Peso (do arremesso de peso)	145	2500
Paraquedista em queda livre (típico)	60	430
Bola de beisebol	42	210
Bola de tênis	31	115
Bola de basquete	20	47
Bola de pingue-pongue	9	10
Gota de chuva (raio = 1,5 mm)	7	6
Paraquedista (típico)	5	3

<sup>a</sup>Distância de queda necessária para atingir 95% da velocidade terminal. Fonte: Adaptado de Peter J. Brancazio, *Sport Science*, 1984, Simon & Schuster, New York.

De acordo com cálculos\* baseados na Eq. 6-14, um gato precisa cair cerca de seis andares para atingir a velocidade terminal. Até que isso aconteça,  $F_g > D$  e o gato sofre uma aceleração para baixo porque a força resultante é diferente de zero. Como vimos no Capítulo 2, nosso corpo é um acelerômetro e não um

velocímetro. Como o gato também sente a aceleração, ele fica assustado e mantém as patas abaixo do corpo, encolhe a cabeça e encurva a espinha para cima, reduzindo a área  $A$ , aumentando  $v_t$  e provavelmente se ferindo na queda.

Entretanto, se o gato atinge  $v_t$  durante uma queda mais longa, a aceleração se anula e o gato relaxa um pouco, esticando as patas e o pescoço horizontalmente para fora e endireitando a espinha (o que o faz ficar parecido com um esquilo voador). Isso produz um aumento da área  $A$  e, conseqüentemente, de acordo com a Eq. 6-14, um aumento da força de arrasto  $D$ . O gato começa a diminuir de velocidade, já que, agora,  $D > F_g$  (a força resultante aponta para cima), até que uma velocidade terminal  $v_t$  menor seja atingida. A diminuição de  $v_t$  reduz a possibilidade de que o gato se machuque na queda. Pouco antes do fim da queda, ao perceber que o chão está próximo, o gato coloca novamente as patas abaixo do corpo, preparando-se para o pouso. 



Steve Fitchett/Taxi/Getty Images

**Figura 6-7** Paraquedistas na “posição de águia”, que maximiza a força de arrasto.

Os seres humanos muitas vezes saltam de grandes alturas apenas pelo prazer de “voar”. Em abril de 1987, durante um salto, o paraquedista Gregory Robertson percebeu que a colega Debbie Williams havia desmaiado ao colidir com um terceiro paraquedista e, portanto, não tinha como abrir o paraquedas. Robertson, que estava muito acima de Debbie e ainda não tinha aberto o paraquedas para a descida de 4 mil metros, colocou-se de cabeça para baixo para minimizar  $A$  e maximizar a velocidade da queda. Depois de atingir uma velocidade terminal estimada de 320 km/h, alcançou a moça e assumiu a “posição de águia” (como na Fig. 6-7) para aumentar  $D$  e conseguir agarrá-la. Ele abriu o paraquedas da moça e em seguida, após soltá-la, abriu o próprio paraquedas, quando faltavam apenas 10 segundos para o impacto. Williams sofreu várias lesões internas devido à falta de controle na aterrissagem, mas sobreviveu. 

### Exemplo 6.03 Velocidade terminal de uma gota de chuva

Uma gota de chuva, de raio  $R = 1,5$  mm, cai de uma nuvem que está a uma altura  $h = 1200$  m acima do solo. O coeficiente de arrasto  $C$  da gota é 0,60. Suponha que a gota permanece esférica durante toda a queda. A massa específica da água,  $\rho_a$ , é 1000

$\text{kg/m}^3$  e a massa específica do ar,  $\rho_{ar}$ , é  $1,2 \text{ kg/m}^3$ .

(a) De acordo com a Tabela 6-1, a gota atinge a velocidade terminal depois de cair apenas alguns metros. Qual é a velocidade terminal?

### IDEIA-CHAVE

A gota atinge a velocidade terminal  $v_t$  quando a força gravitacional e a força de arrasto se equilibram, fazendo com que a aceleração seja nula. Poderíamos aplicar a segunda lei de Newton e a equação da força de arrasto para calcular  $v_t$ , mas a Eq. 6-16 já faz isso para nós.

**Cálculo:** Para usar a Eq. 6-16, precisamos conhecer a área efetiva da seção reta  $A$  e o módulo  $F_g$  da força gravitacional. Como a gota é esférica,  $A$  é a área de um círculo ( $\pi R^2$ ) com o mesmo raio que a esfera. Para determinar  $F_g$ , usamos três fatos: (1)  $F_g = mg$ , em que  $m$  é a massa da gota; (2) o volume da gota (esférica) é  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ; (3) a massa específica da água da gota é igual à massa por unidade de volume:  $\rho_a = m/V$ . Assim, temos

$$F_g = V\rho_a g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_a g.$$

Em seguida substituímos esse resultado, a expressão para  $A$  e os valores conhecidos na Eq. 6-16. Tomando cuidado para não confundir a massa específica do ar,  $\rho_{ar}$ , com a massa específica da água,  $\rho_a$ , obtemos:

$$\begin{aligned} v_t &= \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho_a A}} = \sqrt{\frac{8\pi R^3 \rho_a g}{3C\rho_a \pi R^2}} = \sqrt{\frac{8R\rho_a g}{3C\rho_a}} \\ &= \sqrt{\frac{(8)(1,5 \times 10^{-3} \text{ m})(1000 \text{ kg/m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2)}{(3)(0,60)(1,2 \text{ kg/m}^3)}} \\ &= 7,4 \text{ m/s} \approx 27 \text{ km/h.} \end{aligned} \quad \text{(Resposta)}$$

Note que a altura da nuvem não entra no cálculo.

(b) Qual seria a velocidade da gota imediatamente antes do impacto com o chão, se não existisse a força de arrasto?

### IDEIA-CHAVE

Na ausência da força de arrasto para reduzir a velocidade da gota durante a queda, a gota cairia com a aceleração constante de queda livre  $g$  e, portanto, as equações do movimento com aceleração constante da Tabela 2-1 podem ser usadas.

**Cálculos:** Como sabemos que a aceleração é  $g$ , a velocidade inicial  $v_0$  é zero e o deslocamento  $x - x_0$  é  $-h$ , usamos a Eq. 2-16 para calcular  $v$ :

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9,8 \text{ m/s}^2)(1200 \text{ m})} \\ &= 153 \text{ m/s} \approx 550 \text{ km/h.}\end{aligned}\quad (\text{Resposta})$$

Se Shakespeare soubesse disso, dificilmente teria escrito: “Gota a gota ela cai, tal como a chuva benéfica do céu”. Na verdade, essa é a velocidade de uma bala disparada por uma arma de grosso calibre!

## 6-3 MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de...

- 6.06** Desenhar a trajetória de um corpo que descreve um movimento circular uniforme e explicar o comportamento dos vetores velocidade, aceleração e força durante o movimento.
- 6.07** Saber que, para um corpo descrever um movimento circular uniforme, ele deve ser submetido a uma força radial, conhecida como força centrípeta.
- 6.08** Conhecer a relação entre o raio da trajetória de um corpo que descreve um movimento circular uniforme e a velocidade do corpo, a massa do corpo e a força resultante que age sobre o corpo.

### Ideias-Chave

- Se uma partícula descreve uma circunferência ou um arco de circunferência de raio  $R$  com velocidade constante  $v$ , dizemos que a partícula está descrevendo um movimento circular uniforme. Nesse caso, a partícula possui uma aceleração centrípeta  $\vec{a}$  cujo módulo é dado por

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

- A aceleração centrípeta  $\vec{a}$  é produzida por uma força centrípeta  $\vec{F}$  cujo módulo é dado por

$$F = \frac{mv^2}{R},$$

em que  $m$  é a massa da partícula. Os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{F}$  apontam para o centro de curvatura da trajetória da partícula.

### Movimento Circular Uniforme

Como vimos no Módulo 4-5, quando um corpo descreve uma circunferência (ou um arco de circunferência) com velocidade escalar constante  $v$ , dizemos que esse corpo se encontra em movimento circular uniforme. Vimos também que o corpo possui uma aceleração centrípeta (dirigida para o centro da circunferência) de módulo constante dado por

$$a = \frac{v^2}{R}, \quad (6-17)$$

em que  $R$  é o raio do círculo. Vamos examinar dois exemplos de movimento circular uniforme:

1. *Fazendo uma curva de carro.* Você está sentado no centro do banco traseiro de um carro que se move em alta velocidade em uma estrada plana. Quando o motorista faz uma curva brusca para a esquerda e o carro descreve um arco de circunferência, você escorrega para a direita no assento e fica comprimido contra a porta do carro durante o resto da curva. O que está acontecendo?

Enquanto o carro está fazendo a curva, ele se encontra em movimento circular uniforme, ou seja, possui uma aceleração dirigida para o centro da circunferência. De acordo com a segunda lei de Newton, deve haver uma força responsável por essa aceleração. Além disso, a força também deve estar dirigida para o centro da circunferência. Assim, trata-se de uma **força centrípeta**, expressão em que o adjetivo indica a direção da força. Neste exemplo, a força centrípeta é a força de atrito exercida pela estrada sobre os pneus; é graças a essa força que o carro consegue fazer a curva.

Para você descrever um movimento circular uniforme junto com o carro, também deve existir uma força centrípeta agindo sobre você. Entretanto, aparentemente, a força centrípeta de atrito exercida pelo assento não foi suficiente para fazê-lo acompanhar o movimento circular do carro. Assim, o assento deslizou por baixo de você até a porta direita do carro se chocar com o seu corpo. A partir desse momento, a porta forneceu a força centrípeta necessária para fazer você acompanhar o carro no movimento circular uniforme.

2. *Girando em torno da Terra.* Desta vez, você está a bordo da Estação Espacial Internacional, em órbita em torno da Terra, e flutua como se não tivesse peso. O que está acontecendo?

Tanto você como o ônibus espacial estão em movimento circular uniforme e possuem uma aceleração dirigida para o centro da circunferência. Novamente, pela segunda lei de Newton, forças centrípetas são a causa das acelerações. Desta vez, as forças centrípetas são atrações gravitacionais (a atração sobre você e a atração sobre o ônibus espacial) exercidas pela Terra e dirigidas para o centro da Terra.

Tanto no carro como no ônibus espacial, você está em movimento circular uniforme sob a ação de uma força centrípeta, mas experimenta sensações bem diferentes nas duas situações. No carro, comprimido contra a porta traseira, você tem consciência de que está sendo submetido a uma força. No ônibus espacial, está flutuando e tem a impressão de que não está sujeito a nenhuma força. Qual é a razão da diferença?

A diferença se deve à natureza das duas forças centrípetas. No carro, a força centrípeta é a compressão a que é submetida a parte do seu corpo que está em contato com a porta do carro. Você pode sentir essa compressão. No ônibus espacial, a força centrípeta é a atração gravitacional da Terra sobre todos os átomos do seu corpo. Assim, nenhuma parte do corpo sofre uma compressão, e você não sente nenhuma força. (A sensação é conhecida como “ausência de peso”, mas essa descrição é enganosa. A atração exercida pela Terra sobre você certamente não desapareceu e, na verdade, é apenas ligeiramente menor que a que existe quando você está na superfície da Terra.)

A Fig. 6-8 mostra outro exemplo de força centrípeta. Um disco de metal descreve uma circunferência

com velocidade constante  $v$ , preso por uma corda a um eixo central. Desta vez, a força centrípeta é a tração exercida radialmente pela corda sobre o disco. Sem essa força, o disco se moveria em linha reta em vez de se mover em círculos.

Observe que a força centrípeta não é um novo tipo de força; o nome simplesmente indica a direção da força. A força centrípeta pode ser uma força de atrito, uma força gravitacional, a força exercida pela porta de um carro, a força exercida por uma corda, ou qualquer outra força. Em todas essas situações,



Uma força centrípeta acelera um corpo, modificando a direção da velocidade do corpo sem mudar a velocidade escalar.

De acordo com a segunda lei de Newton e a Eq. 6-17 ( $a = v^2/R$ ), podemos escrever o módulo  $F$  de uma força centrípeta (ou de uma força centrípeta resultante) como

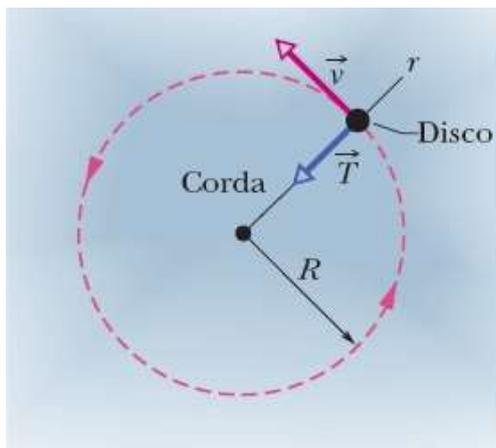
$$F = m \frac{v^2}{R} \quad (\text{módulo da força centrípeta}). \quad (6-18)$$

Como a velocidade escalar  $v$ , nesse caso, é constante, os módulos da aceleração centrípeta e da força centrípeta também são constantes.

Por outro lado, as direções da aceleração centrípeta e da força centrípeta não são constantes; variam continuamente de modo a apontar sempre para o centro do círculo. Por essa razão, os vetores força e aceleração são, às vezes, desenhados ao longo de um eixo radial  $r$  que se move com o corpo e se estende do centro do círculo até o corpo, como na Fig. 6-8. O sentido positivo do eixo aponta radialmente para fora, mas os vetores aceleração e força apontam para dentro ao longo da direção radial.

## ✓ Teste 2

Como toda criança sabe, a roda-gigante é um brinquedo de parque de diversões com assentos montados em uma grande roda que gira em torno de um eixo horizontal. Quando você anda de roda-gigante com velocidade constante, qual é a direção da sua aceleração  $\vec{a}$  e da força normal  $\vec{F}_N$  exercida pelo assento (que está sempre na vertical) quando você passa (a) pelo ponto mais alto e (b) pelo ponto mais baixo da roda? (c) O módulo de  $\vec{a}$  no ponto mais alto da roda é maior ou menor que no ponto mais baixo? (d) O módulo de  $\vec{F}_N$  no ponto mais alto da roda é maior ou menor que no ponto mais baixo?



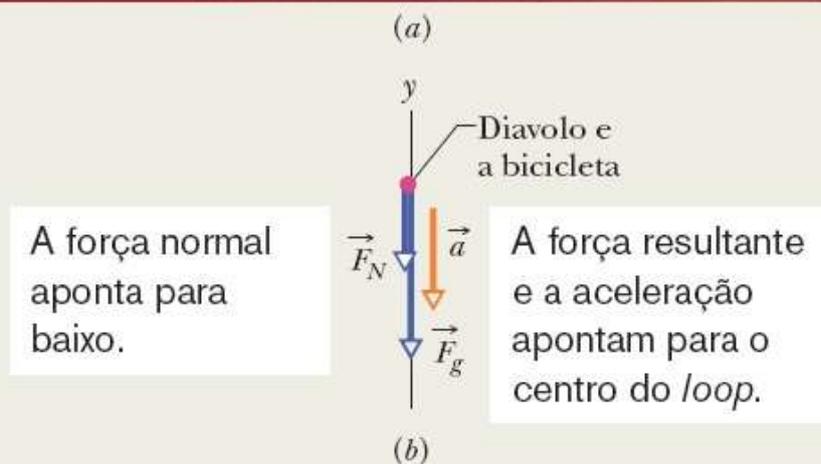
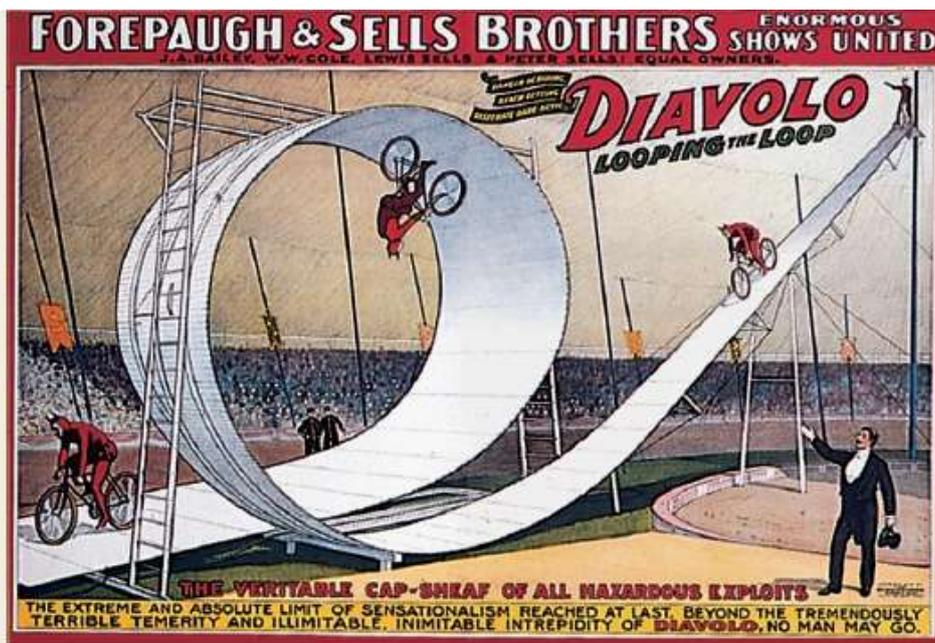
O disco só descreve um movimento circular porque existe uma força na direção do centro.

**Figura 6-8** Vista, de cima, de um disco de metal que se move com velocidade constante  $v$  em uma trajetória circular de raio  $R$  em uma superfície horizontal sem atrito. A força centrípeta que age sobre o disco é  $\vec{T}$ , a tração da corda, dirigida para o centro da circunferência ao longo do eixo radial  $r$  que passa pelo disco.

### Exemplo 6.04 Diavolo executa um *loop* vertical

Graças aos automóveis, estamos mais acostumados com o movimento circular horizontal do que com o movimento circular vertical. Neste exemplo, um movimento circular vertical parece violar a força da gravidade.

Em 1901, em um espetáculo de circo, Allo “Dare Devil” Diavolo apresentou pela primeira vez um número de acrobacia que consistia em descrever um *loop* vertical pedalando uma bicicleta (Fig. 6-9a). Supondo que o *loop* seja um círculo, de raio  $R = 2,7$  m, qual é a menor velocidade  $v$  que Diavolo podia ter na parte mais alta do *loop* para permanecer em contato com a pista? 



Fotografia reproduzida com permissão do Circus World Museum

**Figura 6-9** (a) Cartaz da época anunciando o número de Diavolo e (b) diagrama de corpo livre do artista na parte mais alta do *loop*.

### IDEIA-CHAVE

Podemos supor que Diavolo e sua bicicleta passam pela parte mais alta do *loop* como uma única partícula em movimento circular uniforme. No alto, a aceleração  $\vec{a}$  da partícula deve ter um módulo  $a = v^2/R$  dado pela Eq. 6-17 e estar voltada para baixo, em direção ao centro do *loop* circular.

**Cálculos:** As forças que agem sobre a partícula quando esta se encontra na parte mais alta do *loop* são mostradas no diagrama de corpo livre da Fig. 6-9b. A força gravitacional  $\vec{F}_g$  aponta para baixo ao longo do eixo  $y$ ; o mesmo acontece com a força normal  $\vec{F}_N$  exercida pelo *loop* sobre a partícula. A segunda lei de Newton para as componentes  $y$  ( $F_{\text{res},y} = ma_y$ ) nos dá

$$-F_N - F_g = m(-a)$$

$$\text{e} \quad -F_N - mg = m\left(-\frac{v^2}{R}\right). \quad (6-19)$$

Se a partícula possui a *menor velocidade*  $v$  necessária para permanecer em contato com a pista, ela está na *iminência de perder contato* com o *loop* (cair do *loop*), o que significa que  $F_N = 0$  no alto do *loop* (a partícula e o piso se tocam, mas não há força normal). Substituindo  $F_N$  por 0 na Eq. 6-19, explicitando  $v$  e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{(9,8 \text{ m/s}^2)(2,7 \text{ m})}$$

$$= 5,1 \text{ m/s.} \quad (\text{Resposta})$$

**Comentários:** Diavolo sempre se certificava de que sua velocidade no alto do *loop* era maior que 5,1 m/s, a velocidade mínima necessária para não perder contato com o *loop* e cair. Note que essa velocidade não depende da massa de Diavolo e sua bicicleta. Mesmo que tivesse se empanturrado antes de se apresentar, a velocidade mínima necessária para não cair do *loop* seriam os mesmos 5,1 m/s.

### Exemplo 6.05 Carro em uma curva não compensada

**Correndo de cabeça para baixo:** Os carros de corrida modernos são projetados de tal forma que o ar em movimento os empurra para baixo, permitindo que façam as curvas em alta velocidade sem derrapar. Essa força para baixo é chamada de *sustentação negativa*. Um carro de corrida pode ter uma sustentação negativa suficiente para andar de cabeça para baixo no teto de um túnel, como fez um carro fictício no filme *MIB – Homens de Preto?*

A Fig. 6-10a mostra um carro de corrida, de massa  $m = 600 \text{ kg}$ , em uma pista plana na forma de um arco de circunferência de raio  $R = 100 \text{ m}$ . Devido à forma do carro e aos aerofólios, o ar exerce sobre o carro uma sustentação negativa  $\vec{F}_s$  dirigida para baixo. O coeficiente de atrito estático entre os pneus e a pista é 0,75. (Suponha que as forças sobre os quatro pneus são iguais.)



(a) Se o carro está na iminência de derrapar para fora da curva quando a velocidade é 28,6 m/s, qual é o módulo de  $\vec{F}_s$ ?

#### IDEIAS-CHAVE

1. Como a trajetória do carro é um arco de circunferência, ele está sujeito a uma força centrípeta; essa força aponta para o centro de curvatura do arco (no caso, é uma força horizontal).
2. A única força horizontal a que o carro está sujeito é a força de atrito exercida pela pista sobre os pneus. Assim, a força centrípeta é uma força de atrito.
3. Como o carro não está derrapando, a força de atrito é a força de atrito *estático*  $\vec{f}_s$  (Fig. 6-10a).
4. Como o carro está na iminência de derrapar, o módulo  $f_s$  da força de atrito é igual ao valor máximo  $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$ , em que  $F_N$  é o módulo da força normal  $\vec{F}_N$  que a pista exerce sobre o carro.

**Cálculos para a direção radial:** A força de atrito  $\vec{f}_s$  é mostrada no diagrama de corpo livre da Fig. 6-10b. Ela aponta no sentido negativo do eixo radial  $r$  que se estende do centro de curvatura até o carro. A força produz uma aceleração centrípeta de módulo  $v^2/R$ . Podemos relacionar a força e a aceleração escrevendo a segunda lei de Newton para as componentes ao longo do eixo  $r$  ( $F_{\text{res},r} = ma_r$ ) na forma

$$-f_s = m \left( -\frac{v^2}{R} \right). \quad (6-20)$$

Substituindo  $f_s$  por  $f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N$  temos

$$\mu_s F_N = m \left( \frac{v^2}{R} \right). \quad (6-21)$$

**Cálculos para a direção vertical:** Vamos considerar em seguida as forças verticais que agem sobre o carro. A força normal  $\vec{F}_N$  aponta para cima, no sentido positivo do eixo  $y$  da Fig. 6-10b. A força gravitacional  $\vec{F}_g = m\vec{g}$  e a sustentação negativa  $\vec{F}_s$  apontam para baixo. A aceleração do carro ao longo do eixo  $y$  é zero. Assim, podemos escrever a segunda lei de Newton para as componentes ao longo do eixo  $y$  ( $F_{\text{res},y} = ma_y$ ) na forma

$$\begin{aligned} F_N - mg - F_s &= 0, \\ \text{ou} \quad F_N &= mg + F_s. \end{aligned} \quad (6-22)$$

**Combinação dos resultados:** Agora podemos combinar os resultados ao longo dos dois eixos explicitando  $F_N$  na Eq. 6-21 e substituindo na Eq. 6-22. Fazendo isso e explicitando  $F_s$ , obtemos

$$\begin{aligned} F_s &= m \left( \frac{v^2}{\mu_s R} - g \right) \\ &= (600 \text{ kg}) \left( \frac{(28,6 \text{ m/s})^2}{(0,75)(100 \text{ m})} - 9,8 \text{ m/s}^2 \right) \\ &= 663,7 \text{ N} \approx 660 \text{ N}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

(b) Da mesma forma que a força de arrasto (Eq. 6-14), a sustentação negativa do carro é proporcional a  $v^2$ , o quadrado da velocidade do carro. Assim, a sustentação negativa é maior quando o carro está se movendo mais depressa, como acontece quando se desloca em um trecho reto da pista. Qual é o módulo da sustentação negativa para uma velocidade de 90 m/s? Essa sustentação é suficiente para que um carro possa andar de cabeça para baixo no teto de um túnel?

### IDEIA-CHAVE

$F_s$  é proporcional a  $v^2$ .

**Cálculos:** Podemos escrever a razão entre a sustentação negativa  $F_{s,90}$  para  $v = 90 \text{ m/s}$  e o nosso resultado para a sustentação

negativa  $F_S$  correspondente a  $v = 28,6 \text{ m/s}$  como

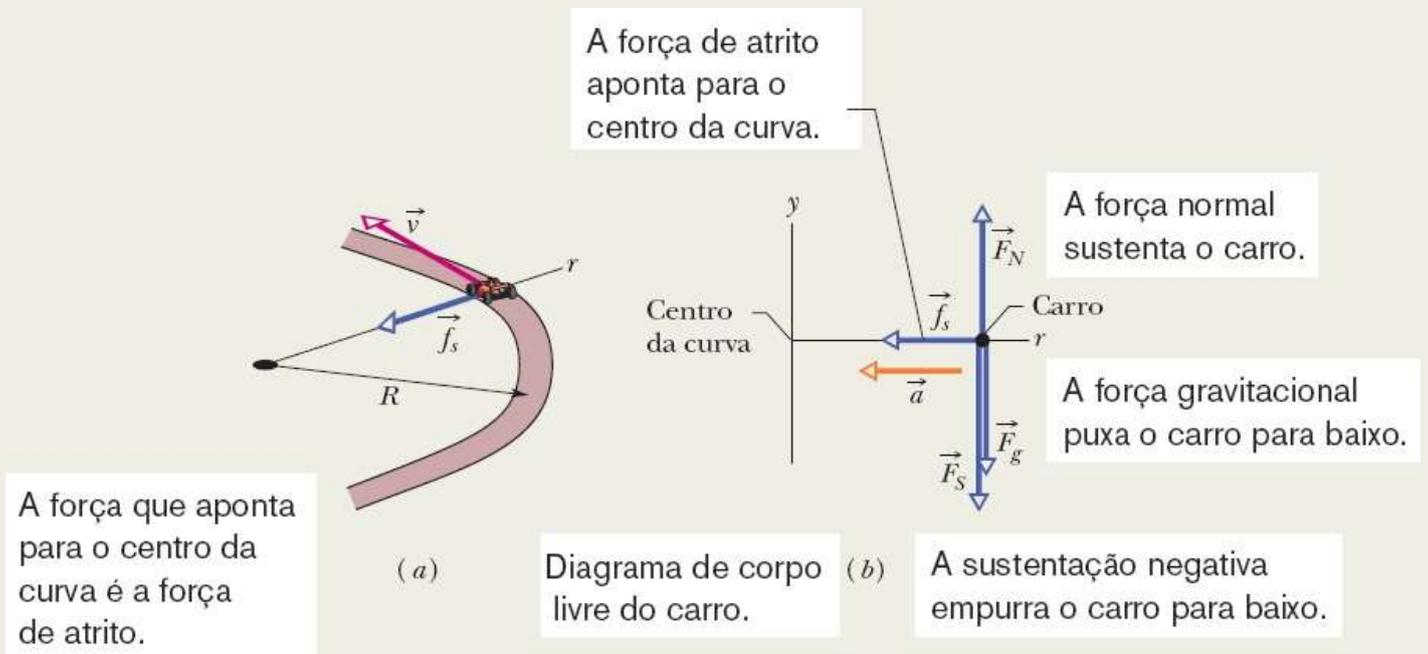
$$\frac{F_{S,90}}{F_S} = \frac{(90 \text{ m/s})^2}{(28,6 \text{ m/s})^2},$$

Fazendo  $F_S = 663,7 \text{ N}$  e explicitando  $F_{S,90}$ , obtemos

$$F_{S,90} = 6572 \text{ N} \approx 6600 \text{ N}. \quad (\text{Resposta})$$

**Correndo de cabeça para baixo:** A força gravitacional é, naturalmente, a força a ser vencida para que o carro possa correr de cabeça para baixo:

$$\begin{aligned} F_g &= mg = (600 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) \\ &= 5880 \text{ N}. \end{aligned}$$



**Figura 6-10** (a) Um carro de corrida descreve uma curva em uma pista plana com velocidade escalar constante  $v$ . A força centrípeta necessária para que o carro faça a curva é a força de atrito  $\vec{f}_s$ , orientada segundo um eixo radial  $r$ . (b) Diagrama de corpo livre do carro (fora de escala), em um plano vertical passando por  $r$ .

Com o carro de cabeça para baixo, a sustentação negativa é uma força *para cima* de 6600 N, que excede a força gravitacional para baixo de 5880 N. Assim, um carro de corrida pode se sustentar de cabeça para baixo *contanto* que a velocidade seja da ordem de 90 m/s (= 324 km/h). Entretanto, como andar a essa velocidade é muito perigoso, mesmo em uma pista reta e com o carro na posição normal, não espere ver esse truque realizado fora do cinema.

### Exemplo 6.06 Carro em uma curva compensada

Este problema é difícil de formular em termos matemáticos, mas pode ser resolvido em poucas linhas. Precisamos levar em conta,

não só o movimento circular, mas também o movimento em um plano inclinado. Entretanto, não é necessário usar um sistema de coordenadas em que um dos eixos é paralelo e o outro é perpendicular ao plano inclinado, como nos problemas anteriores envolvendo planos inclinados. Em vez disso, escolhemos um instante do movimento e trabalhamos com um eixo  $x$  horizontal e um eixo  $y$  vertical. O primeiro passo para podermos aplicar a segunda lei de Newton é identificar a força responsável pelo movimento circular uniforme.

As curvas das rodovias costumam ser compensadas (inclinadas) para evitar que os carros derrapem. Quando a estrada está seca, a força de atrito entre os pneus e o piso é suficiente para evitar derrapagens, mesmo sem compensação. Quando a pista está molhada, porém, a força de atrito diminui muito e a compensação se torna necessária. A Fig. 6-11a mostra um carro, de massa  $m$ , que se move com velocidade constante  $v$  de 20 m/s em uma pista circular compensada com  $R = 190$  m de raio. (Trata-se de um carro normal e não de um carro de corrida, o que significa que não existe sustentação negativa.) Se a força de atrito exercida pelo piso é desprezível, qual é o menor valor do ângulo de elevação  $\theta$  para o qual o carro não derrapa?

### IDEIAS-CHAVE

Ao contrário do que acontece no exemplo anterior, a pista possui uma inclinação para que a força normal  $\vec{F}_N$  que age sobre o carro tenha uma componente na direção do centro da curva (Fig. 6-11b). Assim,  $\vec{F}_N$  possui agora uma componente centrípeta, de módulo  $F_{Nr}$ , na direção radial  $r$ . Queremos calcular o valor do ângulo de inclinação  $\theta$  para que essa componente centrípeta mantenha o carro na pista circular sem necessidade do atrito.

**Cálculo na direção radial:** Como mostra a Fig. 6-11b (e o leitor pode verificar), o ângulo que a força  $\vec{F}_N$  faz com a vertical é igual ao ângulo de inclinação  $\theta$  da pista. Assim, a componente radial  $F_{Nr}$  é igual a  $F_N \sin \theta$ , e a segunda lei de Newton para as componentes ao longo do eixo  $r$  ( $F_{res,r} = ma_r$ ) assume a seguinte forma:

$$-F_N \sin \theta = m \left( -\frac{v^2}{R} \right). \quad (6-23)$$

Não podemos obter o valor de  $\theta$  usando apenas a Eq. 6-23 porque ela envolve as incógnitas  $F_N$  e  $m$ .

**Cálculo na direção vertical:** Vamos considerar as forças e acelerações ao longo do eixo  $y$  da Fig. 6-11b. A componente vertical da força normal é  $F_{Ny} = F_N \cos \theta$ , a força gravitacional  $\vec{F}_g$  tem módulo  $mg$ , e a aceleração do carro ao longo do eixo  $y$  é zero. Assim, a segunda lei de Newton para as componentes ao longo do eixo  $y$  ( $F_{res,y} = ma_y$ ) assume a seguinte forma:

$$F_N \cos \theta - mg = m(0),$$

donde

$$F_N \cos \theta = mg. \quad (6-24)$$

**Combinação dos resultados:** A Eq. 6-24 também contém as incógnitas  $F_N$  e  $m$ , mas observe que, dividindo a Eq. 6-23 pela Eq. 6-24, eliminamos as duas incógnitas. Procedendo dessa forma, substituindo  $(\sin \theta)/(\cos \theta)$  por  $\tan \theta$  e explicitando  $\theta$ , obtemos

$$\theta = \tan^{-1} \frac{v^2}{gR}$$

$$= \tan^{-1} \frac{(20 \text{ m/s})^2}{(9,8 \text{ m/s}^2)(190 \text{ m})} = 12^\circ. \quad (\text{Resposta})$$



**Figura 6-11** (a) Um carro faz uma curva compensada com velocidade constante  $v$ . O ângulo de inclinação está exagerado para maior clareza. (b) Diagrama de corpo livre do carro, supondo que o atrito entre os pneus e a estrada é nulo e que o carro não possui sustentação negativa. A componente radial  $F_{Nr}$  da força normal (ao longo do eixo radial  $r$ ) fornece a força centrípeta e a aceleração radial necessárias para que o carro não derrape.

## Revisão e Resumo

**Atrito** Quando uma força  $\vec{F}$  tende a fazer um corpo deslizar em uma superfície, a superfície exerce uma **força de atrito** sobre o corpo. A força de atrito é paralela à superfície e está orientada de modo a se opor ao movimento. Essa força se deve às ligações entre os átomos do corpo e os átomos da superfície.

Se o corpo permanece em repouso, a força de atrito é a **força de atrito estático**  $\vec{f}_s$ . Se o corpo se move, a força de atrito é a **força de atrito cinético**  $\vec{f}_k$ .

1. Se um corpo permanece em repouso, a força de atrito estático  $\vec{f}_s$  e a componente de  $\vec{F}$  paralela à superfície têm módulos iguais e sentidos opostos. Se a componente de  $\vec{F}$  aumenta,  $f_e$  também aumenta.
2. O módulo de  $\vec{f}_s$  tem um valor máximo  $f_{s,\text{máx}}$  dado por

$$f_{s,\text{máx}} = \mu_s F_N, \quad (6-1)$$

em que  $\mu_s$  é o **coeficiente de atrito estático** e  $F_N$  é o módulo da força normal. Se a componente de  $\vec{F}$  paralela à superfície excede o valor de  $f_{s,\text{máx}}$ , o corpo começa a se mover.

3. Se o corpo começa a se mover, o módulo da força de atrito diminui rapidamente para um valor constante  $f_k$  dado por

$$f_k = \mu_k F_N, \quad (6-2)$$

em que  $\mu_k$  é o **coeficiente de atrito cinético**.

**Força de Arrasto** Quando há movimento relativo entre o ar (ou outro fluido qualquer) e um corpo, o corpo sofre a ação de uma **força de arrasto**  $\vec{D}$  que se opõe ao movimento relativo e aponta na direção em que o fluido se move em relação ao corpo. O módulo de  $\vec{D}$  está relacionado à velocidade relativa  $v$  através de um **coeficiente de arrasto**  $C$  (determinado experimentalmente) por meio da equação

$$D = \frac{1}{2} C \rho A v^2, \quad (6-14)$$

em que  $\rho$  é a massa específica do fluido (massa por unidade de volume) e  $A$  é a **área da seção reta efetiva** do corpo (área de uma seção reta perpendicular à velocidade relativa  $\vec{v}$ ).

**Velocidade Terminal** Quando um objeto rombudo cai por uma distância suficiente no ar, os módulos da força de arrasto  $\vec{D}$  e da força gravitacional  $\vec{F}_g$  tornam-se iguais. Nesse caso, o corpo passa a cair com uma **velocidade terminal**  $v_t$  dada por

$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}} \quad (6-16)$$

**Movimento Circular Uniforme** Se uma partícula se move em uma circunferência ou em um arco de circunferência de raio  $R$  com uma velocidade escalar constante  $v$ , dizemos que a partícula está em **movimento circular uniforme**. Nesse caso, a partícula possui uma **aceleração centrípeta**  $\vec{a}$  cujo módulo é dado por

$$a = \frac{v^2}{R}. \quad (6-17)$$

Essa aceleração se deve a uma **força centrípeta** cujo módulo é dado por

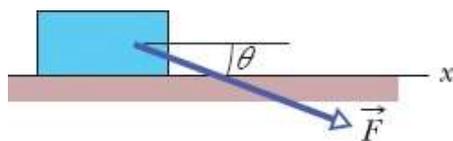
$$F = \frac{mv^2}{R}, \quad (6-18)$$

em que  $m$  é a massa da partícula. As grandezas vetoriais  $\vec{a}$  e  $\vec{F}$  apontam para o centro de curvatura da trajetória da partícula.

## Perguntas

1 Na Fig. 6-12, se a caixa está parada e o ângulo  $\theta$  entre a horizontal e a força  $\vec{F}$  aumenta, as grandezas a seguir aumentam, diminuem ou permanecem com o mesmo valor: (a)  $F_x$ ; (b)  $f_s$ ; (c)  $F_N$ ; (d)  $f_{s,\text{máx}}$ ? (e) Se a caixa está em movimento e  $\theta$  aumenta, o módulo da força de atrito a que a caixa está submetida aumenta,

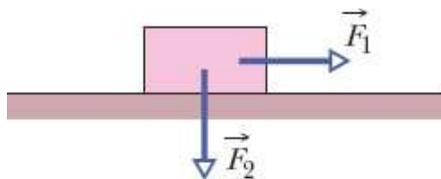
diminui ou permanece o mesmo?



**Figura 6-12** Pergunta 1.

2 Repita a Pergunta 1 para o caso de a força  $\vec{F}$  estar orientada para cima e não para baixo, como na Fig. 6-12.

3 Na Fig. 6-13, uma força horizontal  $\vec{F}_1$  de módulo 10 N é aplicada a uma caixa que está em um piso, mas a caixa não se move. Quando o módulo da força vertical  $\vec{F}_2$  aumenta a partir de zero, as grandezas a seguir aumentam, diminuem ou permanecem as mesmas: (a) o módulo da força de atrito estático  $f_s$  a que a caixa está submetida; (b) o módulo da força normal  $\vec{F}_N$  exercida pelo piso sobre a caixa; (c) o valor máximo  $f_{s,\text{máx}}$  do módulo da força de atrito estático a que a caixa está submetida? (d) A caixa acaba escorregando?

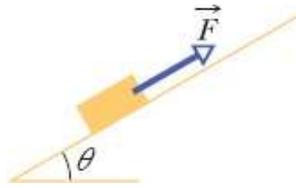


**Figura 6-13** Pergunta 3.

4 Em três experimentos, três forças horizontais diferentes são aplicadas ao mesmo bloco que está inicialmente em repouso na mesma bancada. Os módulos das forças são  $F_1 = 12$  N,  $F_2 = 8$  N e  $F_3 = 4$  N. Em cada experimento, o bloco permanece em repouso após a aplicação da força. Ordene as forças, em ordem decrescente, de acordo (a) com o módulo  $f_s$  da força de atrito estático que a bancada exerce sobre o bloco e (b) com o valor máximo  $f_{s,\text{máx}}$  dessa força.

5 Se você pressiona um caixote de maçãs contra uma parede com tanta força que o caixote não escorrega para baixo, qual é a orientação (a) da força de atrito estático  $\vec{f}_s$  que a parede exerce sobre o caixote e (b) da força normal  $\vec{F}_N$  que a parede exerce sobre o caixote? Se você empurra o caixote com mais força, o que acontece (c) com  $f_s$ , (d) com  $F_N$  e (e) com  $f_{e,\text{máx}}$ ?

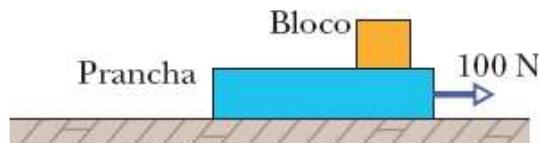
6 Na Fig. 6-14, um bloco de massa  $m$  é mantido em repouso em uma rampa pela força de atrito que a rampa exerce sobre o bloco. Uma força  $\vec{F}$ , dirigida para cima ao longo da rampa, é aplicada ao bloco e o módulo da força aumentado gradualmente a partir de zero. Durante esse aumento, o que acontece com a direção e o módulo da força de atrito que age sobre o bloco?



**Figura 6-14** Pergunta 6.

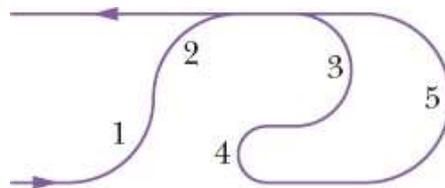
7 Responda à Pergunta 6 se a força  $\vec{F}$  estiver orientada para baixo ao longo da rampa. Quando o módulo de  $\vec{F}$  aumenta a partir de zero, o que acontece com a direção e o módulo da força de atrito que age sobre o bloco?

8 Na Fig. 6-15, uma força horizontal de 100 N vai ser aplicada a uma prancha de 10 kg, que está inicialmente em repouso em um piso liso sem atrito, para acelerar a prancha. Um bloco de 10 kg repousa na superfície da prancha; o coeficiente de atrito  $\mu$  entre o bloco e a prancha não é conhecido e o bloco está solto, podendo escorregar na prancha. (a) Considerando essa possibilidade, qual é o intervalo de valores possíveis para o módulo  $a_p$  da aceleração da prancha? (*Sugestão:* Não é preciso fazer cálculos complicados; basta considerar valores extremos de  $\mu$ .) (b) Qual é o intervalo de valores possíveis para o módulo  $a_b$  da aceleração do bloco?



**Figura 6-15** Pergunta 8.

9 A Fig. 6-16 mostra uma vista de cima da trajetória de um carrinho de parque de diversões que passa, com velocidade escalar constante, por cinco arcos circulares de raios  $R_0$ ,  $2R_0$  e  $3R_0$ . Ordene os arcos de acordo com o módulo da força centrípeta que age sobre o carrinho ao passar por eles, começando pelo maior.



**Figura 6-16** Pergunta 9.

10 ~~Em~~ Em 1987, para comemorar o dia de Halloween, dois paraquedistas trocaram uma abóbora entre si enquanto estavam em queda livre, a oeste de Chicago. A brincadeira foi muito divertida, até que o homem que estava com a abóbora abriu o paraquedas. A abóbora foi arrancada de suas mãos, despencou 0,5 km, atravessou o telhado de uma casa, bateu no chão da cozinha e se espalhou por toda a cozinha recém-reformada. O que fez o paraquedista deixar cair a abóbora, do ponto de vista do paraquedista e do ponto de vista da abóbora?

**11** Uma pessoa que está andando de roda-gigante passa pelas seguintes posições: (1) o ponto mais alto da roda, (2) o ponto mais baixo da roda, (3) o ponto médio da roda. Se a roda está girando com velocidade angular constante, ordene as três posições, em ordem decrescente, (a) de acordo com o módulo da aceleração centrípeta da pessoa; (b) de acordo com o módulo da força centrípeta resultante a que a pessoa está sujeita; (c) de acordo com o módulo da força normal a que a pessoa está sujeita.

**12** Em 1956, durante um voo de rotina, o piloto de provas Tom Attridge colocou seu jato de caça em um mergulho de  $20^\circ$  para testar os canhões de 20 mm da aeronave. Enquanto viajava mais depressa que o som a uma altitude de 4000 m, Attridge disparou várias vezes. Depois de esperar algum tempo para que os canhões esfriassem, disparou uma nova salva de tiros a 2000 m; nessa ocasião, o piloto estava a uma velocidade de 344 m/s, a velocidade dos projéteis em relação ao avião era de 730 m/s e o mergulho prosseguia, com um ângulo maior que o inicial.

De repente, a cobertura da cabine se despedaçou e a entrada de ar da turbina da direita foi danificada. Attridge fez um pouso forçado em uma floresta e conseguiu escapar da explosão que se seguiu ao pouso. Explique o que aparentemente aconteceu logo depois da segunda salva de tiros. (Pelo que se sabe, Attridge foi o primeiro piloto a derrubar a tiros seu próprio avião.)

**13** Um caixote está em uma rampa que faz um ângulo  $\theta$  com a horizontal. Quando  $\theta$  é aumentado a partir de zero, e antes que o caixote comece a escorregar, o valor das grandezas a seguir aumenta, diminui ou permanece o mesmo: (a) a componente paralela à rampa da força gravitacional que age sobre o caixote; (b) o módulo da força de atrito estático que a rampa exerce sobre o caixote; (c) a componente perpendicular à rampa da força gravitacional que age sobre o caixote; (d) o módulo da força normal que a rampa exerce sobre o caixote; (e) o valor máximo  $f_{s,\text{máx}}$  da força de atrito estático?

## Problemas

. - ... O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema.

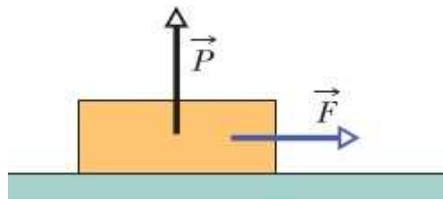
 Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

### Módulo 6-1 Atrito

•1 O piso de um vagão de trem está carregado de caixas soltas cujo coeficiente de atrito estático com o piso é 0,25. Se o trem está se movendo inicialmente com uma velocidade de 48 km/h, qual é a menor distância na qual o trem pode ser parado com aceleração constante sem que as caixas deslizem no piso?

•2 Em um jogo de *shuffleboard* improvisado, estudantes enlouquecidos pelos exames finais usam uma vassoura para movimentar um livro de cálculo no corredor do dormitório. Se o livro de 3,5 kg adquire uma velocidade de 1,60 m/s ao ser empurrado pela vassoura, a partir do repouso, com uma força horizontal de 25 N, por uma distância de 0,90 m, qual é o coeficiente de atrito cinético entre o livro e o piso?

- 3 Uma cômoda com uma massa de 45 kg, incluindo as gavetas e as roupas, está em repouso no piso. (a) Se o coeficiente de atrito estático entre a cômoda e o piso é 0,45, qual é o módulo da menor força horizontal necessária para fazer a cômoda entrar em movimento? (b) Se as gavetas e as roupas, com uma massa total de 17 kg, são removidas antes de empurrar a cômoda, qual é o novo módulo mínimo?
- 4 Um porco brincalhão escorrega em uma rampa com uma inclinação de  $35^\circ$  e leva o dobro do tempo que levaria se não houvesse atrito. Qual é o coeficiente de atrito cinético entre o porco e a rampa?
- 5 Um bloco de 2,5 kg está inicialmente em repouso em uma superfície horizontal. Uma força horizontal  $\vec{F}$  de módulo 6,0 N e uma força vertical  $\vec{P}$  são aplicadas ao bloco (Fig. 6-17). Os coeficientes de atrito entre o bloco e a superfície são  $\mu_s = 0,40$  e  $\mu_k = 0,25$ . Determine o módulo da força de atrito que age sobre o bloco se o módulo de  $\vec{P}$  é (a) 8,0 N, (b) 10 N e (c) 12 N.



**Figura 6-17** Problema 5.

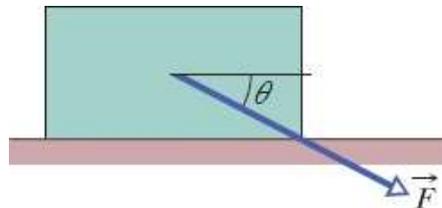
- 6 Um jogador de beisebol, de massa  $m = 79$  kg, deslizando para chegar à segunda base, é retardado por uma força de atrito de módulo 470 N. Qual é o coeficiente de atrito cinético  $\mu_k$  entre o jogador e o chão?
- 7 Uma pessoa empurra horizontalmente um caixote de 55 kg com uma força de 220 N para deslocá-lo em um piso plano. O coeficiente de atrito cinético é 0,35. (a) Qual é o módulo da força de atrito? (b) Qual é o módulo da aceleração do caixote?
- 8  *As misteriosas pedras que migram.* Na remota Racetrack Playa, no Vale da Morte, Califórnia, as pedras às vezes deixam rastros no chão do deserto, como se estivessem migrando (Fig. 6-18). Há muitos anos que os cientistas tentam explicar como as pedras se movem. Uma possível explicação é que, durante uma tempestade ocasional, os fortes ventos arrastam as pedras no solo amolecido pela chuva. Quando o solo seca, os rastros deixados pelas pedras são endurecidos pelo calor. Segundo medições realizadas no local, o coeficiente de atrito cinético entre as pedras e o solo úmido do deserto é aproximadamente 0,80. Qual é a força horizontal necessária para manter em movimento uma pedra de 20 kg (uma massa típica) depois que uma rajada de vento a coloca em movimento? (A história continua no Problema 37.)



Jerry Schad/Photo Researchers, Inc.

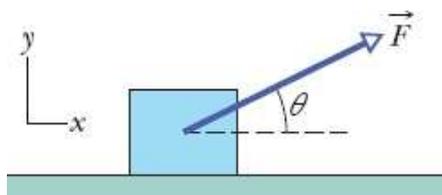
**Figura 6-18** Problema 8. O que fez a pedra se mover?

•9 Um bloco de 3,5 kg é empurrado em um piso horizontal por uma força  $\vec{F}$  de módulo 15 N que faz um ângulo  $\theta = 40^\circ$  com a horizontal (Fig. 6-19). O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o piso é 0,25. Calcule (a) o módulo da força de atrito que o piso exerce sobre o bloco e (b) o módulo da aceleração do bloco.



**Figura 6-19** Problemas 9 e 32.

•10 A Fig. 6-20 mostra um bloco inicialmente estacionário, de massa  $m$ , em um piso. Uma força de módulo  $0,500 mg$  é aplicada com um ângulo  $\theta = 20^\circ$  para cima. Qual é o módulo da aceleração do bloco, se (a)  $\mu_s = 0,600$  e  $\mu_k = 0,500$  e (b)  $\mu_s = 0,400$  e  $\mu_k = 0,300$ ?

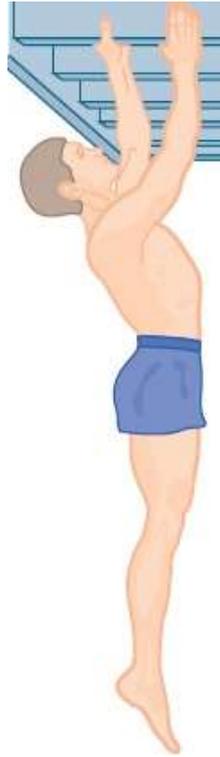


**Figura 6-20** Problema 10.

•11 Um caixote de 68 kg é arrastado em um piso, puxado por uma corda inclinada  $15^\circ$  acima da horizontal. (a) Se o coeficiente de atrito estático é 0,50, qual é o valor mínimo do módulo da força para

que o caixote comece a se mover? (b) Se  $\mu_k = 0,35$ , qual é o módulo da aceleração inicial do caixote?

•12 Por volta de 1915, Henry Sincosky, de Filadélfia, pendurou-se no caibro de um telhado apertando-o com os polegares de um lado e com os outros dedos do outro lado (Fig. 6-21). A massa de Sincosky era de 79 kg. Se o coeficiente de atrito estático entre as mãos e o caibro era 0,70, qual foi, no mínimo, o módulo da força normal exercida sobre o caibro pelos polegares ou os dedos do lado oposto? (Depois de se pendurar, Sincosky ergueu o corpo e deslocou-se ao longo do caibro, trocando de mão. Se você não dá valor ao feito de Sincosky, tente repetir a proeza.)

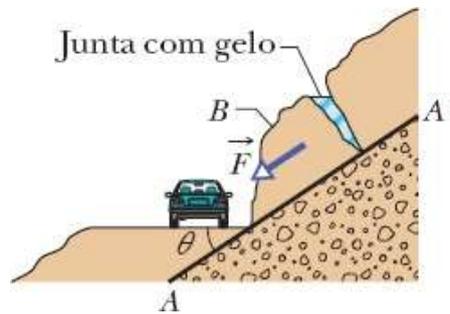


**Figura 6-21** Problema 12.

•13 Um operário empurra um engradado de 35 kg com uma força horizontal de módulo 110 N. O coeficiente de atrito estático entre o engradado e o piso é 0,37. (a) Qual é o valor de  $f_{s,máx}$  nessas circunstâncias? (b) O engradado se move? (c) Qual é a força de atrito que o piso exerce sobre o engradado? (d) Suponha que um segundo operário, no intuito de ajudar, puxe o engradado para cima. Qual é o menor puxão vertical que permite ao primeiro operário mover o engradado com o empurrão de 110 N? (e) Se, em vez disso, o segundo operário tenta ajudar puxando horizontalmente o engradado, qual é o menor puxão que coloca o engradado em movimento?

•14 A Fig. 6-22 mostra a seção transversal de uma estrada na encosta de uma montanha. A reta  $AA'$  representa um plano de estratificação ao longo do qual pode ocorrer um deslizamento. O bloco  $B$ , situado acima da estrada, está separado do resto da montanha por uma grande fenda (chamada *junta*), de modo que somente o atrito entre o bloco e o plano de estratificação evita o deslizamento. A massa do bloco é  $1,8 \times 10^7$  kg, o ângulo de mergulho  $\theta$  do plano de estratificação é  $24^\circ$  e o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano é 0,63. (a) Mostre que o bloco não desliza. (b) A água penetra na junta e se

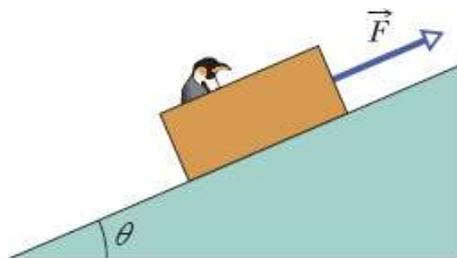
expande após congelar, exercendo sobre o bloco uma força  $\vec{F}$  paralela a  $AA'$ . Qual é o valor mínimo do módulo  $F$  da força para o qual ocorre um deslizamento?



**Figura 6-22** Problema 14.

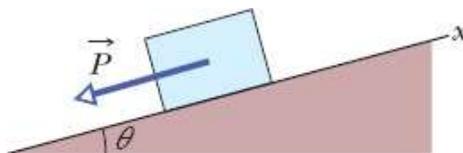
•15 O coeficiente de atrito estático entre o Teflon e ovos mexidos é cerca de 0,04. Qual é o menor ângulo com a horizontal que faz com que os ovos deslizem no fundo de uma frigideira revestida com Teflon?

••16 Um trenó com um pinguim, com 80 N de peso total, está em repouso em uma ladeira de ângulo  $\theta = 20^\circ$  com a horizontal (Fig. 6-23). O coeficiente de atrito estático entre o trenó e a ladeira é 0,25 e o coeficiente de atrito cinético é 0,15. (a) Qual é o menor módulo da força  $\vec{F}$ , paralela ao plano, que impede o trenó de deslizar ladeira abaixo? (b) Qual é o menor módulo  $F$  que faz o trenó começar a subir a ladeira? (c) Qual é o valor de  $F$  que faz o trenó subir a ladeira com velocidade constante?



**Figura 6-23** Problemas 16 e 22.

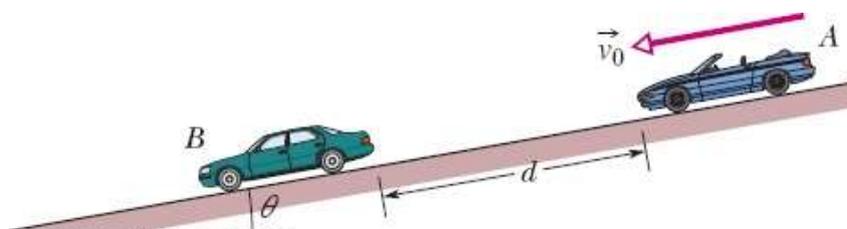
••17 Na Fig. 6-24, uma força  $\vec{P}$  atua sobre um bloco com 45 N de peso. O bloco está inicialmente em repouso em um plano inclinado de ângulo  $\theta = 15^\circ$  com a horizontal. O sentido positivo do eixo  $x$  é para cima ao longo do plano. Os coeficientes de atrito entre o bloco e o plano são  $\mu_s = 0,50$  e  $\mu_k = 0,34$ . Na notação dos vetores unitários, qual é a força de atrito exercida pelo plano sobre o bloco quando  $\vec{P}$  é igual a (a)  $(-5,0 \text{ N})\hat{i}$ , (b)  $(-8,0 \text{ N})\hat{i}$  e (c)  $(-15,0 \text{ N})\hat{i}$ ?



**Figura 6-24** Problema 17.

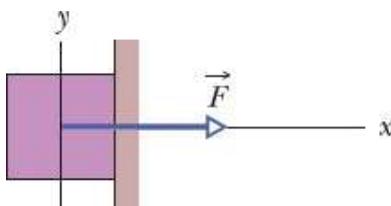
••18 Você depõe como *perito* em um caso envolvendo um acidente no qual um carro A bateu na traseira

de um carro  $B$  que estava parado em um sinal vermelho no meio de uma ladeira (Fig. 6-25). Você descobre que a inclinação da ladeira é  $\theta = 12,0^\circ$ , que os carros estavam separados por uma distância  $d = 24,0$  m quando o motorista do carro  $A$  freou bruscamente, bloqueando as rodas (o carro não dispunha de freios ABS) e que a velocidade do carro  $A$  no momento em que o motorista pisou no freio era  $v_0 = 18$  m/s. Com que velocidade o carro  $A$  bateu no carro  $B$  se o coeficiente de atrito cinético era (a) 0,60 (estrada seca) e (b) 0,10 (estrada coberta de folhas molhadas)?



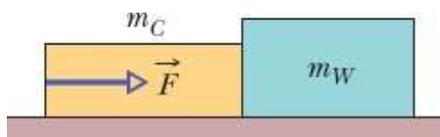
**Figura 6-25** Problema 18.

••19 Uma força horizontal  $\vec{F}$ , de 12 N, empurra um bloco de 5,0 N de peso contra uma parede vertical (Fig. 6-26). O coeficiente de atrito estático entre a parede e o bloco é 0,60 e o coeficiente de atrito cinético é 0,40. Suponha que o bloco não esteja se movendo inicialmente. (a) O bloco vai se mover? (b) Na notação dos vetores unitários, qual é a força que a parede exerce sobre o bloco?



**Figura 6-26** Problema 19.

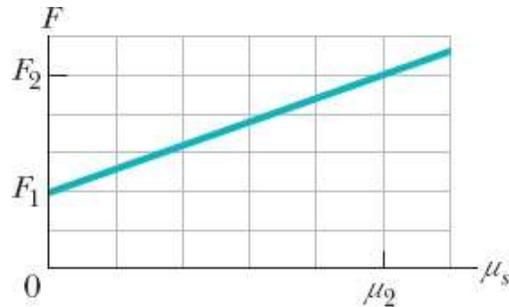
••20 Na Fig. 6-27, uma caixa de cereais Cheerios (massa  $m_C = 1,0$  kg) e uma caixa de cereais Wheaties (massa  $m_W = 3,0$  kg) são aceleradas em uma superfície horizontal por uma força horizontal  $\vec{F}$  aplicada à caixa de cereais Cheerios. O módulo da força de atrito que age sobre a caixa de Cheerios é 2,0 N e o módulo da força de atrito que age sobre a caixa de Wheaties é 4,0 N. Se o módulo de  $\vec{F}$  é 12 N, qual é o módulo da força que a caixa de Cheerios exerce sobre a caixa de Wheaties?



**Figura 6-27** Problema 20.

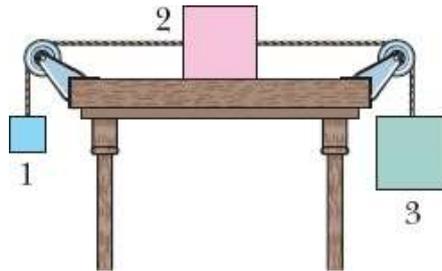
••21 Uma caixa de areia, inicialmente em repouso, vai ser puxada em um piso por meio de um cabo cuja tração não deve exceder 1100 N. O coeficiente de atrito estático entre a caixa e o piso é de 0,35. (a) Qual deve ser o ângulo entre o cabo e a horizontal para que se consiga puxar a maior quantidade possível de areia e (b) qual é o peso da areia e da caixa nesta situação?

••22 Na Fig. 6-23, um trenó é sustentado em um plano inclinado por uma corda que o puxa para cima paralelamente ao plano. O trenó está na iminência de começar a subir. A Fig. 6-28 mostra o módulo  $F$  da força aplicada à corda em função do coeficiente de atrito estático  $\mu_s$  entre o trenó e o plano. Se  $F_1 = 2,0$  N,  $F_2 = 5,0$  N e  $\mu_2 = 0,50$ , qual é o valor do ângulo  $\theta$  do plano inclinado?



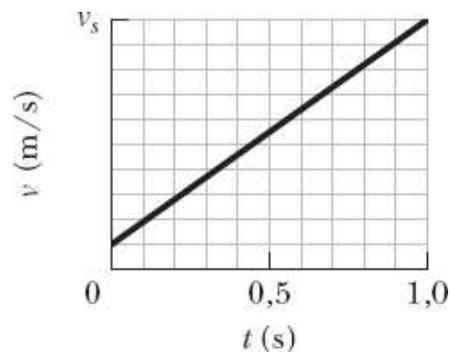
**Figura 6-28** Problema 22.

••23 Quando os três blocos da Fig. 6-29 são liberados a partir do repouso, eles aceleram com um módulo de  $0,500 \text{ m/s}^2$ . O bloco 1 tem massa  $M$ , o bloco 2 tem massa  $2M$  e o bloco 3 tem massa  $2M$ . Qual é o coeficiente de atrito cinético entre o bloco 2 e a mesa?



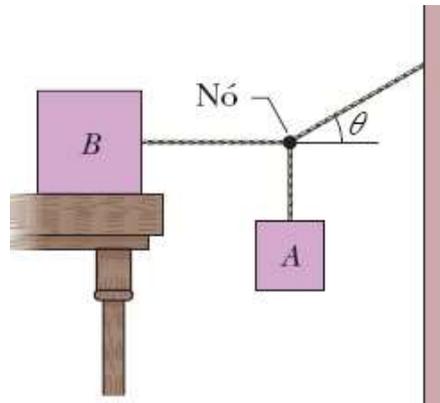
**Figura 6-29** Problema 23.

••24 Um bloco de  $4,10 \text{ kg}$  é empurrado em um piso por uma força horizontal constante de módulo  $40,0 \text{ N}$ . A Fig. 6-30 mostra a velocidade  $v$  do bloco em função do tempo  $t$  quando o bloco se desloca ao longo do piso. A escala vertical do gráfico é definida por  $v_s = 5,0 \text{ m/s}$ . Qual é o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o piso?



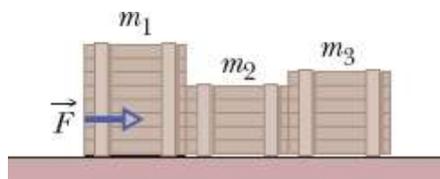
**Figura 6-30** Problema 24.

••25 O bloco  $B$  da Fig. 6-31 pesa 711 N. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a mesa é 0,25; o ângulo  $\theta$  é  $30^\circ$ ; suponha que o trecho da corda entre o bloco  $B$  e o nó é horizontal. Determine o peso máximo do bloco  $A$  para o qual o sistema permanece em repouso.



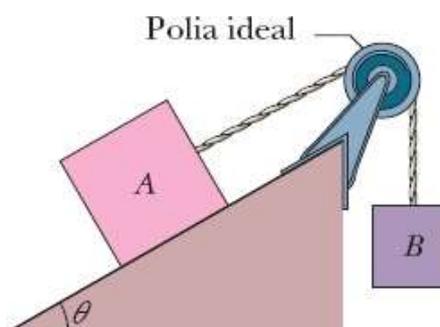
**Figura 6-31** Problema 25.

••26 A Fig. 6-32 mostra três caixotes sendo empurrados em um piso de concreto por uma força horizontal  $\vec{F}$  de módulo 440 N. As massas dos caixotes são  $m_1 = 30,0$  kg,  $m_2 = 10,0$  kg e  $m_3 = 20,0$  kg. O coeficiente de atrito cinético entre o piso e cada um dos caixotes é de 0,700. (a) Qual é o módulo  $F_{32}$  da força exercida sobre o bloco 3 pelo bloco 2? (b) Se os caixotes deslizassem em um piso polido, com um coeficiente de atrito cinético menor que 0,700, o módulo  $F_{32}$  seria maior, menor ou igual ao valor quando o coeficiente de atrito era 0,700?



**Figura 6-32** Problema 26.

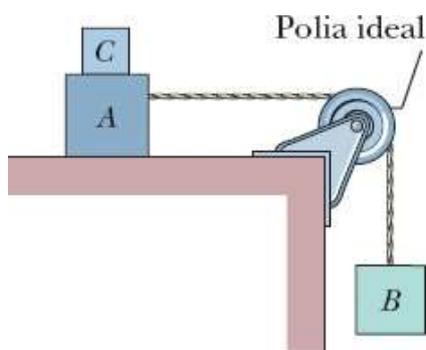
••27 Na Fig. 6-33, dois blocos estão ligados por uma corda que passa por uma polia. O bloco  $A$  pesa 102 N e o bloco  $B$  pesa 32 N. Os coeficientes de atrito entre  $A$  e a rampa são  $\mu_s = 0,56$  e  $\mu_k = 0,25$ . O ângulo  $\theta$  é igual a  $40^\circ$ . Suponha que o eixo  $x$  é paralelo à rampa, com o sentido positivo para cima. Na notação dos vetores unitários, qual é a aceleração de  $A$ , se  $A$  está inicialmente (a) em repouso, (b) subindo a rampa e (c) descendo a rampa?



**Figura 6-33** Problemas 27 e 28.

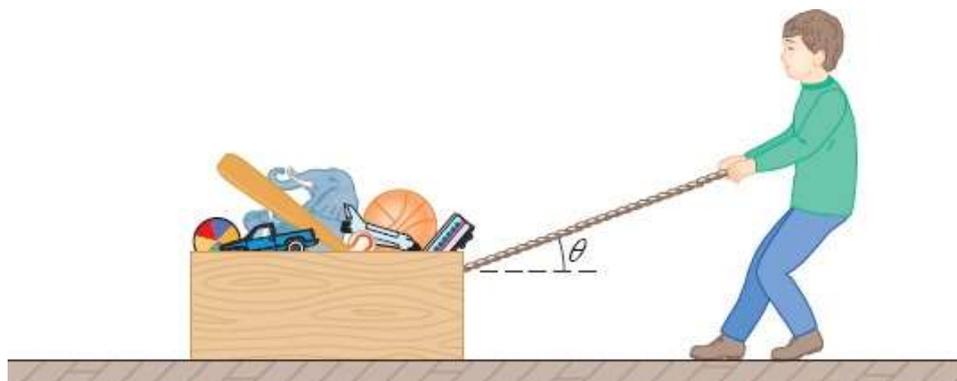
••28 Na Fig. 6-33, dois blocos estão ligados por uma corda que passa por uma polia. A massa do bloco A é 10 kg e o coeficiente de atrito cinético entre A e a rampa é 0,20. O ângulo  $\theta$  da rampa é  $30^\circ$ . O bloco A desliza para baixo ao longo da rampa com velocidade constante. Qual é a massa do bloco B? Despreze a massa da corda e a massa e o atrito da polia.

••29 Na Fig. 6-34, os blocos A e B pesam 44 N e 22 N, respectivamente. (a) Determine o menor peso do bloco C que evita que o bloco A deslize, se  $\mu_s$  entre A e a mesa é 0,20. (b) O bloco C é removido bruscamente de cima do bloco A. Qual é a aceleração do bloco A se  $\mu_k$  entre A e a mesa é 0,15?



**Figura 6-34** Problema 29.

••30 Uma caixa de brinquedos e seu conteúdo têm um peso total de 180 N. O coeficiente de atrito estático entre a caixa de brinquedos e o piso é 0,42. A criança da Fig. 6-35 tenta arrastar a caixa puxando-a por uma corda. (a) Se  $\theta = 42^\circ$ , qual é o módulo da força  $\vec{F}$  que a criança deve fazer sobre a corda para que a caixa esteja na iminência de se mover? (b) Escreva uma expressão para o menor valor do módulo de  $\vec{F}$  necessário para que a caixa se mova em função do ângulo  $\theta$ . Determine (c) o valor de  $\theta$  para o qual  $F$  é mínimo e (d) o valor mínimo de  $F$ .

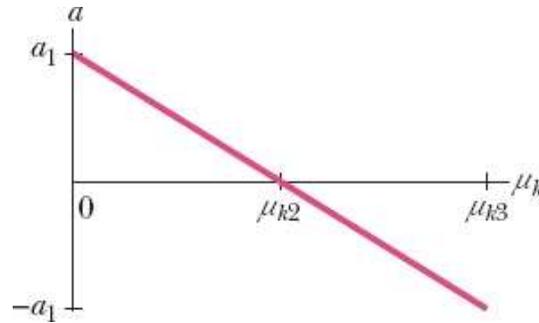


**Figura 6-35** Problema 30.

••31 Dois blocos, com 3,6 N e 7,2 N de peso, estão ligados por uma corda sem massa e deslizam para baixo em um plano inclinado de  $30^\circ$ . O coeficiente de atrito cinético entre o bloco mais leve e o plano é 0,10 e o coeficiente de atrito cinético entre o bloco mais pesado e o plano é 0,20. Supondo que o bloco

mais leve desce na frente, determine (a) o módulo da aceleração dos blocos e (b) a tração da corda.

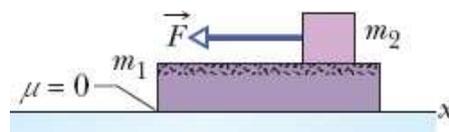
••32 Um bloco é empurrado em um piso horizontal por uma força constante que faz um ângulo  $\theta$  para baixo com o piso (Fig. 6-19). A Fig. 6-36 mostra o módulo da aceleração  $a$  em função do coeficiente de atrito cinético  $\mu_k$  entre o bloco e o piso. Se  $a_1 = 3,0 \text{ m/s}^2$ ,  $\mu_{k2} = 0,20$  e  $\mu_{k3} = 0,40$ , qual é o valor de  $\theta$ ?



**Figura 6-36** Problema 32.

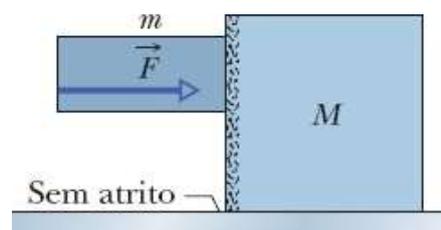
•••33 Um barco de 1000 kg está navegando a 90 km/h quando o motor é desligado. O módulo da força de atrito  $\vec{f}_k$  entre o barco e a água é proporcional à velocidade  $v$  do barco:  $f_k = 70v$ , em que  $v$  está em metros por segundo, e  $f_k$  está em newtons. Determine o tempo necessário para que a velocidade do barco diminua para 45 km/h.

•••34 Na Fig. 6-37, uma prancha de massa  $m_1 = 40 \text{ kg}$  repousa em um piso sem atrito e um bloco de massa  $m_2 = 10 \text{ kg}$  repousa na prancha. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a prancha é 0,60 e o coeficiente de atrito cinético é 0,40. O bloco é puxado por uma força horizontal  $\vec{F}$  de módulo 100 N. Na notação dos vetores unitários, qual é a aceleração (a) do bloco e (b) da prancha?



**Figura 6-37** Problema 34.

•••35 Os dois blocos ( $m = 16 \text{ kg}$  e  $M = 88 \text{ kg}$ ) da Fig. 6-38 não estão ligados. O coeficiente de atrito estático entre os blocos é  $\mu_s = 0,38$ , mas não há atrito na superfície abaixo do bloco maior. Qual é o menor valor do módulo da força horizontal  $\vec{F}$  para o qual o bloco menor não escorrega para baixo ao longo do bloco maior?



**Figura 6-38** Problema 35.

## Módulo 6-2 Força de Arrasto e Velocidade Terminal

••36 A velocidade terminal de um paraquedista é 160 km/h na posição de água e 310 km/h na posição de mergulho de cabeça. Supondo que o coeficiente de arrasto  $C$  do paraquedista não muda de uma posição para outra, determine a razão entre a área da seção reta efetiva  $A$  na posição de menor velocidade e a área na posição de maior velocidade.

••37  *Continuação do Problema 8.* Suponha agora que a Eq. 6-14 forneça o módulo da força de arrasto que age sobre uma pedra típica de 20 kg, que apresenta, ao vento, uma área de seção reta vertical de  $0,040 \text{ m}^2$  e tem um coeficiente de arrasto  $C$  de 0,80. Tome a massa específica do ar como sendo de  $1,21 \text{ kg/m}^3$  e o coeficiente de atrito cinético como sendo de 0,80. (a) Que velocidade  $V$  de um vento paralelo ao solo, em quilômetros por hora, é necessária para manter a pedra em movimento depois que ela começa a se mover? Como a velocidade do vento perto do solo é reduzida pela presença do solo, a velocidade do vento informada nos boletins meteorológicos é frequentemente medida a uma altura de 10 m. Suponha que a velocidade do vento a essa altura seja 2,00 vezes maior do que junto ao solo. (b) Para a resposta do item (a), que velocidade do vento seria informada nos boletins meteorológicos? (c) Esse valor é razoável para um vento de alta velocidade durante uma tempestade? (A história continua no Problema 65.)

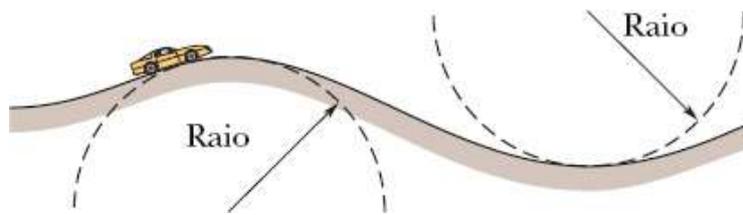
••38 Suponha que a Eq. 6-14 forneça a força de arrasto a que estão sujeitos um piloto e o assento de ejeção imediatamente após terem sido ejetados de um avião voando horizontalmente a 1300 km/h. Suponha também que a massa do assento seja igual à massa do piloto e que o coeficiente de arrasto seja o mesmo que o de um paraquedista. Fazendo uma estimativa razoável para a massa do piloto e usando o valor apropriado de  $v_t$  da Tabela 6-1, estime o módulo (a) da força de arrasto sobre o conjunto *piloto + assento* e (b) da desaceleração horizontal (em termos de  $g$ ) do conjunto, ambos imediatamente após a ejeção. [O resultado do item (a) deve servir de alerta para os projetistas: o assento precisa dispor de um anteparo para desviar o vento da cabeça do piloto.]

••39 Calcule a razão entre a força de arrasto experimentada por um avião a jato voando a 1000 km/h a uma altitude de 10 km e a força de arrasto experimentada por um avião a hélice voando a metade da altitude com metade da velocidade. A massa específica do ar é  $0,38 \text{ kg/m}^3$  a 10 km e  $0,67 \text{ kg/m}^3$  a 5,0 km. Suponha que os aviões possuem a mesma área de seção reta efetiva e o mesmo coeficiente de arrasto  $C$ .

••40  Ao descer uma encosta, um esquiador é freado pela força de arrasto que o ar exerce sobre o seu corpo e pela força de atrito cinético que a neve exerce sobre os esquis. (a) Suponha que o ângulo da encosta é  $\theta = 40,0^\circ$ , que a neve é neve seca, com um coeficiente de atrito cinético  $\mu_k = 0,0400$ , que a massa do esquiador e de seu equipamento é  $m = 85,0 \text{ kg}$ , que a área da seção reta do esquiador (agachado) é  $A = 1,30 \text{ m}^2$ , que o coeficiente de arrasto é  $C = 0,150$  e que a massa específica do ar é  $1,20 \text{ kg/m}^3$ . (a) Qual é a velocidade terminal? (b) Se o esquiador pode fazer o coeficiente de arrasto  $C$  sofrer uma pequena variação  $dC$  alterando, por exemplo, a posição das mãos, qual é a variação correspondente da velocidade terminal?

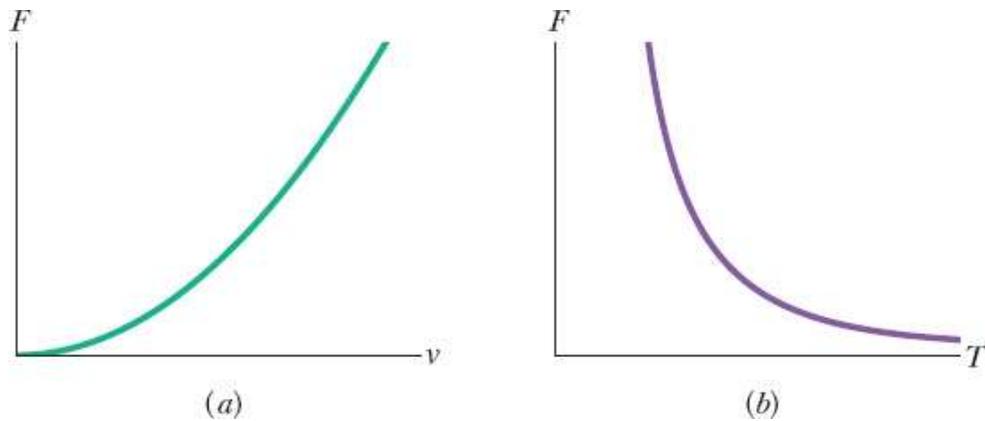
## Módulo 6-3 Movimento Circular Uniforme

- 41 Um gato está cochilando em um carrossel parado, a uma distância de 5,4 m do centro. O brinquedo é ligado e logo atinge a velocidade normal de funcionamento, na qual completa uma volta a cada 6,0 s. Qual deve ser, no mínimo, o coeficiente de atrito estático entre o gato e o carrossel para que o gato permaneça no mesmo lugar, sem escorregar?
- 42 Suponha que o coeficiente de atrito estático entre a estrada e os pneus de um carro é 0,60 e não há sustentação negativa. Que velocidade deixa o carro na iminência de derrapar quando faz uma curva não compensada com 30,5 m de raio?
- 43 Qual é o menor raio de uma curva sem compensação (plana) que permite que um ciclista a 29 km/h faça a curva sem derrapar se o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a pista é 0,32?
- 44 Durante uma corrida de trenós nas Olimpíadas de Inverno, a equipe jamaicana fez uma curva com 7,6 m de raio a uma velocidade de 96,6 km/h. Qual foi a aceleração em unidades de  $g$ ?
- 45  Um estudante que pesa 667 N está sentado, com as costas eretas, em uma roda-gigante em movimento. No ponto mais alto, o módulo da força normal  $\vec{F}_N$  exercida pelo assento sobre o estudante é 556 N. (a) O estudante se sente mais “leve” ou mais “pesado” nesse ponto? (b) Qual é o módulo de  $\vec{F}_N$  no ponto mais baixo? Se a velocidade da roda-gigante é duplicada, qual é o módulo  $F_N$  da força normal (c) no ponto mais alto e (d) no ponto mais baixo?
- 46 Uma policial de 55,0 kg, que está perseguindo, de carro, um suspeito, faz uma curva circular de 300 m de raio a uma velocidade escalar constante de 80 km/h. Determine (a) o módulo e (b) o ângulo (em relação à vertical) da força *resultante* que a policial exerce sobre o assento do carro. (*Sugestão*: Considere as forças horizontais e verticais.)
- 47  Um viciado em movimentos circulares, com 80 kg de massa, está andando em uma roda-gigante que descreve uma circunferência vertical de 10 m de raio a uma velocidade escalar constante de 6,1 m/s. (a) Qual é o período do movimento? Qual é o módulo da força normal exercida pelo assento sobre o viciado quando ambos passam (b) pelo ponto mais alto da trajetória circular e (c) pelo ponto mais baixo?
- 48  Um carro de montanha-russa tem massa de 1200 kg quando está lotado. Quando o carro passa pelo alto de uma elevação circular com 18 m de raio, a velocidade escalar se mantém constante. Nesse instante, quais são (a) o módulo  $F_N$  e (b) o sentido (para cima ou para baixo) da força normal exercida pelo trilho sobre o carro se a velocidade do carro é  $v = 11$  m/s? Quais são (c)  $F_N$  e (d) o sentido da força normal se  $v = 14$  m/s?
- 49 Na Fig. 6-39, um carro passa com velocidade constante por uma colina circular e por um vale circular de mesmo raio. No alto da colina, a força normal exercida sobre o motorista pelo assento do carro é zero. A massa do motorista é de 70,0 kg. Qual é o módulo da força normal exercida pelo assento sobre o motorista quando o carro passa pelo fundo do vale?



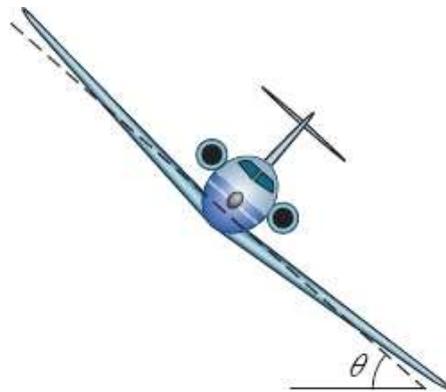
**Figura 6-39** Problema 49.

••50 Um passageiro, de 85,0 kg, descreve uma trajetória circular de raio  $r = 3,50$  m em movimento circular uniforme. (a) A Fig. 6-40a mostra um gráfico do módulo  $F$  da força centrípeta em função da velocidade  $v$  do passageiro. Qual é a inclinação do gráfico para  $v = 8,30$  m/s? (b) A Fig. 6-40b mostra um gráfico do módulo  $F$  da força em função de  $T$ , que é o período do movimento. Qual é a inclinação do gráfico para  $T = 2,50$  s?



**Figura 6-40** Problema 50.

••51 Um avião está voando em uma circunferência horizontal a uma velocidade de 480 km/h (Fig. 6-41). Se as asas estão inclinadas de um ângulo  $\theta = 40^\circ$  com a horizontal, qual é o raio da circunferência? Suponha que a força necessária para manter o avião nessa trajetória resulte inteiramente de uma “sustentação aerodinâmica” perpendicular à superfície das asas.



**Figura 6-41** Problema 51.

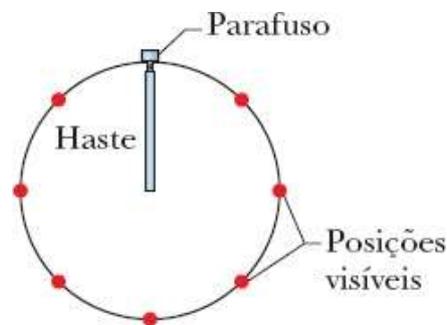
••52  Em um brinquedo de parque de diversões, um carro se move em uma circunferência vertical na

extremidade de uma haste rígida de massa desprezível. O peso do carro com os passageiros é 5,0 kN e o raio da circunferência é 10 m. No ponto mais alto da circunferência, qual é (a) o módulo  $F_H$  e (b) qual é o sentido (para cima ou para baixo) da força exercida pela haste sobre o carro se a velocidade do carro é  $v = 5,0$  m/s? (c) Qual é  $F_H$  e (d) qual é o sentido da força se  $v = 12$  m/s?

••53 Um bonde antigo dobra uma esquina fazendo uma curva plana com 9,1 m de raio a 16 km/h. Qual é o ângulo que as alças de mão penduradas no teto fazem com a vertical?

••54  Ao projetar brinquedos para parques de diversões que fazem movimentos circulares, os engenheiros mecânicos devem levar em conta o fato de que pequenas variações de certos parâmetros podem alterar significativamente a força experimentada pelos passageiros. Considere um passageiro de massa  $m$  que descreve uma trajetória circular de raio  $r$  com velocidade  $v$ . Determine a variação  $dF$  do módulo da força para (a) uma variação  $dr$  do raio da trajetória, sem que  $v$  varie; (b) uma variação  $dv$  da velocidade, sem que  $r$  varie; (c) uma variação  $dT$  do período, sem que  $r$  varie.

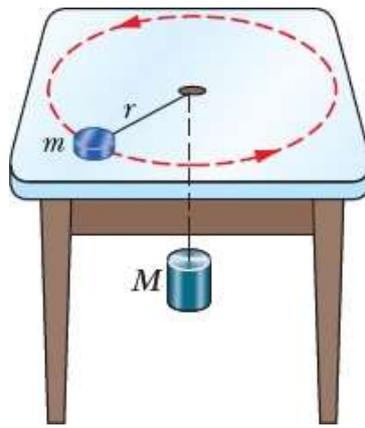
••55 Um parafuso está enroscado em uma das extremidades de uma haste fina horizontal que gira em torno da outra extremidade. Um engenheiro monitora o movimento iluminando o parafuso e a haste com uma lâmpada estroboscópica e ajustando a frequência dos lampejos até que o parafuso pareça estar nas mesmas oito posições a cada rotação completa da haste (Fig. 6-42). A frequência dos lampejos é 2000 por segundo; a massa do parafuso é 30 g e a haste tem 3,5 cm de comprimento. Qual é o módulo da força exercida pela haste sobre o parafuso?



**Figura 6-42** Problema 55.

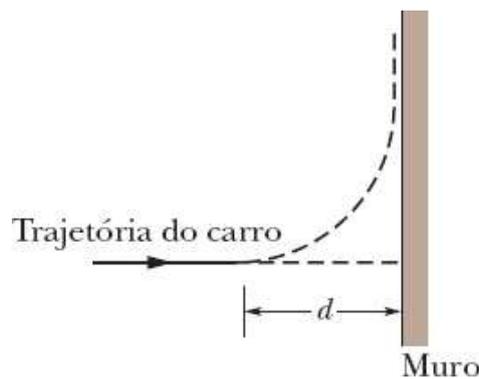
••56 Uma curva circular compensada de uma rodovia foi planejada para uma velocidade de 60 km/h. O raio da curva é de 200 m. Em um dia chuvoso, a velocidade dos carros diminuiu para 40 km/h. Qual é o menor coeficiente de atrito entre os pneus e a estrada para que os carros façam a curva sem derrapar? (Suponha que os carros não possuem sustentação negativa.)

••57 Um disco de metal, de massa  $m = 1,50$  kg, descreve uma circunferência de raio  $r = 20,0$  cm em uma mesa sem atrito enquanto permanece ligado a um cilindro de massa  $M = 2,50$  kg pendurado por um fio que passa por um furo no centro da mesa (Fig. 6-43). Que velocidade do disco mantém o cilindro em repouso?



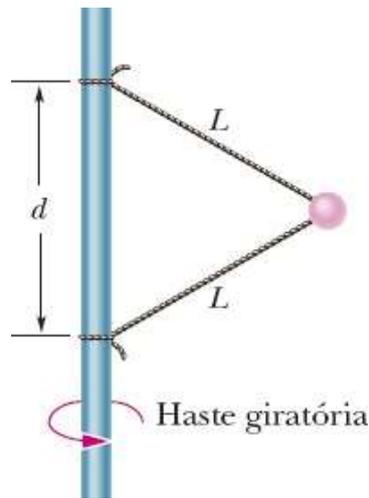
**Figura 6-43** Problema 57.

••58 ~~Carro~~ *Frear ou desviar?* A Fig. 6-44 mostra uma vista de cima de um carro que se aproxima de um muro. Suponha que o motorista começa a frear quando a distância entre o carro e o muro é  $d = 107$  m, que a massa do carro é  $m = 1400$  kg, que a velocidade inicial é  $v_0 = 35$  m/s e que o coeficiente de atrito estático é  $\mu_s = 0,50$ . Suponha também que o peso do carro está distribuído igualmente pelas quatro rodas, mesmo durante a frenagem. (a) Qual é o valor mínimo do módulo da força de atrito estático (entre os pneus e o piso) para que o carro pare antes de se chocar com o muro? (b) Qual é o valor máximo possível da força de atrito estático  $f_{s,máx}$ ? (c) Se o coeficiente de atrito cinético entre os pneus (com as rodas bloqueadas) e o piso é  $\mu_k = 0,40$ , com que velocidade o carro se choca com o muro? O motorista também pode tentar se desviar do muro, como mostra a figura. (d) Qual é o módulo da força de atrito necessária para fazer o carro descrever uma trajetória circular de raio  $d$  e velocidade  $v_0$  para que o carro descreva um quarto de circunferência e tangencie o muro? (e) A força calculada no item (d) é menor que  $f_{s,máx}$  o que evitaria o choque?



**Figura 6-44** Problema 58.

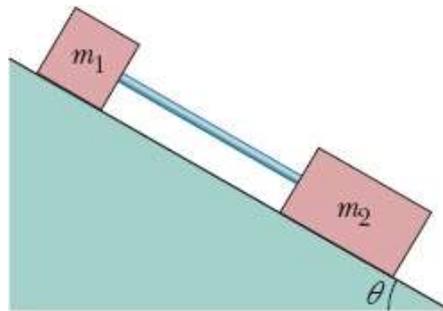
•••59 Na Fig. 6-45, uma bola de  $1,34$  kg é ligada por meio de dois fios, de massa desprezível, cada um de comprimento  $L = 1,70$  m, a uma haste vertical giratória. Os fios estão amarrados à haste a uma distância  $d = 1,70$  m um do outro e estão esticados. A tração do fio de cima é  $35$  N. Determine (a) a tração do fio de baixo; (b) o módulo da força resultante  $\vec{F}_{res}$  a que está sujeita a bola; (c) a velocidade escalar da bola; (d) a direção de  $\vec{F}_{res}$ .



**Figura 6-45** Problema 59.

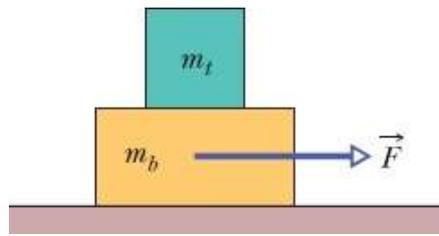
**Problemas Adicionais**

**60** Na Fig. 6-46, uma caixa com formigas vermelhas (massa total  $m_1 = 1,65$  kg) e uma caixa com formigas pretas (massa total  $m_2 = 3,30$  kg) deslizam para baixo em um plano inclinado, ligadas por uma haste sem massa paralela ao plano. O ângulo de inclinação é  $\theta = 30^\circ$ . O coeficiente de atrito cinético entre a caixa com formigas vermelhas e a rampa é  $\mu_1 = 0,226$ ; entre a caixa com formigas pretas e a rampa é  $\mu_2 = 0,113$ . Calcule (a) a tração da haste e (b) o módulo da aceleração comum das duas caixas. (c) Como as respostas dos itens (a) e (b) mudariam se as posições das caixas fossem invertidas?



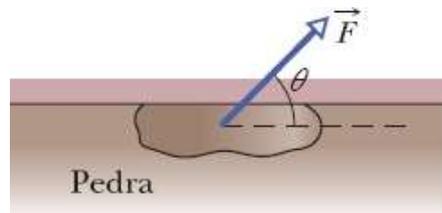
**Figura 6-46** Problema 60.

**61** Um bloco de massa  $m_a = 4,0$  kg é colocado em cima de outro bloco de massa  $m_b = 5,0$  kg. Para fazer o bloco de cima deslizar no bloco de baixo enquanto o segundo é mantido fixo, é preciso aplicar ao bloco de cima uma força horizontal de no mínimo 12 N. O conjunto de blocos é colocado em uma mesa horizontal sem atrito (Fig. 6-47). Determine o módulo (a) da maior força horizontal  $\vec{F}$  que pode ser aplicada ao bloco de baixo sem que os blocos deixem de se mover juntos e (b) a aceleração resultante dos blocos.



**Figura 6-47** Problema 61.

**62** Uma pedra de 5,00 kg é deslocada em contato com o teto horizontal de uma caverna (Fig. 6-48). Se o coeficiente de atrito cinético é 0,65 e a força aplicada à pedra faz um ângulo  $\theta = 70^\circ$  para cima com a horizontal, qual deve ser o módulo para que a pedra se mova com velocidade constante?



**Figura 6-48** Problema 62.

**63** Na Fig. 6-49, uma alpinista de 49 kg está subindo por uma “chaminé”. O coeficiente de atrito estático entre as botas e a pedra é 1,2; entre as costas e a pedra é 0,80. A alpinista reduziu a força que está fazendo contra a pedra até se encontrar na iminência de escorregar. (a) Desenhe um diagrama de corpo livre da moça. (b) Qual é o módulo da força que a moça exerce contra a pedra? (c) Que fração do peso da moça é sustentada pelo atrito dos sapatos?



**Figura 6-49** Problema 63.

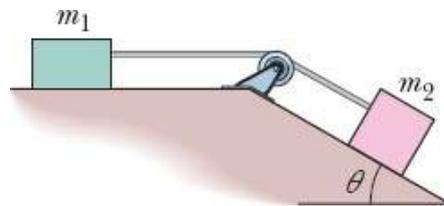
**64** Um vagão de um trem de alta velocidade faz uma curva horizontal de 470 m de raio, sem compensação, com velocidade constante. Os módulos das componentes horizontal e vertical da força que

o vagão exerce sobre um passageiro de 51,0 kg são 210 N e 500 N, respectivamente. (a) Qual é o módulo da força resultante (de *todas* as forças) sobre o passageiro? (b) Qual é a velocidade do vagão?

**65**  *Continuação dos Problemas 8 e 37.* Outra explicação é que as pedras se movem apenas quando a água que cai na região durante uma tempestade congela, formando uma fina camada de gelo. As pedras ficam presas no gelo. Quando o vento sopra, o gelo e as pedras são arrastados e as pedras deixam as trilhas. O módulo da força de arrasto do ar sobre essa “vela de gelo” é dado por  $D_{\text{gelo}} = 4C_{\text{gelo}}\rho A_{\text{gelo}}v^2$ , em que  $C_{\text{gelo}}$  é o coeficiente de arrasto ( $2,0 \times 10^{-3}$ ),  $\rho$  é a massa específica do ar ( $1,21 \text{ kg/m}^3$ ),  $A_{\text{gelo}}$  é a área horizontal da camada de gelo e  $v$  é a velocidade do vento.

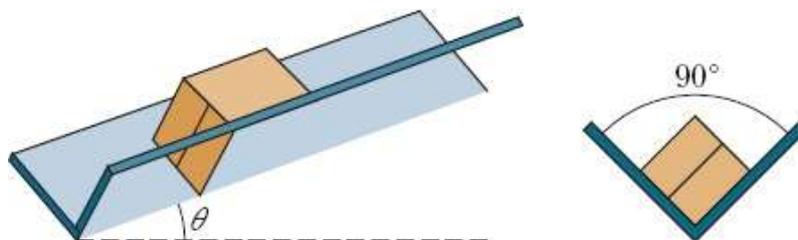
Suponha o seguinte: A camada de gelo mede 400 m por 500 m por 4,0 mm e tem um coeficiente de atrito cinético 0,10 com o solo e uma massa específica de  $917 \text{ kg/m}^3$ . Suponha ainda que 100 pedras iguais à do Problema 8 estão presas no gelo. Qual é a velocidade do vento necessária para manter o movimento da camada de gelo (a) nas proximidades da camada e (b) a uma altura de 10 m? (c) Esses valores são razoáveis para ventos fortes durante uma tempestade?

**66** Na Fig. 6-50, o bloco 1, de massa  $m_1 = 2,0 \text{ kg}$ , e o bloco 2, de massa  $m_2 = 3,0 \text{ kg}$ , estão ligados por um fio, de massa desprezível, e são inicialmente mantidos em repouso. O bloco 2 está em uma superfície sem atrito com uma inclinação  $\theta = 30^\circ$ . O coeficiente de atrito cinético entre o bloco 1 e a superfície horizontal é 0,25. A polia tem massa e atrito desprezíveis. Ao serem liberados, os blocos entram em movimento. Qual é a tração do fio?



**Figura 6-50** Problema 66.

**67** Na Fig. 6-51, um caixote escorrega para baixo em uma vala inclinada cujos lados fazem um ângulo reto. O coeficiente de atrito cinético entre o caixote e a vala é  $\mu_k$ . Qual é a aceleração do caixote em função de  $\mu_k$ ,  $\theta$  e  $g$ ?

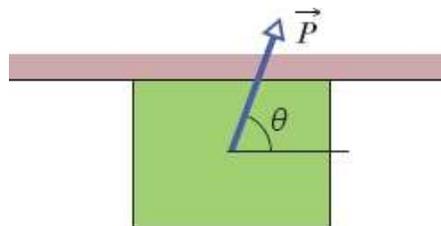


**Figura 6-51** Problema 67.

**68** *Projetando uma curva de uma rodovia.* Se um carro entra muito depressa em uma curva, ele tende a derrapar. No caso de uma curva compensada com atrito, a força de atrito que age sobre um carro em alta

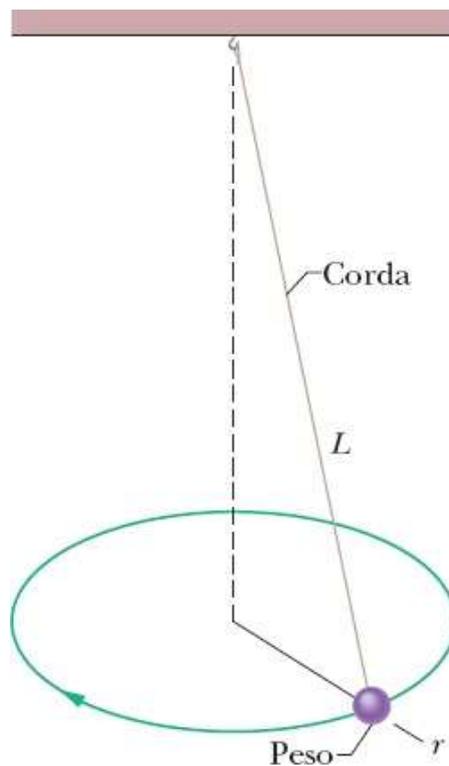
velocidade se opõe à tendência do carro de derrapar para fora da estrada; a força aponta para o lado mais baixo da pista (o lado para o qual a água escoaria). Considere uma curva circular, de raio  $R = 200$  m e ângulo de compensação  $\theta$ , na qual o coeficiente de atrito estático entre os pneus e o pavimento é  $\mu_s$ . Um carro (sem sustentação negativa) começa a fazer a curva, como mostra a Fig. 6-11. (a) Escreva uma expressão para a velocidade do carro  $v_{\text{máx}}$  que o coloca na iminência de derrapar. (b) Plote, no mesmo gráfico,  $v_{\text{máx}}$  em função de  $\theta$  para o intervalo de  $0^\circ$  a  $50^\circ$ , primeiro para  $\mu_s = 0,60$  (pista seca), e depois para  $\mu_s = 0,050$  (pista molhada). Calcule  $v_{\text{máx}}$ , em km/h, para um ângulo de compensação  $\theta = 10^\circ$  e para (c)  $\mu_s = 0,60$  e (d)  $\mu_s = 0,050$ . (Agora você pode entender por que ocorrem acidentes nas curvas das estradas quando os motoristas não percebem que a estrada está molhada e continuam dirigindo à velocidade normal.)

**69** Um estudante, enlouquecido pelos exames finais, usa uma força  $\vec{P}$  de módulo 80 N e ângulo  $\theta = 70^\circ$  para empurrar um bloco de 5,0 kg no teto do quarto (Fig. 6-52). Se o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o teto é 0,40, qual é o módulo da aceleração do bloco?



**Figura 6-52** Problema 69.

**70** A Fig. 6-53 mostra um *pêndulo cônico*, no qual um peso (pequeno objeto na extremidade inferior da corda) se move em uma circunferência horizontal com velocidade constante. (A corda descreve um cone quando o peso gira.) O peso tem massa de 0,040 kg, a corda tem comprimento  $L = 0,90$  m e massa desprezível, e o peso descreve uma circunferência de 0,94 m. Determine (a) a tração da corda e (b) o período do movimento.

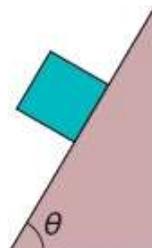


**Figura 6-53** Problema 70.

**71** Um bloco de aço de 8,00 kg repousa em uma mesa horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a mesa é 0,450. Uma força é aplicada ao bloco. Calcule, com três algarismos significativos, o módulo da força se ela deixa o bloco na iminência de deslizar quando é dirigida (a) horizontalmente, (b) para cima, formando um ângulo de  $60,0^\circ$  com a horizontal e (c) para baixo, formando um ângulo de  $60,0^\circ$  com a horizontal.

**72** Uma caixa de enlatados escorrega em uma rampa do nível da rua até o subsolo de um armazém com uma aceleração de  $0,75 \text{ m/s}^2$  dirigida para baixo ao longo da rampa. A rampa faz um ângulo de  $40^\circ$  com a horizontal. Qual é o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a rampa?

**73** Na Fig. 6-54, o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano inclinado é 0,20 e o ângulo  $\theta$  é  $60^\circ$ . Quais são (a) o módulo  $a$  e (b) o sentido (para cima ou para baixo ao longo do plano) da aceleração do bloco se ele está escorregando para baixo? Quais são (c) o módulo  $a$  e (d) o sentido da aceleração se o bloco está escorregando para cima?

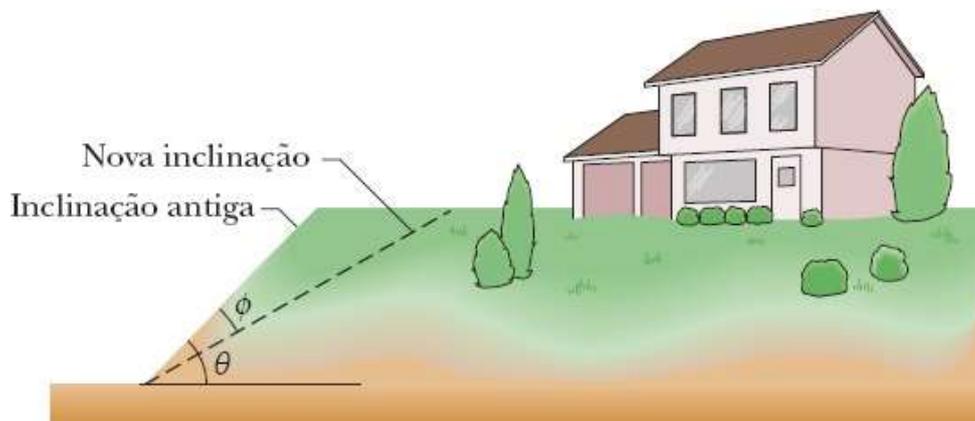


**Figura 6-54** Problema 73.

**74** Um disco de metal de 110 g que desliza no gelo é parado em 15 m pela força de atrito que o gelo exerce sobre o disco. (a) Se a velocidade inicial do disco é 6,0 m/s, qual é o módulo da força de atrito? (b) Qual é o coeficiente de atrito entre o disco e o gelo?

**75** Uma locomotiva acelera um trem de 25 vagões em uma linha férrea plana. Cada vagão possui massa de  $5,0 \times 10^4$  kg e está sujeito a uma força de atrito  $f = 250v$ , em que a velocidade  $v$  está em metros por segundo e a força  $f$  está em newtons. No instante em que a velocidade do trem é de 30 km/h, o módulo da aceleração é  $0,20$  m/s<sup>2</sup>. (a) Qual é a tração no engate entre o primeiro vagão e a locomotiva? (b) Se essa tração é igual à força máxima que a locomotiva pode exercer sobre o trem, qual é o maior aclave que a linha férrea pode ter para que a locomotiva consiga puxar o trem a 30 km/h?

**76** Uma casa é construída no alto de uma colina, perto de uma encosta com uma inclinação  $\theta = 45^\circ$  (Fig. 6-55). Um estudo de engenharia indica que o ângulo do declive deve ser reduzido porque as camadas superiores do solo podem deslizar em relação às camadas inferiores. Se o coeficiente de atrito estático entre as camadas é 0,5, qual é o menor ângulo  $\theta$  de que a inclinação atual deve ser reduzida para evitar deslizamentos?

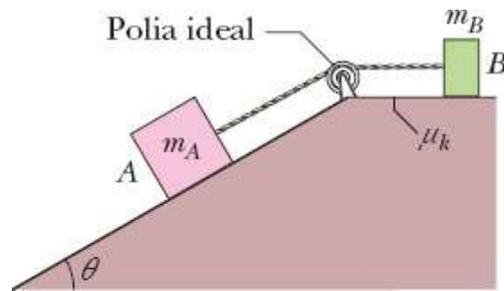


**Figura 6-55** Problema 76.

**77** Qual é a velocidade terminal de uma bola esférica de 6,00 kg que possui um raio de 3,00 cm e um coeficiente de arrasto de 1,60? A massa específica do ar no local onde a bola está caindo é  $1,20$  kg/m<sup>3</sup>.

**78** Uma estudante pretende determinar os coeficientes de atrito estático e atrito cinético entre uma caixa e uma tábua. Para isso, ela coloca a caixa sobre a tábua e levanta lentamente uma das extremidades da tábua. Quando o ângulo de inclinação em relação à horizontal chega a  $30^\circ$ , a caixa começa a escorregar e percorre 2,5 m ao longo da tábua em 4,0 s, com aceleração constante. Quais são (a) o coeficiente de atrito estático e (b) o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a tábua?

**79** O bloco A da Fig. 6-56 tem massa  $m_A = 4,0$  kg e o bloco B tem massa  $m_B = 2,0$  kg. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco B e o plano horizontal é  $\mu_k = 0,50$ . O ângulo do plano inclinado sem atrito é  $\theta = 30^\circ$ . A polia serve apenas para mudar a direção do fio que liga os blocos. O fio tem massa desprezível. Determine (a) a tração do fio e (b) o módulo da aceleração dos blocos.

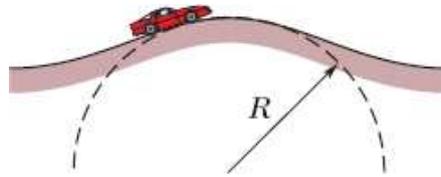


**Figura 6-56** Problema 79.

**80** Calcule o módulo da força de arrasto a que está sujeito um míssil de 53 cm de diâmetro voando a 250 m/s em baixa altitude. Suponha que a massa específica do ar é  $1,2 \text{ kg/m}^3$  e o coeficiente de arrasto  $C$  é 0,75.

**81** Um ciclista se move em um círculo de 25,0 m de raio a uma velocidade constante de 9,00 m/s. A massa do conjunto ciclista-bicicleta é 85,0 kg. Calcule o módulo (a) da força de atrito que a pista exerce sobre a bicicleta e (b) da força *resultante* que a pista exerce sobre a bicicleta.

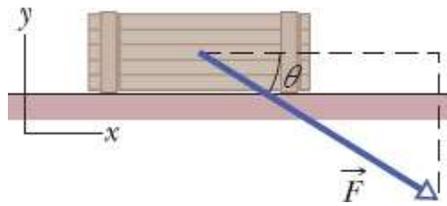
**82** Na Fig. 6-57, um carro (sem sustentação negativa), dirigido por um dublê, passa pelo alto de um morro cuja seção transversal pode ser aproximada por uma circunferência de raio  $R = 250 \text{ m}$ . Qual é a maior velocidade para a qual o carro não perde contato com a estrada no alto do morro?



**Figura 6-57** Problema 82.

**83** Você precisa empurrar um caixote até um atracadouro. O caixote pesa 165 N. O coeficiente de atrito estático entre o caixote e o piso é 0,51, e o coeficiente de atrito cinético é 0,32. A força que você exerce sobre o caixote é horizontal. (a) Qual deve ser o módulo da força para que o caixote comece a se mover? (b) Qual deve ser o módulo da força, depois que o caixote começa a se mover, para que se mova com velocidade constante? (c) Se, depois que o caixote começar a se mover, o módulo da força tiver o valor calculado em (a), qual será o módulo da aceleração do caixote?

**84** Na Fig. 6-58, uma força  $\vec{F}$  é aplicada a um caixote de massa  $m$  que repousa em um piso; o coeficiente de atrito estático entre o caixote e o piso é  $\mu_s$ . O ângulo  $\theta$  é inicialmente  $0^\circ$ , mas é gradualmente aumentado, fazendo com que a direção da força gire no sentido horário. Durante a rotação, a intensidade da força é continuamente ajustada para que o caixote permaneça na iminência de se mover. Para  $\mu_s = 0,70$ , (a) plote a razão  $F/mg$  em função de  $\theta$  e (b) determine o ângulo  $\theta_{\text{inf}}$  para o qual a razão se torna infinita. (c) Se o piso é lubrificado, o valor de  $\theta_{\text{inf}}$  aumenta, diminui, ou permanece inalterado? (d) Qual é o valor de  $\theta_{\text{inf}}$  para  $\mu_s = 0,60$ ?



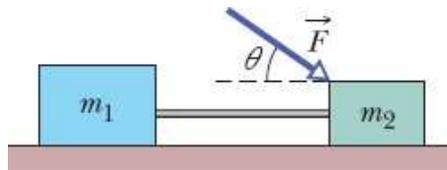
**Figura 6-58** Problema 84.

**85** Durante a tarde, um carro é estacionado em uma ladeira que faz um ângulo de  $35,0^\circ$  com a horizontal. Nesse momento, o coeficiente de atrito estático entre os pneus e o asfalto é  $0,725$ . Quando anoitece, começa a nevar e o coeficiente de atrito diminui, tanto por causa da neve como por causa das mudanças químicas do pavimento causadas pela queda de temperatura. Qual deve ser a redução percentual do coeficiente de atrito para que o carro comece a escorregar ladeira abaixo?

**86**  Um menino com uma funda coloca uma pedra ( $0,250$  kg) na bolsa ( $0,010$  kg) da funda e faz girar a pedra e a bolsa em uma circunferência vertical de raio  $0,650$  m. A corda entre a bolsa e a mão do menino tem massa desprezível e arrebentará se a tração exceder  $33,0$  N. Suponha que o menino aumente aos poucos a velocidade da pedra. (a) A corda vai arrebentar no ponto mais baixo da circunferência ou no ponto mais alto? (b) Para qual valor da velocidade da pedra a corda vai arrebentar?

**87** Um carro com  $10,7$  kN de peso, viajando a  $13,4$  m/s sem sustentação negativa, tenta fazer uma curva não compensada com um raio de  $61,0$  m. (a) Qual é a força de atrito entre os pneus e a estrada necessária para manter o carro em uma trajetória circular? (b) Se o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a estrada é  $0,350$ , o carro consegue fazer a curva sem derrapar?

**88** Na Fig. 6-59, o bloco 1 de massa  $m_1 = 2,0$  kg e o bloco 2 de massa  $m_2 = 1,0$  kg estão ligados por um fio, de massa desprezível. O bloco 2 é empurrado por uma força  $\vec{F}$  de módulo  $20$  N que faz um ângulo  $\theta = 35^\circ$  com a horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre cada bloco e a superfície horizontal é  $0,20$ . Qual é a tração do fio?

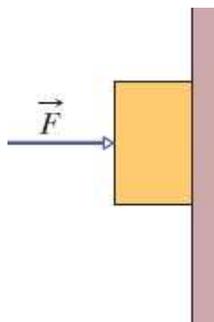


**Figura 6-59** Problema 88.

**89** Um pequeno armário com  $556$  N de peso está em repouso. O coeficiente de atrito estático entre o armário e o piso é  $0,68$  e o coeficiente de atrito cinético é  $0,56$ . Em quatro diferentes tentativas de deslocá-lo, o armário é empurrado por forças horizontais de módulos (a)  $222$  N, (b)  $334$  N, (c)  $445$  N e (d)  $556$  N. Para cada tentativa, calcule o módulo da força de atrito exercida pelo piso sobre o armário. (Em cada tentativa, o armário está inicialmente em repouso.) (e) Em quais das tentativas o armário se move?

**90** Na Fig. 6-60, um bloco com  $22$  N de peso é mantido em repouso contra uma parede vertical por uma

força horizontal  $\vec{F}$  de módulo 60 N. O coeficiente de atrito estático entre a parede e o bloco é 0,55 e o coeficiente de atrito cinético é 0,38. Em seis experimentos, uma segunda força  $\vec{P}$  é aplicada ao bloco, paralelamente à parede, com os seguintes módulos e sentidos: (a) 34 N para cima, (b) 12 N para cima, (c) 48 N para cima, (d) 62 N para cima, (e) 10 N para baixo e (f) 18 N para baixo. Qual é o módulo da força de atrito que age sobre o bloco em cada experimento? Em que experimentos o bloco se move (g) para cima e (h) para baixo? (i) Em que experimentos a força de atrito é para baixo?



**Figura 6-60** Problema 90.

**91** Um bloco escorrega para baixo com velocidade constante em um plano inclinado de ângulo  $\theta$ . Em seguida, o bloco é lançado para cima no mesmo plano com velocidade inicial  $v_0$ . (a) Que distância o bloco sobe até parar? (b) Depois de parar, o bloco torna a escorregar para baixo? Justifique sua resposta.

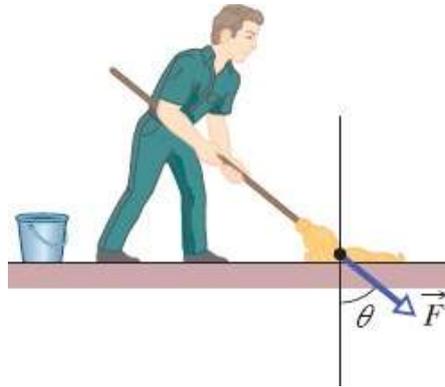
**92** Uma curva circular em uma rodovia é projetada para uma velocidade máxima de 60 km/h. Suponha que os carros não possuem sustentação negativa. (a) Se o raio da curva é 150 m, qual é o ângulo de compensação correto? (b) Se a curva não fosse compensada, qual deveria ser o valor mínimo do coeficiente de atrito entre os pneus e o piso para que os carros não derrapassem ao entrarem na curva a 60 km/h?

**93** Uma caixa de 1,5 kg está em repouso em uma superfície quando, em  $t = 0$ , uma força horizontal  $\vec{F} = (1,8t)\hat{i}$  N (com  $t$  em segundos) é aplicada à caixa. A aceleração da caixa em função do tempo  $t$  é dada por  $\vec{a} = 0$  para  $0 \leq t \leq 2,8$  s e  $\vec{a} = (1,2t - 2,4)\hat{i}$  m/s<sup>2</sup> para  $t > 2,8$  s. (a) Qual é o coeficiente de atrito estático entre a caixa e a superfície? (b) Qual é o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a superfície?

**94** Uma criança com 140 N de peso está sentada no alto de um escorrega que faz um ângulo de 25° com a horizontal. A criança se mantém no mesmo lugar segurando os lados do escorrega. Quando solta as mãos, ela adquire uma aceleração constante de 0,86 m/s<sup>2</sup> (dirigida para baixo, naturalmente). Qual é o coeficiente de atrito cinético entre a criança e o escorrega? (b) Que valores máximo e mínimo do coeficiente de atrito estático entre a criança e o escorrega são compatíveis com as informações do enunciado?

**95** Na Fig. 6-61, um faxineiro caprichoso limpa o piso aplicando ao cabo do esfregão uma força  $\vec{F}$ . O cabo faz um ângulo  $\theta$  com a vertical, e  $\mu_s$  e  $\mu_k$  são os coeficientes de atrito estático e cinético entre o esfregão e o piso. Ignore a massa do cabo e suponha que toda a massa  $m$  do esfregão está concentrada no pano de chão. (a) Se o pano de chão se move ao longo do piso com velocidade constante, qual é o valor

de  $F$ ? (b) Mostre que, se  $\theta$  for menor que um determinado valor  $\theta_0$ , a força  $\vec{F}$  (ainda orientada ao longo do cabo) será insuficiente para fazer o pano de chão se mover. Determine  $\theta_0$ .

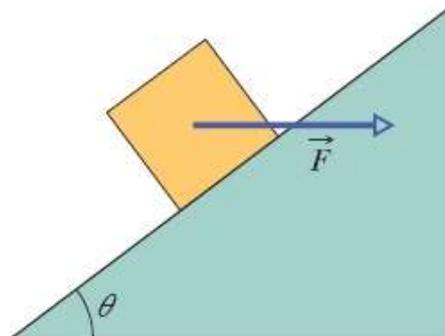


**Figura 6-61** Problema 95.

**96** Uma criança coloca uma cesta de piquenique na borda de um carrossel com 4,6 m de raio que dá uma volta completa a cada 30 s. (a) Qual é a velocidade de um ponto da borda do carrossel? (b) Qual é o menor valor do coeficiente de atrito estático entre a cesta e o carrossel para que a cesta não saia do lugar?

**97** Um operário aplica uma força constante, de módulo 85 N, a uma caixa de 40 kg que está inicialmente em repouso no piso horizontal de um armazém. Após a caixa ter percorrido uma distância de 1,4 m, sua velocidade é 1,0 m/s. Qual é o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e o piso?

**98** Na Fig. 6-62, um bloco de 5,0 kg se move para cima ao longo de um plano inclinado de ângulo  $\theta = 37^\circ$  ao mesmo tempo em que sofre a ação de uma força horizontal  $\vec{F}$  de módulo 50 N. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano é 0,30. Qual é (a) o módulo e (b) qual o sentido (para cima ou para baixo ao longo do plano inclinado) da aceleração do bloco? A velocidade inicial do bloco é 4,0 m/s. (c) Que distância o bloco sobe no plano? (d) Depois de atingir o ponto mais alto, o bloco permanece em repouso ou escorrega para baixo?



**Figura 6-62** Problema 98.

**99** Um bloco de aço, de 11 kg, está em repouso em uma mesa horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a mesa é 0,52. (a) Qual é o módulo da força horizontal que coloca o bloco na iminência

de se mover? (b) Qual é o módulo de uma força que, atuando  $60^\circ$  acima da horizontal, coloca o bloco na iminência de se mover? (c) Qual é o módulo de uma força que, atuando  $60^\circ$  abaixo da horizontal, coloca o bloco na iminência de se mover?

**100** Um esqui adere à neve quando é deixado em repouso. Quando o esqui se desloca na neve, porém, o atrito o aquece e derrete parcialmente a neve, reduzindo o coeficiente de atrito cinético e facilitando o deslizamento. Encerar o esqui torna-o repelente à água e reduz ainda mais o atrito com a camada de água. Uma loja anuncia que um novo tipo de esqui de plástico é especialmente repelente à água e que, em um declive moderado de 200 m nos Alpes, um esquiador reduziu o tempo de descida de 61 s com esquis convencionais para 42 s com os novos esquis. Determine o módulo da aceleração média do esquiador (a) com os esquis convencionais e (b) com os novos esquis. Supondo uma inclinação de  $3,0^\circ$ , calcule o coeficiente de atrito cinético (c) para os esquis convencionais e (d) para os novos esquis.

**101** Brincando nas vizinhanças do canteiro de obras de uma estrada, uma criança cai em uma encosta que faz um ângulo de  $35^\circ$  com a horizontal. Enquanto escorrega encosta *abaixo*, a criança sofre uma aceleração *para cima* com um módulo de  $0,50 \text{ m/s}^2$ . Qual é o coeficiente de atrito cinético entre a criança e a encosta?

**102** Uma força de 100 N, que faz um ângulo  $\theta$  para cima com um piso horizontal, é aplicada a uma cadeira de 25,0 kg em repouso no piso. Se  $\theta = 0^\circ$ , determine (a) a componente horizontal  $F_h$  da força aplicada e (b) o módulo  $F_N$  da força normal exercida pelo piso sobre a cadeira. Se  $\theta = 30,0^\circ$ , determine (c)  $F_h$  e (d)  $F_N$ . Se  $\theta = 60,0^\circ$ , determine (e)  $F_h$  e (f)  $F_N$ . Suponha que o coeficiente de atrito estático entre a cadeira e o piso é 0,420. A cadeira escorrega ou permanece em repouso se  $\theta$  é (g)  $0^\circ$ , (h)  $30,0^\circ$  e (i)  $60,0^\circ$ ?

**103** Uma corda pode suportar uma tração máxima de 40 N sem se partir. Uma criança amarra uma pedra de 0,37 kg em uma das extremidades da corda e, segurando a outra extremidade, faz a pedra girar em uma circunferência vertical de 0,91 m de raio, aumentando lentamente a velocidade até a corda arrebentar. (a) Em que ponto da trajetória está a pedra quando a corda arrebenta? (b) Qual é a velocidade da pedra quando a corda arrebenta?

**104**  Um trenó para quatro pessoas (massa total = 630 kg) desce um trecho retilíneo no alto de uma encosta. O trecho retilíneo tem 80,0 m de comprimento e uma inclinação constante de  $10,2^\circ$  com a horizontal. Suponha que o efeito combinado do atrito e do arrasto do ar produz sobre o trenó uma força constante de 62,0 N para cima, paralela à encosta. Responda às perguntas a seguir usando três algarismos significativos. (a) Se a velocidade do trenó no início da reta é 6,20 m/s, quanto tempo o trenó leva para chegar ao final da reta? (b) Suponha que os ocupantes reduzam os efeitos do atrito e do arrasto do ar para 42,0 N. Para a mesma velocidade inicial, quanto tempo o trenó agora leva para descer o trecho retilíneo?

**105** Um bloco de 40 N escorrega para baixo em uma rampa que faz um ângulo de  $25^\circ$  com a horizontal. Se a aceleração do bloco é  $0,80 \text{ m/s}^2$  para cima, qual é o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a rampa?

---

\*W. O. Whitney e C. J. Mehlhaff, "High-Rise Syndrome in Cats", *The Journal of the American Veterinary Medical Association*, 1987.

# Energia Cinética e Trabalho

## 7-1 ENERGIA CINÉTICA

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

**7.01** Aplicar a relação entre a energia cinética, a massa e a velocidade de uma partícula.

**7.02** Saber que a energia cinética é uma grandeza escalar.

### Ideia-Chave

• A energia cinética associada ao movimento de uma partícula de massa  $m$  e velocidade  $v$ , para velocidades muito menores que a velocidade da luz, é dada por

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{energia cinética}).$$

### O que É Física?

Um dos objetivos fundamentais da física é estudar de perto algo de que se fala muito hoje em dia: a energia. O tópico é obviamente importante. Na verdade, nossa civilização depende da obtenção e uso eficiente da energia.

Como todos sabem, nenhum movimento pode ser iniciado sem algum tipo de energia. Para atravessar o Oceano Pacífico a bordo de um avião, precisamos de energia. Para transportar um computador para o último andar de um edifício ou para uma estação espacial em órbita, precisamos de energia. Para chutar uma bola, precisamos de energia. Gastamos verdadeiras fortunas para obter e utilizar energia. Guerras foram iniciadas pela disputa de fontes de energia. Guerras foram decididas pelo uso de armas que liberam grande quantidade de energia. Qualquer um seria capaz de citar muitos exemplos de energia e de sua utilização, mas o que realmente significa o termo *energia*?

### O que É Energia?

O termo *energia* é tão amplo que é difícil pensar em uma definição simples. Tecnicamente, energia é uma grandeza escalar associada ao estado de um ou mais objetos; entretanto, essa definição é vaga demais para ser útil a quem está começando.

Uma definição menos rigorosa pode servir pelo menos de ponto de partida. Energia é um número que

associamos a um sistema de um ou mais objetos. Se uma força afeta um dos objetos, fazendo-o, por exemplo, entrar em movimento, o número que descreve a energia do sistema varia. Após um número muito grande de experimentos, os cientistas e engenheiros confirmaram que, se o método por meio do qual atribuímos um número à energia for definido adequadamente, esse número pode ser usado para prever os resultados de experimentos e, mais importante, para construir máquinas capazes de realizar proezas fantásticas, como voar. Este sucesso se baseia em uma propriedade fascinante do universo: a energia pode mudar de forma e ser transferida de um objeto para outro, mas a quantidade total de energia permanece constante (a energia é *conservada*). Até hoje, nunca foi encontrada uma exceção dessa *lei de conservação da energia*.

**Dinheiro.** Pense nas muitas formas de energia como se fossem os números que representam as quantias depositadas em contas bancárias. Algumas regras foram estabelecidas para o significado desses números e a forma como podem ser modificados. Você pode transferir os números que representam quantias em dinheiro de uma conta para outra, talvez eletronicamente, sem que nenhum objeto material seja movimentado; entretanto, a quantidade total de dinheiro (a soma de todos os números) permanece constante: essa soma é conservada em todas as transações bancárias. Neste capítulo, concentramos nossa atenção em um único tipo de energia (a *energia cinética*) e uma única forma de transferência de energia (o *trabalho*).

## Energia Cinética

A **energia cinética**  $K$  é a energia associada ao *estado de movimento* de um objeto. Quanto mais depressa o objeto se move, maior é a energia cinética. Quando um objeto está em repouso, a energia cinética é nula.

Para um objeto de massa  $m$  cuja velocidade  $v$  é muito menor que a velocidade da luz,

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{energia cinética}). \quad (7-1)$$

Um pato de 3,0 kg que voa a 2,0 m/s, por exemplo, tem uma energia cinética de 6,0 kg·m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>, ou seja, associamos esse número ao movimento do pato.

A unidade de energia cinética (e de qualquer outra forma de energia) no SI é o **joule** (J), em homenagem a James Prescott Joule, um cientista inglês do século XIX. É definida a partir da Eq. 7-1 em termos das unidades de massa e velocidade:

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2. \quad (7-2)$$

Assim, o pato do exemplo anterior tem uma energia cinética de 6,0 J.



### Exemplo 7.01 Energia cinética em um choque de locomotivas

Em 1896, em Waco, Texas, William Crush posicionou duas locomotivas em extremidades opostas de uma linha férrea com 6,4 km de extensão, acendeu as caldeiras, amarrou os aceleradores para que permanecessem acionados e fez com que as locomotivas sofressem uma colisão frontal, em alta velocidade, diante de 30.000 espectadores (Fig. 7-1). Centenas de pessoas foram feridas pelos destroços; várias morreram. Supondo que cada locomotiva pesava  $1,2 \times 10^6 \text{ N}$  e tinha uma aceleração constante de  $0,26 \text{ m/s}^2$ , qual era a energia cinética das duas locomotivas imediatamente antes da colisão? 

### IDEIAS-CHAVE

---

(1) Para calcular a energia cinética de cada locomotiva usando a Eq. 7-1, precisamos conhecer a massa de cada locomotiva e sua velocidade imediatamente antes da colisão. (2) Como podemos supor que cada locomotiva sofreu uma aceleração constante, podemos usar as equações na Tabela 2-1 para calcular a velocidade  $v$  imediatamente antes da colisão.

**Cálculos:** Escolhemos a Eq. 2-16 porque conhecemos os valores de todos os parâmetros, exceto  $v$ :

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0).$$

Com  $v_0 = 0$  e  $x - x_0 = 3,2 \times 10^3 \text{ m}$  (metade da distância inicial), temos:

$$v^2 = 0 + 2(0,26 \text{ m/s}^2)(3,2 \times 10^3 \text{ m}),$$

ou 
$$v = 40,8 \text{ m/s} = 147 \text{ km/h}.$$

Podemos calcular a massa de cada locomotiva dividindo o peso por  $g$ :

$$m = \frac{1,2 \times 10^6 \text{ N}}{9,8 \text{ m/s}^2} = 1,22 \times 10^5 \text{ kg}.$$

Em seguida, usando a Eq. 7-1, calculamos a energia cinética total das duas locomotivas imediatamente antes da colisão:

$$\begin{aligned} K &= 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = (1,22 \times 10^5 \text{ kg})(40,8 \text{ m/s})^2 \\ &= 2,0 \times 10^8 \text{ J.} \end{aligned} \quad \text{(Resposta)}$$

A colisão foi como a explosão de uma bomba!



Cortesia da Library of Congress

**Figura 7-1** O resultado de uma colisão entre duas locomotivas em 1896.

## 7-2 TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

- 7.03** Conhecer a relação entre uma força e o trabalho realizado pela força sobre uma partícula.
- 7.04** Calcular o trabalho realizado por uma força sobre uma partícula como o produto escalar da força pelo deslocamento da partícula.
- 7.05** Calcular o trabalho total realizado por várias forças sobre uma partícula.
- 7.06** Usar o teorema do trabalho e energia cinética para relacionar o trabalho realizado por uma força (ou pela resultante de várias forças) sobre uma partícula à variação da energia cinética da partícula.

### Ideias-Chave

- Trabalho é a energia transferida para um objeto, ou de um objeto, por meio de uma força aplicada ao objeto. Quando a energia é transferida para o objeto, o trabalho é positivo; quando a energia é transferida do objeto, o trabalho é negativo.
- O trabalho realizado sobre uma partícula por uma força constante  $\vec{F}$  durante um deslocamento  $\vec{d}$  é dado por

$$W = Fd \cos \phi = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad (\text{trabalho realizado por uma força constante}),$$

em que  $\phi$  é o ângulo entre as direções de  $\vec{F}$  e  $\vec{d}$ .

- Apenas a componente de  $\vec{F}$  na direção de  $\vec{d}$  pode realizar trabalho sobre um objeto.
- Quando duas ou mais forças exercem trabalho sobre um objeto, o trabalho total é a soma dos trabalhos realizados separadamente pelas forças; também é igual ao trabalho realizado pela força resultante de todas as forças.

- A variação  $\Delta K$  da energia cinética de uma partícula é igual ao trabalho  $W$  realizado sobre a partícula:

$$\Delta K = K_f - K_i = W \quad (\text{teorema do trabalho e energia cinética}),$$

em que  $K_i$  é a energia cinética inicial da partícula e  $K_f$  é a energia cinética da partícula depois que o trabalho é realizado. Explicitando a energia final, obtemos

$$K_f = K_i + W.$$

---

## Trabalho

Quando aumentamos a velocidade de um objeto aplicando uma força, a energia cinética  $K (= mv^2/2)$  do objeto aumenta; quando diminuimos a velocidade do objeto aplicando uma força, a energia cinética do objeto diminui. Explicamos essas variações da energia cinética dizendo que a força aplicada transferiu energia *para o objeto* ou *do objeto*. Nas transferências de energia por meio de forças, dizemos que um **trabalho**  $W$  é realizado pela força sobre o objeto. Mais formalmente, definimos o trabalho da seguinte forma:



Trabalho ( $W$ ) é a energia transferida para um objeto ou de um objeto por meio de uma força que age sobre o objeto. Quando a energia é transferida para o objeto, o trabalho é positivo; quando a energia é transferida do objeto, o trabalho é negativo.

“Trabalho”, portanto, é energia transferida; “realizar trabalho” é o ato de transferir energia. O trabalho tem a mesma unidade que a energia e é uma grandeza escalar.

O termo *transferência* pode ser enganador; não significa que um objeto material entre no objeto ou saia do objeto. A transferência não é como um fluxo de água; ela se parece mais com a transferência eletrônica de dinheiro entre duas contas bancárias: o valor de uma das contas aumenta, o valor da outra conta diminui, mas nenhum objeto material é transferido de uma conta para a outra.

Note que não estamos usando a palavra “trabalho” no sentido coloquial, segundo o qual *qualquer* esforço, físico ou mental, representa trabalho. Assim, por exemplo, ao empurrar uma parede com força, você se cansa por causa das contrações musculares repetidas e está, no sentido coloquial, realizando um trabalho. Entretanto, como esse esforço não produz uma transferência de energia para a parede ou da parede, o trabalho realizado sobre a parede, de acordo com nossa definição, é nulo.

## Trabalho e Energia Cinética

### Encontrando uma Expressão para o Trabalho

Para encontrar uma expressão para o trabalho, considere uma conta que pode deslizar ao longo de um fio sem atrito ao longo de um eixo  $x$  horizontal (Fig. 7-2). Uma força constante  $\vec{F}$ , fazendo um ângulo  $\phi$  com o

fi, é usada para acelerar a conta. Podemos relacionar a força à aceleração por meio da segunda lei de Newton, escrita para as componentes em relação ao eixo  $x$ :

$$F_x = ma_x \quad (7-3)$$

em que  $m$  é a massa da conta. Enquanto a conta sofre um deslocamento  $\vec{d}$ , a força muda a velocidade da conta de um valor inicial  $\vec{v}_0$  para outro valor,  $\vec{v}$ . Como a força é constante, sabemos que a aceleração também é constante. Assim, podemos usar a Eq. 2-16 para escrever, para as componentes em relação ao eixo  $x$ ,

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x d. \quad (7-4)$$

Explicitando  $a_x$ , substituindo na Eq. 7-3 e reagrupando os termos, obtemos:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = F_x d. \quad (7-5)$$

O primeiro termo do lado esquerdo da equação é a energia cinética  $K_f$  da conta no fim do deslocamento  $d$ ; o segundo termo é a energia cinética  $K_i$  da conta no início do deslocamento. Assim, o lado esquerdo da Eq. 7-5 nos diz que a energia cinética foi alterada pela força, e o lado direito nos diz que a mudança é igual a  $F_x d$ . Assim, o trabalho  $W$  realizado pela força sobre a conta (a transferência de energia em consequência da aplicação da força) é

$$W = F_x d. \quad (7-6)$$

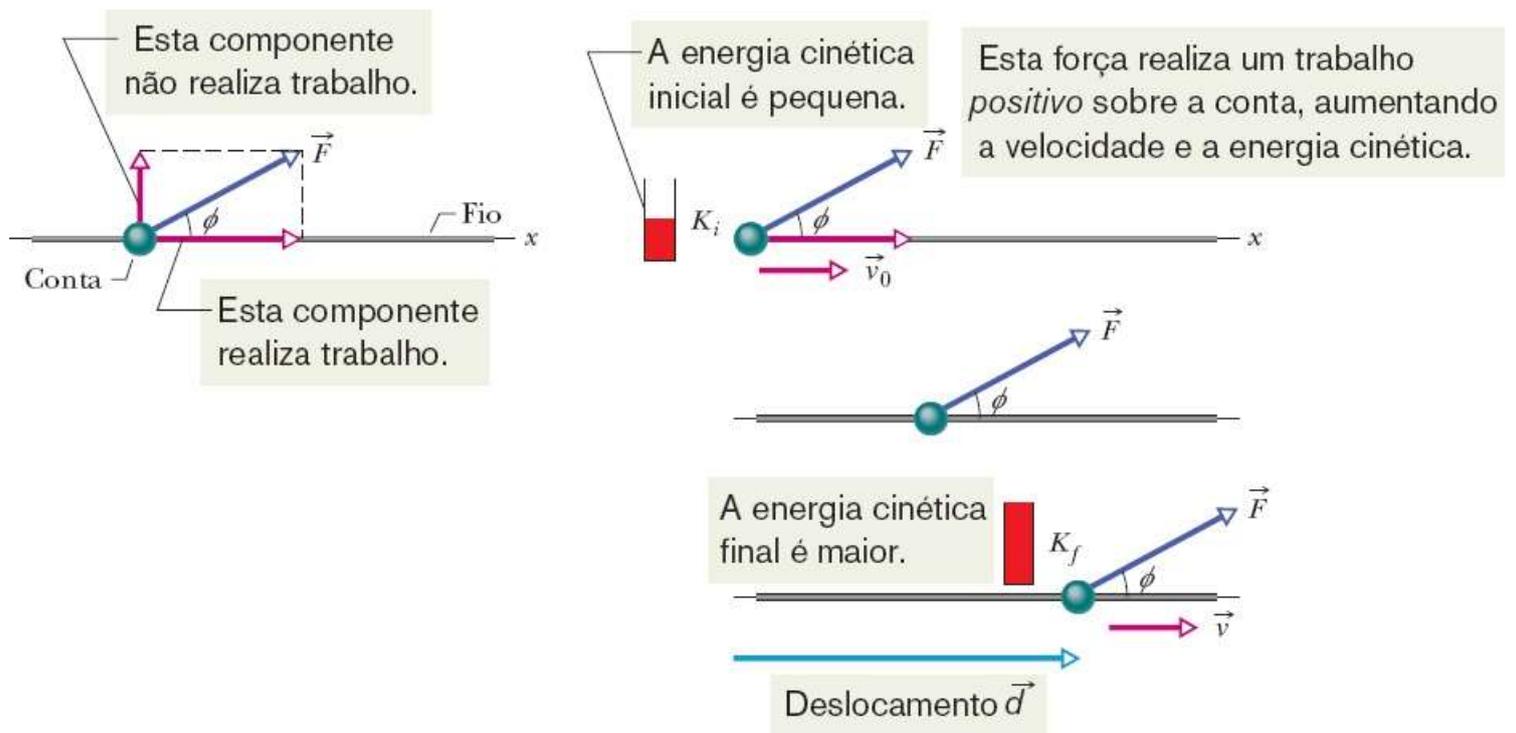
Se conhecemos os valores de  $F_x$  e  $d$ , podemos usar a Eq. 7-6 para calcular o trabalho  $W$  realizado pela força sobre a conta.



Para calcular o trabalho que uma força realiza sobre um objeto quando este sofre um deslocamento, usamos apenas a componente da força paralela ao deslocamento do objeto. A componente da força perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho.

Como se pode ver na Fig. 7-2,  $F_x = F \cos \phi$ , em que  $F$  é o módulo de  $\vec{F}$  e  $\phi$  é o ângulo entre o deslocamento  $\vec{d}$  e a força  $\vec{F}$ . Assim,

$$W = Fd \cos \phi \quad (\text{trabalho realizado por uma força constante}). \quad (7-7)$$



**Figura 7-2** Uma força constante  $\vec{F}$  que faz um ângulo  $\phi$  com o deslocamento  $\vec{d}$  de uma conta em um fio, acelera a conta ao longo do fio, fazendo a velocidade da conta mudar de  $\vec{v}_0$  para  $\vec{v}$ . Um “medidor de energia cinética” indica a variação resultante da energia cinética da conta, do valor  $K_i$  para o valor  $K_f$ .



**Figura 7-3** Um dos participantes de uma corrida de camas. Podemos considerar a cama e seu ocupante como uma partícula, para calcular o trabalho realizado sobre eles pela força aplicada pelo estudante.

Como o lado direito da Eq. 7-7 é equivalente ao produto escalar  $\vec{F} \cdot \vec{d}$ , também podemos escrever

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad (\text{trabalho realizado por uma força constante}). \quad (7-8)$$

(O produto escalar foi definido no Módulo 3-3.) A Eq. 7-8 é especialmente útil para calcular o trabalho quando  $\vec{F}$  e  $\vec{d}$  são dados na notação dos vetores unitários.

**Atenção:** Existem duas restrições ao uso das Eqs. 7-6 a 7-8 para calcular o trabalho realizado por uma força sobre um objeto. Em primeiro lugar, a *força* deve ser *constante*, ou seja, o módulo e a orientação da força não devem variar durante o deslocamento do objeto. (Mais tarde discutiremos o que fazer no caso de uma *força variável* cujo módulo não é constante.) Em segundo lugar, o objeto deve se comportar *como uma partícula*. Isso significa que o objeto deve ser *rígido*; todas as suas partes devem se mover da mesma forma. Neste capítulo, consideramos apenas objetos que se comportam como partículas, como a

cama e seu ocupante na Fig. 7-3.

**O Sinal do Trabalho.** O trabalho realizado por uma força sobre um objeto pode ser positivo ou negativo. Assim, por exemplo, se o ângulo  $\phi$  da Eq. 7-7 for menor que  $90^\circ$ ,  $\cos \phi$  será positivo e o trabalho será positivo. Se  $\phi$  for maior do que  $90^\circ$  (até  $180^\circ$ ),  $\cos \phi$  será negativo e o trabalho será negativo. (Você é capaz de explicar por que o trabalho é zero para  $\phi = 90^\circ$ ?) Esses resultados levam a uma regra simples: Para determinar o sinal do trabalho realizado por uma força, considere a componente da força paralela ao deslocamento:



O trabalho realizado por uma força é positivo, se a força possui uma componente vetorial no sentido do deslocamento, e negativo, se a força possui uma componente vetorial no sentido oposto. Se a força não possui uma componente vetorial na direção do deslocamento, o trabalho é nulo.

**Unidade de Trabalho.** A unidade de trabalho do SI é o joule, a mesma da energia cinética. Como mostram as Eqs. 7-6 e 7-7, uma unidade equivalente é o newton-metro ( $\text{N} \cdot \text{m}$ ). A unidade correspondente no **sistema inglês** é o pé-libra constantelibra ( $\text{ft} \cdot \text{lb}$ ). De acordo com a Eq. 7-2, temos:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 0,738 \text{ ft} \cdot \text{lb}. \quad (7-9)$$

**Trabalho Total Realizado por Várias Forças.** Quando duas ou mais forças atuam sobre um objeto, o **trabalho total** realizado sobre o objeto é a soma dos trabalhos realizados separadamente pelas forças. O trabalho total pode ser calculado de duas formas: (1) determinando o trabalho realizado separadamente pelas forças e somando os resultados; (2) determinando a resultante  $\vec{F}_{\text{res}}$  de todas as forças e aplicando a Eq. 7-7, com o módulo  $F$  substituído por  $F_{\text{res}}$  e  $\phi$  substituído pelo ângulo entre  $\vec{F}_{\text{res}}$  e  $\vec{d}$ . Também podemos usar a Eq. 7-8, substituindo  $\vec{F}_{\text{res}}$  por  $\vec{F}$ .

### Teorema do Trabalho e Energia Cinética

A Eq. 7-5 relaciona a variação da energia cinética da conta (de um valor inicial  $K_i = K_i = \frac{1}{2}mv_0^2$  para um valor final  $K_f = \frac{1}{2}mv^2$ ) ao trabalho  $W (= F_x d)$  realizado sobre a conta. No caso de objetos que se comportam como partículas, podemos generalizar essa equação. Seja  $\Delta K$  a variação da energia cinética do objeto e seja  $W$  o trabalho resultante realizado sobre o objeto. Nesse caso, podemos escrever

$$\Delta K = K_f - K_i = W, \quad (7-10)$$

que significa o seguinte:

$$\left( \begin{array}{c} \text{variação da energia} \\ \text{cinética de uma partícula} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{trabalho total realizado} \\ \text{sobre a partícula} \end{array} \right).$$

Podemos também escrever

$$K_f = K_i + W, \quad (7-11)$$

que significa o seguinte:

$$\left( \begin{array}{c} \text{energia cinética depois} \\ \text{da realização do trabalho} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{energia cinética antes} \\ \text{da realização do trabalho} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{trabalho} \\ \text{realizado} \end{array} \right).$$

Essas relações, conhecidas tradicionalmente como **teorema do trabalho e energia cinética** para partículas, valem para trabalhos positivos e negativos. Se o trabalho total realizado sobre uma partícula é positivo, a energia cinética da partícula aumenta de um valor igual ao trabalho realizado; se o trabalho total é negativo, a energia cinética da partícula diminui de um valor igual ao trabalho realizado.

Por exemplo, se a energia cinética de uma partícula é inicialmente 5 J e a partícula recebe uma energia de 2 J (trabalho total positivo), a energia cinética final é 7 J. Por outro lado, se a partícula cede uma energia total de 2 J (trabalho total negativo), a energia cinética final é 3 J.

### ✓ Teste 1

Uma partícula está se movendo ao longo do eixo  $x$ . A energia cinética aumenta, diminui ou permanece a mesma se a velocidade da partícula varia (a) de  $-3$  m/s para  $-2$  m/s e (b) de  $-2$  m/s para  $2$  m/s? (c) Nas situações dos itens (a) e (b) o trabalho realizado sobre a partícula é positivo, negativo ou nulo?

### Exemplo 7.02 Trabalho realizado por duas forças constantes: espionagem industrial

A Fig. 7-4a mostra dois espões industriais arrastando um cofre de 225 kg a partir do repouso e assim produzindo um deslocamento  $\vec{d}$ , de módulo 8,50 m, em direção a um caminhão. O empurrão  $\vec{F}_1$  do espião 001 tem um módulo de 12,0 N e faz um ângulo de  $30,0^\circ$  para baixo com a horizontal; o puxão  $\vec{F}_2$  do espião 002 tem um módulo de 10,0 N e faz um ângulo de  $40,0^\circ$  para cima com a horizontal. Os módulos e orientações das forças não variam quando o cofre se desloca, e o atrito entre o cofre e o atrito com o piso é desprezível.

(a) Qual é o trabalho total realizado pelas forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  sobre o cofre durante o deslocamento  $\vec{d}$ ?

#### IDEIAS-CHAVE

(1) O trabalho total  $W$  realizado sobre o cofre é a soma dos trabalhos realizados separadamente pelas duas forças. (2) Como o cofre pode ser tratado como uma partícula e as forças são constantes, tanto em módulo como em orientação, podemos usar a Eq. 7-7 ( $W = Fd \cos \phi$ ) ou a Eq. 7-8 ( $W = \vec{F}_1 \cdot \vec{d}$ ) para calcular o trabalho. Como conhecemos o módulo e a orientação das forças, escolhemos a Eq. 7-7.

**Cálculos:** De acordo com a Eq. 7-7 e o diagrama de corpo livre do cofre (Fig. 7-4b), o trabalho realizado por  $\vec{F}_1$  é

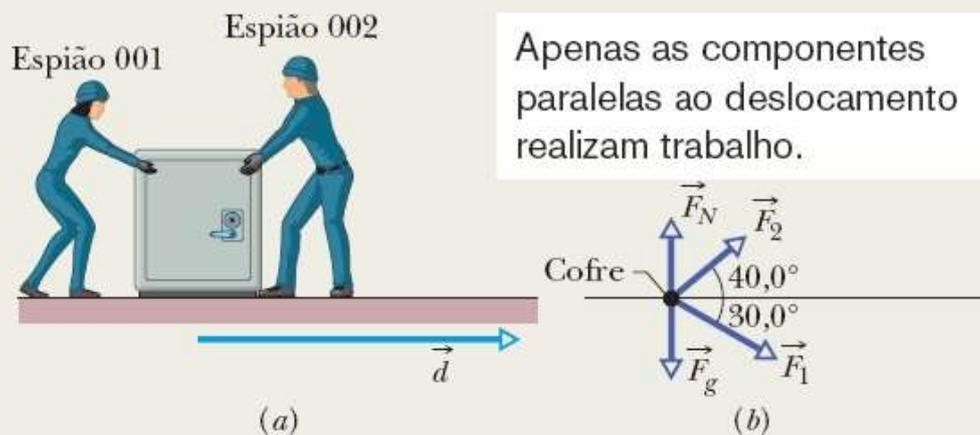
$$W_1 = F_1 d \cos \phi_1 = (12,0 \text{ N})(8,50 \text{ m})(\cos 30,0^\circ) \\ = 88,33 \text{ J},$$

e o trabalho realizado por  $\vec{F}_2$  é

$$W_2 = F_2 d \cos \phi_2 = (10,0 \text{ N})(8,50 \text{ m})(\cos 40,0^\circ) \\ = 65,11 \text{ J}.$$

Assim, o trabalho total  $W$  é

$$W = W_1 + W_2 = 88,33 \text{ J} + 65,11 \text{ J} \\ = 153,4 \text{ J} \approx 153 \text{ J}. \quad (\text{Resposta})$$



**Figura 7-4** (a) Dois espíões arrastam um cofre, produzindo um deslocamento  $\vec{d}$ . (b) Diagrama de corpo livre do cofre.

Durante o deslocamento de 8,50 m, portanto, os espíões transferem 153 J para a energia cinética do cofre.

(b) Qual é o trabalho  $W_g$  realizado pela força gravitacional  $\vec{F}_g$  sobre o cofre durante o deslocamento e qual é o trabalho  $W_N$  realizado pela força normal  $\vec{F}_N$  sobre o cofre durante o deslocamento?

### IDEIA-CHAVE

Como tanto o módulo como a orientação das duas forças são constantes, podemos calcular o trabalho realizado por elas usando a Eq. 7-7.

**Cálculos:** Como o módulo da força gravitacional é  $mg$ , em que  $m$  é a massa do cofre, temos:

$$W_g = mgd \cos 90^\circ = mgd(0) = 0 \quad (\text{Resposta})$$

e

$$W_N = F_N d \cos 90^\circ = F_N d(0) = 0. \quad (\text{Resposta})$$

Estes resultados já eram esperados. Como são perpendiculares ao deslocamento do cofre, as duas forças não realizam trabalho e não transferem energia para o cofre.

(c) Qual é a velocidade  $v_f$  do cofre após o deslocamento de 8,50 m?

### IDEIA-CHAVE

A velocidade varia porque a energia cinética muda quando  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  transferem energia para o cofre.

**Cálculos:** Podemos relacionar a velocidade ao trabalho combinando as Eqs. 7-10 (teorema do trabalho e energia) e 7-1 (definição de energia cinética):

$$W = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2.$$

A velocidade inicial  $v_i$  é zero e sabemos que o trabalho realizado é 153,4 J. Explicitando  $v_f$  e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$\begin{aligned}v_f &= \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2(153,4 \text{ J})}{225 \text{ kg}}} \\ &= 1,17 \text{ m/s.} \qquad \qquad \qquad \text{(Resposta)}\end{aligned}$$

### Exemplo 7.03 Trabalho realizado por uma força constante expressa na notação dos vetores unitários

Durante uma tempestade, um caixote desliza pelo piso escorregadio de um estacionamento, sofrendo um deslocamento  $\vec{d} = (-3,0 \text{ m})\hat{i}$  enquanto é empurrado pelo vento com uma força  $\vec{F} = (2,0 \text{ N})\hat{i} + (-6,0 \text{ N})\hat{j}$ . A situação e os eixos do sistema de coordenadas estão representados na Fig. 7-5.

(a) Qual é o trabalho realizado pelo vento sobre o caixote?

### IDEIA-CHAVE

Como podemos tratar o caixote como uma partícula e a força do vento é constante, podemos usar a Eq. 7-7 ( $W = Fd \cos \phi$ ) ou a Eq. 7-8 ( $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ ) para calcular o trabalho. Como conhecemos  $\vec{F}$  e  $\vec{d}$  em termos dos vetores unitários, escolhemos a Eq. 7-8.

**Cálculos:** Temos

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = [(2,0 \text{ N})\hat{i} + (-6,0 \text{ N})\hat{j}] \cdot [(-3,0 \text{ m})\hat{i}]$$

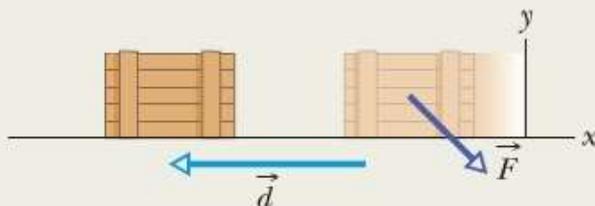
De todos os produtos entre vetores unitários, apenas  $\hat{i} \cdot \hat{i}$ ,  $\hat{j} \cdot \hat{j}$  e  $\hat{k} \cdot \hat{k}$  são diferentes de zero (veja o Apêndice E). Assim, temos

$$W = (2,0 \text{ N})(-3,0 \text{ m})\hat{i} \cdot \hat{i} + (-6,0 \text{ N})(-3,0 \text{ m})\hat{j} \cdot \hat{i}$$

$$= (-6,0 \text{ J})(1) + 0 = -6,0 \text{ J.} \quad (\text{Resposta})$$

A força realiza, portanto, um trabalho negativo de 6,0 J sobre o caixote, retirando 6,0 J da energia cinética do caixote.

A componente da força paralela ao deslocamento realiza um trabalho *negativo*, reduzindo a velocidade do caixote.



**Figura 7-5** A força  $\vec{F}$  desacelera um caixote durante um deslocamento  $\vec{d}$ .

(b) Se o caixote tem uma energia cinética de 10 J no início do deslocamento  $\vec{d}$ , qual é a energia ao final do deslocamento?

### IDEIA-CHAVE

Como a força realiza um trabalho negativo sobre o caixote, ela reduz a energia cinética do caixote.

**Cálculo:** Usando o teorema do trabalho e energia cinética na forma da Eq. 7-11, temos

$$K_f = K_i + W = 10 \text{ J} + (-6,0 \text{ J}) = 4,0 \text{ J.} \quad (\text{Resposta})$$

A redução da energia cinética indica que o caixote foi freado.

## 7-3 TRABALHO REALIZADO PELA FORÇA GRAVITACIONAL

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

**7.07** Calcular o trabalho realizado pelo campo gravitacional quando um objeto é levantado ou abaixado.

**7.08** Aplicar o teorema do trabalho e energia cinética a situações nas quais um objeto é levantado ou abaixado.

### Ideias-Chave

• O trabalho  $W_g$  realizado pela força gravitacional  $\vec{F}_g$  sobre um objeto de massa  $m$  que se comporta como uma partícula quando o objeto sofre um deslocamento  $\vec{d}$  é dado por

$$W_g = mgd \cos \phi,$$

em que  $\phi$  é o ângulo entre  $\vec{F}_g$  e  $\vec{d}$ .

• O trabalho  $W_a$  realizado por uma força aplicada quando um objeto que se comporta como uma partícula é levantado ou abaixado está relacionado com o trabalho  $W_g$  realizado pela força gravitacional e à variação  $\Delta K$  da energia cinética do objeto por meio da equação

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_g.$$

Se  $K_f = K_i$ , a equação se reduz a

$$W_a = -W_g$$

ou seja, a energia transferida para o objeto pela força aplicada é igual à energia retirada do objeto pela força gravitacional.

## Trabalho Realizado pela Força Gravitacional

Vamos examinar agora o trabalho realizado sobre um objeto pela força gravitacional. A Fig. 7-6 mostra um tomate de massa  $m$  que se comporta como partícula, arremessado para cima com velocidade inicial  $v_0$  e, portanto, com uma energia cinética inicial  $K_i = \frac{1}{2}mv_0^2$ . Na subida, o tomate é desacelerado por uma força gravitacional  $\vec{F}_g$ , ou seja, a energia cinética do tomate diminui porque  $\vec{F}_g$  realiza trabalho sobre o tomate durante a subida. Uma vez que o tomate pode ser tratado como uma partícula, podemos usar a Eq. 7-7 ( $W = Fd \cos \phi$ ) para expressar o trabalho realizado durante um deslocamento  $\vec{d}$ . No lugar de  $F$ , usamos  $mg$ , o módulo de  $\vec{F}_g$ . Assim, o trabalho  $W_g$  realizado pela força gravitacional  $\vec{F}_g$  é

$$W_g = mgd \cos \phi \quad (\text{trabalho realizado por uma força gravitacional}). \quad (7-12)$$

Durante a subida, a força  $\vec{F}_g$  tem o sentido contrário ao do deslocamento  $\vec{d}$ , como mostra a Fig. 7-6. Assim,  $\phi = 180^\circ$  e

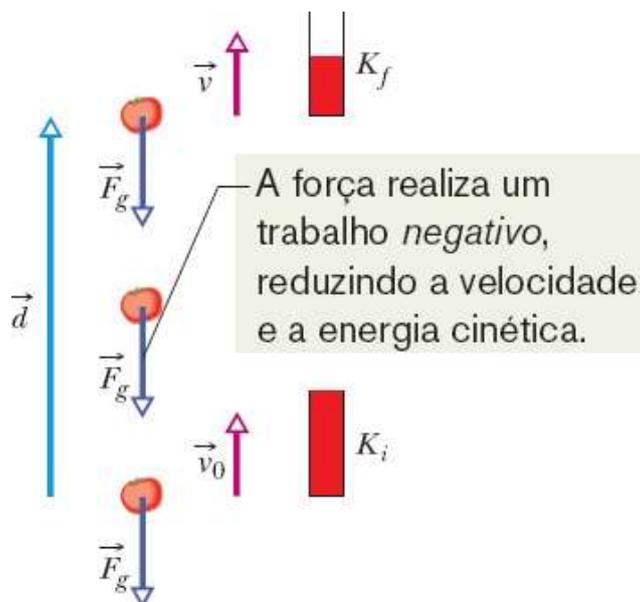
$$W_g = mgd \cos 180^\circ = mgd(-1) = -mgd. \quad (7-13)$$

O sinal negativo indica que, durante a subida, a força gravitacional remove uma energia  $mgd$  da energia cinética do objeto. Isso está de acordo com o fato de que o objeto perde velocidade na subida.

Depois que o objeto atinge a altura máxima e começa a descer, o ângulo  $\phi$  entre a força  $\vec{F}_g$  e o deslocamento  $\vec{d}$  é zero. Assim,

$$W_g = mgd \cos 0^\circ = mgd(+1) = +mgd. \quad (7-14)$$

O sinal positivo significa que agora a força gravitacional transfere uma energia  $mgd$  para a energia cinética do objeto. Isso está de acordo com o fato de que o objeto ganha velocidade na descida.



**Figura 7-6** Por causa da força gravitacional  $\vec{F}_g$ , a velocidade de um tomate, de massa  $m$ , arremessado para cima diminui de  $\vec{v}_0$  para  $\vec{v}$  durante um deslocamento  $\vec{d}$ . Um medidor de energia cinética indica a variação resultante da energia cinética do tomate, de  $K_i = \frac{1}{2}mv_0^2$  para  $K_f = \frac{1}{2}mv^2$ .

### Trabalho Realizado para Levantar e Abaixar um Objeto

Suponha agora que levantamos um objeto que se comporta como uma partícula aplicando ao objeto uma força vertical  $\vec{F}$ . Durante o deslocamento para cima, a força aplicada realiza um trabalho positivo  $W_a$  sobre o objeto, enquanto a força gravitacional realiza um trabalho negativo  $W_g$ . A força aplicada tende a transferir energia para o objeto, enquanto a força gravitacional tende a remover energia do objeto. De acordo com a Eq. 7-10, a variação  $\Delta K$  da energia cinética do objeto devido a essas duas transferências de energia é

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_g, \quad (7-15)$$

em que  $K_f$  é a energia cinética no fim do deslocamento e  $K_i$  é a energia cinética no início do deslocamento. A Eq. 7-15 também é válida para a descida do objeto, mas, nesse caso, a força gravitacional tende a transferir energia para o objeto, enquanto a força aplicada tende a remover energia do objeto.

Em muitos casos, o objeto está em repouso antes e depois do levantamento. Isso acontece, por exemplo, quando levantamos um livro do chão e o colocamos em uma estante. Nesse caso,  $K_f$  e  $K_i$  são nulas, e a Eq. 7-15 se reduz a

$$W_a + W_g = 0$$

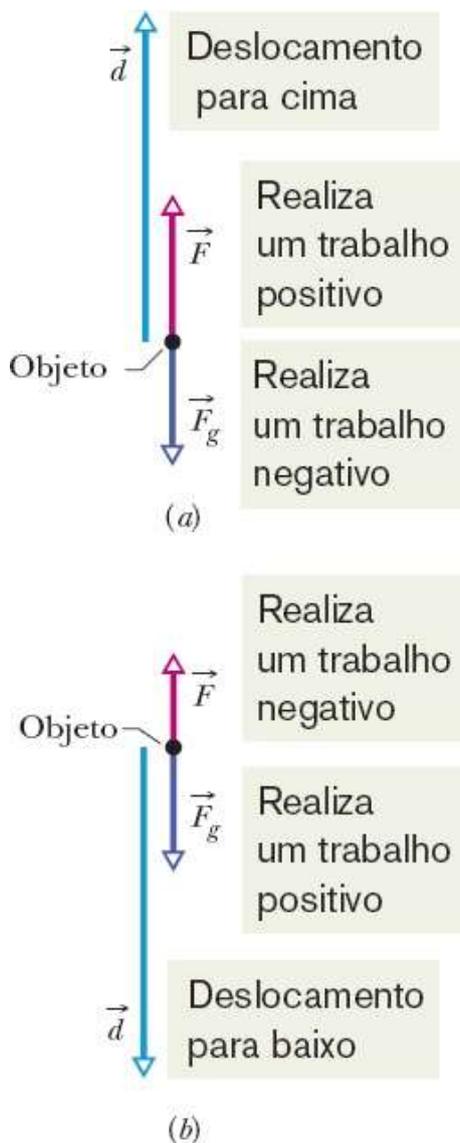
ou

$$W_a = -W_g. \quad (7-16)$$

Note que obtemos o mesmo resultado se  $K_f$  e  $K_i$  forem iguais, mesmo que não sejam nulas. De qualquer forma, o resultado significa que o trabalho realizado pela força aplicada é o negativo do trabalho

realizado pela força gravitacional, ou seja, que a força aplicada transfere para o objeto a mesma quantidade de energia que a força gravitacional remove do objeto. Usando a Eq. 7-12, podemos escrever a Eq. 7-16 na forma

$$W_a = -mgd \cos \phi \quad (\text{trabalho para levantar e abaixar; } K_f = K_i), \quad (7-17)$$



**Figura 7-7** (a) Uma força  $\vec{F}$  faz um objeto subir. O deslocamento  $\vec{d}$  do objeto faz um ângulo  $\phi = 180^\circ$  com a força gravitacional  $\vec{F}_g$ . A força aplicada realiza um trabalho positivo sobre o objeto. (b) A força  $\vec{F}$  é insuficiente para fazer o objeto subir. O deslocamento  $\vec{d}$  do objeto faz um ângulo  $\phi = 0^\circ$  com a força gravitacional  $\vec{F}_g$ . A força aplicada realiza um trabalho negativo sobre o objeto.

em que  $\phi$  é o ângulo entre  $\vec{F}_g$  e  $\vec{d}$ . Se o deslocamento é verticalmente para cima (Fig. 7-7a),  $\phi = 180^\circ$  e o trabalho realizado pela força aplicada é igual a  $mgd$ . Se o deslocamento é verticalmente para baixo (Fig. 7-7b),  $\phi = 0^\circ$  e o trabalho realizado pela força aplicada é igual a  $-mgd$ .

As Eqs. 7-16 e 7-17 se aplicam a qualquer situação em que um objeto é levantado ou abaixado, com o objeto em repouso antes e depois do deslocamento. Elas são independentes do módulo da força usada. Assim, por exemplo, se você levanta acima da cabeça uma caneca que estava no chão, a força que você exerce sobre a caneca varia consideravelmente durante o levantamento. Mesmo assim, como a caneca

está em repouso antes e depois do levantamento, o trabalho que sua força realiza sobre a caneca é dado pelas Eqs. 7-16 e 7-17, em que, na Eq. 7-17,  $mg$  é o peso da caneca e  $d$  é a diferença entre a altura inicial e a altura final.

### Exemplo 7.04 Trabalho realizado para puxar um trenó em uma encosta nevada

Neste exemplo, um objeto é puxado em uma rampa, mas o objeto está em repouso nos instantes inicial e final e, portanto, sua energia cinética não varia (o que é uma informação importante). A situação é mostrada na Fig. 7-8a. Uma corda puxa para cima um trenó de 200 kg (que você deve ter reconhecido) em uma encosta com um ângulo  $\theta = 30^\circ$ , por uma distância  $d = 20$  m. A massa total do trenó e da carga é 200 kg. A encosta nevada é tão escorregadia que o atrito entre o trenó e a encosta pode ser desprezado. Qual é o trabalho realizado pelas forças que agem sobre o trenó?

#### IDEIAS-CHAVE

(1) Como, durante o movimento, as forças são constantes em módulo e orientação, podemos calcular o trabalho realizado usando a Eq. 7-7 ( $W = Fd \cos \phi$ ), em que  $\phi$  é o ângulo entre a força e o deslocamento. Chegamos ao mesmo resultado usando a Eq. 7-8 ( $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ ), em que calculamos o produto escalar do vetor força pelo vetor deslocamento. (2) Podemos relacionar o trabalho realizado pelas forças à variação de energia cinética (ou, neste caso, à falta de variação) usando o teorema do trabalho e energia cinética da Eq. 7-10 ( $\Delta K = W$ ).

**Cálculos:** A primeira coisa a fazer na maioria dos problemas de física que envolvem forças é desenhar um diagrama de corpo livre para organizar as ideias. No caso do trenó, o diagrama de corpo livre é o da Fig. 7-8b, que mostra a força gravitacional  $\vec{F}_g$ , a força de tração  $\vec{T}$  exercida pela corda e a força normal  $\vec{F}_N$  exercida pela encosta.

**Trabalho  $W_N$  da força normal.** Vamos começar com um cálculo fácil. A força normal é perpendicular à encosta e, portanto, ao deslocamento do trenó. Assim, o trabalho realizado pela força normal é zero. Se quisermos ser mais formais, podemos usar a Eq. 7-7 para escrever

$$W_N = F_N d \cos 90^\circ = 0. \quad (\text{Resposta})$$

**Trabalho  $W_g$  da força gravitacional.** Podemos calcular o trabalho realizado pela força gravitacional de duas formas (a escolha fica por conta do leitor). De acordo com nossa discussão anterior a respeito das rampas (Exemplo 5.04 e Fig. 5-15), o módulo da componente do campo gravitacional paralela à rampa é  $mg \sin \theta$ . Assim, temos:

$$\begin{aligned} F_{gx} &= mg \sin \theta = (200 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2) \sin 30^\circ \\ &= 980 \text{ N.} \end{aligned}$$

Como o ângulo  $\phi$  entre o deslocamento e essa componente da força é  $180^\circ$ , a Eq. 7-7 nos dá

$$W_g = F_{gx}d \cos 180^\circ = (980 \text{ N})(20 \text{ m})(-1) \\ = -1,96 \times 10^4 \text{ J.} \quad (\text{Resposta})$$

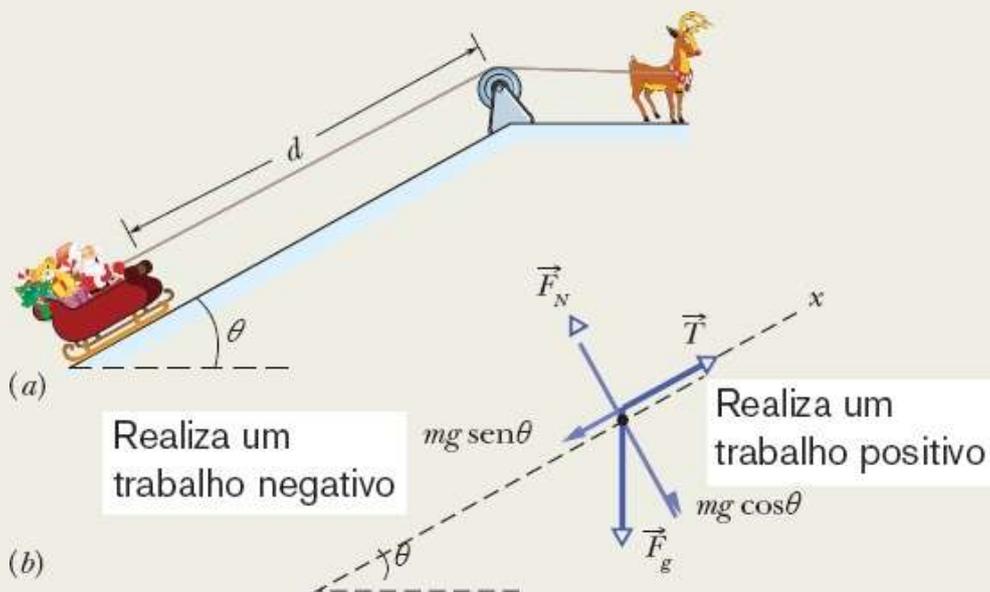
O resultado negativo significa que o campo gravitacional remove energia do trenó.

A segunda forma de obter esse resultado é usar toda a força gravitacional  $\vec{F}_g$  em vez de usar apenas uma componente. Como o ângulo entre  $\vec{F}_g$  e  $\vec{d}$  é  $120^\circ$  ( $30^\circ + 90^\circ$ ), a Eq. 7-7 nos dá

$$W_g = F_g d \cos 120^\circ = mgd \cos 120^\circ \\ = (200 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m}) \cos 120^\circ \\ = -1,96 \times 10^4 \text{ J.} \quad (\text{Resposta})$$

**Trabalho  $W_T$  da força de tração da corda.** Podemos calcular esse trabalho de duas formas. A mais simples é usar o teorema do trabalho e energia da Eq. 7-10 ( $\Delta K = W$ ), em que  $\Delta K = 0$  porque a energia cinética final é igual à energia cinética inicial (zero) e  $W = W_N + W_g + W_T$  é o trabalho total realizado pelas forças. Assim, a Eq. 7-10 nos dá

$$0 = W_N + W_g + W_T = 0 - 1,96 \times 10^4 \text{ J} + W_T \\ \text{e} \quad W_T = 1,96 \times 10^4 \text{ J.} \quad (\text{Resposta})$$



**Figura 7-8** (a) Um trenó é puxado por uma corda em uma rampa nevada. (b) Diagrama de corpo livre do trenó.

Em vez disso, podemos aplicar a segunda lei de Newton ao movimento ao longo de um eixo  $x$  paralelo à rampa para calcular o módulo  $F_T$  da força de tração da corda. Supondo que a aceleração na direção do eixo  $x$  é zero (exceto por breves períodos de tempo, quando o trenó inicia e termina a subida), podemos escrever

$$F_{\text{res}x} = ma_x, \\ F_T - mg \sin 30^\circ = m(0),$$

o que nos dá  $F_T = mg \sin 30^\circ$

Como a força de tração da corda e o deslocamento do trenó têm a mesma direção e o mesmo sentido, o ângulo entre os dois vetores é zero. Logo, de acordo com a Eq. 7-7, temos:

$$\begin{aligned}W_T &= F_T d \cos 0^\circ = (mg \sin 30^\circ) d \cos 0^\circ \\&= (200 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(\sin 30^\circ)(20 \text{ m}) \cos 0^\circ \\&= 1,96 \times 10^4 \text{ J.} \quad \text{(Resposta)}\end{aligned}$$

### Exemplo 7.05 Trabalho realizado sobre um elevador acelerado

Um elevador, de massa  $m = 500 \text{ kg}$ , está descendo com velocidade  $v_i = 4,0 \text{ m/s}$  quando o cabo de sustentação começa a patinar, permitindo que o elevador caia com aceleração constante  $\vec{a} = \vec{g}/5$  (Fig. 7-9a).

(a) Se o elevador cai de uma altura  $d = 12 \text{ m}$ , qual é o trabalho  $W_g$  realizado sobre o elevador pela força gravitacional  $\vec{F}_g$ ?

#### IDEIA-CHAVE

Podemos tratar o elevador como uma partícula e, portanto, usar a Eq. 7-12 ( $W_g = mgd \cos \phi$ ) para calcular o trabalho  $W_g$ .

**Cálculo:** De acordo com a Fig. 7-9b, o ângulo entre  $\vec{F}_g$  e o deslocamento  $\vec{d}$  do elevador é  $0^\circ$ . Assim, de acordo com a Eq. 7-12,

$$\begin{aligned}W_g &= mgd \cos 0^\circ = (500 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(12 \text{ m})(1) \\&= 5,88 \times 10^4 \text{ J} \approx 59 \text{ kJ.} \quad \text{(Resposta)}\end{aligned}$$

(b) Qual é o trabalho  $W_T$  realizado sobre o elevador pela força  $\vec{T}$  do cabo durante a queda?

#### IDEIA-CHAVE

Podemos calcular o trabalho  $W_T$  usando a Eq. 7-7 ( $W = Fd \cos \phi$ ) e escrevendo a segunda lei de Newton para as componentes das forças em relação ao eixo  $y$  da Fig. 7-9b ( $F_{\text{res},y} = ma_y$ ).

**Cálculos:** A segunda lei de Newton nos dá

$$T - F_g = ma. \quad (7-18)$$

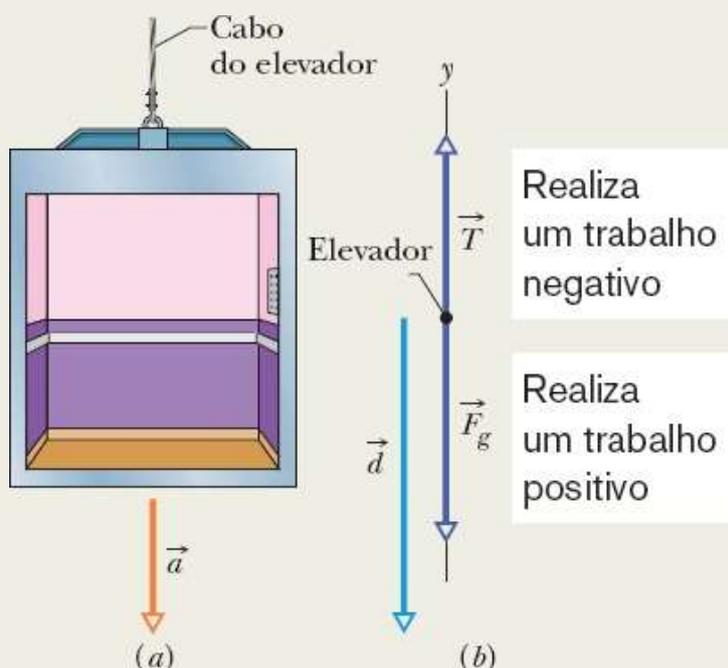
Explicitando  $T$ , substituindo  $F_g$  por  $mg$  e substituindo o resultado na Eq. 7-7, obtemos

$$W_T = Td \cos \phi = m(a + g)d \cos \phi. \quad (7-19)$$

Em seguida, substituindo a aceleração  $a$  (para baixo) por  $-g/5$  e o ângulo  $\phi$  entre as forças  $\vec{T}$  e  $m\vec{g}$  por  $180^\circ$ , obtemos

$$\begin{aligned}
 W_T &= m \left( -\frac{g}{5} + g \right) d \cos \phi = \frac{4}{5} mgd \cos \phi \\
 &= \frac{4}{5} (500 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(12 \text{ m}) \cos 180^\circ \\
 &= -4,70 \times 10^4 \text{ J} \approx -47 \text{ kJ.} \quad \text{(Resposta)}
 \end{aligned}$$

**Atenção:** Note que  $W_T$  não é simplesmente o negativo de  $W_g$ . A razão disso é que, como o elevador acelera durante a queda, a velocidade varia e, conseqüentemente, a energia cinética também varia. Assim, a Eq. 7-16 (que envolve a suposição de que a energia cinética é igual no início e no final do processo) não se aplica nesse caso.



**Figura 7-9** Um elevador, que estava descendo com velocidade  $v_i$ , de repente começa a acelerar para baixo. (a) O elevador sofre um deslocamento  $\vec{d}$  com uma aceleração constante  $\vec{a} = \vec{g}/5$ . (b) Diagrama de corpo livre do elevador, mostrando também o deslocamento.

(c) Qual é o trabalho total  $W$  realizado sobre o elevador durante a queda?

**Cálculo:** O trabalho total é a soma dos trabalhos realizados pelas forças a que o elevador está sujeito:

$$\begin{aligned}
 W &= W_g + W_T = 5,88 \times 10^4 \text{ J} - 4,70 \times 10^4 \text{ J} \\
 &= 1,18 \times 10^4 \text{ J} \approx 12 \text{ kJ.} \quad \text{(Resposta)}
 \end{aligned}$$

(d) Qual é a energia cinética do elevador no final da queda de 12 m?

### IDEIA-CHAVE

De acordo com a Eq. 7-11 ( $K_f = K_i + W$ ), a variação da energia cinética é igual ao trabalho total realizado sobre o elevador.

**Cálculo:** De acordo com a Eq. 7-1, podemos escrever a energia cinética no início da queda como  $K_i = \frac{1}{2}mv_i^2$ . Nesse caso, a Eq. 7-11 pode ser escrita na forma

$$\begin{aligned}K_f &= K_i + W = \frac{1}{2}mv_i^2 + W \\ &= \frac{1}{2}(500 \text{ kg})(4,0 \text{ m/s})^2 + 1,18 \times 10^4 \text{ J} \\ &= 1,58 \times 10^4 \text{ J} \approx 16 \text{ kJ.} \quad \text{(Resposta)}\end{aligned}$$

## 7-4 TRABALHO REALIZADO POR UMA FORÇA ELÁSTICA

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

- 7.09** Aplicar a relação (lei de Hooke) entre a força que uma mola exerce sobre um objeto, o alongamento ou encurtamento da mola, e a constante elástica da mola.
- 7.10** Saber que a força elástica é uma força variável.
- 7.11** Calcular o trabalho realizado sobre um objeto por uma força elástica integrando a força da posição inicial até a posição final do objeto ou usando resultado conhecido dessa integração.
- 7.12** Calcular o trabalho realizado sobre um objeto por uma força elástica determinando a área sob a curva de um gráfico da força elástica em função da posição do objeto.
- 7.13** Aplicar o teorema do trabalho e energia cinética a situações nas quais o movimento de um objeto é causado por uma força elástica.

### Ideias-Chave

- A força  $\vec{F}_s$  exercida por uma mola é dada por

$$\vec{F} = -k\vec{d} \quad \text{(Lei de Hooke),}$$

em que  $\vec{d}$  é o deslocamento da extremidade livre da mola a partir do estado relaxado (em que a mola não está comprimida ou alongada), e  $k$  é a constante elástica (uma medida da rigidez da mola). Se o eixo  $x$  é paralelo à maior dimensão da mola, com a origem na posição da extremidade livre quando a mola está relaxada, a equação se torna

$$F_x = -kx \quad \text{(Lei de Hooke).}$$

- A força exercida por uma mola é uma força variável, pois depende da posição da extremidade livre da mola.
- Se um objeto é preso à extremidade livre de uma mola, o trabalho  $W_s$  realizado sobre o objeto pela força da mola quando o objeto é deslocado de uma posição inicial  $x_i$  para uma posição final  $x_f$  é dado por

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2.$$

Se  $x_i = 0$  e  $x_f = x$ , a equação se torna

$$W_s = -\frac{1}{2}kx^2.$$

## Trabalho Realizado por uma Força Elástica

Vamos agora discutir o trabalho realizado sobre uma partícula por um tipo particular de *força variável*: a **força elástica** exercida por uma mola. Muitas forças da natureza podem ser expressas pela mesma equação matemática que a força de uma mola. Assim, examinando essa força em particular, podemos compreender muitas outras.

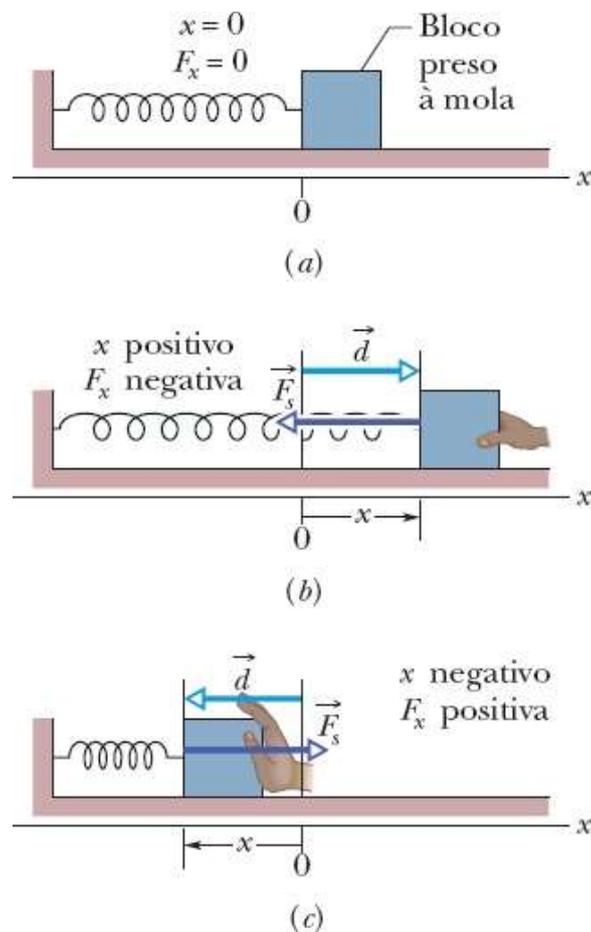
### A Força Elástica

A Fig. 7-10a mostra uma mola no **estado relaxado**, ou seja, nem comprimida nem alongada. Uma das extremidades está fixa, e um objeto que se comporta como uma partícula, um bloco, por exemplo, está preso na outra extremidade. Se alongamos a mola puxando o bloco para a direita, como na Fig. 7-10b, a mola puxa o bloco para a esquerda. (Como a força elástica tende a restaurar o estado relaxado, ela também é chamada de *força restauradora*.) Se comprimimos a mola empurrando o bloco para a esquerda, como na Fig. 7-10c, a mola empurra o bloco para a direita.

Uma boa aproximação para muitas molas consiste em supor que a força  $\vec{F}_s$  é proporcional ao deslocamento  $\vec{d}$  da extremidade livre a partir da posição que ocupa quando a mola está no estado relaxado. Nesse caso, a *força elástica* é dada por

$$\vec{F}_s = -k\vec{d} \quad (\text{Lei de Hooke}), \quad (7-20)$$

A Eq. (7-20) é conhecida como **lei de Hooke** em homenagem a Robert Hooke, cientista inglês do final do século XVII. O sinal negativo da Eq. 7-20 indica que o sentido da força elástica é sempre oposto ao sentido do deslocamento da extremidade livre da mola. A constante  $k$  é chamada de **constante elástica** (ou **constante de força**) e é uma medida da rigidez da mola. Quanto maior o valor de  $k$ , mais rígida é a mola, ou seja, maior é a força exercida pela mola para um dado deslocamento. A unidade de  $k$  do SI é o newton por metro.



**Figura 7-10** (a) Uma mola no estado relaxado. A origem do eixo  $x$  foi colocada na extremidade da mola que está presa ao bloco. (b) O bloco sofre um deslocamento  $\vec{d}$ , e a mola sofre uma distensão (variação positiva de  $x$ ). Observe a força restauradora  $\vec{F}_s$  exercida pela mola. (c) A mola sofre uma compressão (variação negativa de  $x$ ). Observe novamente a força restauradora.

Na Fig. 7-10 foi traçado um eixo  $x$  paralelo à maior dimensão da mola, com a origem ( $x = 0$ ) na posição da extremidade livre quando a mola está no estado relaxado. Para essa configuração, que é a mais comum, podemos escrever a Eq. 7-20 na forma

$$F_x = -k_x \quad (\text{Lei de Hooke}), \quad (7-21)$$

em que mudamos o índice. Se  $x$  é positivo (ou seja, se a mola está alongada para a direita),  $F_x$  é negativa (é um puxão para a esquerda). Se  $x$  é negativo (ou seja, se a mola está comprimida para a esquerda),  $F_x$  é positiva (é um empurrão para a direita). Note que a força elástica é uma *força variável*, uma vez que depende de  $x$ , a posição da extremidade livre. Assim,  $F_x$  pode ser representada na forma  $F(x)$ . Note também que a lei de Hooke expressa uma relação *linear* entre  $F_x$  e  $x$ .

### Trabalho Realizado por uma Força Elástica

Para determinar o trabalho realizado pela força elástica quando o bloco da Fig. 7-10a se move, vamos fazer duas hipóteses simplificadoras a respeito da mola. (1) Vamos supor que se trata de uma mola *sem massa*; ou seja, de uma mola cuja massa é desprezível em relação à massa do bloco. (2) Vamos supor que se trata de uma *mola ideal*; ou seja, de uma mola que obedece exatamente à lei de Hooke. Vamos supor

também que não existe atrito entre o bloco e o piso e que o bloco se comporta como uma partícula.

Vamos dar ao bloco um impulso para a direita, apenas para colocá-lo em movimento. Quando o bloco se move para a direita, a força elástica  $F_x$  realiza trabalho sobre ele, diminuindo a energia cinética e desacelerando o bloco. Entretanto, *não podemos* calcular o trabalho usando a Eq. 7-7 ( $W = Fd \cos \phi$ ) porque essa equação só é válida se a força for constante e a força elástica é uma força variável.

Existe uma forma engenhosa de superar essa dificuldade. (1) Dividimos o deslocamento do bloco em segmentos tão pequenos que podemos supor que a força não varia dentro de cada segmento. (2) Nesse caso, em cada segmento, a força é (aproximadamente) constante e *podemos* usar a Eq. 7-7 para calcular o trabalho realizado pela força. (3) Para obter a força total, somamos o trabalho realizado pela força em todos os segmentos. Bem, essa é a ideia geral, mas não estamos dispostos a passar vários dias calculando o valor do trabalho nos segmentos; além disso, o valor total obtido seria apenas uma aproximação. Em vez disso, vamos tornar os segmentos *infinitesimais*, o que faz o erro de aproximação tender a zero, e somar os resultados por integração em vez de executar a soma segmento por segmento. Usando os métodos do cálculo, podemos fazer a conta em poucos minutos.

Seja  $x_i$  a posição inicial do bloco e  $x_f$  a posição do bloco em um instante posterior. Vamos dividir a distância entre as duas posições em muitos segmentos, cada um com um pequeno comprimento  $\Delta x$ . Rotulamos esses segmentos, a partir de  $x_i$ , como segmentos 1, 2, e assim por diante. Quando o bloco se move no interior de um dos segmentos, a força elástica praticamente não varia, já que o segmento é tão curto que  $x$  é praticamente constante. Assim, podemos supor que o módulo da força é aproximadamente constante dentro de cada segmento. Vamos rotular esses módulos como  $F_{x1}$  no segmento 1,  $F_{x2}$  no segmento 2, e assim por diante.

Com uma força constante em cada segmento, *podemos* calcular o trabalho realizado dentro de cada segmento usando a Eq. 7-7. Nesse caso,  $\phi = 180^\circ$ , de modo que  $\cos \phi = -1$ . Assim, o trabalho realizado é  $-F_{x1}\Delta x$  no segmento 1,  $-F_{x2}\Delta x$  no segmento 2, e assim por diante. O trabalho total  $W_s$  realizado pela mola de  $x_i$  a  $x_f$  é a soma de todos esses trabalhos:

$$W_s = \sum -F_{xj} \Delta x, \quad (7-22)$$

em que  $j = 1, 2, \dots$  é o número de ordem de cada segmento. No limite em que  $\Delta x$  tende a zero, a Eq. 7-22 se torna

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} -F_x dx. \quad (7-23)$$

De acordo com a Eq. 7-21, o módulo da força  $F_x$  é  $kx$ . Assim, temos:

$$\begin{aligned} W_s &= \int_{x_i}^{x_f} -kx dx = -k \int_{x_i}^{x_f} x dx \\ &= \left(-\frac{1}{2}k\right)[x^2]_{x_i}^{x_f} = \left(-\frac{1}{2}k\right)(x_f^2 - x_i^2). \end{aligned} \quad (7-24)$$

Efetuada as multiplicações, obtemos

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 \quad (\text{trabalho de uma força elástica}). \quad (7-25)$$

O trabalho  $W_s$  realizado pela força elástica pode ser negativo ou positivo, dependendo do fato de a transferência *total* de energia ser do bloco para a mola ou da mola para o bloco quando este se move de  $x_i$  para  $x_f$ . **Atenção:** A posição final  $x_f$  aparece no *segundo* termo do lado direito da Eq. 7-25. Assim, de acordo com a Eq. 7-25:



O trabalho  $W_s$  é positivo se a posição final do bloco está mais próxima da posição no estado relaxado ( $x = 0$ ) que a posição inicial; é negativo se a posição final está mais afastada de  $x = 0$  que a posição inicial. O trabalho é zero se a posição final do bloco está à mesma distância de  $x = 0$  que a posição inicial.

Supondo que  $x_i = 0$  e chamando a posição final de  $x$ , a Eq. 7-25 se torna

$$W_s = -\frac{1}{2}kx^2 \quad (\text{trabalho de uma força elástica}). \quad (7-26)$$

### Trabalho Realizado por uma Força Aplicada

Suponha agora que deslocamos o bloco ao longo do eixo  $x$  mantendo uma força  $\vec{F}_a$  aplicada ao bloco. Durante o deslocamento, a força aplicada realiza sobre o bloco um trabalho  $W_a$ , enquanto a força elástica realiza um trabalho  $W_s$ . De acordo com a Eq. 7-10, a variação  $\Delta K$  da energia cinética do bloco devido a essas duas transferências de energia é

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_s, \quad (7-27)$$

em que  $K_f$  é a energia cinética no fim do deslocamento e  $K_i$  é a energia cinética no início do deslocamento. Se o bloco está em repouso no início e no fim do deslocamento,  $K_i$  e  $K_f$  são iguais a zero e a Eq. 7-27 se reduz a

$$W_a = -W_s. \quad (7-28)$$



Se um bloco preso a uma mola está em repouso antes e depois de um deslocamento, o trabalho realizado sobre o bloco pela força responsável pelo deslocamento é o negativo do trabalho realizado sobre o bloco pela força elástica.

**Atenção:** Se o bloco não estiver em repouso antes e depois do deslocamento, essa afirmação *não* é

verdadeira.

## ☑ Teste 2

Em três situações, as posições inicial e final, respectivamente, ao longo do eixo  $x$  da Fig. 7-10 são: (a)  $-3$  cm,  $2$  cm; (b)  $2$  cm,  $3$  cm; (c)  $-2$  cm,  $2$  cm. Em cada situação, o trabalho realizado sobre o bloco pela força elástica é positivo, negativo ou nulo?

### Exemplo 7.06 Trabalho realizado por uma mola para mudar a energia cinética

Quando uma mola realiza trabalho sobre um objeto, *não podemos* calcular o trabalho simplesmente multiplicando a força da mola pelo deslocamento do objeto, pois o valor da força não é constante. Entretanto, podemos dividir o deslocamento em um número infinito de deslocamentos infinitesimais e considerar a força constante em cada um desses deslocamentos. A soma dos trabalhos realizados durante todos os deslocamentos é dada por uma integral. Neste exemplo, vamos usar o resultado genérico dessa integral.

Na Fig. 7-11, depois de deslizar em uma superfície horizontal sem atrito com velocidade  $v = 0,50$  m/s, um pote de cominho de massa  $m = 0,40$  kg colide com uma mola de constante elástica  $k = 750$  N/m e começa a comprimi-la. No instante em que o pote para momentaneamente por causa da força exercida pela mola, de que distância  $d$  a mola foi comprimida?

#### IDEIAS-CHAVE

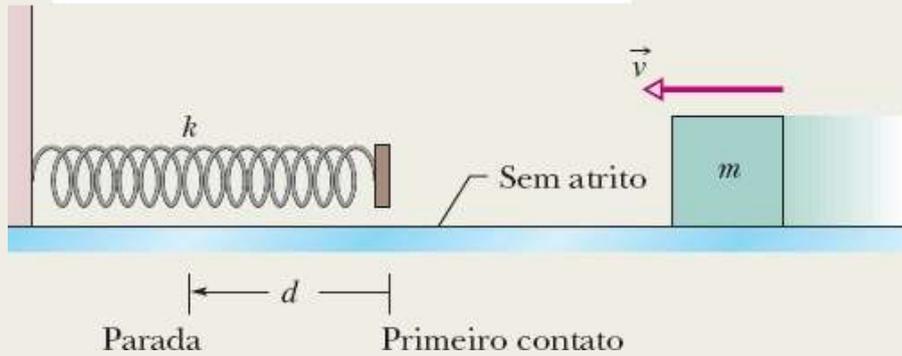
1. O trabalho  $W_s$  realizado sobre o pote pela força elástica está relacionado com a distância  $d$  pedida por meio da Eq. 7-26 ( $W_s = -\frac{1}{2}kx^2$ ) com  $d$  substituindo  $x$ .
2. O trabalho  $W_s$  também está relacionado com a energia cinética do pote por meio da Eq. 7-10 ( $K_f - K_i = W$ ).
3. A energia cinética do pote tem um valor inicial  $K = \frac{1}{2}mv^2$  e é nula quando o pote está momentaneamente em repouso.

**Cálculos:** Combinando as duas primeiras ideias-chave, escrevemos o teorema do trabalho e energia cinética para o pote na seguinte forma:

$$K_f - K_i = -\frac{1}{2}kd^2.$$

Substituindo a energia cinética inicial e final pelos seus valores (terceira ideia-chave), temos:

A força da mola realiza um trabalho *negativo*, reduzindo a velocidade e a energia cinética.



**Figura 7-11** Um pote de massa  $m$  se move com velocidade  $\vec{v}$  em direção a uma mola de constante  $k$ .

$$0 - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}kd^2.$$

Simplificando, explicitando  $d$  e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

$$\begin{aligned} d &= v \sqrt{\frac{m}{k}} = (0,50 \text{ m/s}) \sqrt{\frac{0,40 \text{ kg}}{750 \text{ N/m}}} \\ &= 1,2 \times 10^{-2} \text{ m} = 1,2 \text{ cm.} \end{aligned} \quad \text{(Resposta)}$$

## 7-5 TRABALHO REALIZADO POR UMA FORÇA VARIÁVEL GENÉRICA

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

- 7.14** Dada uma força variável em função da posição, calcular o trabalho realizado pela força sobre um objeto integrando a função da posição inicial até a posição final do objeto, em uma ou mais dimensões.
- 7.15** Dada uma curva da força aplicada a um objeto em função da posição, calcular o trabalho realizado pela força calculando a área sob a curva entre a posição inicial e a posição final do objeto.
- 7.16** Converter um gráfico da aceleração em função da posição em um gráfico da força em função da posição.
- 7.17** Aplicar o teorema do trabalho e energia cinética a situações nas quais um objeto é submetido a uma força variável.

### Ideias-Chave

- Quando a força  $\vec{F}$  a que está sujeito um objeto que se comporta como uma partícula depende da posição do objeto, o trabalho realizado pela força enquanto o objeto se desloca de uma posição inicial  $r_i$  de coordenadas  $(x_i, y_i, z_i)$  para uma posição final  $r_f$  de coordenadas  $(x_f, y_f, z_f)$  pode ser calculado integrando a força. Se a componente  $F_x$  depende apenas de  $x$ , a componente  $F_y$  depende apenas de  $y$  e a componente  $F_z$  depende apenas de  $z$ , o trabalho é dado por

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z dz.$$

- Se a única componente da força  $\vec{F}$  diferente de zero é  $F_x$ ,

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx.$$

## Trabalho Realizado por uma Força Variável Genérica

### Análise Unidimensional

Vamos voltar à situação da Fig. 7-2, agora supondo que a força aponta no sentido positivo do eixo  $x$  e que o módulo da força varia com a posição  $x$ . Quando a conta (partícula) se move, o módulo  $F(x)$  da força que realiza trabalho sobre ela varia. Apenas o módulo da força varia; a orientação permanece a mesma. Além disso, o módulo da força em qualquer posição não varia com o tempo.

A Fig. 7-12a mostra o gráfico de uma *força variável unidimensional* como a que acabamos de descrever. Estamos interessados em obter uma expressão para o trabalho realizado por essa força sobre a partícula, quando a partícula se desloca de uma posição inicial  $x_i$  para uma posição final  $x_f$ , mas *não podemos* usar a Eq. 7-7 ( $W = Fd \cos \phi$ ) porque ela só é válida no caso de uma força constante. Assim, vamos usar novamente os métodos do cálculo. Dividimos a área sob a curva da Fig. 7-12a em um grande número de faixas estreitas, de largura  $\Delta x$  (Fig. 7-12b). Escolhemos um  $\Delta x$  suficientemente pequeno para que possamos considerar a força  $F(x)$  aproximadamente constante nesse intervalo. Vamos chamar de  $F_{j,\text{méd}}$  o valor médio de  $F(x)$  no intervalo de ordem  $j$ . Nesse caso,  $F_{j,\text{méd}}$  na Fig. 7-12b é a altura da faixa de ordem  $j$ .

Com  $F_{j,\text{méd}}$  constante, o incremento (pequena quantidade) de trabalho  $\Delta W_j$  realizado pela força no intervalo de ordem  $j$  pode ser calculado usando a Eq. 7-7:

$$\Delta W_j = F_{j,\text{méd}} \Delta x. \quad (7-29)$$

Na Fig. 7-12b,  $\Delta W_j$  é, portanto, igual à área sob a faixa retangular sombreada de ordem  $j$ .

Para determinar o trabalho total  $W$  realizado pela força quando a partícula se desloca de  $x_i$  para  $x_f$ , somamos as áreas de todas as faixas entre  $x_i$  e  $x_f$  da Fig. 7-12b.

$$W = \sum \Delta W_j = \sum F_{j,\text{méd}} \Delta x. \quad (7-30)$$

A Eq. 7-30 é uma aproximação porque a “escada” formada pelos lados superiores dos retângulos da Fig. 7-12b é apenas uma aproximação da curva real de  $F(x)$ .

Podemos melhorar a aproximação reduzindo a largura  $\Delta x$  dos retângulos e usando mais retângulos, como na Fig. 7-12c. No limite, fazemos a largura dos retângulos tender a zero; nesse caso, o número de retângulos se torna infinitamente grande e temos, como resultado exato,

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum F_{j,\text{méd}} \Delta x. \quad (7-31)$$

Esse limite corresponde à definição da integral da função  $F(x)$  entre os limites  $x_i$  e  $x_f$ . Assim, a Eq. 7-31 se torna

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad (\text{trabalho de uma força variável}). \quad (7-32)$$

Se conhecemos a função  $F(x)$ , podemos substituí-la na Eq. 7-32, introduzir os limites de integração apropriados, efetuar a integração e, assim, calcular o trabalho. (O Apêndice E contém uma lista das integrais mais usadas.) Geometricamente, o trabalho é igual à área entre a curva de  $F(x)$  e o eixo  $x$  e entre os limites  $x_i$  e  $x_f$  (área sombreada na Fig. 7-12d).

### Análise Tridimensional

Considere uma partícula sob a ação de uma força tridimensional

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}, \quad (7-33)$$

cujas componentes  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$  podem depender da posição da partícula, ou seja, podem ser funções da posição. Vamos, porém, fazer três simplificações:  $F_x$  pode depender de  $x$ , mas não de  $y$  ou  $z$ ;  $F_y$  pode depender de  $y$ , mas não de  $x$  ou  $z$ ;  $F_z$  pode depender de  $z$ , mas não de  $x$  ou  $y$ . Suponha que a partícula sofra um deslocamento incremental

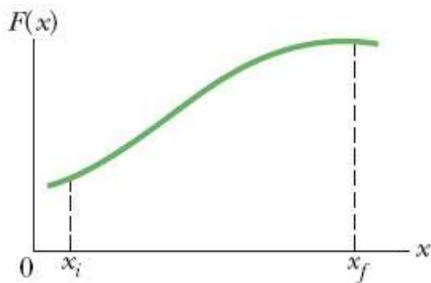
$$d\vec{r} = dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k}. \quad (7-34)$$

De acordo com a Eq. 7-8, o incremento  $dW$  do trabalho realizado sobre a partícula pela força  $\vec{F}$  durante o deslocamento  $d\vec{r}$  é

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz. \quad (7-35)$$

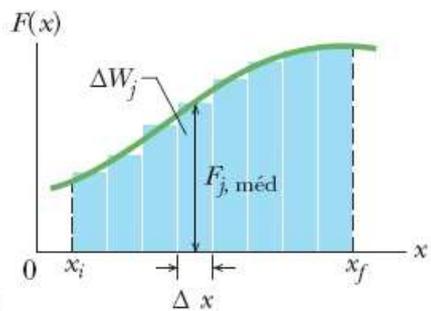
O trabalho  $W$  realizado por  $\vec{F}$  enquanto a partícula se move de uma posição inicial  $r_i$  de coordenadas  $(x_i, y_i, z_i)$  para uma posição final  $r_f$  de coordenadas  $(x_f, y_f, z_f)$  é, portanto,

O trabalho é igual à área sob a curva.



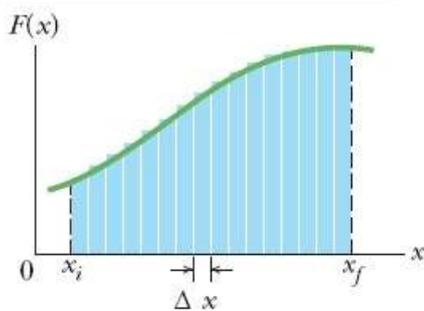
(a)

A área sob a curva pode ser aproximada pela área desses retângulos.



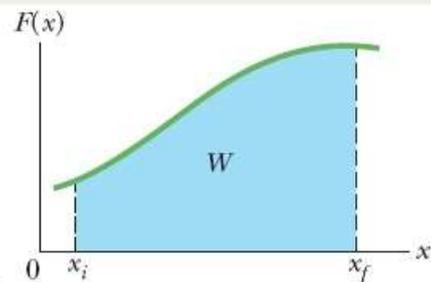
(b)

Quanto mais estreitos os retângulos, melhor a aproximação.



(c)

Quando a largura dos retângulos tende a zero, o erro da aproximação também tende a zero.



(d)

**Figura 7-12** (a) Gráfico do módulo de uma força unidimensional  $\vec{F}(x)$  em função da posição  $x$  de uma partícula sobre a qual a força atua. A partícula se desloca de  $x_i$  a  $x_f$ . (b) O mesmo que (a), mas com a área sob a curva dividida em faixas estreitas. (c) O mesmo que (b), mas com a área sob a curva dividida em faixas mais estreitas. (d) O caso-limite. O trabalho realizado pela força é dado pela Eq. 7-32 e é representado pela área sombreada entre a curva e o eixo  $x$  e entre  $x_i$  e  $x_f$ .

$$W = \int_{r_i}^{r_f} dW = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z dz. \quad (7-36)$$

Se  $\vec{F}$  possui apenas a componente  $x$ , os termos da Eq. 7-36 que envolvem  $y$  e  $z$  são nulos e a equação se reduz à Eq. 7-32.

### Teorema do Trabalho e Energia Cinética para uma Força Variável

A Eq. 7-32 permite calcular o trabalho realizado por uma força variável sobre uma partícula em uma situação unidimensional. Vamos agora verificar se o trabalho calculado é realmente igual à variação da energia cinética da partícula, como afirma o teorema do trabalho e energia cinética.

Considere uma partícula de massa  $m$  que se move em um eixo  $x$  e está sujeita a uma força  $F(x)$  paralela ao eixo  $x$ . De acordo com a Eq. 7-32, o trabalho realizado pela força sobre a partícula quando a partícula se desloca da posição  $x_i$  para a posição  $x_f$  é dado por

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx = \int_{x_i}^{x_f} ma dx, \quad (7-37)$$

em que usamos a segunda lei de Newton para substituir  $F(x)$  por  $ma$ . Podemos escrever o integrando  $ma dx$  da Eq. 7-37 como

$$ma dx = m \frac{dv}{dt} dx. \quad (7-38)$$

De acordo com a regra da cadeia para derivadas, temos

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v, \quad (7-39)$$

e a Eq. 7-38 se torna

$$ma dx = m \frac{dv}{dx} v dx = mv dv. \quad (7-40)$$

Substituindo a Eq. 7-40 na Eq. 7-37, obtemos

$$\begin{aligned} W &= \int_{v_i}^{v_f} mv dv = m \int_{v_i}^{v_f} v dv \\ &= \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_i^2. \end{aligned} \quad (7-41)$$

Observe que, quando mudamos a variável de integração de  $x$  para  $v$ , tivemos que expressar os limites da integral em termos da nova variável. Note também que, como a massa  $m$  é constante, pudemos colocá-la do lado de fora da integral.

Reconhecendo os termos do lado direito da Eq. 7-41 como energias cinéticas, podemos escrever essa equação na forma

$$W = K_f - K_i = \Delta k,$$

que é o teorema do trabalho e energia cinética.

### Exemplo 7.07 Cálculo do trabalho por integração gráfica

Na Fig. 7-13*b*, um bloco de 8,0 kg desliza em um piso sem atrito, sob a ação de uma força, do ponto  $x_i = 0$  até o ponto  $x_f = 6,5$  m. Enquanto o bloco se move, o módulo e o sentido da força variam de acordo com o gráfico mostrado na Fig. 7-13*a*. Assim, por exemplo, entre os pontos  $x = 0$  e  $x = 1$  m, a força é positiva (aponta no sentido positivo do eixo  $x$ ) e aumenta em módulo de 0 para 40 N. Entre  $x = 4$  m e  $x = 5$  m, a força é negativa (aponta no sentido negativo do eixo  $x$ ) e aumenta em módulo de 0 para 20 N. (Note que o último valor é mostrado no gráfico como  $-20$  N.) A energia cinética do bloco no ponto  $x_1$  é  $K_1 = 280$  J. Qual é a velocidade do bloco nos pontos  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 4,0$  m, e  $x_3 = 6,5$  m?

#### IDEIAS-CHAVE

(1) Em qualquer ponto, podemos relacionar a velocidade do bloco à energia cinética usando a Eq. 7-1 ( $K = \frac{1}{2}mv^2$ ). (2) Podemos relacionar a energia cinética  $K_f$  em um ponto posterior à energia cinética  $K_i$  em um ponto anterior e ao trabalho  $W$  realizado sobre o bloco usando o teorema do trabalho e energia da Eq. 7-10 ( $K_f - K_i = W$ ). (3) Podemos calcular o trabalho  $W$  realizado por uma força variável  $F(x)$  integrando a força ao longo da posição  $x$ . De acordo com a Eq. 7-32,

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx.$$

Não dispomos de uma expressão matemática para a função  $F(x)$ , mas temos um gráfico de  $F(x)$  que podemos integrar calculando a área entre a curva da função e o eixo  $x$ . Se a curva está acima do eixo, o trabalho (que é igual à área) é positivo; se a curva está abaixo do eixo, o trabalho é negativo.

**Cálculos:** A velocidade em  $x = 0$  é fácil de calcular porque conhecemos a energia cinética nesse ponto. Basta substituir os valores da energia cinética e da massa do bloco na expressão da energia cinética:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2,$$
$$280 \text{ J} = \frac{1}{2}(8,0 \text{ kg})v_1^2,$$

o que nos dá

$$v_1 = 8,37 \text{ m/s} \approx 8,4 \text{ m/s.} \quad (\text{Resposta})$$

Enquanto o bloco se desloca de  $x = 0$  para  $x = 4,0$  m, a curva da Fig. 7-13a está acima do eixo  $x$ , o que significa que o trabalho que a força exerce sobre o bloco é positivo. Podemos dividir a área sob a curva em um triângulo do lado esquerdo, um retângulo no centro e um triângulo do lado direito. A área total é

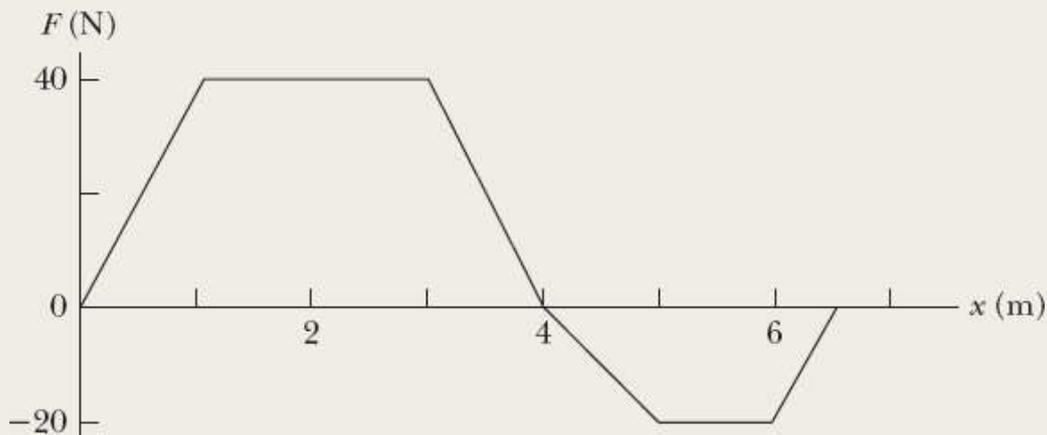
$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(40 \text{ N})(1 \text{ m}) + (40 \text{ N})(2 \text{ m}) + \frac{1}{2}(40 \text{ N})(1 \text{ m}) &= 120 \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= 120 \text{ J.} \end{aligned}$$

Isso significa que, entre  $x = 0$  e  $x = 4,0$  m, a força realiza um trabalho de 120 J sobre o bloco, o que aumenta a energia cinética e a velocidade do bloco. De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, quando o bloco chega ao ponto  $x = 4,0$  m, sua energia cinética é

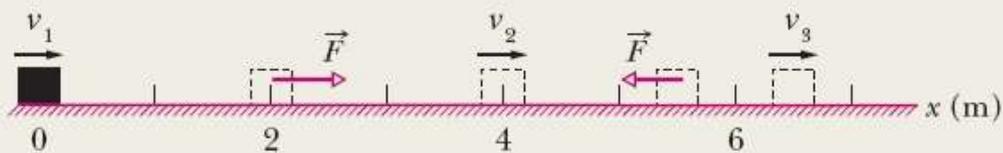
$$\begin{aligned} K_2 &= K_1 + W \\ &= 280 \text{ J} + 120 \text{ J} = 400 \text{ J.} \end{aligned}$$

Usando novamente a definição de energia cinética, obtemos

$$\begin{aligned} K_2 &= \frac{1}{2}mv_2^2, \\ 400 \text{ J} &= \frac{1}{2}(8,0 \text{ kg})v_2^2, \end{aligned}$$



(a)



(b)

**Figura 7-13** (a) Gráfico que mostra o módulo e o sentido de uma força variável aplicada a um bloco que se desloca em um piso sem atrito. (b) Posição do bloco em vários instantes de tempo.

o que nos dá

$$v_2 = 10 \text{ m/s.} \quad (\text{Resposta})$$

Essa é a maior velocidade atingida pelo bloco, já que, entre  $x = 4,0 \text{ m}$  e  $x = 6,5 \text{ m}$ , a força é negativa e, portanto, se opõe ao movimento do bloco, realizando um trabalho negativo sobre o bloco e, com isso, reduzindo a energia cinética e a velocidade do bloco. Nesse intervalo, a área entre a curva de  $F(x)$  e o eixo  $x$  é

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(20 \text{ N})(1 \text{ m}) + (20 \text{ N})(1 \text{ m}) + \frac{1}{2}(20 \text{ N})(0,5 \text{ m}) &= 35 \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= 35 \text{ J.} \end{aligned}$$

Isso significa que o trabalho total realizado pela força nesse intervalo é  $-35 \text{ J}$ . De acordo com o teorema do trabalho e energia cinética, como a energia cinética do bloco no ponto  $x = 4,0 \text{ m}$  é  $400 \text{ J}$ , a energia cinética no ponto  $x = 6,5 \text{ m}$  é

$$\begin{aligned} K_3 &= K_2 + W \\ &= 400 \text{ J} + 35 \text{ J} = 365 \text{ J.} \end{aligned}$$

Usando novamente a definição de energia cinética, obtemos

$$\begin{aligned} K_3 &= \frac{1}{2}mv_3^2, \\ 365 \text{ J} &= \frac{1}{2}(8,0 \text{ kg})v_3^2, \end{aligned}$$

Assim, no ponto  $x = 6,5$ , o bloco está se movendo no sentido positivo do eixo  $x$ , a uma velocidade um pouco maior que a velocidade inicial.

$$v_3 = 9,55 \text{ m/s} \approx 9,6 \text{ m/s.} \quad (\text{Resposta})$$

### Exemplo 7.08 Cálculo do trabalho por integração bidimensional

Quando a força aplicada a um objeto depende da posição do objeto, *não podemos* calcular o trabalho simplesmente multiplicando a força pelo deslocamento, já que não existe um único valor para a força. Para resolver o problema, temos que calcular o trabalho para pequenos deslocamentos e somar esses resultados. Isso equivale a dizer: “Sim, eu sei que a força varia mesmo para pequenos deslocamentos, mas a variação é tão pequena que podemos supor que a força é constante durante o deslocamento.” É claro que existe um erro envolvido; mas, se usarmos um número infinito de deslocamentos infinitesimais, o erro se tornará infinitesimal e o resultado será exato. Acontece que, para somar um número infinito de contribuições infinitesimais, seria necessário um tempo infinito, ou seja, um tempo muito maior que a duração de um curso de física. Por isso, em vez de somar os resultados à mão,

usamos uma integral, o que nos permite realizar o cálculo em questão de minutos (muito menos que um semestre).

A força  $\vec{F} = (3x^2 \text{ N})\hat{i} + (4\text{ N})\hat{j}$ , com  $x$  em metros, age sobre uma partícula, mudando apenas a energia cinética da partícula. Qual é o trabalho realizado sobre a partícula quando ela se desloca das coordenadas (2 m, 3 m) para (3 m, 0 m)? A velocidade da partícula aumenta, diminui, ou permanece a mesma?

### IDEIA-CHAVE

A força é variável porque a componente  $x$  depende do valor de  $x$ . Assim, não podemos usar as Eqs. 7-7 e 7-8 para calcular o trabalho realizado. Em vez disso, devemos usar a Eq. 7-36 para integrar a força.

**Cálculo:** Escrevemos duas integrais, uma para cada eixo:

$$\begin{aligned} W &= \int_2^3 3x^2 dx + \int_3^0 4 dy = 3 \int_2^3 x^2 dx + 4 \int_3^0 dy \\ &= 3 \left[ \frac{1}{3} x^3 \right]_2^3 + 4[y]_3^0 = [3^3 - 2^3] + 4[0 - 3] \\ &= 7,0 \text{ J.} \end{aligned} \quad \text{(Resposta)}$$

O resultado positivo significa que a força  $\vec{F}$  transfere energia para a partícula. Assim, a energia cinética da partícula aumenta e, como  $K = \frac{1}{2} mv^2$ , a velocidade escalar também aumenta. Se o trabalho fosse negativo, a energia cinética e a velocidade teriam diminuído.

## 7-6 POTÊNCIA

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

- 7.18** Conhecer a relação entre a potência média desenvolvida por uma força, o trabalho realizado pela força e o intervalo de tempo durante o qual o trabalho foi realizado.
- 7.19** Calcular a potência instantânea desenvolvida por uma força a partir da variação com o tempo do trabalho realizado pela força.
- 7.20** Determinar a potência instantânea calculando o produto vetorial da força pela velocidade de um objeto.

### Ideias-Chave

- A potência desenvolvida por uma força é a taxa com a qual a força realiza trabalho sobre um objeto.
- Se uma força realiza um trabalho  $W$  durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ , a potência média desenvolvida pela força nesse intervalo de tempo é dada por

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{\Delta t}.$$

- Potência instantânea é a taxa instantânea com a qual um trabalho é realizado:

$$P = \frac{dW}{dt}.$$

- No caso de uma força  $\vec{F}$  que faz um ângulo  $\phi$  com a velocidade  $\vec{v}$  de um objeto, a potência instantânea é dada por

$$P = Fv \cos \phi = \vec{F} \cdot \vec{v}.$$

## Potência

A taxa de variação com o tempo do trabalho realizado por uma força recebe o nome de **potência**. Se uma força realiza um trabalho  $W$  em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , a **potência média** desenvolvida durante esse intervalo de tempo é

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{\Delta t} \quad (\text{potência média}). \quad (7-42)$$

A **potência instantânea**  $P$  é a taxa de variação instantânea com a qual o trabalho é realizado, que pode ser escrita como

$$P = \frac{dW}{dt} \quad (\text{potência instantânea}). \quad (7-43)$$

Vamos supor que conhecemos o trabalho  $W(t)$  realizado por uma força em função do tempo. Então, nesse caso, para determinar a potência instantânea  $P$ , digamos, no instante  $t = 3,0$  s, basta derivar  $W(t)$  em relação ao tempo e calcular o valor da derivada para  $t = 3,0$  s.

A unidade de potência do SI é o joule por segundo. Essa unidade é usada com tanta frequência que recebeu um nome especial, o **watt** (W), em homenagem a James Watt, cuja contribuição foi fundamental para o aumento da potência das máquinas a vapor. No sistema inglês, a unidade de potência é o pé-libra por segundo (ft·lb/s). O horsepower (hp) também é muito usado. Seguem as relações entre essas unidades e a unidade de potência no SI.

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 0,738 \text{ ft} \cdot \text{lb/s} \quad (7-44)$$

$$\text{e} \quad 1 \text{ horsepower} = 1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s} = 746 \text{ W}. \quad (7-45)$$

Examinando a Eq. 7-42, vemos que o trabalho pode ser expresso como potência multiplicada por tempo, como na unidade quilowatt-hora, muito usada na prática. A relação entre o quilowatt-hora e o joule é a seguinte:

$$\begin{aligned}
 1 \text{ quilowatt-hora} &= 1 \text{ kW} \cdot \text{h} = (10^3 \text{ W})(3600 \text{ s}) \\
 &= 3,60 \times 10^6 \text{ J} = 3,60 \text{ MJ}.
 \end{aligned}
 \tag{7-46}$$

Talvez por aparecerem nas contas de luz, o watt e o quilowatt-hora sejam normalmente associados à energia elétrica. Entretanto, podem ser usados para medir outras formas de potência e energia. Se você apanha um livro no chão e o coloca em uma mesa, pode dizer que realizou um trabalho de, digamos,  $4 \text{ H } 10^{-6} \text{ kW} \cdot \text{h}$  (ou  $4 \text{ mW} \cdot \text{h}$ ).

Também podemos expressar a taxa com a qual uma força realiza trabalho sobre uma partícula (ou um objeto que se comporta como uma partícula) em termos da força e da velocidade da partícula. Para uma partícula que se move em linha reta (ao longo do eixo  $x$ , digamos) sob a ação de uma força  $\vec{F}$  que faz um ângulo  $\phi$  com a direção de movimento da partícula, a Eq. 7-43 se torna

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F \cos \phi dx}{dt} = F \cos \phi \left( \frac{dx}{dt} \right),$$

ou 
$$P = Fv \cos \phi. \tag{7-47}$$

Escrevendo o lado direito da Eq. 7-47 como o produto escalar  $\vec{F} \cdot \vec{v}$ , a equação se torna

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (\text{potência instantânea}). \tag{7-48}$$

Assim, por exemplo, o caminhão da Fig. 7-14 exerce uma força  $\vec{F}$  sobre a carga que está sendo rebocada, que tem velocidade  $\vec{v}$  em um dado instante. A potência instantânea desenvolvida por  $\vec{F}$  é a taxa com a qual  $\vec{F}$  realiza trabalho sobre a carga nesse instante e é dada pelas Eqs. 7-47 e 7-48. Podemos dizer que essa potência é “a potência do caminhão”, mas devemos ter em mente o que isso significa: Potência é a taxa com a qual uma *força* realiza trabalho.

### ☑ Teste 3

Um bloco descreve um movimento circular uniforme sob a ação de uma corda presa ao bloco e ao centro de uma circunferência. A potência desenvolvida pela força que a corda exerce sobre o bloco é positiva, negativa ou nula?



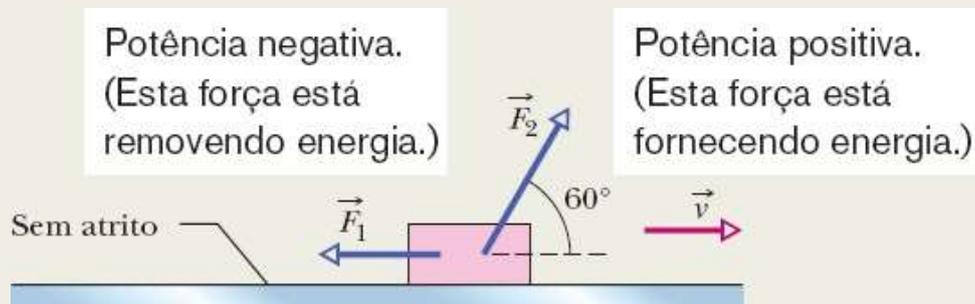
**Figura 7-14** A potência desenvolvida pela força aplicada à carga pelo caminhão é igual à taxa com a qual a força realiza trabalho sobre a carga.

### Exemplo 7.09 Potência, força e velocidade

Neste exemplo, vamos calcular uma potência instantânea, ou seja, a taxa com a qual um trabalho está sendo realizado em um dado instante, em vez da taxa média para um dado intervalo de tempo. A Fig. 7-15 mostra as forças constantes  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  que agem sobre uma caixa enquanto a caixa desliza para a direita em um piso sem atrito. A força  $\vec{F}_1$  é horizontal, de módulo 2,0 N; a força  $\vec{F}_2$  está inclinada para cima de um ângulo de  $60^\circ$  em relação ao piso e tem módulo de 4,0 N. A velocidade escalar  $v$  da caixa em um dado instante é 3,0 m/s. Qual é a potência desenvolvida pelas duas forças que agem sobre a caixa nesse instante? Qual é a potência total? A potência total está variando nesse instante?

#### IDEIA-CHAVE

Estamos interessados na potência instantânea e não na potência média em certo intervalo de tempo. Além disso, conhecemos a velocidade da caixa e não o trabalho realizado sobre a caixa.



**Figura 7-15** Duas forças,  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$ , agem sobre uma caixa que desliza para a direita em um piso sem atrito. A velocidade da caixa é  $\vec{v}$ .

**Cálculo:** Usamos a Eq. 7-47 duas vezes, uma para cada força. No caso da força  $\vec{F}_1$ , que faz um ângulo  $\phi_1 = 180^\circ$  com a velocidade  $\vec{v}$ , temos

$$\begin{aligned} P_1 &= F_1 v \cos \phi_1 = (2,0 \text{ N})(3,0 \text{ m/s}) \cos 180^\circ \\ &= -6,0 \text{ W.} \end{aligned} \quad \text{(Resposta)}$$

O resultado negativo indica que a força  $\vec{F}_1$  está *recebendo* energia da caixa à taxa de 6,0 J/s.

No caso da força  $\vec{F}_2$ , que faz um ângulo  $\phi_2 = 60^\circ$  com a velocidade  $\vec{v}$ , temos

$$\begin{aligned} P_2 &= F_2 v \cos \phi_2 = (4,0 \text{ N})(3,0 \text{ m/s}) \cos 60^\circ \\ &= 6,0 \text{ W.} \end{aligned} \quad \text{(Resposta)}$$

O resultado positivo indica que a força  $\vec{F}_2$  está fornecendo energia à caixa à taxa de 6,0 J/s.

A potência total é a soma das duas potências (incluindo os sinais algébricos):

$$\begin{aligned} P_{\text{tot}} &= P_1 + P_2 \\ &= -6,0 \text{ W} + 6,0 \text{ W} = 0, \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

o que significa que a taxa total de transferência de energia é zero. Assim, a energia cinética ( $K = \frac{1}{2}mv^2$ ) da caixa não varia, e a velocidade da caixa continua a ser 3,0 m/s. Como as forças  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  e a velocidade  $v$  não variam, vemos pela Eq. 7-48 que  $P_1$  e  $P_2$  são constantes e o mesmo acontece com  $P_{\text{tot}}$ .

## Revisão e Resumo

**Energia Cinética** A **energia cinética**  $K$  associada ao movimento de uma partícula de massa  $m$  e velocidade escalar  $v$ , em que  $v$  é muito menor que a velocidade da luz, é dada por

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (\text{energia cinética}), \quad (7-1)$$

**Trabalho** **Trabalho**  $W$  é a energia transferida para um objeto ou de um objeto por uma força que age sobre o objeto. Quando o objeto recebe energia, o trabalho é positivo; quando o objeto cede energia, o trabalho é negativo.

**Trabalho Realizado por uma Força Constante** O trabalho realizado sobre uma partícula por uma força constante  $\vec{F}$  durante um deslocamento  $\vec{d}$  é dado por

$$W = Fd \cos \phi = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad (\text{trabalho realizado por uma força constante}), \quad (7-7, 7-8)$$

em que  $\phi$  é o ângulo constante entre  $\vec{F}$  e  $\vec{d}$ . Apenas a componente de  $\vec{F}$  na direção do deslocamento  $\vec{d}$  realiza trabalho sobre o objeto. Quando duas ou mais forças agem sobre um objeto, o **trabalho total** é a soma dos trabalhos realizados pelas forças, que também é igual ao trabalho que seria realizado pela força resultante  $\vec{F}_{\text{res}}$ .

**Trabalho e Energia Cinética** No caso de uma partícula, uma variação  $\Delta K$  da energia cinética é igual ao trabalho total  $W$  realizado sobre a partícula:

$$\Delta K = K_f - K_i = W \quad (\text{teorema do trabalho e energia cinética}), \quad (7-10)$$

em que  $K_i$  é a energia cinética inicial da partícula e  $K_f$  é a energia cinética da partícula após o trabalho ter sido realizado. De acordo com a Eq. 7-10, temos:

$$K_f = K_i + W. \quad (7-11)$$

**Trabalho Realizado pela Força Gravitacional** O trabalho  $W_g$  realizado pela força gravitacional  $\vec{F}_g$  sobre uma partícula (ou sobre um objeto que se comporta como uma partícula) de massa  $m$  durante um deslocamento  $\vec{d}$  é dado por

$$W_g = mgd \cos \phi, \quad (7-12)$$

em que  $\phi$  é o ângulo entre  $\vec{F}_g$  e  $\vec{d}$ .

**Trabalho Realizado para Levantar e Abaixar um Objeto** O trabalho  $W_a$  realizado por uma força aplicada quando um objeto que se comporta como uma partícula é levantado ou abaixado está relacionado com o trabalho  $W_g$  realizado pela força gravitacional e à variação  $\Delta K$  da energia cinética do objeto por meio da equação

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_g. \quad (7-15)$$

Se  $K_f = K_i$ , a Eq. 7-15 se reduz a

$$W_a = -W_g, \quad (7-16)$$

segundo a qual a energia cedida ao objeto pela força aplicada é igual à energia extraída do objeto pela força gravitacional.

**Força Elástica** A força  $\vec{F}_s$  de uma mola é

$$\vec{F}_s = -k\vec{d} \quad (\text{Lei de Hooke}), \quad (7-20)$$

em que  $\vec{d}$  é o deslocamento da extremidade livre da mola em relação à posição que ocupa quando a mola está no **estado relaxado** (nem comprimida nem alongada) e  $k$  é a **constante elástica** (uma medida da rigidez da mola). Se um eixo  $x$  é traçado ao longo do comprimento da mola, com a origem na posição da extremidade livre da mola no estado relaxado, a Eq. 7-20 pode ser escrita na forma

$$F_x = -kx \quad (\text{Lei de Hooke}). \quad (7-21)$$

A força elástica é, portanto, uma força variável: ela varia com o deslocamento da extremidade livre da mola.

**Trabalho Realizado por uma Força Elástica** Se um objeto está preso à extremidade livre de uma mola, o trabalho  $W_s$  realizado sobre o objeto pela força elástica quando o objeto é deslocado de uma posição inicial  $x_i$  para uma posição final  $x_f$  é dado por

$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2. \quad (7-25)$$

Se  $x_i = 0$  e  $x_f = x$ , a Eq. 7-25 se torna

$$W_s = -\frac{1}{2}kx^2. \quad (7-26)$$

**Trabalho Realizado por uma Força Variável** Quando a força  $\vec{F}$  aplicada a um objeto que se comporta como uma partícula depende da posição do objeto, o trabalho realizado por  $\vec{F}$  sobre o objeto enquanto o objeto se move de uma posição inicial  $r_i$  de coordenadas  $(x_i, y_i, z_i)$  para uma posição final  $r_f$  de coordenadas  $(x_f, y_f, z_f)$  pode ser calculado integrando a força. Supondo que a componente  $F_x$  pode depender de  $x$ , mas não de  $y$  ou  $z$ , que a componente  $F_y$  pode depender de  $y$ , mas não de  $x$  ou  $z$ , e que a componente  $F_z$  pode depender de  $z$  mas não de  $x$  ou  $y$ , o trabalho é dado por

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z dz. \quad (7-36)$$

Se  $\vec{F}$  possui apenas a componente  $x$ , a Eq. 7-36 se reduz a

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx. \quad (7-32)$$

**Potência** A **potência** desenvolvida por uma força é a taxa com a qual a força realiza trabalho sobre um objeto. Se a força realiza um trabalho  $W$  em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , a *potência média* desenvolvida pela força nesse intervalo de tempo é dada por

$$P_{\text{méd}} = \frac{W}{\Delta t}. \quad (7-42)$$

Potência instantânea é a taxa instantânea com a qual o trabalho está sendo realizado:

$$P = \frac{dW}{dt}. \quad (7-43)$$

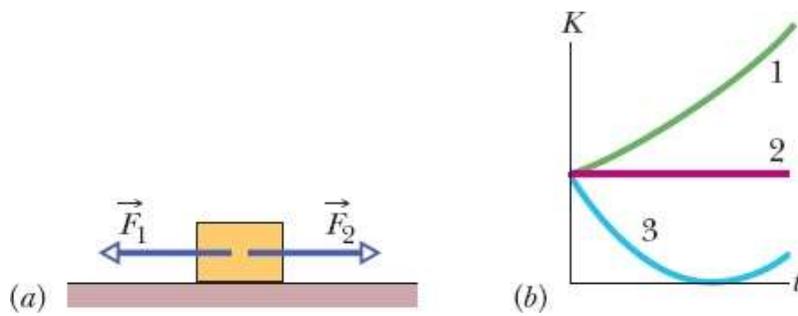
No caso de uma força  $\vec{F}$  que faz um ângulo  $\phi$  com a velocidade instantânea  $\vec{v}$  de um objeto, a potência instantânea é dada por

$$P = Fv \cos \phi = \vec{F} \cdot \vec{v}. \quad (7-47, 7-48)$$

## Perguntas

**1** Ordene as seguintes velocidades de acordo com a energia cinética que uma partícula teria se estivesse a essa velocidade, em ordem decrescente: (a)  $\vec{v} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$ , (b)  $\vec{v} = -4\hat{i} + 3\hat{j}$ , (c)  $\vec{v} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ , (d)  $\vec{v} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ , (e)  $\vec{v} = 5\hat{i}$  e (f)  $v = 5$  m/s a  $30^\circ$  com a horizontal.

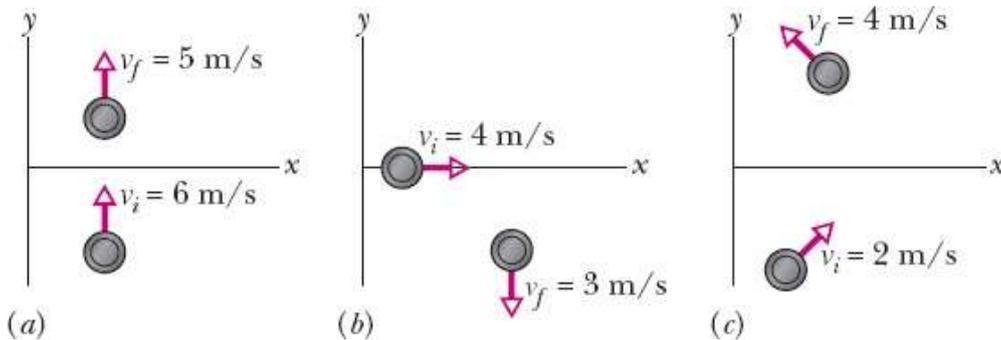
**2** A Fig. 7-16a mostra duas forças horizontais que agem sobre um bloco que está deslizando para a direita em um piso sem atrito. A Fig. 7-16b mostra três gráficos da energia cinética  $K$  do bloco em função do tempo  $t$ . Qual dos gráficos corresponde melhor às três seguintes situações: (a)  $F_1 = F_2$ , (b)  $F_1 > F_2$ , (c)  $F_1 < F_2$ ?



**Figura 7-16** Pergunta 2.

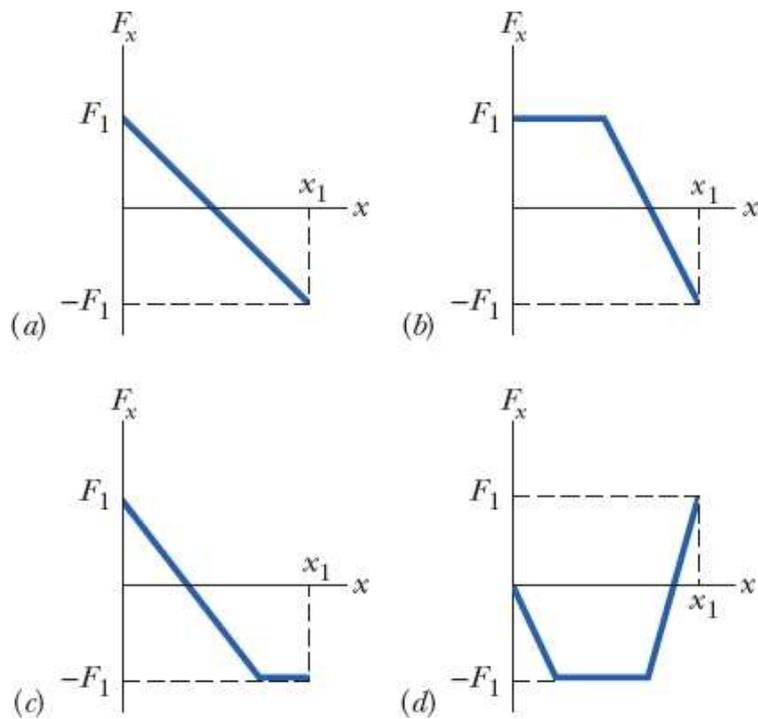
3 O trabalho realizado por uma força constante  $\vec{F}$  sobre uma partícula durante um deslocamento retilíneo  $\vec{d}$  é positivo ou negativo (a) se o ângulo entre  $\vec{F}$  e  $\vec{d}$  é  $30^\circ$ ; (b) se o ângulo é  $100^\circ$ ; (c) se  $\vec{F} = 2\hat{i} - 3\hat{j}$  e  $\vec{d} = -4\hat{i}$ ?

4 Em três situações, uma força horizontal aplicada por um curto período de tempo muda a velocidade de um disco de metal que desliza em uma superfície de gelo de atrito desprezível. As vistas superiores da Fig. 7-17 mostram, para cada situação, a velocidade inicial  $v_i$  do disco, a velocidade final  $v_f$  e as orientações dos vetores velocidade correspondentes. Ordene as situações de acordo com o trabalho realizado sobre o disco pela força aplicada, do mais positivo para o mais negativo.



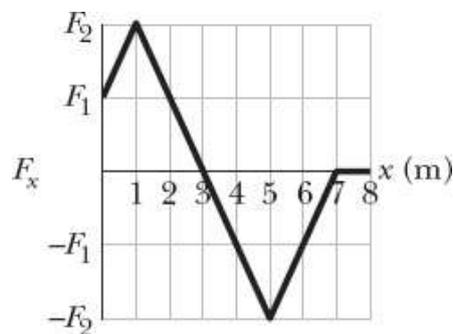
**Figura 7-17** Pergunta 4.

5 A Fig. 7-18 mostra quatro gráficos (traçados na mesma escala) da componente  $F_x$  da força aplicada a uma partícula que se move ao longo do eixo  $x$ . Ordene os gráficos de acordo com o trabalho realizado pela força sobre a partícula de  $x = 0$  a  $x = x_1$ , do mais positivo para o mais negativo.



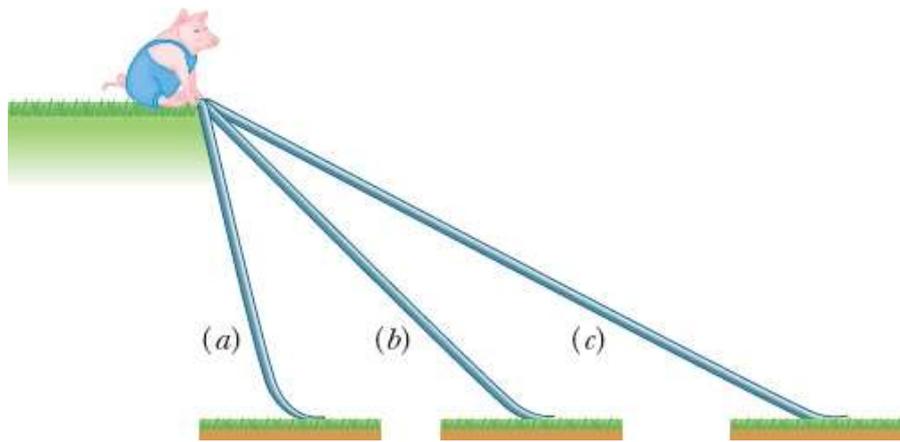
**Figura 7-18** Pergunta 5.

**6** A Fig. 7-19 mostra a componente  $F_x$  de uma força que pode agir sobre uma partícula. Se a partícula parte do repouso em  $x = 0$ , qual é sua coordenada (a) quando a energia cinética é máxima, (b) quando a velocidade é máxima, e (c) quando a velocidade é nula? (d) Qual é o sentido da velocidade da partícula ao passar pelo ponto  $x = 6$  m?



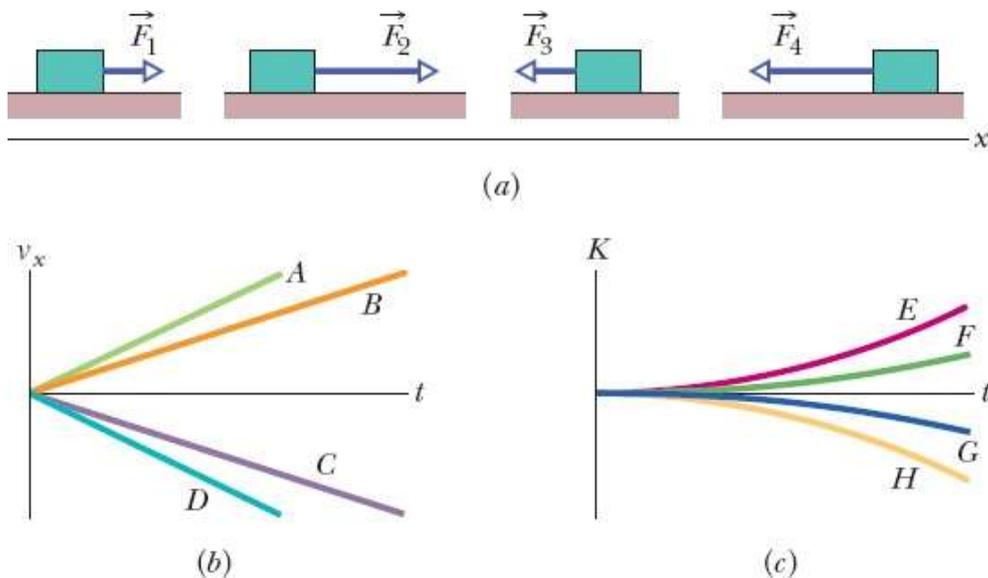
**Figura 7-19** Pergunta 6.

**7** Na Fig. 7-20, um porco ensebado pode escolher entre três escorregas para descer. Ordene os escorregas de acordo com o trabalho que a força gravitacional realiza sobre o porco durante a descida, do maior para o menor.



**Figura 7-20** Pergunta 7.

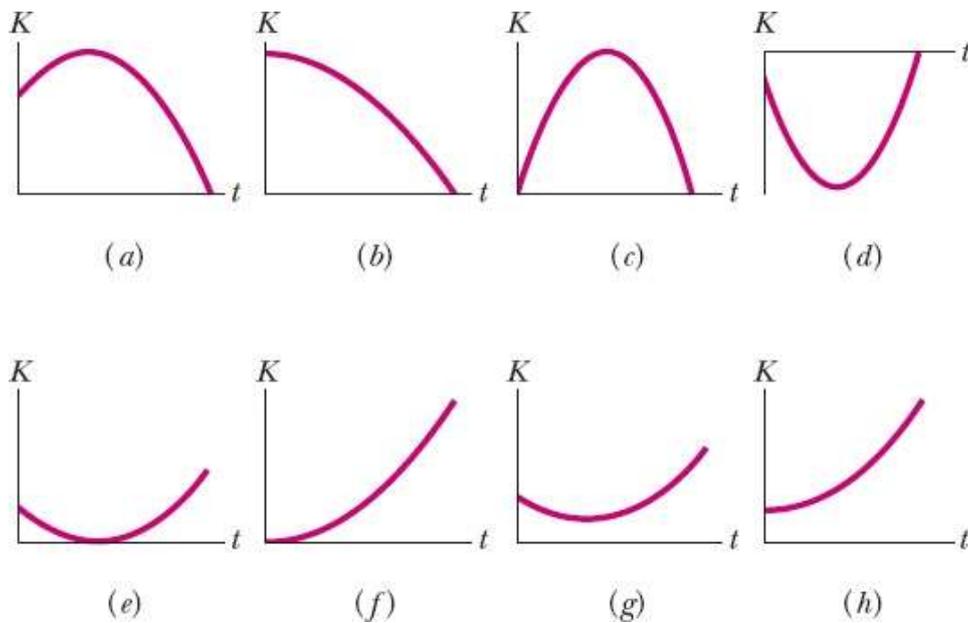
**8** A Fig. 7-21a mostra quatro situações nas quais uma força horizontal age sobre um mesmo bloco, que está inicialmente em repouso. Os módulos das forças são  $F_2 = F_4 = 2F_1 = 2F_3$ . A componente horizontal  $v_x$  da velocidade do bloco é mostrada na Fig. 7-21b para as quatro situações. (a) Que gráfico da Fig. 7-21b corresponde melhor a que força da Fig. 7-21a? (b) Que gráfico da Fig. 7-21c (da energia cinética  $K$  em função do tempo  $t$ ) corresponde melhor a que gráfico da Fig. 7-21b?



**Figura 7-21** Pergunta 8.

**9** A mola  $A$  é mais rígida que a mola  $B$  ( $k_A > k_B$ ). A força elástica de que mola realizará mais trabalho se as molas forem comprimidas (a) da mesma distância e (b) pela mesma força?

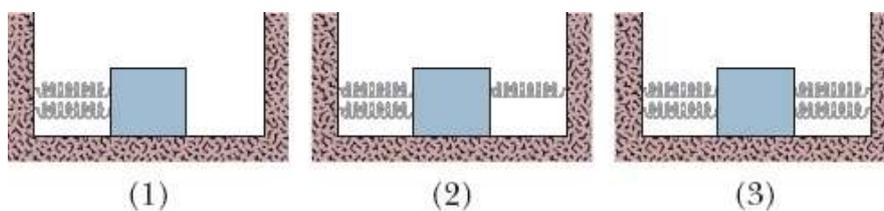
**10** Uma bola é arremessada ou deixada cair a partir do repouso da borda de um precipício. Qual dos gráficos na Fig. 7-22 poderia mostrar como a energia cinética da bola varia durante a queda?



**Figura 7-22** Pergunta 10.

**11** Em três situações, uma força age sobre uma partícula em movimento. A velocidade da partícula e a força aplicada são as seguintes, nas três situações: (1)  $\vec{v} = (-4\hat{i})$  m/s,  $\vec{F} = (6\hat{i} - 20\hat{j})$  N; (2)  $\vec{v} = (2\hat{i} - 3\hat{j})$  m/s,  $\vec{F} = (-2\hat{j} + 7\hat{k})$  N; (3)  $\vec{v} = (-3\hat{i} - \hat{j})$  m/s,  $\vec{F} = (2\hat{i} + 6\hat{j} + 6\hat{j})$  N. Ordene as situações de acordo com a taxa com qual a energia está sendo transferida, começando pela maior energia transferida para a partícula e terminando com a maior energia transferida da partícula.

**12** A Fig. 7-23 mostra três arranjos de um bloco ligado a molas iguais que estão no estado relaxado quando o bloco está na posição central. Ordene os arranjos de acordo com o módulo da força total que age sobre o bloco, começando pelo maior, quando o bloco é deslocado de uma distância  $d$  (a) para a direita e (b) para a esquerda. Ordene os arranjos de acordo com o trabalho realizado sobre o bloco pela força das molas, começando pelo maior, quando o bloco é deslocado de uma distância  $d$  (a) para a direita e (b) para a esquerda.



**Figura 7-23** Pergunta 12.

## Problemas

. - ... O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema.

 Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

### Módulo 7-1 Energia Cinética

•1 Um próton (massa  $m = 1,67 \times 10^{-27}$  kg) está sendo acelerado, em linha reta, a  $3,6 \times 10^{15}$  m/s<sup>2</sup> em um acelerador de partículas. Se o próton tem velocidade inicial de  $2,4 \times 10^7$  m/s e se desloca 3,5 cm, determine (a) a velocidade e (b) o aumento da energia cinética do próton.

•2 Se um foguete Saturno V e uma espaçonave Apollo acoplada ao foguete tinham massa total de  $2,9 \times 10^5$  kg, qual era a energia cinética quando os objetos atingiram uma velocidade de 11,2 km/s?

•3  Em 10 de agosto de 1972, um grande meteorito atravessou a atmosfera no oeste dos Estados Unidos e do Canadá como uma pedra que ricocheteia na água. A bola de fogo resultante foi tão forte que pôde ser vista à luz do dia e era mais intensa que o rastro deixado por um meteorito comum. A massa do meteorito era aproximadamente  $4 \times 10^6$  kg; sua velocidade, cerca de 15 km/s. Se tivesse entrado verticalmente na atmosfera terrestre, o meteorito teria atingido a superfície da Terra com aproximadamente a mesma velocidade. (a) Calcule a perda de energia cinética do meteorito (em joules) que estaria associada ao impacto vertical. (b) Expresse a energia como um múltiplo da energia explosiva de 1 megaton de TNT,  $4,2 \times 10^{15}$  J. (c) A energia associada à explosão da bomba atômica de Hiroshima foi equivalente a 13 quilotons de TNT. A quantas bombas de Hiroshima o impacto do meteorito seria equivalente?

•4  Uma explosão no nível do solo produz uma cratera com um diâmetro proporcional à raiz cúbica da energia da explosão; uma explosão de 1 megaton de TNT deixa uma cratera com 1 km de diâmetro. No fundo do Lago Huron, em Michigan, existe uma cratera com 50 km de diâmetro, atribuída ao impacto de um meteorito no passado remoto. Qual deve ter sido a energia cinética associada a esse impacto, (a) em megatons de TNT (1 megaton equivale a  $4,2 \times 10^{15}$  J) e (b) em bombas de Hiroshima (uma bomba de Hiroshima equivale a 13 quilotons de TNT)? (Impactos de meteoritos e cometas podem ter alterado significativamente o clima da Terra no passado e contribuído para a extinção dos dinossauros e outras formas de vida.)

•5 Em uma corrida, um pai tem metade da energia cinética do filho, que tem metade da massa do pai. Aumentando a velocidade em 1,0 m/s, o pai passa a ter a mesma energia cinética do filho. Qual é a velocidade escalar inicial (a) do pai e (b) do filho?

•6 Uma conta com massa de  $1,8 \times 10^{-2}$  kg está se movendo no sentido positivo do eixo  $x$ . A partir do instante  $t = 0$ , no qual a conta está passando pela posição  $x = 0$  a uma velocidade de 12 m/s, uma força constante passa a agir sobre a conta. A Fig. 7-24 mostra a posição da conta nos instantes  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 1,0$  s,  $t_2 = 2,0$  s e  $t_3 = 3,0$  s. A conta para momentaneamente em  $t = 3,0$  s. Qual é a energia cinética da conta em  $t = 10$  s?

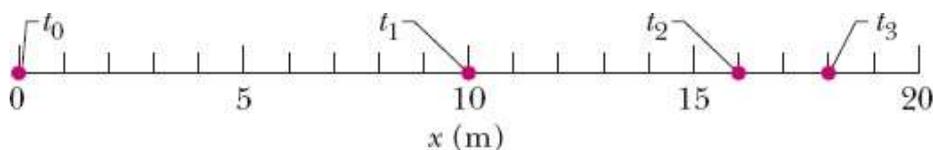


Figura 7-24 Problema 6.

### Módulo 7-2 Trabalho e Energia Cinética

•7 Um corpo de 3,0 kg está em repouso em um colchão de ar horizontal de atrito desprezível quando uma força horizontal constante  $\vec{F}$  é aplicada no instante  $t = 0$ . A Fig. 7-25 mostra, em um gráfico estroboscópico, a posição da partícula a intervalos de 0,50 s. Qual é o trabalho realizado sobre o corpo pela força  $\vec{F}$  no intervalo de  $t = 0$  a  $t = 2,0$  s?

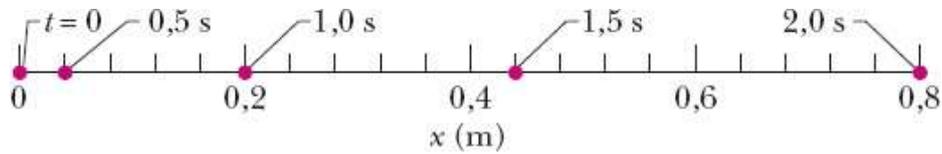


Figura 7-25 Problema 7.

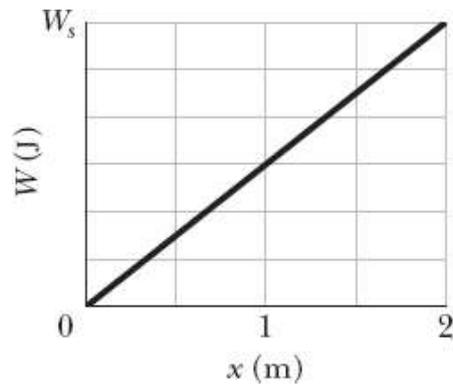
•8 Um bloco de gelo flutuante é colhido por uma correnteza que aplica ao bloco uma força  $\vec{F} = (210 \text{ N})\hat{i} - (150 \text{ N})\hat{j}$  fazendo com que o bloco sofra um deslocamento  $\vec{d} = (15 \text{ m})\hat{i} - (12 \text{ m})\hat{j}$ . Qual é o trabalho realizado pela força sobre o bloco durante o deslocamento?

•9 A única força que age sobre uma lata de 2,0 kg que está se movendo em um plano  $xy$  tem um módulo de 5,0 N. Inicialmente, a lata tem uma velocidade de 4,0 m/s no sentido positivo do eixo  $x$ ; em um instante posterior, a velocidade passa a ser 6,0 m/s no sentido positivo do eixo  $y$ . Qual é o trabalho realizado sobre a lata pela força de 5,0 N nesse intervalo de tempo?

•10 Uma moeda desliza em um plano, sem atrito, em um sistema de coordenadas  $xy$ , da origem até o ponto de coordenadas (3,0 m, 4,0 m), sob o efeito de uma força constante. A força tem um módulo de 2,0 N e faz um ângulo de  $100^\circ$  no sentido anti-horário com o semieixo  $x$  positivo. Qual é o trabalho realizado pela força sobre a moeda durante o deslocamento?

•11 Uma força de 12,0 N e com orientação fixa realiza trabalho sobre uma partícula que sofre um deslocamento  $\vec{d} = (2,00\hat{i} - 4,00\hat{j} + 3,00\hat{k})$  m. Qual é o ângulo entre a força e o deslocamento se a variação da energia cinética da partícula é (a) +30,0 J e (b) -30,0 J?

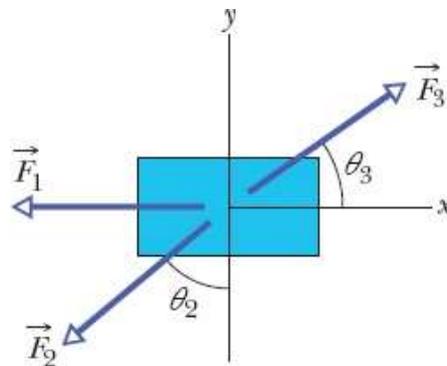
•12 Uma lata de parafusos e porcas é empurrada por 2,00 m ao longo de um eixo  $x$  por uma vassoura em um piso sujo de óleo (sem atrito) de uma oficina de automóveis. A Fig. 7-26 mostra o trabalho  $W$  realizado sobre a lata pela força horizontal constante da vassoura em função da posição  $x$  da lata. A escala vertical do gráfico é definida por  $W_s = 6,0$  J. (a) Qual é o módulo da força? (b) Se a lata tivesse uma energia cinética inicial de 3,00 J, movendo-se no sentido positivo do eixo  $x$ , qual seria a energia cinética ao final do deslocamento de 2,00 m?



**Figura 7-26** Problema 12.

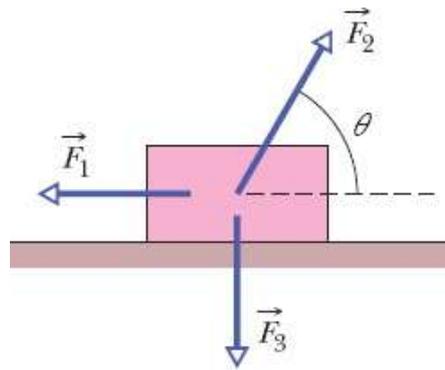
••13 Um tremó e seu ocupante, com massa total de 85 kg, descem uma encosta e atingem um trecho horizontal retilíneo com uma velocidade de 37 m/s. Se uma força desacelera o tremó até o repouso a uma taxa constante de  $2,0 \text{ m/s}^2$ , determine (a) o módulo  $F$  da força, (b) a distância  $d$  que o tremó percorre até parar e (c) o trabalho  $W$  realizado pela força sobre o tremó. Quais são os valores de (d)  $F$ , (e)  $d$  e (f)  $W$ , se a taxa de desaceleração é  $4,0 \text{ m/s}^2$ ?

••14 A Fig. 7-27 mostra uma vista superior de três forças horizontais agindo sobre uma caixa que estava inicialmente em repouso e passou a se mover em um piso sem atrito. Os módulos das forças são  $F_1 = 3,00 \text{ N}$ ,  $F_2 = 4,00 \text{ N}$ , e  $F_3 = 10,0 \text{ N}$  e os ângulos indicados são  $\theta_2 = 50,0^\circ$  e  $\theta_3 = 35,0^\circ$ . Qual é o trabalho total realizado sobre a caixa pelas três forças nos primeiros 4,00 m de deslocamento?



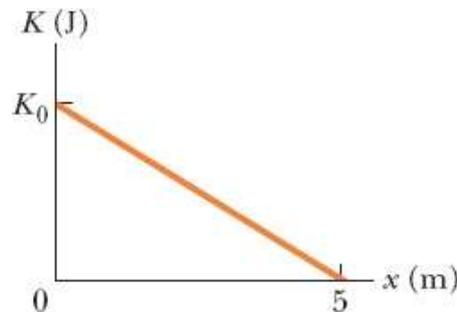
**Figura 7-27** Problema 14.

••15 A Fig. 7-28 mostra três forças aplicadas a um baú que se desloca 3,00 m para a esquerda em um piso sem atrito. Os módulos das forças são  $F_1 = 5,00 \text{ N}$ ,  $F_2 = 9,00 \text{ N}$ , e  $F_3 = 3,00 \text{ N}$ ; o ângulo indicado é  $\theta = 60^\circ$ . No deslocamento, (a) qual é o trabalho total realizado sobre o baú pelas três forças? (b) A energia cinética do baú aumenta ou diminui?



**Figura 7-28** Problema 15.

••16 Um objeto de 8,0 kg está se movendo no sentido positivo de um eixo  $x$ . Quando passa pelo ponto  $x = 0$ , uma força constante dirigida ao longo do eixo passa a atuar sobre o objeto. A Fig. 7-29 mostra a energia cinética  $K$  em função da posição  $x$  quando o objeto se desloca de  $x = 0$  a  $x = 5,0$  m;  $K_0 = 30,0$  J. A força continua a agir. Qual é a velocidade do objeto no instante em que passa pelo ponto  $x = -3,0$  m?



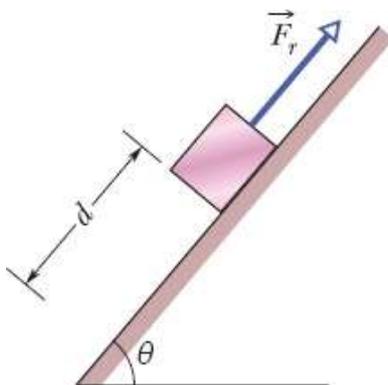
**Figura 7-29** Problema 16.

**Módulo 7-3 Trabalho Realizado pela Força Gravitacional**

•17 Um helicóptero levanta verticalmente, por meio de um cabo, uma astronauta de 72 kg até uma altura 15 m acima da superfície do oceano. A aceleração da astronauta é  $g/10$ . Qual é o trabalho realizado sobre a astronauta (a) pela força do helicóptero e (b) pela força gravitacional? Imediatamente antes de a astronauta chegar ao helicóptero, quais são (c) sua energia cinética e (d) sua velocidade?

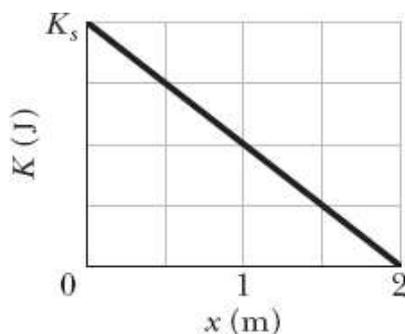
•18  (a) Em 1975, o teto do Velódromo de Montreal, com um peso de 360 kN, foi levantado 10 cm para que pudesse ser centralizado. Que trabalho foi realizado sobre o teto pelas forças que o ergueram? (b) Em 1960, uma mulher de Tampa, na Flórida, levantou uma das extremidades de um carro que havia caído sobre o filho quando o macaco quebrou. Se o desespero a levou a levantar 4000 N (cerca de 1/4 do peso do carro) por uma distância de 5,0 cm, que trabalho a mulher realizou sobre o carro?

••19 Na Fig. 7-30, um bloco de gelo escorrega para baixo em uma rampa sem atrito com uma inclinação  $\theta = 50^\circ$  enquanto um operário puxa o bloco (por meio de uma corda) com uma força  $\vec{F}_r$  que tem um módulo de 50 N e aponta para cima ao longo da rampa. Quando o bloco desliza uma distância  $d = 0,50$  m ao longo da rampa, sua energia cinética aumenta 80 J. Quão maior seria a energia cinética se o bloco não estivesse sendo puxado por uma corda?



**Figura 7-30** Problema 19.

••20 Um bloco é lançado para cima em uma rampa sem atrito, ao longo de um eixo  $x$  que aponta para cima. A Fig. 7-31 mostra a energia cinética do bloco em função da posição  $x$ ; a escala vertical do gráfico é definida por  $K_s = 40,0$  J. Se a velocidade inicial do bloco é  $4,00$  m/s, qual é a força normal que age sobre o bloco?

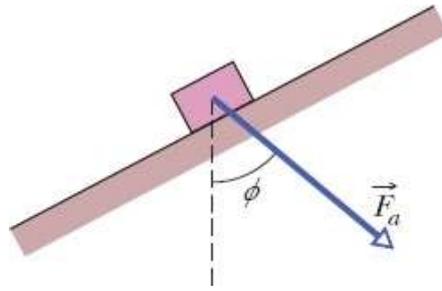


**Figura 7-31** Problema 20.

••21 Uma corda é usada para baixar verticalmente um bloco de massa  $M$ , inicialmente em repouso, com aceleração constante, para baixo, de  $g/4$ . Após o bloco descer uma distância  $d$ , determine (a) o trabalho realizado pela força da corda sobre o bloco; (b) o trabalho realizado pela força gravitacional sobre o bloco; (c) a energia cinética do bloco; (d) a velocidade do bloco.

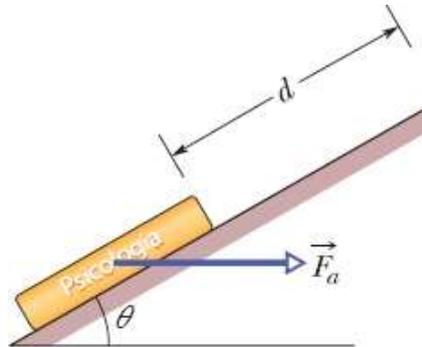
••22 Uma equipe de salvamento retira um espeleólogo ferido do fundo de uma caverna com o auxílio de um cabo ligado a um motor. O resgate é realizado em três etapas, cada uma envolvendo uma distância vertical de  $10,0$  m: (a) o espeleólogo, que estava inicialmente em repouso, é acelerado até uma velocidade de  $5,00$  m/s; (b) ele é içado a uma velocidade constante de  $5,00$  m/s; (c) finalmente, é desacelerado até o repouso. Qual é o trabalho realizado em cada etapa sobre o espeleólogo de  $80,0$  kg?

••23 Na Fig. 7-32, uma força constante  $\vec{F}_a$  de módulo  $82,0$  N é aplicada a uma caixa de sapatos, de  $3,00$  kg, a um ângulo  $\phi = 53,0^\circ$ , fazendo com que a caixa se mova para cima ao longo de uma rampa sem atrito, com velocidade constante. Qual é o trabalho realizado sobre a caixa por  $\vec{F}_a$  logo após a caixa ter subido uma distância vertical de  $h = 0,150$  m?



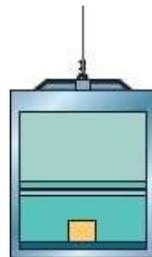
**Figura 7-32** Problema 23.

••24 Na Fig. 7-33, uma força horizontal  $\vec{F}_a$  de módulo 20,0 N é aplicada a um livro de psicologia de 3,00 kg enquanto o livro escorrega por uma distância  $d = 0,500$  m ao longo de uma rampa de inclinação  $\theta = 30,0^\circ$ , subindo sem atrito. (a) Nesse deslocamento, qual é o trabalho total realizado sobre o livro por  $\vec{F}_a$ , pela força gravitacional e pela força normal? (b) Se o livro tem energia cinética nula no início do deslocamento, qual é sua energia cinética final?



**Figura 7-33** Problema 24.

•••25 Na Fig. 7-34, um pedaço de queijo de 0,250 kg repousa no chão de um elevador de 900 kg que é puxado para cima por um cabo, primeiro por uma distância  $d_1 = 2,40$  m e depois por uma distância  $d_2 = 10,5$  m. (a) No deslocamento  $d_1$ , se a força normal exercida sobre o bloco pelo piso do elevador tem um módulo constante  $F_N = 3,00$  N, qual é o trabalho realizado pela força do cabo sobre o elevador? (b) No deslocamento  $d_2$ , se o trabalho realizado sobre o elevador pela força (constante) do cabo é 92,61 kJ, qual é o módulo de  $\vec{F}_N$ ?



**Figura 7-34** Problema 25.

**Módulo 7-4** Trabalho Realizado por uma Força Elástica

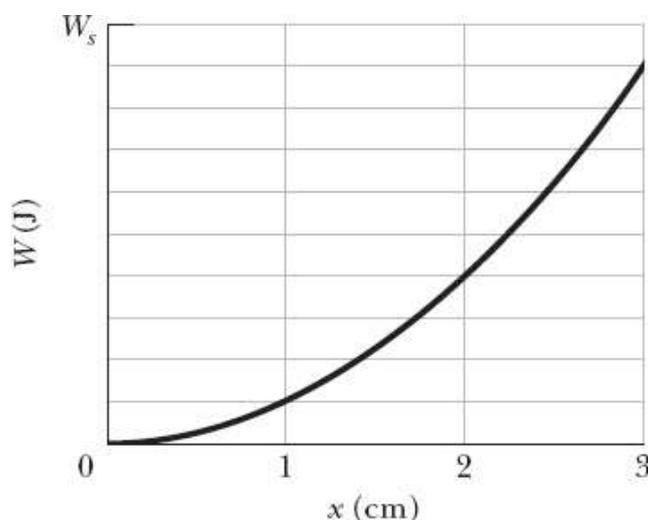
•26 Na Fig. 7-10, devemos aplicar uma força de módulo 80 N para manter o bloco estacionário em  $x = -$

2,0 cm. A partir dessa posição, deslocamos o bloco lentamente até que a força aplicada realize um trabalho de +4,0 J sobre o sistema massa-mola. A partir desse instante, o bloco permanece em repouso. Qual é a posição do bloco? (*Sugestão: Existem duas respostas possíveis.*)

•27 Uma mola e um bloco são montados como na Fig. 7-10. Quando o bloco é puxado para o ponto  $x = +4,0$  cm, devemos aplicar uma força de 360 N para mantê-lo nessa posição. Puxamos o bloco para o ponto  $x = 11$  cm e o liberamos. Qual é o trabalho realizado pela mola sobre o bloco quando este se desloca de  $x_i = +5,0$  cm para (a)  $x = +3,0$  cm, (b)  $x = -3,0$  cm, (c)  $x = -5,0$  cm e (d)  $x = -9,0$  cm?

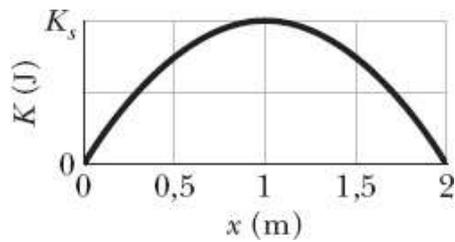
•28 Durante o semestre de primavera do MIT, os estudantes de dois dormitórios vizinhos travam batalhas com grandes catapultas feitas com mangueiras de borracha montadas na moldura das janelas. Um balão de aniversário, cheio de água colorida, é colocado em uma bolsa presa na mangueira, que é esticada até a outra extremidade do quarto. Suponha que a mangueira esticada obedece à lei de Hooke com uma constante elástica de 100 N/m. Se a mangueira é esticada 5,00 m e liberada, que trabalho a força elástica da mangueira realiza sobre a bola quando a mangueira volta ao comprimento normal?

••29 No arranjo da Fig. 7-10, puxamos gradualmente o bloco de  $x = 0$  até  $x = +3,0$  cm, onde ele fica em repouso. A Fig. 7-35 mostra o trabalho que nossa força realiza sobre o bloco. A escala vertical do gráfico é definida por  $W_s = 1,0$  J. Em seguida, puxamos o bloco até  $x = +5,0$  cm, e o liberamos a partir do repouso. Qual é o trabalho realizado pela mola, sobre o bloco, quando este é deslocado de  $x_i = +5,0$  cm a (a)  $x = +4,0$  cm, (b)  $x = -2,0$  cm e (c)  $x = -5,0$  cm?



**Figura 7-35** Problema 29.

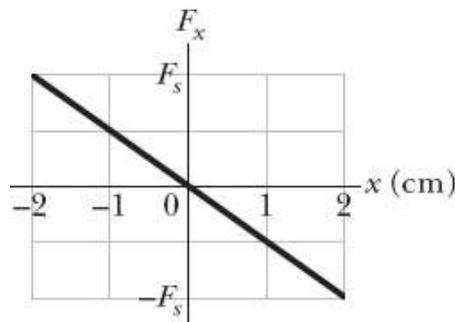
••30 Na Fig. 7-10a, um bloco de massa  $m$  repousa em uma superfície horizontal sem atrito e está preso a uma mola horizontal (de constante elástica  $k$ ) cuja outra extremidade é mantida fixa. O bloco está parado na posição onde a mola está relaxada ( $x = 0$ ) quando uma força  $\vec{F}$  no sentido positivo do eixo  $x$  é aplicada. A Fig. 7-36 mostra o gráfico da energia cinética do bloco em função da posição  $x$  após a aplicação da força. A escala vertical do gráfico é definida por  $K_s = 4,0$  J. (a) Qual é o módulo de  $\vec{F}$ ? (b) Qual é o valor de  $k$ ?



**Figura 7-36** Problema 30.

••31 A única força que age sobre um corpo de 2,0 kg enquanto o corpo se move no semieixo positivo de um eixo  $x$  tem uma componente  $F_x = -6x$  N, com  $x$  em metros. A velocidade do corpo em  $x = 3,0$  m é 8,0 m/s. (a) Qual é a velocidade do corpo em  $x = 4,0$  m? (b) Para que valor positivo de  $x$  o corpo tem uma velocidade de 5,0 m/s?

••32 A Fig. 7-37 mostra a força elástica  $F_x$  em função da posição  $x$  para o sistema massa-mola da Fig. 7-10. A escala vertical do gráfico é definida por  $F_s = 160,0$  N. Puxamos o bloco até  $x = 12$  cm e o liberamos. Qual é o trabalho realizado pela mola sobre o bloco ao se deslocar de  $x_i = +8,0$  cm para (a)  $x = +5,0$  cm, (b)  $x = -5,0$  cm, (c)  $x = -8,0$  cm e (d)  $x = -10,0$  cm?

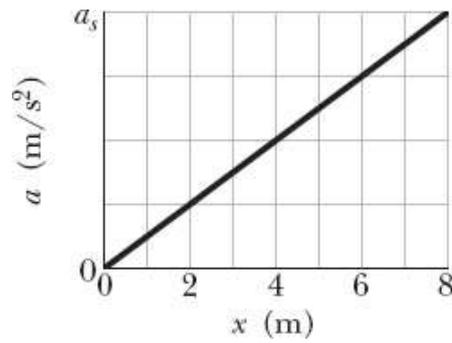


**Figura 7-37** Problema 32.

•••33 O bloco da Fig. 7-10a está em uma superfície horizontal sem atrito e a constante elástica é 50 N/m. Inicialmente, a mola está relaxada e o bloco está parado no ponto  $x = 0$ . Uma força com módulo constante de 3,0 N é aplicada ao bloco, puxando-o no sentido positivo do eixo  $x$  e alongando a mola até o bloco parar. Quando isso acontece, (a) qual é a posição do bloco, (b) qual o trabalho realizado sobre o bloco pela força aplicada e (c) qual o trabalho realizado sobre o bloco pela força elástica? Durante o deslocamento do bloco, (d) qual é a posição do bloco na qual a energia cinética é máxima e (e) qual o valor da energia cinética máxima?

**Módulo 7-5 Trabalho Realizado por uma Força Variável Genérica**

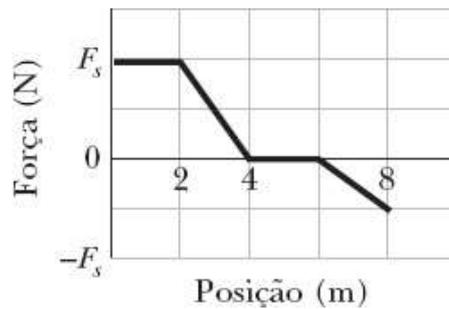
•34 Um tijolo de 10 kg se move ao longo de um eixo  $x$ . A Fig. 7-38 mostra a aceleração do tijolo em função da posição. A escala vertical do gráfico é definida por  $a_s = 20,0$  m/s<sup>2</sup>. Qual é o trabalho total realizado sobre o tijolo pela força responsável pela aceleração quando o tijolo se desloca de  $x = 0$  para  $x = 8,0$  m?



**Figura 7-38** Problema 34.

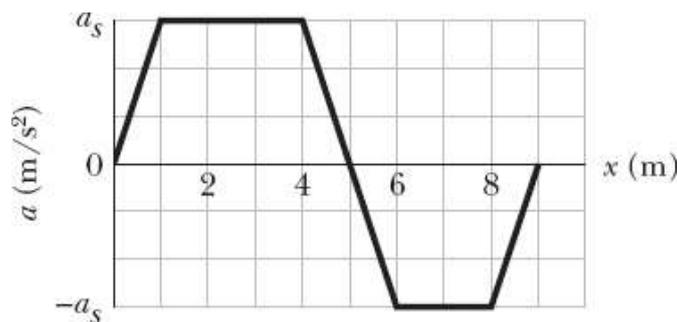
•35 A força a que uma partícula está submetida aponta ao longo de um eixo  $x$  e é dada por  $F = F_0(x/x_0 - 1)$ . Determine o trabalho realizado pela força ao mover a partícula de  $x = 0$  a  $x = 2x_0$  de duas formas: (a) plotando  $F(x)$  e medindo o trabalho no gráfico; (b) integrando  $F(x)$ .

•36 Um bloco de  $5,0 \text{ kg}$  se move em linha reta em uma superfície horizontal, sem atrito, sob a influência de uma força que varia com a posição, como é mostrado na Fig. 7-39. A escala vertical do gráfico é definida por  $F_s = 10,0 \text{ N}$ . Qual é o trabalho realizado pela força quando o bloco se desloca da origem até  $x = 8,0 \text{ cm}$ ?



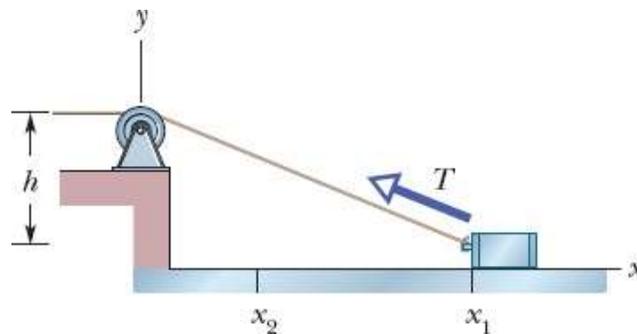
**Figura 7-39** Problema 36.

••37 A Fig. 7-40 mostra a aceleração de uma partícula de  $2,00 \text{ kg}$  sob a ação de uma força  $\vec{F}_a$  que desloca a partícula ao longo de um eixo  $x$ , a partir do repouso, de  $x = 0$  a  $x = 9,0 \text{ m}$ . A escala vertical do gráfico é definida por  $a_s = 6,0 \text{ m/s}^2$ . Qual é o trabalho realizado pela força sobre a partícula até a partícula atingir o ponto (a)  $x = 4,0 \text{ m}$ , (b)  $x = 7,0 \text{ m}$  e (c)  $x = 9,0 \text{ m}$ ? Quais são o módulo e o sentido da velocidade da partícula quando a partícula atinge o ponto (d)  $x = 4,0 \text{ m}$ , (e)  $x = 7,0 \text{ m}$  e (f)  $x = 9,0 \text{ m}$ ?



**Figura 7-40** Problema 37.

- 38 Um bloco de 1,5 kg está em repouso em uma superfície horizontal sem atrito quando uma força ao longo de um eixo  $x$  é aplicada ao bloco. A força é dada por  $\vec{F}(x) = (2,5 - x^2)\hat{i}$  N, em que  $x$  está em metros e a posição inicial do bloco é  $x = 0$ . (a) Qual é a energia cinética do bloco ao passar pelo ponto  $x = 2,0$  m? (b) Qual é a energia cinética máxima do bloco entre  $x = 0$  e  $x = 2,0$  m?
- 39 Uma força  $\vec{F} = (cx - 3,00 x^2)\hat{i}$ , em que  $\vec{F}$  está em newtons,  $x$  em metros, e  $c$  é uma constante, age sobre uma partícula que se desloca ao longo de um eixo  $x$ . Em  $x = 0$ , a energia cinética da partícula é 20,0 J; em  $x = 3,00$  m, é 11,0 J. Determine o valor de  $c$ .
- 40 Uma lata de sardinha é deslocada, ao longo de um eixo  $x$ , de  $x = 0,25$  m a  $x = 1,25$  m, por uma força cujo módulo é dado por  $F = e^{-4x^2}$ , com  $x$  em metros e  $F$  em newtons. Qual é o trabalho realizado pela força sobre a lata?
- 41 Uma única força age sobre um objeto de 3,0 kg que se comporta como uma partícula, de tal forma que a posição do objeto em função do tempo é dada por  $x = 3,0t - 4,0t^2 + 1,0t^3$ , com  $x$  em metros e  $t$  em segundos. Determine o trabalho realizado pela força sobre o objeto de  $t = 0$  a  $t = 4,0$  s.
- 42 A Fig. 7-41 mostra uma corda presa a um carrinho que pode deslizar em um trilho horizontal sem atrito ao longo de um eixo  $x$ . A corda passa por uma polia, de massa e atrito desprezíveis, situada a uma altura  $h = 1,20$  m em relação ao ponto onde está presa no carrinho e é puxada por sua extremidade esquerda, fazendo o carrinho deslizar de  $x_1 = 3,00$  m até  $x_2 = 1,00$  m. Durante o deslocamento, a tração da corda se mantém constante e igual a 25,0 N. Qual é a variação da energia cinética do carrinho durante o deslocamento?



**Figura 7-41** Problema 42.

### Módulo 7-6 Potência

- 43 Uma força de 5,0 N age sobre um corpo de 15 kg inicialmente em repouso. Calcule o trabalho realizado pela força (a) no primeiro, (b) no segundo e (c) no terceiro segundo, assim como (d) a potência instantânea da força no fim do terceiro segundo.
- 44 Um esquiador é puxado por uma corda para o alto de uma encosta que faz um ângulo de  $12^\circ$  com a horizontal. A corda se move paralelamente à encosta com velocidade constante de 1,0 m/s. A força da corda realiza 900 J de trabalho sobre o esquiador quando este percorre uma distância de 8,0 m encosta acima. (a) Se a velocidade constante da corda fosse 2,0 m/s, que trabalho a força da corda teria realizado

sobre o esquiador para o mesmo deslocamento? A que taxa a força da corda realiza trabalho sobre o esquiador quando a corda se desloca com uma velocidade de (b) 1,0 m/s e (c) 2,0 m/s?

•45 Um bloco de 100 kg é puxado com velocidade constante de 5,0 m/s em um piso horizontal por uma força de 122 N que faz um ângulo de  $37^\circ$  acima da horizontal. Qual é a taxa com a qual a força realiza trabalho sobre o bloco?

•46 Um elevador carregado tem massa de  $3,0 \times 10^3$  kg e sobe 210 m em 23 s, com velocidade constante. Qual é a taxa média com a qual a força do cabo do elevador realiza trabalho sobre o elevador?

•47 Uma máquina transporta um pacote de 4,0 kg de uma posição inicial  $\vec{d}_i = (0,50 \text{ m})\hat{i} + (0,75 \text{ m})\hat{j} + (0,20 \text{ m})\hat{k}$  em  $t = 0$  até uma posição final  $\vec{d}_f = (7,50 \text{ m})\hat{i} + (12,0 \text{ m})\hat{j} + (7,20 \text{ m})\hat{k}$  em  $t = 12$  s. A força constante aplicada pela máquina ao pacote é  $\vec{F} = (2,00 \text{ N})\hat{i} + (4,00 \text{ N})\hat{j} + (6,00 \text{ N})\hat{k}$ . Para esse deslocamento, determine (a) o trabalho realizado pela força da máquina sobre o pacote e (b) a potência média desenvolvida pela força.

•48 Uma bandeja de 0,30 kg escorrega em uma superfície horizontal sem atrito presa a uma das extremidades de uma mola horizontal ( $k = 500 \text{ N/m}$ ) cuja outra extremidade é mantida fixa. A bandeja possui energia cinética de 10 J ao passar pela posição de equilíbrio (ponto em que a força elástica da mola é zero). (a) A que taxa a mola está realizando trabalho sobre a bandeja quando esta passa pela posição de equilíbrio? (b) A que taxa a mola está realizando trabalho sobre a bandeja quando a mola está comprimida de 0,10 m e a bandeja está se afastando da posição de equilíbrio?

•49 Um elevador de carga totalmente carregado tem massa total de 1200 kg, que deve içar 54 m em 3,0 minutos, iniciando e terminando a subida em repouso. O contrapeso do elevador tem massa de apenas 950 kg, e, portanto, o motor do elevador deve ajudar. Que potência média é exigida da força que o motor exerce sobre o elevador por meio do cabo?

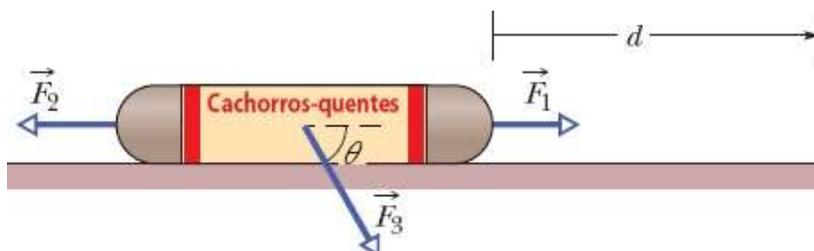
•50 (a) Em um dado instante, um objeto que se comporta como uma partícula sofre a ação de uma força  $\vec{F} = (4,0 \text{ N})\hat{i} - (2,0 \text{ N})\hat{j} + (9,0 \text{ N})\hat{k}$  quando sua velocidade é  $\vec{v} = -(2,0 \text{ m/s})\hat{i} + (4,0 \text{ m/s})\hat{k}$ . Qual é a taxa instantânea com a qual a força realiza trabalho sobre o objeto? (b) Em outro instante, a velocidade tem apenas a componente  $y$ . Se a força não muda e a potência instantânea é  $-12 \text{ W}$ , qual é a velocidade do objeto nesse instante?

•51 Uma força  $\vec{F} = (3,00 \text{ N})\hat{i} + (7,00 \text{ N})\hat{k}$  age sobre um objeto de 2,00 kg que se move de uma posição inicial  $\vec{d}_i = (3,00 \text{ m})\hat{i} - (2,00 \text{ m})\hat{j} + (5,00 \text{ m})\hat{k}$  para uma posição final  $\vec{d}_f = -(5,00 \text{ m})\hat{i} + (4,00 \text{ m})\hat{j} + (7,00 \text{ m})\hat{k}$  em 4,00 s. Determine (a) o trabalho realizado pela força sobre o objeto no intervalo de 4,00 s, (b) a potência média desenvolvida pela força nesse intervalo e (c) o ângulo entre os vetores  $\vec{d}_i$  e  $\vec{d}_f$ .

•52 Um funny car acelera a partir do repouso, percorrendo uma dada distância no tempo  $T$ , com o motor funcionando com potência constante  $P$ . Se os mecânicos conseguem aumentar a potência do motor de um pequeno valor  $dP$ , qual é a variação do tempo necessário para percorrer a mesma distância?

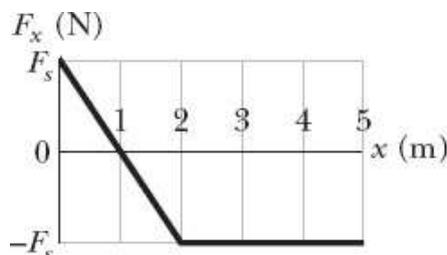
### Problemas Adicionais

**53** A Fig. 7-42 mostra um pacote de cachorros-quentes escorregando para a direita em um piso sem atrito por uma distância  $d = 20,0$  cm enquanto três forças agem sobre o pacote. Duas forças são horizontais e têm módulos  $F_1 = 5,00$  N e  $F_2 = 1,00$  N; a terceira faz um ângulo  $\theta = 60,0^\circ$  para baixo e tem um módulo  $F_3 = 4,00$  N. (a) Qual é o trabalho *total* realizado sobre o pacote pelas três forças mais a força gravitacional e a força normal? (b) Se o pacote tem massa de  $2,0$  kg e energia cinética inicial igual a zero, qual é sua velocidade no final do deslocamento?



**Figura 7-42** Problema 53.

**54** A única força que age sobre um corpo de  $2,0$  kg quando o corpo se desloca ao longo de um eixo  $x$  varia da forma indicada na Fig. 7-43. A escala vertical do gráfico é definida por  $F_s = 4,0$  N. A velocidade do corpo em  $x = 0$  é  $4,0$  m/s. (a) Qual é a energia cinética do corpo em  $x = 3,0$  m? (b) Para que valor de  $x$  o corpo possui uma energia cinética de  $8,0$  J? (c) Qual é a energia cinética máxima do corpo entre  $x = 0$  e  $x = 5,0$  m?



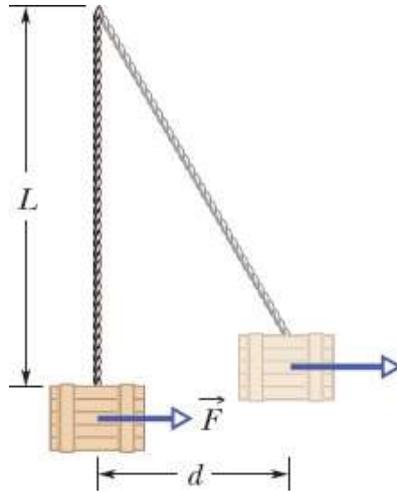
**Figura 7-43** Problema 54.

**55** Um cavalo puxa uma carroça com uma força de  $40$  lb que faz um ângulo de  $30^\circ$  para cima com a horizontal e se move com uma velocidade de  $6,0$  mi/h. (a) Que trabalho a força realiza em  $10$  minutos? (b) Qual é a potência média desenvolvida pela força em horsepower?

**56** Um objeto de  $2,0$  kg inicialmente em repouso acelera uniformemente na horizontal até uma velocidade de  $10$  m/s em  $3,0$  s. (a) Nesse intervalo de  $3,0$  s, qual é o trabalho realizado sobre o objeto pela força que o acelera? Qual é a potência instantânea desenvolvida pela força (b) no fim do intervalo e (c) no fim da primeira metade do intervalo?

**57** Um caixote de  $230$  kg está pendurado na extremidade de uma corda de comprimento  $L = 12,0$  m. Você empurra o caixote horizontalmente com uma força variável  $\vec{F}$ , deslocando-o para o lado de uma distância  $d = 4,00$  m (Fig. 7-44). (a) Qual é o módulo de  $\vec{F}$  quando o caixote está na posição final? Nesse deslocamento, quais são (b) o trabalho total realizado sobre o caixote, (c) o trabalho realizado pela força

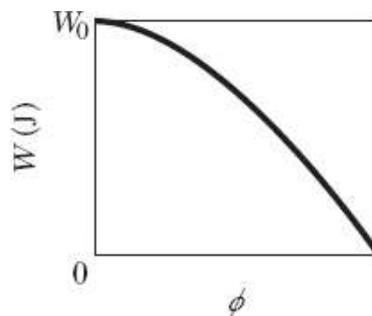
gravitacional sobre o caixote e (d) o trabalho realizado pela corda sobre o caixote? (e) Sabendo que o caixote está em repouso antes e depois do deslocamento, use as respostas dos itens (b), (c) e (d) para determinar o trabalho que a força  $\vec{F}$  realiza sobre o caixote. (f) Por que o trabalho da força não é igual ao produto do deslocamento horizontal pela resposta do item (a)?



**Figura 7-44** Problema 57.

**58** Para puxar um engradado de 50 kg em um piso horizontal sem atrito, um operário aplica uma força de 210 N que faz um ângulo de  $20^\circ$  para cima com a horizontal. Em um deslocamento de 3,0 m, qual é o trabalho realizado sobre o engradado (a) pela força do operário, (b) pela força gravitacional e (c) pela força normal do piso? (d) Qual é o trabalho total realizado sobre o engradado?

**59** Uma força  $\vec{F}_a$  é aplicada a uma conta, que desliza em um fio reto, sem atrito, fazendo-a sofrer um deslocamento de +5,0 cm. O módulo de  $\vec{F}_a$  é mantido constante, mas o ângulo  $\phi$  entre  $\vec{F}_a$  e o deslocamento da conta pode ser escolhido. Na Fig. 7-23 mostra-se o trabalho,  $W$ , realizado por  $\vec{F}_a$  sobre a conta para valores de  $\phi$  dentro de certo intervalo;  $W_0 = 25$  J. Qual é o trabalho realizado por  $\vec{F}_a$ , se  $\phi$  é igual (a) a  $64^\circ$  e (b) a  $147^\circ$ ?



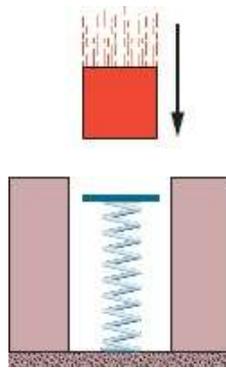
**Figura 7-45** Problema 59.

**60** Uma criança medrosa desce por um escorrega, de atrito desprezível, segura pela mãe. A força da mãe sobre a criança é de 100 N para cima na direção do escorrega, e a energia cinética da criança aumenta de 30 J quando ela desce uma distância de 1,8 m. (a) Qual é o trabalho realizado sobre a criança pela força

gravitacional durante a descida de 1,8 m? (b) Se a criança não fosse segura pela mãe, qual seria o aumento da energia cinética quando ela escorregasse pela mesma distância de 1,8 m?

**61** Qual é o trabalho realizado por uma força  $\vec{F} = (2x \text{ N})\hat{i} + (3 \text{ N})\hat{j}$  com  $x$  em metros, ao deslocar uma partícula de uma posição  $\vec{r}_i = (2 \text{ m})\hat{i} + (3 \text{ m})\hat{j}$  para uma posição  $\vec{r}_f = -(4 \text{ m})\hat{i} - (3 \text{ m})\hat{j}$ ?

**62** Um bloco de 250 g é deixado cair em uma mola vertical, inicialmente relaxada, cuja constante elástica é  $k = 2,5 \text{ N/cm}$  (Fig. 7-46). O bloco fica acoplado à mola, comprimindo-a em 12 cm até parar momentaneamente. Nessa compressão, que trabalho é realizado sobre o bloco (a) pela força gravitacional e (b) pela força elástica? (c) Qual é a velocidade do bloco imediatamente antes de se chocar com a mola? (Suponha que o atrito é desprezível.) (d) Se a velocidade no momento do impacto é duplicada, qual é a compressão máxima da mola?



**Figura 7-46** Problema 62.

**63** Para empurrar um engradado de 25,0 kg para cima em um plano inclinado de  $25^\circ$  em relação à horizontal, um operário exerce uma força de 209 N paralela ao plano inclinado. Quando o engradado percorre 1,50 m, qual é o trabalho realizado sobre ele (a) pela força aplicada pelo trabalhador, (b) pela força gravitacional e (c) pela força normal? (d) Qual é o trabalho total realizado sobre o engradado?

**64** Caixas são transportadas de um local para outro, de um armazém, por meio de uma esteira que se move com velocidade constante de 0,50 m/s. Em certo local, a esteira se move 2,0 m em uma rampa que faz um ângulo de  $10^\circ$  para cima com a horizontal, 2,0 m na horizontal e, finalmente, 2,0 m em uma rampa que faz um ângulo de  $10^\circ$  para baixo com a horizontal. Suponha que uma caixa de 2,0 kg é transportada pela esteira sem escorregar. A que taxa a força da esteira sobre a caixa realiza trabalho quando a caixa se move (a) na rampa de  $10^\circ$  para cima, (b) horizontalmente e (c) na rampa de  $10^\circ$  para baixo?

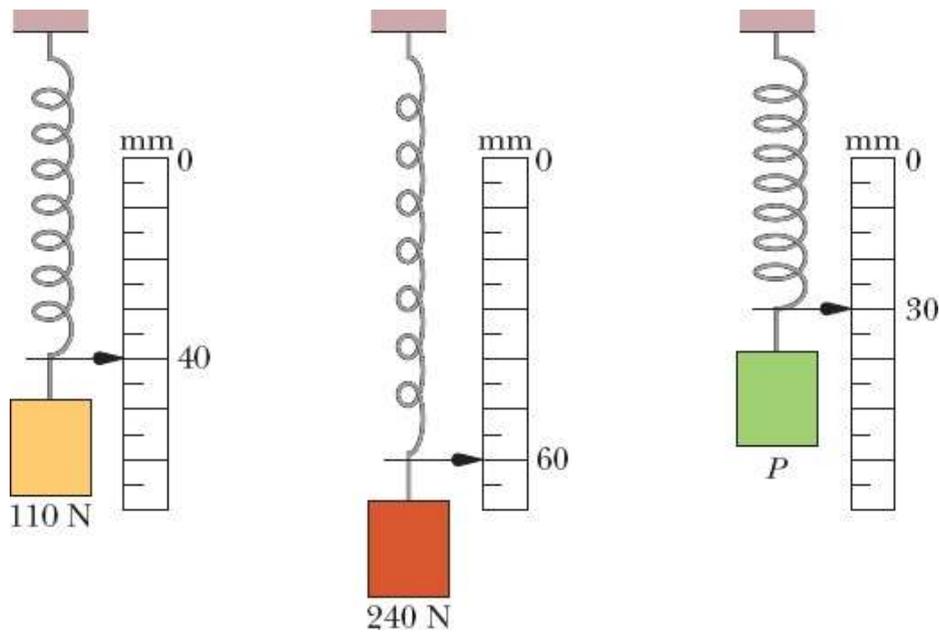


**Figura 7-47** Problema 65.

**65** Na Fig. 7-47, uma corda passa por duas polias ideais. Uma lata, de massa  $m = 20 \text{ kg}$ , está pendurada em uma das polias, e uma força  $\vec{F}$  é aplicada à extremidade livre da corda. (a) Qual deve ser o módulo de  $\vec{F}$  para que a lata seja levantada com velocidade constante? (b) Qual deve ser o deslocamento da corda para que a lata suba  $2,0 \text{ cm}$ ? Durante esse deslocamento, qual é o trabalho realizado sobre a lata (c) pela força aplicada (por meio da corda) e (d) pela força gravitacional? (*Sugestão:* Quando uma corda é usada da forma mostrada na figura, a força total com a qual a corda puxa a segunda polia é duas vezes maior que a tração da corda.)

**66** Se um carro com massa de  $1200 \text{ kg}$  viaja a  $120 \text{ km/h}$  em uma rodovia, qual é a energia cinética do carro medida por alguém que está parado no acostamento?

**67** Uma mola com um ponteiro está pendurada perto de uma régua graduada em milímetros. Três pacotes diferentes são pendurados na mola, um de cada vez, como mostra a Fig. 7-48. (a) Qual é a marca da régua indicada pelo ponteiro quando não há nenhum pacote pendurado na mola? (b) Qual é o peso  $P$  do terceiro pacote?



**Figura 7-48** Problema 67.

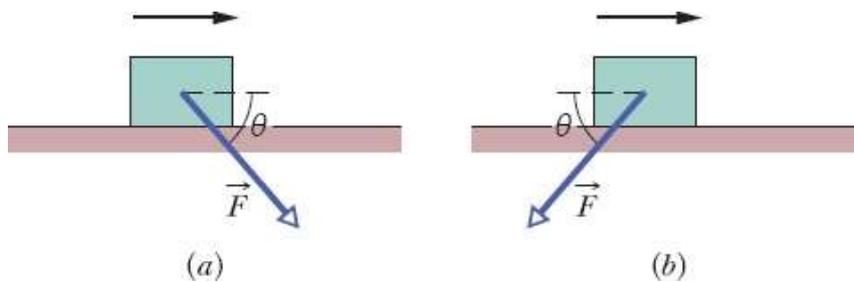
**68** Um trenó a vela está em repouso na superfície de um lago congelado quando um vento repentino exerce sobre ele uma força constante de 200 N, na direção leste. Devido ao ângulo da vela, o vento faz com que o trenó se desloque em linha reta por uma distância de 8,0 m em uma direção 20° ao norte do leste. Qual é a energia cinética do trenó ao final desses 8,0 m?

**69** Se um elevador de uma estação de esqui transporta 100 passageiros com um peso médio de 660 N até uma altura de 150 m em 60,0 s, a uma velocidade constante, que potência média é exigida da força que realiza esse trabalho?

**70** Uma força  $\vec{F} = (4,0 \text{ N})\hat{i} + c\hat{j}$  age sobre uma partícula enquanto a partícula sofre um deslocamento  $\vec{d} = (3,0 \text{ m})\hat{i} - (2,0 \text{ m})\hat{j}$ . (Outras forças também agem sobre a partícula.) Qual é o valor de  $c$  se o trabalho realizado sobre a partícula pela força  $\vec{F}$  é (a) 0, (b) 17 J e (c) -18 J?

**71** Uma força constante, de módulo 10 N, faz um ângulo de 150° (no sentido anti-horário) com o semieixo  $x$  positivo ao agir sobre um objeto de 2,0 kg que se move em um plano  $xy$ . Qual é o trabalho realizado pela força sobre o objeto quando ele se desloca da origem até o ponto cujo vetor posição é  $(2,0 \text{ m})\hat{i} - (4,0 \text{ m})\hat{j}$ ?

**72** Na Fig. 7-49a, uma força de 2,0 N, que faz um ângulo  $\theta$  para baixo e para a direita com a horizontal, é aplicada a um bloco de 4,0 kg enquanto o bloco desliza 1,0 m para a direita em um piso horizontal sem atrito. Escreva uma expressão para a velocidade  $v_f$  do bloco após ser percorrida essa distância, para uma velocidade inicial de (a) 0 e (b) 1,0 m/s para a direita. (c) A situação da Fig. 7-49b é semelhante à do item (b), pois o bloco está inicialmente se deslocando para a direita com uma velocidade de 1,0 m/s, mas agora a força de 2,0 N está dirigida para baixo e para a esquerda. Escreva uma expressão para a velocidade  $v_f$  do bloco após ser percorrida uma distância de 1,0 m. (d) Plote as três expressões de  $v_f$  em função do ângulo  $\theta$ , de  $\theta = 0$  a  $\theta = 90^\circ$ . Interprete os gráficos.



**Figura 7-49** Problema 72.

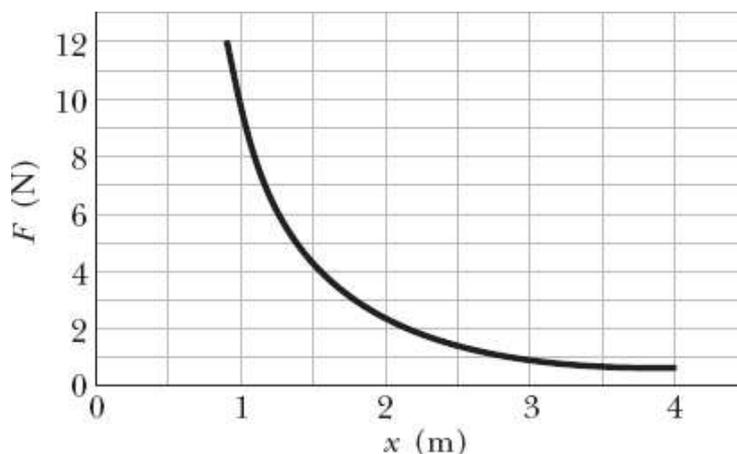
**73** Uma força  $\vec{F}$  no sentido positivo de um eixo  $x$  age sobre um objeto que se move ao longo desse eixo. Se o módulo da força é  $F = 10e^{-x/2,0}$  N, com  $x$  em metros, determine o trabalho realizado por  $\vec{F}$  quando o objeto se desloca de  $x = 0$  a  $x = 2,0$  m (a) plotando  $F(x)$  e estimando a área sob a curva e (b) integrando  $F(x)$ .

**74** Uma partícula que se move em linha reta sofre um deslocamento  $\vec{d} = (8 \text{ m})\hat{i} + c\hat{j}$  sob a ação de uma força  $\vec{F} = (2 \text{ N})\hat{i} - (4 \text{ N})\hat{j}$ . (Outras forças também agem sobre a partícula.) Qual é o valor de  $c$  se o trabalho realizado por  $\vec{F}$  sobre a partícula é (a) zero, (b) positivo e (c) negativo?

**75** Um elevador tem massa de 4500 kg e pode transportar uma carga máxima de 1800 kg. Se o elevador está subindo com a carga máxima a 3,80 m/s, que potência a força que move o elevador deve desenvolver para manter essa velocidade?

**76** Um bloco de gelo de 45 kg desliza para baixo em um plano inclinado sem atrito de 1,5 m de comprimento e 0,91 m de altura. Um operário empurra o bloco para cima com uma força paralela ao plano inclinado, o que faz o bloco descer com velocidade constante. (a) Determine o módulo da força exercida pelo operário. Qual é o trabalho realizado sobre o bloco (b) pela força do operário, (c) pela força gravitacional, (d) pela força normal do plano inclinado e (e) pela força resultante?

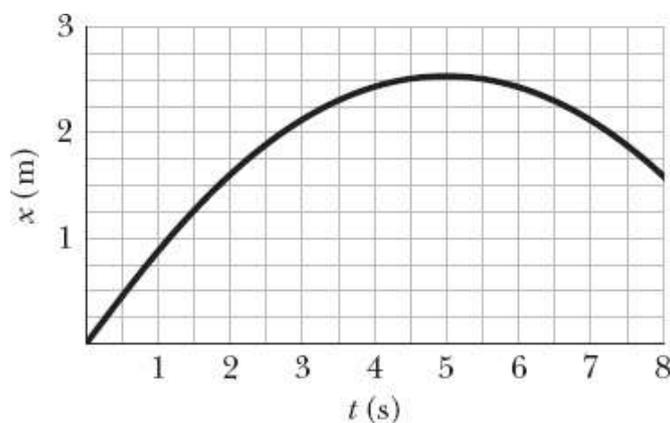
**77** Uma partícula que se move ao longo de um eixo  $x$  está submetida a uma força orientada no sentido positivo do eixo. A Fig. 7-50 mostra o módulo  $F$  da força em função da posição  $x$  da partícula. A curva é dada por  $F = a/x^2$ , com  $a = 9,0 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ . Determine o trabalho realizado pela força sobre a partícula quando a partícula se desloca de  $x = 1,0$  m para  $x = 3,0$  m (a) estimando o trabalho a partir do gráfico e (b) integrando a função da força.



**Figura 7-50** Problema 77.

**78** Uma caixa de CD escorrega em um piso no sentido positivo de um eixo  $x$  enquanto uma força aplicada  $\vec{F}_a$  age sobre a caixa. A força está orientada ao longo do eixo  $x$  e a componente  $x$  é dada por  $F_{ax} = 9x - 3x^2$ , com  $x$  em metros e  $F_{ax}$  em newtons. A caixa parte do repouso na posição  $x = 0$  e se move até ficar novamente em repouso. (a) Plote o trabalho realizado por  $\vec{F}_a$  sobre a caixa em função de  $x$ . (b) Em que posição o trabalho é máximo e (c) qual é o valor do trabalho máximo? (d) Em que posição o trabalho se torna nulo? (e) Em que posição a caixa fica novamente em repouso?

**79** Uma merendeira de 2,0 kg escorrega em uma superfície sem atrito no sentido positivo de um eixo  $x$ . A partir do instante  $t = 0$ , um vento constante aplica uma força à merendeira no sentido negativo do eixo  $x$ . A Fig. 7-51 mostra a posição  $x$  da merendeira em função do tempo  $t$ . A partir do gráfico, estime a energia cinética da merendeira (a) em  $t = 1,0$  s e (b) em  $t = 5,0$  s. (c) Qual é o trabalho realizado pelo vento sobre a merendeira entre  $t = 1,0$  s e  $t = 5,0$  s?



**Figura 7-51** Problema 79.

**80** *Integração numérica.* Uma caixa é deslocada, ao longo de um eixo  $x$ , de  $x = 0,15$  m a  $x = 1,20$  m por uma força cujo módulo é dado por  $F = e^{-2x^2}$ , com  $x$  em metros e  $F$  em newtons. Qual é o trabalho realizado pela força sobre a caixa?

**81** No sistema massa-mola da Fig. 7-10, a massa do bloco é 4,00 kg e a constante elástica da mola é 500 N/m. O bloco é liberado da posição  $x_i = 0,300$  m. Determine (a) a velocidade do bloco no ponto  $x = 0$ , (b) o trabalho realizado pela mola quando o bloco chega ao ponto  $x = 0$ , (c) a potência instantânea desenvolvida pela mola no momento em que o bloco é liberado, (d) a potência instantânea desenvolvida pela mola quando o bloco está passando pelo ponto  $x = 0$  e (e) a posição do bloco no instante em que a potência desenvolvida pela mola é mínima.

**82** Um bloco de 4,00 kg, que estava inicialmente em repouso em um plano inclinado sem atrito, é puxado para cima por uma força de 50 N paralela ao plano. A força normal que age sobre o bloco tem módulo de 13,41 N. Qual é a velocidade do bloco depois de sofrer um deslocamento de 3,00 m?

**83** Uma das extremidades de uma mola com uma constante elástica de 18,0 N/cm está presa a uma

parede. (a) Qual é o trabalho realizado pela força elástica da mola sobre a parede quando a mola sofre um alongamento de 7,60 mm em relação ao estado relaxado? (b) Qual é o trabalho adicional realizado pela força elástica quando a mola sofre um alongamento adicional de 7,60 mm?

**84** Uma força  $\vec{F} = (2,00\hat{i} + 9,00\hat{j} + 5,30\hat{k})$  N age sobre um objeto de 2,90 kg, o qual sofre um deslocamento, em um intervalo de tempo de 2,10 s, da posição inicial  $\vec{r}_1 = (2,70\hat{i} - 2,90\hat{j} + 5,50\hat{k})$  m para uma posição final  $\vec{r}_2 = (-4,10\hat{i} + 3,30\hat{j} + 5,40\hat{k})$  m. Determine (a) o trabalho realizado pela força sobre o objeto nesse intervalo de tempo, (b) a potência média desenvolvida pela força durante esse intervalo de tempo e (c) o ângulo entre os vetores  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$ .

**85** No instante  $t = 0$ , a força  $\vec{F} = (-5,00\hat{i} + 5,00\hat{j} + 4,00\hat{k})$  N começa a agir sobre uma partícula de 2,00 kg que está se movendo a uma velocidade de 4,00 m/s. Qual é a velocidade da partícula quando o deslocamento em relação à posição inicial é  $\vec{d} = (2,00\hat{i} + 2,00\hat{j} + 7,00\hat{k})$  m?

# Energia Potencial e Conservação da Energia

## 8-1 ENERGIA POTENCIAL

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

- 8.01** Saber a diferença entre uma força conservativa e uma força não conservativa.
- 8.02** No caso de uma partícula que se move de um ponto para outro do espaço, saber que o trabalho realizado por uma força conservativa depende apenas dos pontos inicial e final.
- 8.03** Calcular a energia potencial gravitacional de uma partícula (ou, mais rigorosamente, de um sistema partícula-Terra).
- 8.04** Calcular a energia potencial elástica de um sistema massa-mola.

### Ideias-Chave

- Uma força é dita conservativa se o trabalho realizado pela força sobre uma partícula que descreve um percurso fechado, ou seja, no qual o ponto final coincide com o ponto inicial, é zero. É possível demonstrar que o trabalho realizado por uma força conservativa não depende da trajetória da partícula, mas apenas dos pontos inicial e final. A força gravitacional e a força elástica são forças conservativas; a força de atrito cinético não é uma força conservativa.
- Energia potencial é a energia associada à configuração de um sistema que está sujeito à ação de uma força conservativa. Quando uma força conservativa realiza um trabalho  $W$  sobre uma partícula do sistema, a variação  $\Delta U$  da energia potencial do sistema é dada por

$$\Delta U = -W.$$

Isso significa que, se a partícula se desloca do ponto  $x_i$  para o ponto  $x_f$  sob a ação de uma força  $F(x)$ , a variação da energia potencial do sistema é dada por

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx.$$

- A energia potencial associada a um sistema formado pela Terra e uma partícula nas vizinhanças da Terra é chamada de energia potencial gravitacional. Se a partícula se desloca da altura  $y_i$  para a altura  $y_f$ , a variação da energia potencial gravitacional do sistema partícula-Terra é dada por

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg \Delta y.$$

- Se o ponto de referência da partícula é tomado como  $y_i = 0$  e a energia potencial gravitacional correspondente é tomada como  $U_i = 0$ , a energia potencial gravitacional  $U$  quando a partícula está a uma altura  $h$  é dada por

$$U(y) = mgy$$

- A energia potencial elástica é a energia associada ao estado de compressão ou extensão de um objeto elástico. No caso de uma mola que exerce uma força elástica  $F = -kx$  quando a extremidade livre sofre um deslocamento  $x$ , a energia potencial

elástica é dada por

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2.$$

- A configuração de referência para a energia potencial elástica é, normalmente, a situação em que a mola está relaxada,  $x = 0$  e  $U = 0$ .
- 

## O que É Física?

Uma das tarefas da física é identificar os diferentes tipos de energia que existem no mundo, especialmente os que têm utilidade prática. Um tipo comum de energia é a **energia potencial**  $U$ . Tecnicamente, energia potencial é qualquer energia que pode ser associada à configuração (arranjo) de um sistema de objetos que exercem forças uns sobre os outros.

Essa é uma definição muito formal para algo que, na verdade, é extremamente simples. Um exemplo pode ser mais esclarecedor que a definição. Um praticante de *bungee jump* salta de uma plataforma (Fig. 8-1). O sistema de objetos é formado pela Terra e o atleta. A força entre os objetos é a força gravitacional. A configuração do sistema varia (a distância entre o atleta e a Terra diminui, e isso, naturalmente, é que torna o salto emocionante). Podemos descrever o movimento do atleta e o aumento de sua energia cinética definindo uma **energia potencial gravitacional**  $U$ . Trata-se de uma energia associada ao estado de separação entre dois objetos que se atraem mutuamente por meio da força gravitacional, como, no caso, o atleta e a Terra.

Quando a corda elástica começa a esticar no final do salto, o sistema de objetos passa a ser formado pela corda e o atleta (a variação de energia potencial gravitacional passa a ser desprezível). A força entre os objetos é uma força elástica (como a de uma mola). A configuração do sistema varia (a corda estica). Podemos relacionar a diminuição da energia cinética do saltador ao aumento do comprimento da corda definindo uma **energia potencial elástica**  $U$ . Trata-se da energia associada ao estado de compressão ou distensão de um objeto elástico, a corda, no caso.

A física ensina como calcular a energia potencial de um sistema, o que ajuda a escolher a melhor forma de usá-la ou armazená-la. Antes que um praticante de *bungee jump* inicie um salto, por exemplo, alguém (provavelmente um engenheiro mecânico) precisa verificar se a corda que será usada é segura, determinando a energia potencial gravitacional e a energia potencial elástica que podem ser esperadas. Caso os cálculos sejam benfeitos, o salto pode ser emocionante, mas não será perigoso.



Getty Images - IMAGEMORE Co., Ltd.

**Figura 8-1** A energia cinética de um praticante de *bungee jump* aumenta durante a queda livre; em seguida, a corda começa a esticar, desacelerando o atleta.

## Trabalho e Energia Potencial

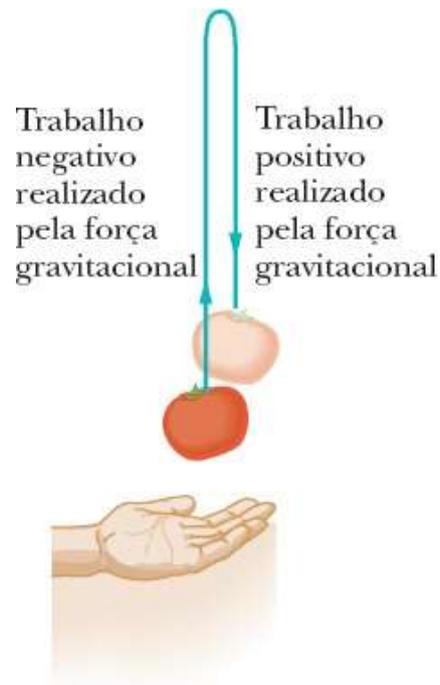
No Capítulo 7, discutimos a relação entre o trabalho e a variação da energia cinética. Agora, vamos discutir a relação entre o trabalho e a variação da energia potencial.

Suponha que um tomate seja arremessado para cima (Fig. 8-2). Já sabemos que, enquanto o tomate está subindo, o trabalho  $W_g$  realizado pela força gravitacional sobre o tomate é negativo porque a força extrai energia *da* energia cinética do tomate. Podemos agora concluir a história dizendo que essa energia é transferida pela força gravitacional da energia cinética do tomate *para a* energia potencial gravitacional do sistema tomate-Terra.

O tomate perde velocidade, para e começa a cair de volta por causa da força gravitacional. Durante a queda, a transferência se inverte: o trabalho  $W_g$  realizado sobre o tomate pela força gravitacional agora é positivo e a força gravitacional passa a transferir energia *da* energia potencial do sistema tomate-Terra *para a* energia cinética do tomate.

Tanto na subida como na descida, a variação  $\Delta U$  da energia potencial gravitacional é definida como o negativo do trabalho realizado sobre o tomate pela força gravitacional. Usando o símbolo geral  $W$  para o

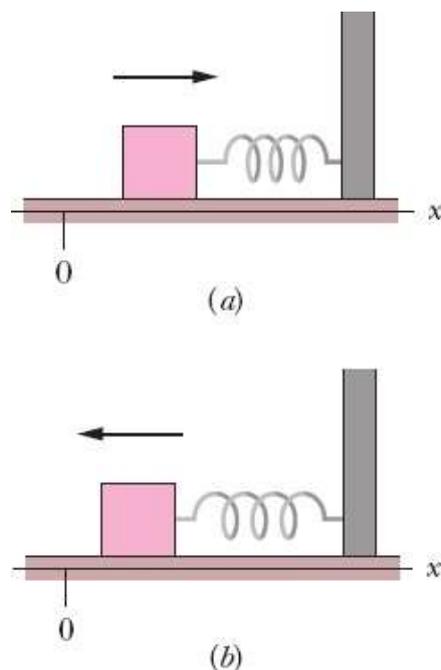
trabalho, podemos expressar essa definição por meio da seguinte equação:



**Figura 8-2** Um tomate é arremessado para cima. Enquanto o tomate está subindo, a força gravitacional realiza um trabalho negativo sobre o tomate, diminuindo a sua energia cinética. Quando o tomate começa a descer, a força gravitacional passa a realizar um trabalho positivo sobre o tomate, aumentando a sua energia cinética.

$$\Delta U = -W. \quad (8-1)$$

A Eq. 8-1 também se aplica a um sistema massa-mola como o da Fig. 8-3. Se empurrarmos bruscamente o bloco, movimentando-o para a direita, a força da mola atua para a esquerda e, portanto, realiza trabalho negativo sobre o bloco, transferindo energia da energia cinética do bloco para a energia potencial elástica do sistema bloco-mola. O bloco perde velocidade até parar; em seguida, começa a se mover para a esquerda, já que a força da mola ainda está dirigida para a esquerda. A partir desse momento, a transferência de energia se inverte: a energia passa a ser transferida da energia potencial do sistema bloco-mola para a energia cinética do bloco.



**Figura 8-3** Um bloco, preso a uma mola e inicialmente em repouso em  $x = 0$ , é colocado em movimento para a direita. (a) Quando o bloco se move para a direita (no sentido indicado pela seta), a força elástica da mola realiza trabalho negativo sobre o bloco. (b) Mais tarde, quando o bloco se move para a esquerda, em direção ao ponto  $x = 0$ , a força da mola realiza trabalho positivo sobre o bloco.

## Forças Conservativas e Dissipativas

Vamos fazer uma lista dos elementos principais das duas situações que acabamos de discutir:

1. O *sistema* é formado por dois ou mais objetos.
2. Uma *força* atua entre um objeto do sistema que se comporta como partícula (o tomate ou o bloco) e o resto do sistema.
3. Quando a configuração do sistema varia, a força realiza *trabalho* ( $W_1$ , digamos) sobre o objeto, transferindo energia entre a energia cinética  $K$  do objeto e alguma outra forma de energia do sistema.
4. Quando a mudança da configuração se inverte, a força inverte o sentido da transferência de energia, realizando um trabalho  $W_2$  no processo.

Nas situações em que a relação  $W_1 = -W_2$  é sempre observada, a outra forma de energia é uma energia potencial e dizemos que a força é uma **força conservativa**. Como o leitor já deve ter desconfiado, a força gravitacional e a força elástica são conservativas (de outra forma, não poderíamos ter falado em energia potencial gravitacional e energia potencial elástica, como fizemos anteriormente).

Uma força que não é conservativa é chamada de **força dissipativa**. A força de atrito cinético e a força de arrasto são forças dissipativas. Imagine, por exemplo, um bloco deslizando em um piso em uma situação na qual o atrito não seja desprezível. Durante o deslizamento, a força de atrito cinético exercida pelo piso realiza um trabalho negativo sobre o bloco, reduzindo sua velocidade e transferindo a energia cinética do bloco para outra forma de energia chamada *energia térmica* (que está associada ao movimento aleatório de átomos e moléculas). Os experimentos mostram que essa transferência de energia não pode ser revertida (a energia térmica não pode ser convertida de volta em energia cinética do bloco

pela força de atrito cinético). Assim, embora tenhamos um sistema (composto pelo bloco e pelo piso), uma força que atua entre partes do sistema e uma transferência de energia causada pela força, a força não é conservativa. Isso significa que a energia térmica não é uma energia potencial.

*Quando um objeto que se comporta como uma partícula está sujeito apenas a forças conservativas, certos problemas que envolvem o movimento do objeto se tornam muito mais simples.* No próximo módulo, em que apresentamos um método para identificar forças conservativas, será apresentado um exemplo desse tipo de simplificação.

## Independência da Trajetória de Forças Conservativas

O teste principal para determinar se uma força é conservativa ou dissipativa é o seguinte: Deixa-se a força atuar sobre uma partícula que se move ao longo de um *percurso fechado*, ou seja, um caminho que começa e termina na mesma posição. A força é conservativa se e apenas se for nula a energia total transferida durante esse ou qualquer outro percurso fechado. Em outras palavras:



O trabalho total realizado por uma força conservativa sobre uma partícula que se move ao longo de qualquer percurso fechado é nulo.

Os experimentos mostram que a força gravitacional passa neste *teste do percurso fechado*. Um exemplo é o tomate da Fig. 8-2. O tomate deixa o ponto de lançamento com velocidade  $v_0$  e energia cinética  $\frac{1}{2}mv_0^2$ . A força gravitacional que age sobre o tomate reduz sua velocidade a zero e depois o faz cair de volta. Quando o tomate retorna ao ponto de partida, ele possui novamente uma velocidade  $v_0$  e uma energia cinética  $\frac{1}{2}mv_0^2$ . Assim, a força gravitacional extrai tanta energia *do* tomate durante a subida quanto fornece energia *ao* tomate durante a descida. O trabalho total realizado sobre o tomate pela força gravitacional durante a viagem de ida e volta é, portanto, nulo.

Uma consequência importante do teste do percurso fechado é a seguinte:



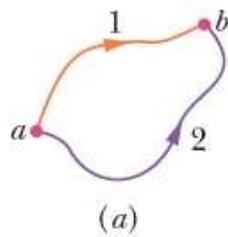
O trabalho realizado por uma força conservativa sobre uma partícula que se move entre dois pontos não depende da trajetória seguida pela partícula.

Suponha, por exemplo, que a partícula se move do ponto *a* para o ponto *b* da Fig. 8-4a seguindo a trajetória 1 ou a trajetória 2. Se todas as forças que agem sobre a partícula são conservativas, o trabalho realizado sobre a partícula é o mesmo para as duas trajetórias. Em símbolos, podemos escrever esse resultado como

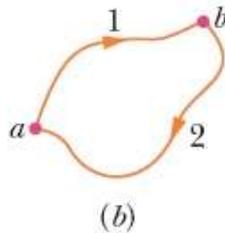
$$W_{ab,1} = W_{ab,2}, \quad (8-2)$$

em que o índice  $ab$  indica os pontos inicial e final, respectivamente, e os índices 1 e 2 indicam a trajetória.

Esse resultado é importante porque permite simplificar problemas difíceis quando apenas uma força conservativa está envolvida. Suponha que você precise calcular o trabalho realizado por uma força conservativa ao longo de uma trajetória entre dois pontos, e que o cálculo seja difícil ou mesmo impossível sem informações adicionais. Você pode determinar o trabalho substituindo a trajetória entre esses dois pontos por outra para a qual o cálculo seja mais fácil.



Se uma força é conservativa, o trabalho realizado pela força não depende da trajetória entre os pontos  $a$  e  $b$ .



E o trabalho realizado pela força em um percurso fechado é zero.

**Figura 8-4** (a) Uma partícula pode se mover do ponto  $a$  ao ponto  $b$ , sob a ação de uma força conservativa, seguindo a trajetória 1 ou a trajetória 2. (b) A partícula descreve um percurso fechado, seguindo a trajetória 1 para ir do ponto  $a$  ao ponto  $b$  e a trajetória 2 para voltar ao ponto  $a$ .

### Demonstração da Equação 8-2

A Fig. 8-4b mostra um percurso fechado, arbitrário, de uma partícula sujeita à ação de uma única força. A partícula se desloca de um ponto inicial  $a$  para um ponto  $b$  seguindo a trajetória 1 e volta ao ponto  $a$  seguindo a trajetória 2. A força realiza trabalho sobre a partícula enquanto ela se desloca em cada uma das trajetórias. Sem nos preocuparmos em saber se o trabalho realizado é positivo ou negativo, vamos representar o trabalho realizado de  $a$  a  $b$  ao longo da trajetória 1 como  $W_{ab,1}$  e o trabalho realizado de  $b$  a  $a$  ao longo da trajetória 2 como  $W_{ba,2}$ . Se a força é conservativa, o trabalho total realizado durante a viagem de ida e volta é zero:

$$W_{ab,1} + W_{ba,2} = 0,$$

e portanto,

$$W_{ab,1} = -W_{ba,2} \quad (8-3)$$

Em palavras, o trabalho realizado ao longo da trajetória de ida é o negativo do trabalho realizado ao longo da trajetória de volta.

Consideremos agora o trabalho  $W_{ab,2}$  realizado pela força sobre a partícula quando ela se move de  $a$  para  $b$  ao longo da trajetória 2 (Fig. 8-4a). Se a força é conservativa, esse trabalho é o negativo de  $W_{ba,2}$ :

$$W_{ab,2} = -W_{ba,2} \quad (8-4)$$

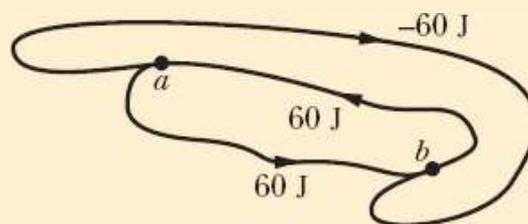
Substituindo  $-W_{ba,2}$  por  $W_{ab,2}$  na Eq. 8-3, obtemos

$$W_{ab,1} = W_{ab,2},$$

como queríamos demonstrar.

### ☑ Teste 1

A figura mostra três trajetórias ligando os pontos  $a$  e  $b$ . Uma única força  $\vec{F}$  realiza o trabalho indicado sobre uma partícula que se move ao longo de cada trajetória no sentido indicado. Com base nessas informações, podemos afirmar que a força  $\vec{F}$  é conservativa?



### 📍 Exemplo 8.01 Trajetórias equivalentes para calcular o trabalho sobre um queijo gorduroso

A lição principal que se pode extrair deste exemplo é a seguinte: É perfeitamente aceitável escolher um caminho fácil em vez de um caminho difícil. A Fig. 8-5a mostra um pedaço de 2,0 kg de queijo gorduroso que desliza por uma rampa, sem atrito, do ponto  $a$  ao ponto  $b$ . O queijo percorre uma distância total de 2,0 m e uma distância vertical de 0,80 m. Qual é o trabalho realizado sobre o queijo pela força gravitacional durante o deslocamento?

#### IDEIAS-CHAVE

(1) Não podemos usar a Eq. 7-12 ( $W_g = mgd \cos \phi$ ) para calcular o trabalho, já que o ângulo  $\phi$  entre a força gravitacional  $\vec{F}_g$  e o deslocamento  $\vec{d}$  varia de ponto para ponto de forma desconhecida. (Mesmo que conhecêssemos a forma da trajetória e pudéssemos determinar o valor de  $\phi$  para todos os pontos, o cálculo provavelmente seria muito difícil.) (2) Como  $\vec{F}_g$  é uma força

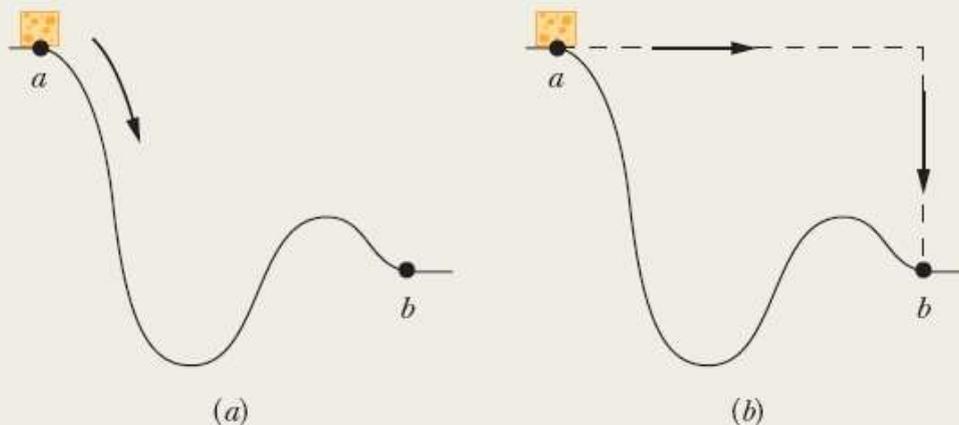
conservativa, podemos calcular o trabalho escolhendo outra trajetória entre  $a$  e  $b$  que torne os cálculos mais simples.

**Cálculos:** Vamos escolher o percurso tracejado da Fig. 8-5b, que é formado por dois segmentos de reta. Ao longo do segmento horizontal, o ângulo  $\phi$  é constante e igual a  $90^\circ$ . Não conhecemos o deslocamento horizontal de  $a$  até  $b$ , mas, de acordo com a Eq. 7-12, o trabalho  $W_h$  realizado ao longo desse segmento é

$$W_h = mgd \cos 90^\circ = 0.$$

No segmento vertical, o deslocamento  $d$  é  $0,80$  m e, com  $\vec{F}_g$  e  $\vec{d}$  apontando verticalmente para baixo, o ângulo  $\phi$  é constante e igual a  $0^\circ$ . Assim, de acordo com a Eq. 7-12, o trabalho  $W_v$  realizado ao longo do trecho vertical do percurso tracejado é dado por

A força gravitacional é conservativa;  
o trabalho realizado não depende  
da trajetória.



**Figura 8-5** (a) Um pedaço de queijo desliza por uma rampa, sem atrito, do ponto  $a$  para o ponto  $b$ . (b) O trabalho realizado pela força gravitacional sobre o queijo é mais fácil de calcular para a trajetória tracejada do que para a trajetória real, mas o resultado é o mesmo nos dois casos.

$$\begin{aligned} W_v &= mgd \cos 90^\circ \\ &= (2,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(0,80 \text{ m})(1) = 15,7 \text{ J.} \end{aligned}$$

O trabalho total realizado sobre o queijo por  $\vec{F}_g$  quando o queijo se desloca do ponto  $a$  para o ponto  $b$  ao longo do percurso tracejado é, portanto,

$$W = W_h + W_v = 0 + 15,7 \text{ J} \approx 16 \text{ J.} \quad (\text{Resposta})$$

Esse é também o trabalho realizado quando o queijo escorrega ao longo da rampa de  $a$  a  $b$ . Note que o valor da distância total percorrida ( $2,0$  m) não foi usado nos cálculos.

## Cálculo da Energia Potencial

Os valores dos dois tipos de energia potencial discutidos neste capítulo, a energia potencial gravitacional e a energia potencial elástica, podem ser calculados com o auxílio de equações. Para chegar a essas equações, porém, precisamos obter primeiro uma relação geral entre uma força conservativa e a energia potencial a ela associada.

Considere um objeto que se comporta como uma partícula e que faz parte de um sistema no qual atua uma força conservativa  $\vec{F}$ . Quando essa força realiza um trabalho  $W$  sobre o objeto, a variação  $\Delta U$  da energia potencial associada ao sistema é o negativo do trabalho realizado. Esse fato é expresso pela Eq. 8-1 ( $\Delta U = -W$ ). No caso mais geral em que a força varia com a posição, podemos escrever o trabalho  $W$  como na Eq. 7-32:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx. \quad (8-5)$$

Essa equação permite calcular o trabalho realizado pela força quando o objeto se desloca do ponto  $x_i$  para o ponto  $x_f$ , mudando a configuração do sistema. (Como a força é conservativa, o trabalho é o mesmo para qualquer percurso entre os dois pontos.)

Substituindo a Eq. 8-5 na Eq. 8-1, descobrimos que a variação de energia potencial associada à mudança de configuração é dada pela seguinte equação:

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx. \quad (8-6)$$

## Energia Potencial Gravitacional

Consideramos inicialmente uma partícula, de massa  $m$ , que se move verticalmente ao longo de um eixo  $y$  (com o sentido positivo para cima). Quando a partícula se desloca do ponto  $y_i$  para o ponto  $y_f$  a força gravitacional  $\vec{F}_g$  realiza trabalho sobre ela. Para determinar a variação correspondente da energia potencial gravitacional do sistema partícula-Terra, usamos a Eq. 8-6 com duas modificações: (1) Integramos ao longo do eixo  $y$  em vez do eixo  $x$ , já que a força gravitacional age na direção vertical. (2) Substituímos a força  $F$  por  $-mg$ , pois  $\vec{F}_g$  tem módulo  $mg$  e está orientada no sentido negativo do eixo  $y$ . Temos:

$$\Delta U = - \int_{y_i}^{y_f} (-mg) dy = mg \int_{y_i}^{y_f} dy = mg \left[ y \right]_{y_i}^{y_f},$$

e, portanto,

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg \Delta y. \quad (8-7)$$

São apenas as *variações*  $\Delta U$  da energia potencial gravitacional (ou de qualquer outro tipo de energia)

que possuem significado físico. Entretanto, para simplificar um cálculo ou uma discussão, às vezes gostaríamos de dizer que um valor específico de energia potencial gravitacional  $U$  está associado ao sistema partícula-Terra quando a partícula está a certa altura  $y$ . Para isso, escrevemos a Eq. 8-7 na forma

$$U - U_i = mg(y - y_i). \quad (8-8)$$

Tomamos  $U_i$  como a energia potencial gravitacional do sistema quando o sistema está em uma **configuração de referência** na qual a partícula se encontra em um **ponto de referência**  $y_i$ . Normalmente, tomamos  $U_i = 0$  e  $y_i = 0$ . Fazendo isso, a Eq. 8-8 se torna

$$U(y) = mgy \quad (\text{energia potencial gravitacional}). \quad (8-9)$$

A Eq. 8-9 nos diz o seguinte:



A energia potencial gravitacional associada a um sistema partícula-Terra depende apenas da posição vertical  $y$  (ou altura) da partícula em relação à posição de referência  $y = 0$ .

## Energia Potencial Elástica

Consideramos, a seguir, o sistema massa-mola da Fig. 8-3, com o bloco se movendo na extremidade de uma mola de constante elástica  $k$ . Enquanto o bloco se desloca do ponto  $x_i$  para o ponto  $x_f$ , a força elástica  $F_x = -kx$  realiza trabalho sobre o bloco. Para determinarmos a variação correspondente da energia potencial elástica do sistema bloco-mola, substituímos  $F(x)$  por  $-kx$  na Eq. 8-6, obtendo

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = k \int_{x_i}^{x_f} x dx = \frac{1}{2}k \left[ x^2 \right]_{x_i}^{x_f},$$

ou 
$$\Delta U = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2. \quad (8-10)$$

Para associar um valor de energia potencial  $U$  ao bloco na posição  $x$ , escolhemos a configuração de referência como aquela na qual a mola se encontra no estado relaxado e o bloco está em  $x_i = 0$ . Nesse caso, a energia potencial elástica  $U_i$  é zero e a Eq. 8-10 se torna

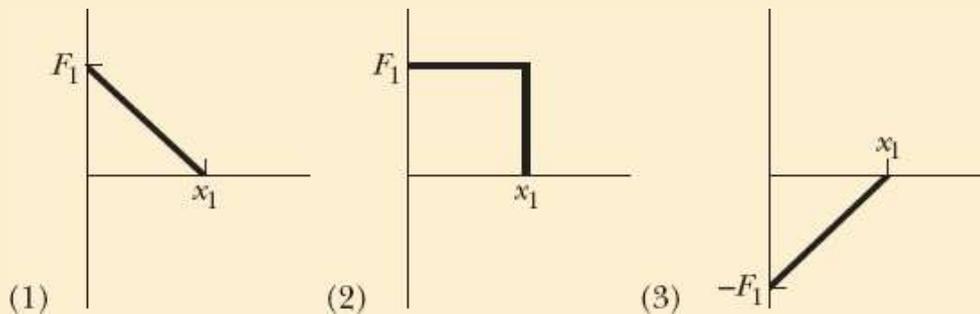
$$U - 0 = \frac{1}{2}kx^2 - 0,$$

o que nos dá

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad (\text{energia potencial elástica}). \quad (8-11)$$

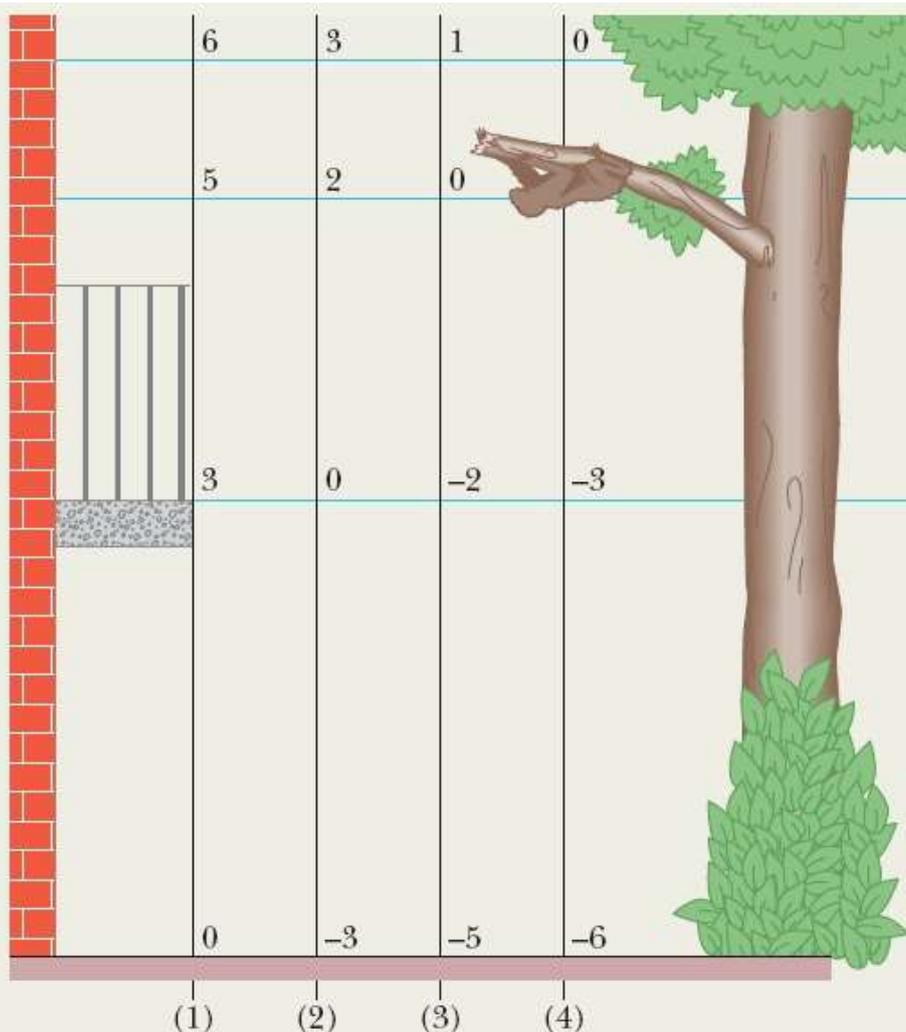
## ☑ Teste 2

Uma partícula se move ao longo de um eixo  $x$ , de  $x = 0$  para  $x = x_1$ , enquanto uma força conservativa, orientada ao longo do eixo  $x$ , age sobre a partícula. A figura mostra três situações nas quais a força varia com  $x$ . A força possui o mesmo módulo máximo  $F_1$  nas três situações. Ordene as situações de acordo com a variação da energia potencial associada ao movimento da partícula, começando pela mais positiva.



## 📍 Exemplo 8.02 Escolha do nível de referência para a energia potencial gravitacional de uma preguiça

Este exemplo ilustra um ponto importante: A escolha da configuração de referência para a energia potencial é arbitrária, mas deve ser mantida durante toda a resolução do problema. Uma preguiça, pesando 2,0 kg, está pendurada a 5,0 m acima do solo (Fig. 8-6). (a) Qual é a energia potencial gravitacional  $U$  do sistema preguiça-Terra se tomarmos o ponto de referência  $y = 0$  como estando (1) no solo, (2) no piso de uma varanda que está a 3,0 m acima do solo, (3) no galho onde está a preguiça, e (4) 1,0 m acima do galho? Considere a energia potencial como nula em  $y = 0$ .



**Figura 8-6** Quatro escolhas para o ponto de referência  $y = 0$ . Em cada eixo  $y$  estão assinalados alguns valores da altura em metros. A escolha afeta o valor da energia potencial  $U$  do sistema preguiça-Terra, mas não a variação  $\Delta U$  da energia potencial do sistema se a preguiça se mover, descendo da árvore, por exemplo.

### IDEIA-CHAVE

Uma vez escolhido o ponto de referência para  $y = 0$ , podemos calcular a energia potencial gravitacional  $U$  do sistema *em relação a esse ponto de referência* usando a Eq. 8-9.

**Cálculos:** No caso da opção (1), a preguiça está em  $y = 5,0$  m e

$$\begin{aligned}
 U &= mgy = (2,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(5,0 \text{ m}) \\
 &= 98 \text{ J.} \qquad \qquad \qquad \text{(Resposta)}
 \end{aligned}$$

Para as outras escolhas, os valores de  $U$  são

$$(2) \quad U = mgy = mg(2,0 \text{ m}) = 39 \text{ J},$$

$$(3) \quad U = mgy = mg(0) = 0 \text{ J},$$

$$(4) \quad U = mgy = mg(-1,0 \text{ m})$$

$$= -19,6 \text{ J} \approx -20 \text{ J}.$$

(Resposta)

(b) A preguiça desce da árvore. Para cada escolha do ponto de referência, qual é a variação  $\Delta U$  da energia potencial do sistema preguiça-Terra?

### IDEIA-CHAVE

A *variação* da energia potencial não depende da escolha do ponto de referência, mas apenas de  $\Delta y$ , a variação de altura.

**Cálculo:** Nas quatro situações, temos o mesmo valor da variação de altura,  $\Delta y = -5,0 \text{ m}$ . Assim, para as situações (1) a (4), de acordo com a Eq. 8-7,

$$\Delta U = mg \Delta y = (2,0 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(-5,0 \text{ m})$$

$$= -98 \text{ J}.$$

(Resposta)

## 8-2 CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECÂNICA

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

**8.05** Depois de definir claramente que objetos fazem parte de um sistema, saber que a energia mecânica do sistema é a soma da energia potencial com a energia cinética de todos esses objetos.

**8.06** No caso de um sistema isolado no qual existem apenas forças conservativas, aplicar o princípio de conservação da energia mecânica para relacionar a energia potencial e a energia cinética iniciais do sistema à energia potencial e energia cinética do sistema em um instante posterior.

### Ideias-Chave

• A energia mecânica  $E_{\text{mec}}$  de um sistema é a soma da energia cinética  $K$  com a energia potencial  $U$ :

$$E_{\text{mec}} = K + U.$$

• Um sistema isolado é um sistema no qual nenhuma força externa produz mudanças de energia. Se existem apenas forças conservativas em um sistema isolado, a energia mecânica  $E_{\text{mec}}$  do sistema não pode mudar. Esse princípio de conservação da energia mecânica pode ser expresso por meio da equação

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1,$$

na qual os índices se referem a instantes diferentes de um processo de transferência de energia. Outra forma de expressar o princípio de conservação da energia mecânica é a seguinte:

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U = 0.$$

## Conservação da Energia Mecânica

A **energia mecânica**  $E_{\text{mec}}$  de um sistema é a soma da energia potencial  $U$  com a energia cinética  $K$  dos objetos que compõem o sistema.

$$E_{\text{mec}} = K + U \quad (\text{energia mecânica}). \quad (8-12)$$

Nesta seção, vamos discutir o que acontece com a energia mecânica quando as transferências de energia dentro do sistema são produzidas apenas por forças conservativas, ou seja, quando os objetos do sistema não estão sujeitos a forças de atrito e de arrasto. Além disso, vamos supor que o sistema está *isolado* do ambiente, isto é, que nenhuma *força externa* produzida por um objeto fora do sistema causa variações de energia dentro do sistema.

Quando uma força conservativa realiza um trabalho  $W$  sobre um objeto dentro do sistema, essa força é responsável por uma transferência de energia entre a energia cinética  $K$  do objeto e a energia potencial  $U$  do sistema. De acordo com a Eq. 7-10, a variação  $\Delta K$  da energia cinética é

$$\Delta K = W \quad (8-13)$$

e, de acordo com a Eq. 8-1, a variação  $\Delta U$  da energia potencial é

$$\Delta U = -W. \quad (8-14)$$

Combinando as Eqs. 8-13 e 8-14, temos

$$\Delta K = -\Delta U. \quad (8-15)$$

Em palavras, uma dessas energias aumenta exatamente da mesma quantidade que a outra diminui.

Podemos escrever a Eq. 8-15 na forma

$$K_2 - K_1 = -(U_2 - U_1), \quad (8-16)$$

em que os índices se referem a dois instantes diferentes e, portanto, a duas configurações distintas dos objetos do sistema. Reagrupando os termos da Eq. 8-16, obtemos a seguinte equação:

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \quad (\text{conservação da energia mecânica}). \quad (8-17)$$



Imaginechina. AP Photo. Glow Images.

No passado, era costume arremessar as pessoas para o alto, usando um cobertor, para que pudessem enxergar mais longe. Hoje em dia, isso é feito apenas por diversão. Durante a subida da pessoa que aparece na fotografia, a energia é transferida de energia cinética para energia potencial gravitacional. A altura máxima é atingida quando a transferência se completa. Durante a queda, a transferência ocorre no sentido inverso.

Em palavras, essa equação diz o seguinte:

$$\left( \begin{array}{c} \text{soma de } K \text{ e } U \text{ para} \\ \text{qualquer estado do sistema} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{soma de } K \text{ e } U \text{ para qualquer} \\ \text{outro estado do sistema} \end{array} \right),$$

quando o sistema é isolado e apenas forças conservativas atuam sobre os objetos do sistema. Em outras palavras:



Em um sistema isolado no qual apenas forças conservativas causam variações de energia, a energia cinética e a energia potencial podem variar, mas a soma das duas energias, a energia mecânica  $E_{\text{mec}}$  do sistema, não pode variar.

Esse resultado é conhecido como **princípio de conservação da energia mecânica**. (Agora você pode entender a origem do nome *força conservativa*.) Com o auxílio da Eq. 8-15, podemos escrever esse princípio de outra forma:

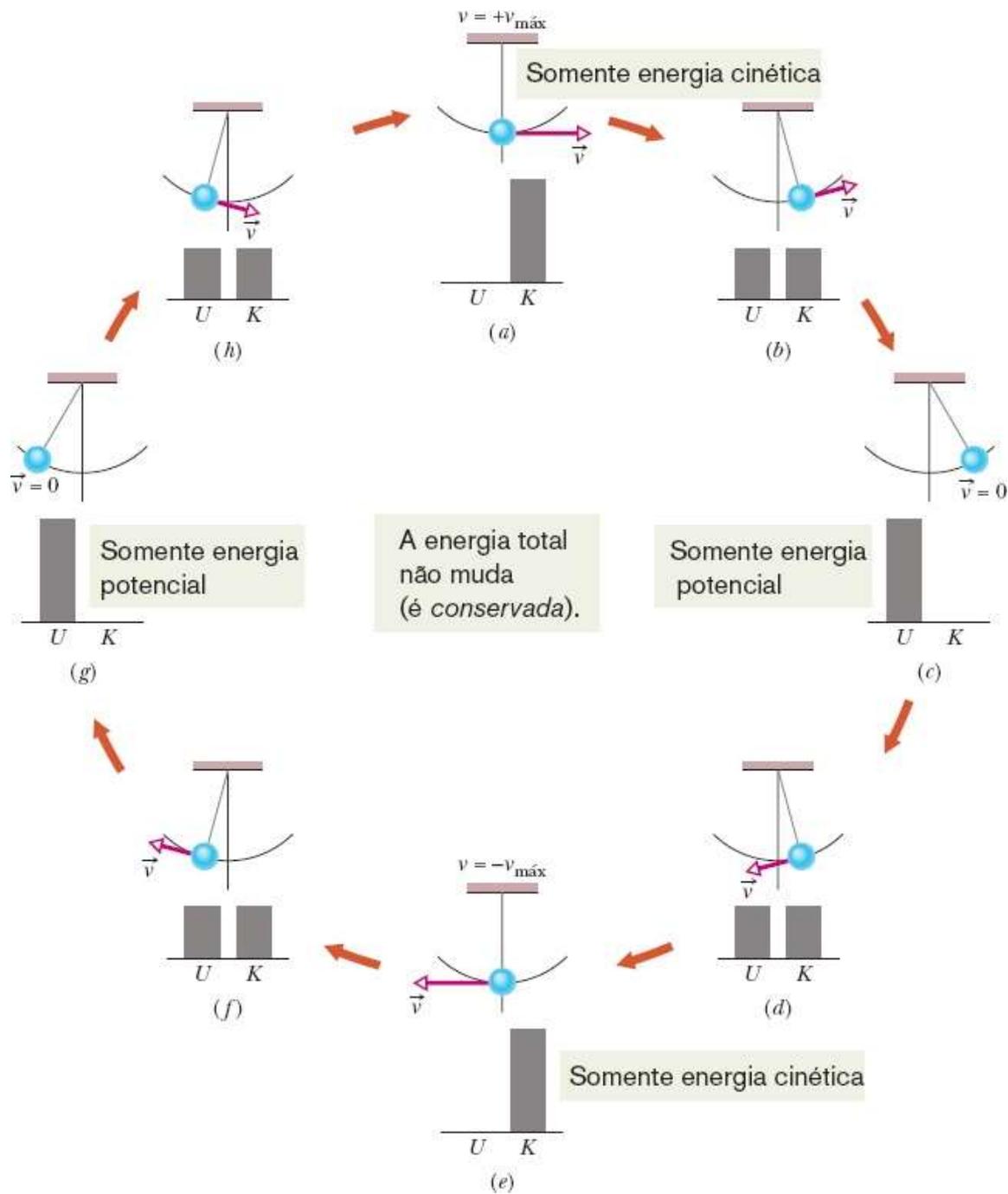
$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U = 0. \quad (8-18)$$

O princípio de conservação da energia mecânica permite resolver problemas que seriam muito difíceis de resolver usando apenas as leis de Newton:



Quando a energia mecânica de um sistema é conservada, podemos igualar a soma da energia cinética com a energia potencial em um instante à soma em outro instante *sem levar em conta os movimentos intermediários e sem calcular o trabalho realizado pelas forças envolvidas*.

A Fig. 8-7 mostra um exemplo no qual o princípio de conservação da energia mecânica pode ser aplicado. Quando um pêndulo oscila, a energia do sistema pêndulo-Terra é transferida de energia cinética  $K$  para energia potencial gravitacional  $U$ , e vice-versa, com a soma  $K + U$  permanecendo constante. Se conhecemos a energia potencial gravitacional quando o peso do pêndulo está no ponto mais alto (Fig. 8-7c), a Eq. 8-17 nos fornece a energia cinética do peso no ponto mais baixo (Fig. 8-7e).



**Figura 8-7** Um pêndulo, com a massa concentrada em um peso na extremidade inferior, oscila de um lado para outro. É mostrado um ciclo completo do movimento. Durante o ciclo, os valores da energia potencial e cinética do sistema pêndulo-Terra variam quando o peso sobe e desce, mas a energia mecânica  $E_{\text{mec}}$  do sistema permanece constante. Pode-se dizer que a energia  $E_{\text{mec}}$  alterna continuamente entre as formas de energia cinética e energia potencial. Nas posições (a) e (e), toda a energia está na forma de energia cinética; o peso tem velocidade máxima e se encontra no ponto mais baixo da trajetória. Nas posições (c) e (g), toda a energia está na forma de energia potencial; o peso tem velocidade nula e se encontra no ponto mais alto da trajetória. Nas posições (b), (d), (f) e (h), metade da energia é energia cinética e a outra metade é energia potencial. Se a oscilação do pêndulo envolvesse uma força de atrito no ponto onde o pêndulo está preso ao teto, ou uma força de arrasto devido ao ar,  $E_{\text{mec}}$  não seria conservada e o pêndulo acabaria parando.

Vamos, por exemplo, escolher o ponto mais baixo como ponto de referência, com a energia potencial gravitacional  $U_2 = 0$ . Suponha que a energia potencial no ponto mais alto seja  $U_1 = 20 \text{ J}$  em relação ao ponto de referência. Como o peso se imobiliza momentaneamente ao atingir o ponto mais alto, a energia cinética nesse ponto é  $K_1 = 0$ . Substituindo esses valores na Eq. 8-17, obtemos a energia cinética  $K_2$  no

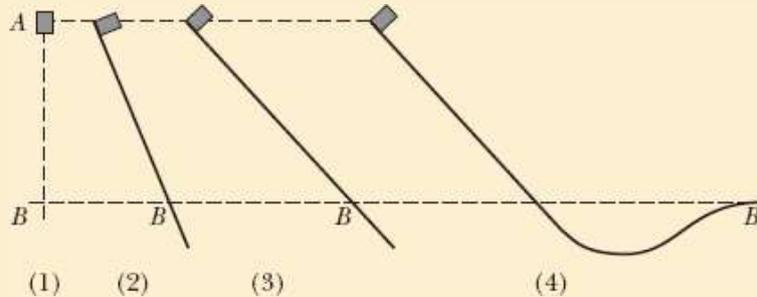
ponto mais baixo:

$$K_2 + 0 = 0 + 20 \text{ J} \quad \text{ou} \quad K_2 = 20 \text{ J}.$$

Observe que obtivemos esse resultado sem considerar o movimento entre os pontos mais baixo e mais alto (como na Fig. 8-7d) e sem calcular o trabalho realizado pelas forças responsáveis pelo movimento.

### ✓ Teste 3

A figura mostra quatro situações, uma na qual um bloco inicialmente em repouso é deixado cair e outras três nas quais o bloco desce deslizando em rampas sem atrito. (a) Ordene as situações de acordo com a energia cinética do bloco no ponto  $B$ , em ordem decrescente. (b) Ordene as situações de acordo com a velocidade do bloco no ponto  $B$ , em ordem decrescente.



### Exemplo 8.03 Conservação de energia mecânica em um tobogã

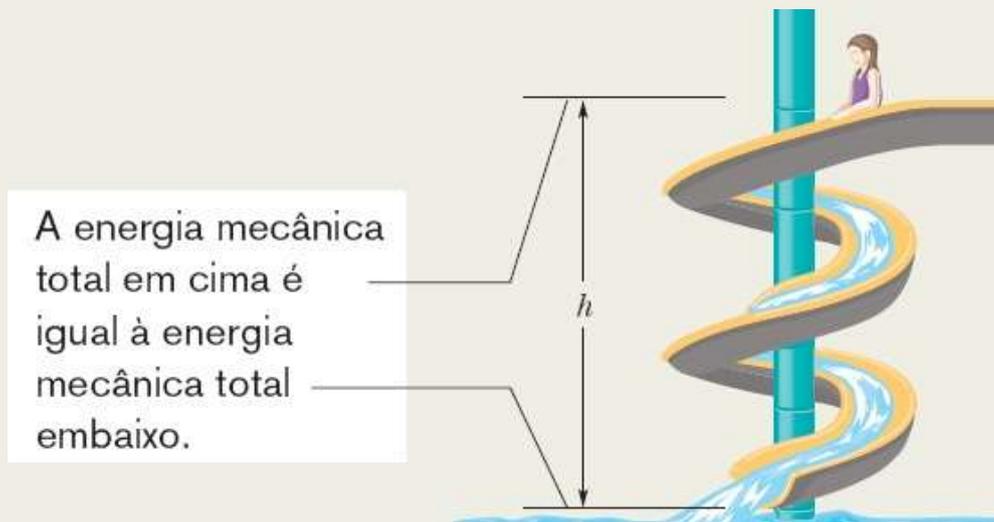
A grande vantagem de usar o princípio de conservação da energia mecânica em vez da segunda lei de Newton é que isso nos permite passar do estado inicial para o estado final sem levar em consideração os estados intermediários. Este é um bom exemplo. Na Fig. 8-8, uma criança, de massa  $m$ , parte do repouso no alto de um tobogã, a uma altura  $h = 8,5 \text{ m}$  acima da base do brinquedo. Supondo que a presença da água torna o atrito desprezível, determine a velocidade da criança ao chegar à base do tobogã.

#### IDEIAS-CHAVE

(1) Não podemos calcular a velocidade da criança usando a aceleração durante o percurso, como fizemos em capítulos anteriores, porque não conhecemos a inclinação (ângulo) do tobogã. Entretanto, como a velocidade está relacionada à energia cinética, talvez possamos usar o princípio da conservação da energia mecânica para calcular a velocidade da criança. Nesse caso, não precisaríamos conhecer a inclinação do brinquedo. (2) A energia mecânica é conservada em um sistema se o sistema é isolado e se as transferências de energia dentro do sistema são causadas apenas por forças conservativas. Vamos verificar.

*Forças:* Duas forças atuam sobre a criança. A *força gravitacional*, que é uma força conservativa, realiza trabalho sobre a criança.

A força normal exercida pelo toboágua sobre a criança não realiza trabalho, pois a direção dessa força em qualquer ponto da descida é sempre perpendicular à direção em que a criança se move.



**Figura 8-8** Uma criança desce uma altura  $h$  escorregando em um toboágua.

*Sistema:* Como a única força que realiza trabalho sobre a criança é a força gravitacional, escolhemos o sistema criança-Terra como o nosso sistema, que podemos considerar isolado.

Assim, temos apenas uma força conservativa realizando trabalho em um sistema isolado e, portanto, podemos usar o princípio de conservação da energia mecânica.

**Cálculos:** Seja  $E_{\text{mec},a}$  a energia mecânica quando a criança está no alto do toboágua, e seja  $E_{\text{mec},b}$  a energia mecânica quando a criança está na base. Nesse caso, de acordo com o princípio da conservação da energia mecânica,

$$E_{\text{mec},b} = E_{\text{mec},a} \quad (8-19)$$

Explicitando os dois tipos de energia mecânica, escrevemos

$$K_b + U_b = K_a + U_a, \quad (8-20)$$

ou

$$\frac{1}{2}mv_b^2 + mgy_b = \frac{1}{2}mv_a^2 + mgy_a.$$

Dividindo a equação por  $m$  e reagrupando os termos, temos:

$$v_b^2 = v_a^2 + 2g(y_a - y_b).$$

Fazendo  $v_a = 0$  e  $y_a - y_b = h$ , obtemos

$$v_b = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9,8 \text{ m/s}^2)(8,5 \text{ m})} = 13 \text{ m/s.} \quad (\text{Resposta})$$

Essa é a mesma velocidade que a criança teria se caísse verticalmente de uma altura de 8,5 m. Em um brinquedo de verdade, haveria algum atrito e a criança chegaria à base com uma velocidade um pouco menor.

**Comentário:** Este problema é difícil de resolver aplicando as leis de Newton, mas o uso do princípio de conservação da energia mecânica torna a solução extremamente simples. Por outro lado, se alguém quisesse saber quanto tempo a criança leva para chegar à base do toboágua, os métodos baseados em energia seriam inúteis; precisaríamos conhecer a forma exata do toboágua e, mesmo assim, teríamos um problema muito difícil pela frente.

## 8-3 INTERPRETAÇÃO DE UMA CURVA DE ENERGIA POTENCIAL

### Objetivos do Aprendizado

*Depois de ler este módulo, você será capaz de ...*

- 8.07** Dada uma expressão para a energia potencial de uma partícula em função da posição  $x$ , determinar a força a que a partícula está submetida.
- 8.08** Dada uma curva da energia potencial de uma partícula em função da posição  $x$ , determinar a força a que a partícula está submetida.
- 8.09** Em um gráfico da energia potencial de uma partícula em função de  $x$ , traçar uma reta para representar a energia mecânica e determinar a energia cinética da partícula para qualquer valor de  $x$ .
- 8.10** Se uma partícula está se movendo ao longo de um eixo  $x$ , usar um gráfico da energia potencial para esse eixo e o princípio de conservação da energia mecânica para relacionar os valores de energia cinética e energia potencial da partícula em uma posição aos valores em outra posição.
- 8.11** Em uma curva de energia potencial em função da posição, identificar pontos de retorno e regiões que a partícula não tem energia suficiente para atingir.
- 8.12** Conhecer a diferença entre equilíbrio neutro, equilíbrio estável e equilíbrio instável.

### Ideias-Chave

- Se conhecemos a função energia potencial  $U(x)$  de um sistema no qual uma força unidimensional  $F(x)$  age sobre uma partícula, podemos calcular a força usando a equação

$$F(x) = - \frac{dU(x)}{dx},$$

- Se a função  $U(x)$  é dada na forma de uma curva, para qualquer valor de  $x$ , a força  $F(x)$  é o negativo da inclinação da curva e a energia cinética da partícula é dada por

$$K(x) = E_{\text{mec}} - U(x)$$

em que  $E_{\text{mec}}$  é a energia mecânica do sistema.

- Ponto de retorno é um ponto  $x$  no qual o movimento de uma partícula muda de sentido. (Nesse ponto, a energia cinética é nula.)
- Ponto de equilíbrio é um ponto  $x$  no qual a inclinação da curva de  $U(x)$  é nula. (Nesse ponto, a força também é nula.)

## Interpretação de uma Curva de Energia Potencial

Vamos considerar, mais uma vez, uma partícula pertencente a um sistema no qual atua uma força conservativa. Desta vez supomos que o movimento da partícula se dá ao longo de um eixo  $x$  enquanto uma força conservativa realiza trabalho sobre ela. Podemos obter muitas informações a respeito do movimento da partícula a partir do gráfico da energia potencial do sistema em função da posição da partícula,  $U(x)$ . Antes de discutir esse tipo de gráfico, porém, precisamos de mais uma relação entre a força e a energia potencial.

### Cálculo da Força

A Eq. 8-6 pode ser usada para calcular a variação  $\Delta U$  da energia potencial entre dois pontos em uma situação unidimensional a partir da força  $F(x)$ . Agora estamos interessados em fazer o contrário, ou seja, calcular a força a partir da função energia potencial  $U(x)$ .

Se o movimento de uma partícula ocorre apenas em uma dimensão, o trabalho  $W$  realizado por uma força que age sobre a partícula quando a partícula percorre uma distância  $\Delta x$  é  $F(x) \Delta x$ . Nesse caso, a Eq. 8-1 pode ser escrita na forma

$$\Delta U(x) = -W = -F(x) \Delta x. \quad (8-21)$$

Explicitando  $F(x)$  e fazendo o acréscimo  $\Delta x$  tender a zero, temos

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx} \quad (\text{movimento em uma dimensão}), \quad (8-22)$$

que é a equação procurada.

Podemos verificar se este resultado está correto fazendo  $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$  que é a função energia potencial para uma força elástica. Nesse caso, o uso da Eq. 8-22 leva, como seria de se esperar, à equação  $F(x) = -kx$ , que é a lei de Hooke. Da mesma forma, podemos fazer  $U(x) = mgx$ , que é a energia potencial gravitacional de um sistema partícula-Terra, com uma partícula de massa  $m$  a uma altura  $x$  acima da superfície da Terra. Nesse caso, a Eq. 8-22 nos dá  $F = -mg$ , que é a força gravitacional a que a partícula está submetida.

### A Curva de Energia Potencial

A Fig. 8-9a é um gráfico de uma função energia potencial  $U(x)$  para um sistema no qual uma partícula se move em uma dimensão enquanto uma força conservativa  $F(x)$  realiza trabalho sobre ela. Podemos facilmente calcular  $F(x)$  determinando (graficamente) a inclinação da curva de  $U(x)$  em vários pontos. [De acordo com a Eq. 8-22,  $F(x)$  é o negativo da inclinação da curva  $U(x)$ .] A Fig. 8-9b é um gráfico de  $F(x)$  obtido dessa forma.

## Pontos de Retorno

Na ausência de forças dissipativas, a energia mecânica  $E$  de um sistema tem um valor constante dado por

$$U(x) + K(x) = E_{\text{mec}}. \quad (8-23)$$

em que a energia potencial  $U(x)$  e a energia cinética  $K(x)$  são funções da posição  $x$  da partícula. Podemos escrever a Eq. 8-23 na forma

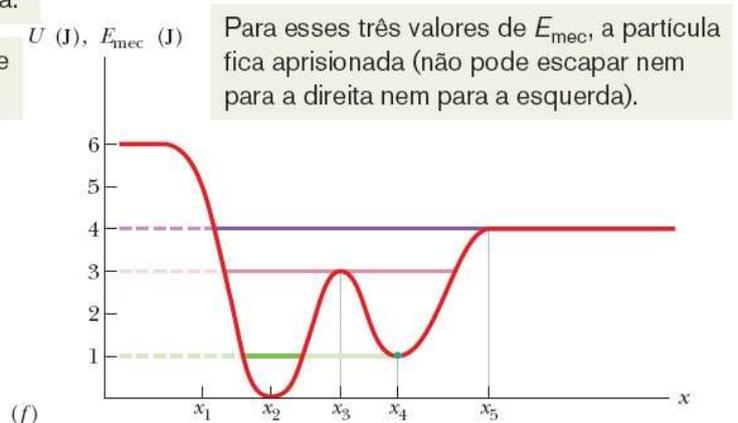
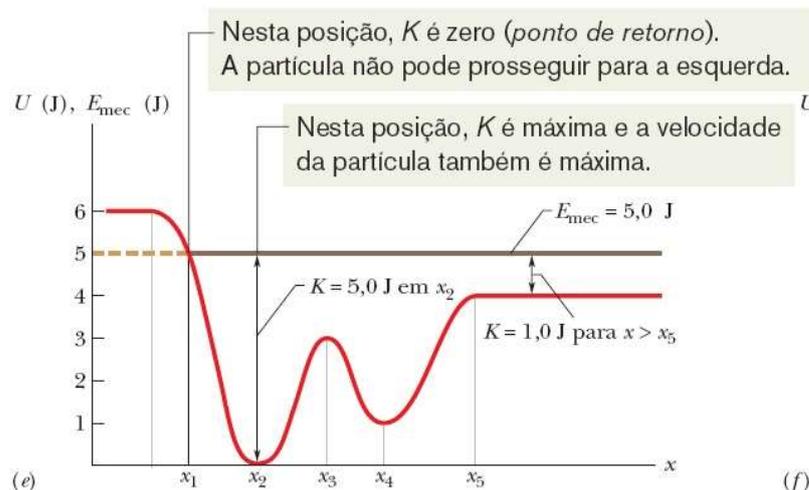
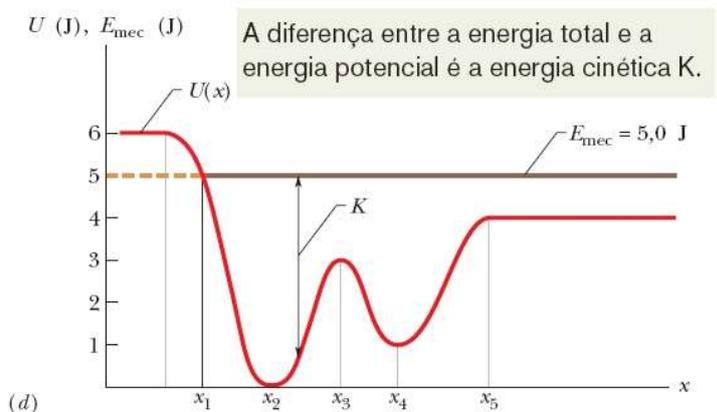
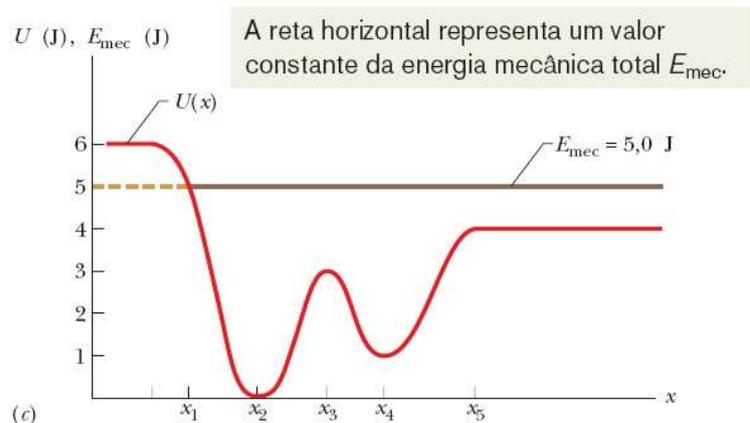
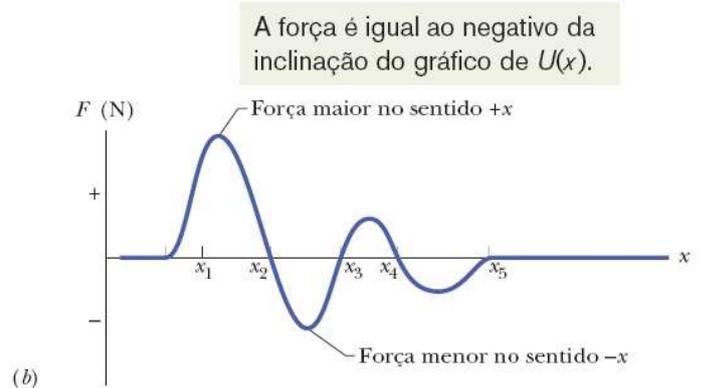
$$K(x) = E_{\text{mec}} - U(x). \quad (8-24)$$

Suponha que  $E_{\text{mec}}$  (que, como sabemos, tem um valor constante) seja, por exemplo, igual a 5,0 J. Esse valor pode ser representado na Fig. 8-9c por uma reta horizontal que intercepta o eixo da energia no ponto correspondente a 5,0 J. (A reta é mostrada na figura.)

Podemos usar a Eq. 8-24 para determinar a energia cinética  $K$  correspondente a qualquer localização  $x$  da partícula a partir do gráfico de  $U(x)$ . Para isso, determinamos, na curva de  $U(x)$ , o valor de  $U$  para essa localização  $x$  e, em seguida, subtraímos  $U$  de  $E_{\text{mec}}$ . Na Fig. 8-9e, por exemplo, se a partícula se encontra em qualquer ponto à direita de  $x_5$ ,  $K = 1,0$  J. O valor de  $K$  é máximo (5,0 J) quando a partícula está em  $x_2$  e mínimo (0 J) quando a partícula está em  $x_1$ .

Como  $K$  não pode ser negativa (pois  $v^2$  é necessariamente um número positivo), a partícula não pode passar para a região à esquerda de  $x_1$ , na qual  $E_{\text{mec}} - U$  é um número negativo. Quando a partícula se move a partir de  $x_2$  em direção a  $x_1$ ,  $K$  diminui (a velocidade da partícula diminui) até que  $K = 0$  em  $x = x_1$  (a velocidade da partícula se anula).

Observe que, quando a partícula chega a  $x_1$ , a força que age sobre a partícula, dada pela Eq. 8-22, é positiva (pois a derivada  $dU/dx$  é negativa). Isso significa que a partícula não fica parada em  $x_1$ , mas começa a se mover para a direita, invertendo seu movimento. Assim,  $x_1$  é um **ponto de retorno**, um lugar em que  $K = 0$  (já que  $U = E$ ) e a partícula inverte o sentido de movimento. Não existe ponto de retorno (em que  $K = 0$ ) no lado direito do gráfico. Quando a partícula se desloca para a direita, ela continua a se mover indefinidamente nesse sentido.



**Figura 8-9** (a) Gráfico de  $U(x)$ , a função energia potencial de um sistema com uma partícula que se move ao longo de um eixo  $x$ . Como não existe atrito, a energia mecânica é conservada. (b) Gráfico da força  $F(x)$  que age sobre a partícula, obtido a partir do gráfico da energia potencial determinando a inclinação do gráfico em vários pontos. (c)-(e) Como determinar a energia cinética. (f) O mesmo gráfico de (a), com três possíveis valores de  $E_{mec}$ .

## Pontos de Equilíbrio

A Fig. 8-9f mostra três valores diferentes de  $E_{mec}$  superpostos ao gráfico da função energia potencial  $U(x)$  da Fig. 8-9a. Vejamos como esses valores alteram a situação. Se  $E_{mec} = 4,0 \text{ J}$  (reta violeta), o ponto de

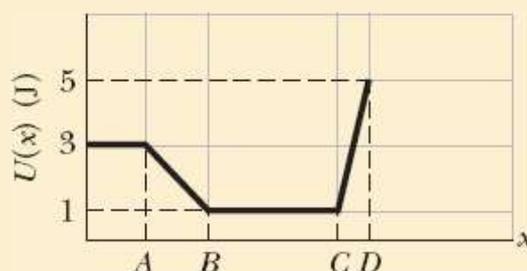
retorno muda de  $x_1$  para um ponto entre  $x_1$  e  $x_2$ . Além disso, em qualquer ponto à direita de  $x_5$ , a energia mecânica do sistema é igual à energia potencial; assim, a partícula não possui energia cinética, e (de acordo com a Eq. 8-22) nenhuma força atua sobre a mesma, de modo que ela permanece em repouso. Diz-se que uma partícula nessa situação está em **equilíbrio neutro**. (Uma bola de gude em uma mesa horizontal é um exemplo desse tipo de equilíbrio.)

Se  $E_{\text{mec}} = 3,0 \text{ J}$  (reta cor-de-rosa), existem dois pontos de retorno, um entre  $x_1$  e  $x_2$  e outro entre  $x_4$  e  $x_5$ . Além disso,  $x_3$  é um terceiro ponto no qual  $K = 0$ . Se a partícula estiver exatamente nesse ponto, a força sobre ela também será nula e a partícula permanecerá em repouso. Entretanto, se a partícula for ligeiramente deslocada em qualquer sentido, uma força a empurrará no mesmo sentido, e a partícula continuará a se mover, afastando-se cada vez mais do ponto inicial. Diz-se que uma partícula nesta situação está em **equilíbrio instável**. (Uma bola de gude equilibrada no alto de uma bola de boliche é um exemplo desse tipo de equilíbrio.)

Considere agora o comportamento da partícula se  $E_{\text{mec}} = 1,0 \text{ J}$  (reta verde). Se colocada em  $x_4$ , a partícula fica indefinidamente nessa posição. Ela não pode se mover nem para a direita nem para a esquerda, pois para isso seria necessária uma energia cinética negativa. Se a empurrarmos ligeiramente para a esquerda ou para a direita, surge uma força restauradora que a faz retornar ao ponto  $x_4$ . Diz-se que uma partícula nessa situação está em **equilíbrio estável**. (Uma bola de gude no fundo de uma tigela hemisférica é um exemplo desse tipo de equilíbrio.) Se colocarmos a partícula no *poço de potencial* em forma de taça com centro em  $x_2$ , ela estará entre dois pontos de retorno. Poderá se mover, mas apenas entre  $x_1$  e  $x_3$ .

#### ☑ Teste 4

A figura mostra a função energia potencial  $U(x)$  de um sistema no qual uma partícula se move em uma dimensão. (a) Ordene as regiões  $AB$ ,  $BC$  e  $CD$  de acordo com o módulo da força que age sobre a partícula, em ordem decrescente. (b) Qual é o sentido da força quando a partícula está na região  $AB$ ?



#### 📍 Exemplo 8.04 Interpretação de uma curva de energia potencial

Uma partícula de  $2,00 \text{ kg}$  se move ao longo de um eixo  $x$ , em um movimento unidimensional, sob a ação de uma força conservativa. A Fig. 8-10a mostra a energia potencial  $U(x)$  associada à força. De acordo com o gráfico, se a partícula for colocada

em qualquer posição entre  $x = 0$  e  $x = 7,00$ , terá o valor indicado de  $U$ . Em  $x = 6,5$  m, a velocidade da partícula é  $v_0 = (-4,00$  m/s).  
1. (a) Use os dados da Fig. 8-10a para indicar a velocidade da partícula em  $x_1 = 4,5$  m.

### IDEIAS-CHAVE

(1) A energia cinética da partícula é dada pela Eq. 7-1 ( $K = mv^2$ ). (2) Como apenas uma força conservativa age sobre a partícula, a energia mecânica  $E_{\text{mec}}$  ( $= K + U$ ) é conservada quando a partícula se move. (3) Assim, em um gráfico de  $U(x)$  como o da Fig. 8-10a, a energia cinética é igual à diferença entre  $E_{\text{mec}}$  e  $U$ .

**Cálculos:** Em  $x = 6,5$  m, a energia cinética da partícula é dada por

$$\begin{aligned} K_0 &= \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(2,00 \text{ kg})(4,00 \text{ m/s})^2 \\ &= 16,0 \text{ J.} \end{aligned}$$

Como a energia potencial nesse ponto é  $U = 0$ , a energia mecânica é

$$E_{\text{mec}} = K_0 + U_0 = 16,0 \text{ J} + 0 = 16,0 \text{ J.}$$

Esse valor de  $E_{\text{mec}}$  está plotado como uma reta horizontal na Fig. 8-10a. Como se pode ver na figura, em  $x = 4,5$  m a energia potencial é  $U_1 = 7,0$  J. A energia cinética  $K_1$  é a diferença entre  $E_{\text{mec}}$  e  $U_1$ :

$$K_1 = E_{\text{mec}} - U_1 = 16,0 \text{ J} - 7,0 \text{ J} = 9,0 \text{ J.}$$

Como  $K_1 = \frac{1}{2}mv^2$ , temos:

$$v_1 = 3,0 \text{ m/s.} \quad \text{(Resposta)}$$

(b) Qual é a localização do ponto de retorno da partícula?

### IDEIA-CHAVE

O ponto de retorno é o ponto em que a força anula momentaneamente e depois inverte o movimento da partícula. Nesse ponto,  $v = 0$  e, portanto,  $K = 0$ .

**Cálculos:** Como  $K$  é a diferença entre  $E_{\text{mec}}$  e  $U$ , estamos interessados em determinar o ponto da Fig. 8-10a em que o gráfico de  $U$  encontra a reta horizontal de  $E_{\text{mec}}$ , como mostra a Fig. 8-10b. Como o gráfico de  $U$  é uma linha reta na Fig. 8-10b, podemos traçar dois triângulos retângulos semelhantes e usar o fato de que a razão entre os catetos é a mesma nos dois triângulos:

$$\frac{16 - 7,0}{d} = \frac{20 - 7,0}{4,0 - 1,0},$$

o que nos dá  $d = 2,08$  m. Assim, o ponto de retorno está localizado em

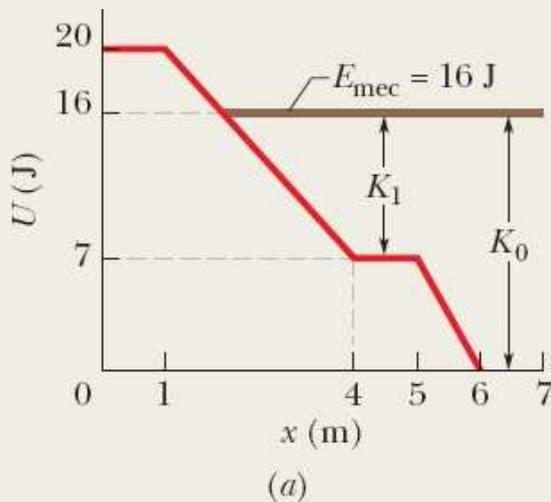
$$x = 4,0 \text{ m} - d = 1,9 \text{ m.} \quad (\text{Resposta})$$

(c) Determine a força que age sobre a partícula quando ela se encontra na região  $1,9 \text{ m} < x < 4,0 \text{ m}$ .

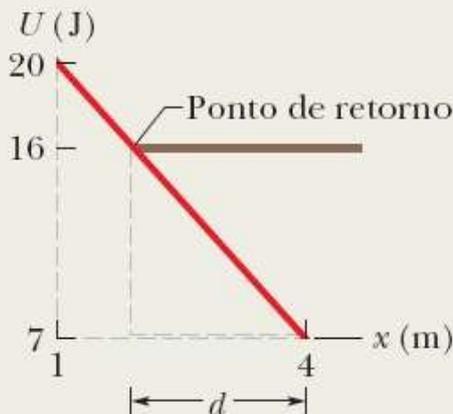
### IDEIA-CHAVE

A força é dada pela Eq. 8-22 [ $F(x) = -dU(x)/dx$ ]. De acordo com a equação, a força é o negativo da inclinação da curva de  $U(x)$ .

**Cálculos:** Examinando o gráfico da Fig. 8-10b, vemos que na região  $1,0 \text{ m} < x < 4,0 \text{ m}$  a força é



A energia cinética é a diferença entre a energia total e a energia potencial.



A energia cinética é zero no ponto de retorno (a velocidade da partícula também é zero).

**Figura 8-10** (a) Gráfico da energia potencial  $U$  em função da posição  $x$ . (b) Parte do gráfico usada para determinar o ponto de retorno da partícula.

$$F = -\frac{20 \text{ J} - 7,0 \text{ J}}{1,0 \text{ m} - 4,0 \text{ m}} = 4,3 \text{ N.} \quad (\text{Resposta})$$

Assim, a força tem um módulo de 4,3 N e está orientada no sentido positivo do eixo  $x$ . Esse resultado é coerente com o fato de que a partícula, que inicialmente estava se movendo para a esquerda, é freada pela força até parar e, em seguida, passa a se mover

para a direita.

## 8-4 TRABALHO REALIZADO POR UMA FORÇA EXTERNA SOBRE UM SISTEMA

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

**8.13** Determinar a variação da energia cinética e da energia potencial de um sistema quando o sistema é submetido a uma força externa não dissipativa.

**8.14** Determinar a variação da energia cinética, da energia potencial e da energia térmica de um sistema quando o sistema é submetido a uma força externa dissipativa.

### Ideias-Chave

- Trabalho  $W$  é a energia transferida para um sistema ou de um sistema por meio de uma força externa que age sobre o sistema.
- Quando mais de uma força externa age sobre um sistema, o trabalho total das forças é a energia total transferida para o sistema.
- Quando as forças externas são não dissipativas, o trabalho realizado sobre o sistema é igual à variação  $\Delta E_{\text{mec}}$  da energia mecânica do sistema:

$$W = \Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U.$$

- Quando uma força externa dissipativa age sobre um sistema, a energia térmica  $E_t$  do sistema varia. (Essa energia está associada ao movimento aleatório dos átomos e moléculas do sistema.) Nesse caso, o trabalho realizado sobre o sistema é dado por

$$W = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_t.$$

- A variação da energia térmica  $\Delta E_t$  está relacionada ao módulo  $f_k$  da força de atrito cinético e ao módulo  $d$  do deslocamento causado pela força externa por meio da equação

$$\Delta E_t = f_k d.$$

## Trabalho Realizado por uma Força Externa sobre um Sistema

No Capítulo 7, definimos o trabalho como a energia transferida para um objeto ou de um objeto por meio de uma força que age sobre o sistema. Podemos agora estender essa definição para uma força externa que age sobre um sistema de objetos.



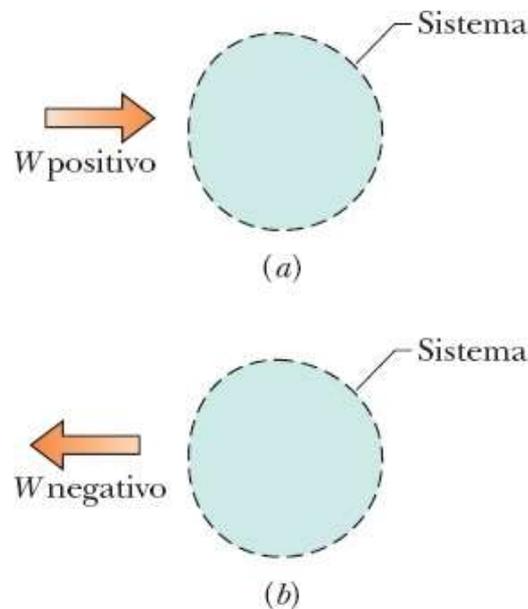
Trabalho é a energia transferida para um sistema ou de um sistema por meio de uma força externa que age sobre o sistema.

A Fig. 8-11a mostra um trabalho positivo (uma transferência de energia *para* um sistema), e a Fig. 8-11b

mostra um trabalho negativo (uma transferência de energia *de* um sistema). Quando mais de uma força age sobre um sistema, o *trabalho total* das forças é igual à energia total transferida para o sistema ou retirada do sistema.

Essas transferências são semelhantes à movimentação de dinheiro em uma conta bancária por meio de depósitos e saques. Se um sistema contém uma única partícula ou um único objeto que se comporta como uma partícula, como no Capítulo 7, o trabalho realizado por uma força sobre o sistema pode mudar apenas a energia cinética do sistema. Essa mudança é governada pelo teorema do trabalho e energia cinética expresso pela Eq. 7-10 ( $\Delta K = W$ ), ou seja, uma partícula isolada possui um único tipo de energia na conta, a energia cinética. Forças externas podem apenas transferir energia para essa conta ou retirar energia dessa conta. Se um sistema é mais complicado, porém, uma força externa pode alterar outras formas de energia (como a energia potencial), ou seja, um sistema mais complexo pode ter várias contas de energia.

Vamos examinar as trocas de energia nesses sistemas mais complexos tomando como exemplo duas situações básicas, uma que não envolve o atrito e outra que envolve o atrito.



**Figura 8-11** (a) O trabalho positivo  $W$  realizado sobre um sistema corresponde a uma transferência de energia para o sistema. (b) O trabalho negativo  $W$  corresponde a uma transferência de energia para fora do sistema.

### Sem Atrito

Em uma competição de arremesso de bolas de boliche, você se agacha e coloca as mãos em concha debaixo da bola. Em seguida, levanta-se rapidamente e ao mesmo tempo ergue os braços, lançando a bola quando as mãos atingem o nível do rosto. Durante o movimento para cima, a força que você aplica à bola obviamente realiza trabalho. Trata-se de uma força externa à bola que transfere energia, mas para qual sistema?

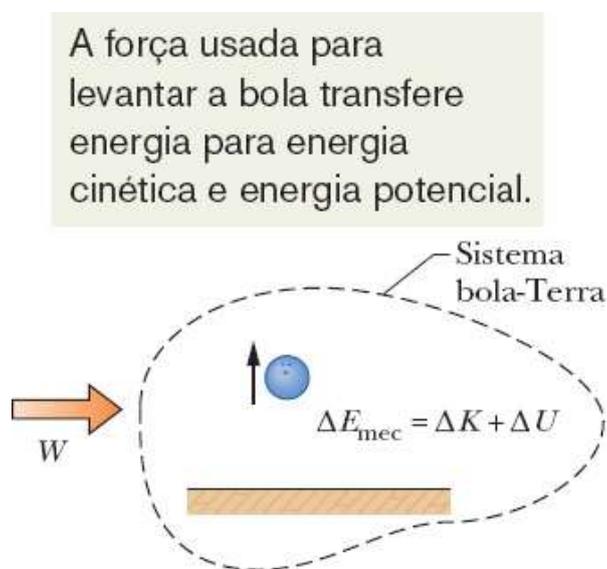
Para responder a essa pergunta, vamos verificar quais são as energias que mudam. Há uma variação  $\Delta K$  da energia cinética da bola e, como a bola e a Terra ficaram mais afastadas uma da outra, há também

uma variação  $\Delta U$  da energia potencial gravitacional do sistema bola-Terra. Para levar em conta as duas variações, é preciso considerar o sistema bola-Terra. Assim, a força que você aplica é uma força externa que realiza trabalho sobre o sistema bola-Terra, e esse trabalho é dado por

$$W = \Delta K + \Delta U, \quad (8-25)$$

ou  $W = \Delta E_{\text{mec}}$  (trabalho realizado sobre um sistema sem atrito),  $(8-26)$

em que  $\Delta E_{\text{mec}}$  é a variação da energia mecânica do sistema. Essas duas equações, que estão representadas na Fig. 8-12, são equivalentes no caso de um trabalho realizado por uma força externa sobre o sistema na ausência de atrito.



**Figura 8-12** Um trabalho positivo  $W$  é realizado sobre um sistema composto por uma bola de boliche e a Terra, causando uma variação  $\Delta E_{\text{mec}}$  da energia mecânica do sistema, uma variação  $\Delta K$  da energia cinética da bola e uma variação  $\Delta U$  da energia potencial gravitacional do sistema.

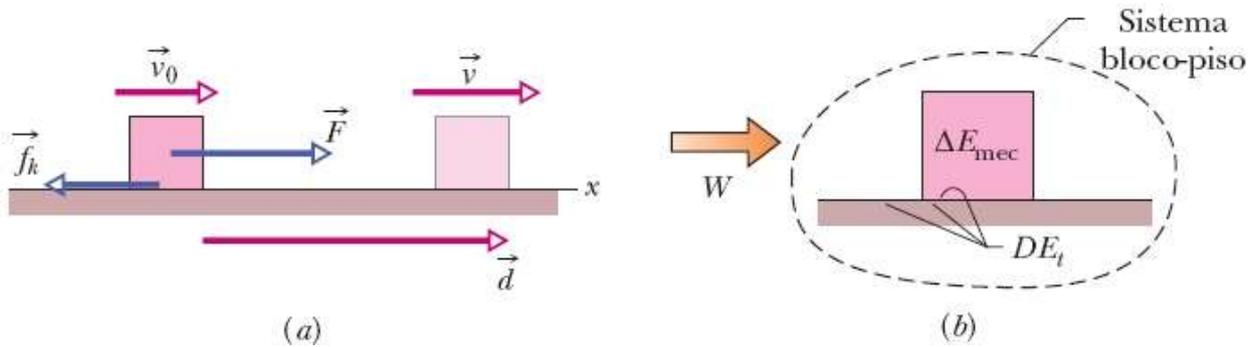
### Com Atrito

Vamos agora considerar o exemplo da Fig. 8-13a. Uma força horizontal constante  $\vec{F}$  puxa um bloco ao longo de um eixo  $x$ , deslocando-o de uma distância  $d$  e aumentando a velocidade do bloco de  $\vec{v}_0$  para  $\vec{v}$ . Durante o movimento, o piso exerce uma força de atrito cinético constante  $\vec{f}_k$  sobre o bloco. Inicialmente, vamos escolher o bloco como nosso sistema e aplicar a ele a segunda lei de Newton. Podemos escrever a lei para as componentes ao longo do eixo  $x$  ( $F_{\text{res},x} = ma_x$ ) na forma

$$F - f_k = ma. \quad (8-27)$$

A força aplicada fornece energia.  
A força de atrito transfere parte da energia para energia térmica.

O trabalho realizado pela força aplicada é transformado em energia cinética e energia térmica



**Figura 8-13** (a) Um bloco é puxado por uma força  $\vec{F}$  enquanto uma força de atrito cinético  $\vec{f}_k$  se opõe ao movimento. O bloco tem velocidade  $\vec{v}_0$ , no início do deslocamento, e velocidade  $\vec{v}$ , no fim do deslocamento. (b) Um trabalho positivo  $W$  é realizado pela força  $\vec{F}$  sobre o sistema bloco-piso, produzindo uma variação  $\Delta E_{\text{mec}}$  da energia mecânica do bloco e uma variação  $\Delta E_t$  da energia térmica do bloco e do piso.

Como as forças são constantes, a aceleração  $\vec{a}$  também é constante. Assim, podemos usar a Eq. 2-16 e escrever

$$v^2 = v_0^2 + 2ad.$$

Explicitando  $a$ , substituindo o resultado na Eq. 8-27 e reagrupando os termos, obtemos

$$Fd = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 + f_k d \quad (8-28)$$

ou, como  $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \Delta K$  para o bloco,

$$Fd = \Delta K + f_k d. \quad (8-29)$$

Em uma situação mais geral (na qual, por exemplo, o bloco está subindo uma rampa), pode haver uma variação da energia potencial. Para levar em conta essa possível variação, generalizamos a Eq. 8-29, escrevendo

$$Fd = \Delta E_{\text{mec}} + f_k d. \quad (8-30)$$

Observamos experimentalmente que o bloco e a parte do piso ao longo da qual o bloco se desloca ficam mais quentes quando o bloco está se movendo. Como vamos ver no Capítulo 18, a temperatura de um objeto está relacionada à sua energia térmica  $E_t$  (energia associada ao movimento aleatório dos átomos e moléculas do objeto). No caso que estamos examinando, a energia térmica do bloco e do piso aumenta porque (1) existe atrito e (2) há movimento. Lembre-se de que o atrito é causado por soldas a frio entre duas superfícies. Quando o bloco desliza no piso, soldas são repetidamente rompidas e refeitas, aquecendo o bloco e o piso. Assim, o deslizamento aumenta a energia térmica  $E_t$  do bloco e do piso.

Experimentalmente, observa-se que o aumento  $\Delta E_t$  da energia térmica é igual ao produto do módulo da força de atrito cinético,  $f_k$ , por  $d$ , o módulo do deslocamento:

$$\Delta E_t = f_k d \quad (\text{aumento da energia térmica causado pelo atrito}). \quad (8-31)$$

Assim, podemos escrever a Eq. 8-30 na forma

$$Fd = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_t. \quad (8-32)$$

$Fd$  é o trabalho  $W$  realizado pela força externa  $\vec{F}$  (a energia transferida pela força), mas sobre que sistema o trabalho é realizado (onde são feitas as transferências de energia)? Para responder a essa pergunta, verificamos quais são as energias que variam. A energia mecânica do bloco varia, e a energia térmica do bloco e a do piso também variam. Assim, o trabalho realizado pela força é realizado sobre o sistema bloco-piso. Esse trabalho é dado por

$$W = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_t \quad (\text{trabalho realizado em um sistema com atrito}). \quad (8-33)$$

A Eq. 8-33, que está representada na Fig. 8-13b, pode ser usada para calcular o trabalho realizado sobre um sistema por uma força externa dissipativa.

### ☑ Teste 5

Em três experimentos, um bloco é empurrado por uma força horizontal em um piso com atrito, como na Fig. 8-13a. O módulo  $F$  da força aplicada e o efeito da força sobre a velocidade do bloco são mostrados na tabela. Nos três experimentos, o bloco percorre a mesma distância  $d$ . Ordene os três experimentos de acordo com a variação da energia térmica do bloco e do piso, em ordem decrescente.

Tentativa	$F$	Velocidade do bloco
a	5,0 N	diminui
b	7,0 N	permanece constante
c	8,0 N	aumenta

### Exemplo 8.05 Trabalho, atrito e variação da energia térmica de um caixote de repolhos

Um operário empurra um caixote de repolhos (massa total  $m = 14$  kg), em um piso de concreto, com uma força horizontal constante  $\vec{F}$  de módulo 40 N. Em um deslocamento retilíneo de módulo  $d = 0,50$  m, a velocidade do caixote diminui de  $v_0 = 0,60$

m/s para  $v = 0,20$  m/s.

(a) Qual foi o trabalho realizado pela força  $\vec{F}$ , e sobre que sistema o trabalho foi realizado?

### IDEIA-CHAVE

Como a força aplicada  $\vec{F}$  é constante, podemos calcular o trabalho realizado pela força usando a Eq. 7-7 ( $W = Fd \cos \phi$ ).

**Cálculo:** Substituindo os valores conhecidos e levando em conta o fato de que a força  $\vec{F}$  e o deslocamento  $\vec{d}$  apontam na mesma direção, temos

$$\begin{aligned} W &= Fd \cos \phi = (40 \text{ N})(0,50 \text{ m}) \cos 0^\circ \\ &= 20 \text{ J.} \end{aligned} \quad \text{(Resposta)}$$

**Raciocínio:** Para determinar qual é o sistema sobre o qual o trabalho é realizado, devemos examinar quais são as energias que variam. Como a velocidade do caixote varia, certamente existe uma variação  $\Delta K$  da energia cinética do caixote. Existe atrito entre o piso e o caixote e, portanto, uma variação da energia térmica? Observe que  $\vec{F}$  e a velocidade do caixote apontam no mesmo sentido. Assim, se não existisse atrito,  $\vec{F}$  aceleraria o caixote, fazendo a velocidade *umentar*. Como a velocidade do caixote está *diminuindo*, deve existir atrito e, portanto, deve ocorrer uma variação  $\Delta E_t$  da energia térmica do caixote e do piso. Assim, o sistema sobre o qual o trabalho é realizado é o sistema caixote-piso, já que as variações de energia ocorrem nesse sistema.

(b) Qual é o aumento  $\Delta E_t$  da energia térmica do caixote e do piso?

### IDEIA-CHAVE

Podemos relacionar  $\Delta E_t$  ao trabalho  $W$  realizado pela força  $\vec{F}$  usando a definição de energia da Eq. 8-33 para um sistema no qual existe atrito:

$$W = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_t. \quad (8-34)$$

**Cálculos:** O valor de  $W$  foi calculado no item (a). Como a energia potencial não variou, a variação  $\Delta E_{\text{mec}}$  da energia mecânica do engradado é igual à variação da energia cinética, e podemos escrever

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2.$$

Substituindo essa expressão na Eq. 8-34 e explicitando  $\Delta E_t$ , obtemos

$$\begin{aligned} \Delta E_t &= W - \left(\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2\right) = W - \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) \\ &= 20 \text{ J} - \frac{1}{2}(14 \text{ kg})[(0,20 \text{ m/s})^2 - (0,60 \text{ m/s})^2] \\ &= 22,2 \text{ J} \approx 22 \text{ J.} \end{aligned} \quad \text{(Resposta)}$$

Os dados fornecidos não são suficientes para determinarmos que parte da energia térmica vai para o caixote e que parte vai para o piso; podemos calcular apenas a energia térmica total.

## 8-5 CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

### Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

- 8.15** Aplicar a lei de conservação da energia a um sistema isolado (que não está sujeito a forças externas) para relacionar a energia total inicial à energia total em um instante posterior.
- 8.16** Relacionar o trabalho realizado sobre um sistema por forças externas à variação da energia total do sistema.
- 8.17** Conhecer a relação entre a potência média, a transferência de energia associada e o intervalo de tempo no qual é executada essa transferência.
- 8.18** Dada uma transferência de energia em função do tempo (na forma de uma equação ou de uma curva), determinar a potência instantânea (a taxa de transferência de energia).

### Ideias-Chave

- A energia  $E$  total de um sistema (soma da energia mecânica e das energias internas, incluindo a energia térmica) pode variar apenas quando existe uma transferência de energia do meio externo para o sistema ou do sistema para o meio externo. Este fato experimental é conhecido como lei de conservação da energia.
- Se um trabalho  $W$  é realizado sobre o sistema,

$$W = \Delta E = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{t}} + \Delta E_{\text{int}}.$$

Se o sistema é um sistema isolado ( $W = 0$ ),

$$\Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{t}} + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

e 
$$E_{\text{mec},2} = E_{\text{mec},1} - \Delta E_{\text{t}} - \Delta E_{\text{int}},$$

em que os índices 1 e 2 indicam dois instantes diferentes.

- A potência desenvolvida por uma força é a taxa com a qual a força transfere energia. Se uma quantidade de energia  $\Delta E$  é transferida por uma força em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , a potência média desenvolvida pela força é dada por

$$P_{\text{méd}} = \frac{\Delta E}{\Delta t}.$$

- A potência instantânea desenvolvida por uma força é dada por

$$P = \frac{dE}{dt}.$$

Em uma curva da energia  $E$  em função do tempo  $t$ , a potência instantânea em um dado instante é a inclinação da curva nesse instante.

## Conservação da Energia

Já discutimos várias situações nas quais a energia era transferida entre objetos e sistemas, da mesma

forma como o dinheiro é movimentado entre contas bancárias. Em todas essas situações, supusemos que a energia envolvida não variava, ou seja, que uma parte da energia não podia aparecer ou desaparecer magicamente. Em termos mais formais, supusemos (corretamente) que a energia obedecia a uma lei conhecida como **lei de conservação da energia**, que se refere à **energia total**  $E$  de um sistema. A energia total é a soma da energia mecânica com a energia térmica e qualquer outro tipo de *energia interna* do sistema além da energia térmica. (Esses outros tipos de energia interna ainda não foram discutidos.) De acordo com a lei de conservação da energia,



A energia total  $E$  de um sistema pode mudar apenas por meio da transferência de energia para dentro do sistema ou para fora do sistema.

O único tipo de transferência de energia que consideramos até agora foi o trabalho  $W$  realizado sobre um sistema. Assim, para nós, a esta altura, a lei de conservação da energia estabelece que

$$W = \Delta E = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{t}} + \Delta E_{\text{int}}, \quad (8-35)$$

em que  $\Delta E_{\text{mec}}$  é a variação da energia mecânica do sistema,  $\Delta E_{\text{t}}$  é a variação da energia térmica do sistema, e  $\Delta E_{\text{int}}$  é uma variação de qualquer outro tipo de energia interna do sistema. Em  $\Delta E_{\text{mec}}$  estão incluídas as variações  $\Delta K$  da energia cinética e as variações  $\Delta U$  da energia potencial (elástica, gravitacional, ou qualquer outra forma que exista).

A lei de conservação da energia *não* é algo que deduzimos a partir de princípios básicos da física, mas se baseia em resultados experimentais. Os cientistas e engenheiros nunca observaram uma exceção. A energia simplesmente não pode aparecer ou desaparecer magicamente.

### Sistema Isolado

Um sistema isolado não pode trocar energia com o ambiente. Nesse caso, a lei de conservação da energia pode ser expressa da seguinte forma:



A energia total de um sistema isolado não pode variar.

Muitas transferências de energia podem acontecer *dentro* de um sistema isolado, como, por exemplo, entre energia cinética e alguma forma de energia potencial ou entre energia cinética e energia térmica. Entretanto, a energia total do sistema não pode variar.

Considere, por exemplo, o alpinista da Fig. 8-14, seu equipamento e a Terra como um sistema isolado.

Enquanto desce a encosta da montanha, fazendo variar a configuração do sistema, o jovem precisa controlar a transferência de energia potencial gravitacional do sistema. (Essa energia não pode simplesmente desaparecer.) Parte da energia potencial é convertida em energia cinética. O alpinista não quer transferir muita energia para essa forma, pois, nesse caso, desceria depressa demais. Para evitar que isso aconteça, ele passa a corda por argolas de metal de modo a produzir atrito entre a corda e as argolas durante a descida. A passagem da corda pelas argolas transfere energia potencial gravitacional do sistema para energia térmica das argolas e da corda de uma forma controlável. A energia total do sistema alpinista-equipamento-Terra (a soma das energias potencial gravitacional, cinética e térmica) não varia durante a descida.

No caso de um sistema isolado, a lei de conservação da energia pode ser escrita de duas formas. Primeiro, fazendo  $W = 0$  na Eq. 8-35, obtemos



Imaginechina. AP Photo. Glow Images.

**Figura 8-14** Para descer, um alpinista precisa transferir energia da energia potencial gravitacional de um sistema formado por ele, seu equipamento e a Terra. O alpinista enrolou a corda em anéis de metal para que houvesse atrito entre a corda e os anéis. Isso fez com que a maior parte da energia potencial gravitacional fosse transferida para a energia térmica da corda e dos anéis e não para a energia cinética do alpinista.

$$\Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{t}} + \Delta E_{\text{int}} = 0 \quad (\text{sistema isolado}). \quad (8-36)$$

Podemos também fazer  $\Delta E_{\text{mec}} = E_{\text{mec},2} - E_{\text{mec},1}$ , em que os índices 1 e 2 se referem a dois instantes diferentes, antes e depois da ocorrência de um certo processo, digamos. Nesse caso, a Eq. 8-36 se torna

$$E_{\text{mec},2} = E_{\text{mec},1} - \Delta E_{\text{t}} - \Delta E_{\text{int}}. \quad (8-37)$$

De acordo com a Eq. 8-37,



Em um sistema isolado, podemos relacionar a energia total em um dado instante à energia total em outro instante *sem considerar a energia em instantes intermediários*.

Este fato pode ser uma ferramenta poderosa para resolver problemas em que precisamos analisar as formas de energia de um sistema isolado antes e depois de um dado processo.

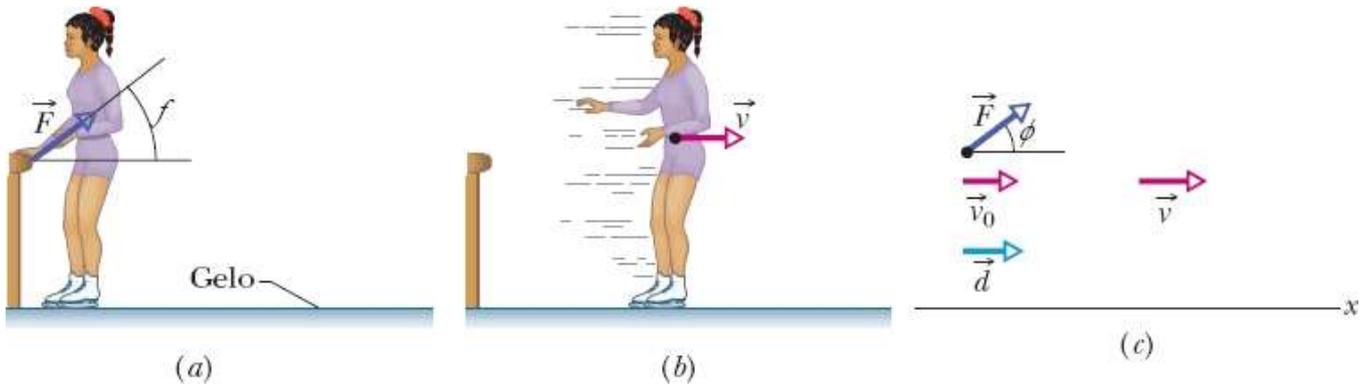
No Módulo 8-2, discutimos uma situação especial dos sistemas isolados, aquela na qual forças dissipativas (como a força de atrito cinético) não atuavam dentro do sistema. Nesse caso especial,  $\Delta E_{\text{t}}$  e  $\Delta E_{\text{int}}$  são nulas e a Eq. 8-37 se reduz à Eq. 8-18. Em outras palavras, a energia mecânica de um sistema isolado é conservada quando não existem forças dissipativas agindo no sistema.

### Forças Externas e Transferências Internas de Energia

Uma força externa pode mudar a energia cinética ou a energia potencial de um objeto sem realizar trabalho sobre o objeto, ou seja, sem transferir energia para o objeto. Em vez disso, a força se limita a transferir energia de uma forma para outra no interior do objeto.

A Fig. 8-15 mostra um exemplo. Uma patinadora, inicialmente em repouso, empurra uma barra e passa a deslizar no gelo (Figs. 8-15a e 8-15b). A energia cinética da patinadora aumenta porque a barra exerce uma força externa  $\vec{F}$  sobre a patinadora. Entretanto, a força não transfere energia da barra para a patinadora e, portanto, não realiza trabalho sobre a patinadora; o aumento da energia cinética se deve a uma transferência interna da energia bioquímica dos músculos da moça para energia cinética.

O empurrão na barra causa uma transferência de energia interna para energia cinética.



**Figura 8-15** (a) Quando uma patinadora empurra uma barra, a barra exerce uma força  $\vec{F}$  sobre a patinadora. (b) Quando a patinadora larga a barra, adquiriu uma velocidade  $\vec{v}$ . (c) A força externa  $\vec{F}$  age sobre a patinadora, formando um ângulo  $\phi$  com o eixo horizontal  $x$ . Quando a patinadora sofre um deslocamento  $\vec{d}$ , sua velocidade muda de  $\vec{v}_0 (= 0)$  para  $\vec{v}$  por causa da componente horizontal de  $\vec{F}$ .

A Fig. 8-16 mostra outro exemplo. Um motor de combustão interna aumenta a velocidade de um carro que possui tração nas quatro rodas (as quatro rodas são acionadas pelo motor). Durante a aceleração, o motor faz os pneus empurrarem o pavimento para trás. O empurrão dá origem a uma força de atrito  $\vec{f}$  que empurra os pneus para a frente. A força externa resultante  $\vec{F}$  exercida pelo pavimento, que é a soma dessas forças de atrito, acelera o carro, aumentando sua energia cinética. Entretanto,  $\vec{F}$  não transfere energia do pavimento para o carro e, portanto, não realiza trabalho; o aumento da energia cinética do carro se deve à transferência da energia química contida no combustível.

Em situações semelhantes a essas duas, às vezes podemos relacionar a força externa  $\vec{F}$  que age sobre um objeto à variação da energia mecânica do objeto se conseguirmos simplificar a situação. Considere o exemplo da patinadora. Enquanto ela empurra o corrimão e percorre a distância  $d$  da Fig. 8-15c, podemos simplificar a situação supondo que a aceleração é constante, com a velocidade variando de  $v_0 = 0$  para  $v$ . (Isso equivale a supor que o módulo e a orientação de  $\vec{F}$  são constantes.) Após o empurrão, podemos simplificar a situação considerando a patinadora como uma partícula e desprezando o fato de que o esforço muscular aumentou a energia térmica do corpo da patinadora, além de alterar outros parâmetros fisiológicos. Sendo assim, podemos aplicar a Eq. 7-5 ( $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = F_x d$ ) e escrever

$$K - K_0 = (F \cos \phi)d,$$

ou

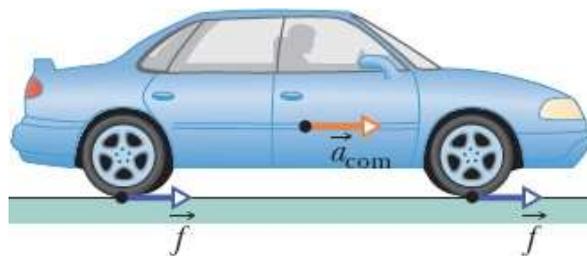
$$\Delta K = Fd \cos \phi. \quad (8-38)$$

Se a situação também envolve uma mudança da altura em que está o objeto, podemos levar em conta a variação  $\Delta U$  da energia potencial gravitacional escrevendo

$$\Delta U + \Delta K = Fd \cos \phi. \quad (8-39)$$

A força do lado direito da Eq. 8-39 não realiza trabalho sobre o objeto, mas é responsável pelas

variações de energia que aparecem do lado esquerdo da equação.



**Figura 8-16** Um carro acelera para a direita usando tração nas quatro rodas. O pavimento exerce quatro forças de atrito (duas das quais aparecem na figura) sobre a parte inferior dos pneus. A soma das quatro forças é a força externa resultante  $\vec{F}$  que age sobre o carro.

## Potência

Agora que sabemos que uma força pode transferir energia de uma forma para outra sem realizar trabalho, podemos ampliar a definição de potência apresentada no capítulo anterior. No Módulo 7-6, a potência foi definida como a taxa com a qual uma força realiza trabalho. Em um sentido mais geral, a potência  $P$  é a taxa com a qual uma força transfere energia de uma forma para outra. Se uma dada quantidade de energia  $\Delta E$  é transferida durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ , a **potência média** desenvolvida pela força é dada por

$$P_{\text{méd}} = \frac{\Delta E}{\Delta t}. \quad (8-40)$$

Analogamente, a **potência instantânea** desenvolvida pela força é dada por

$$P = \frac{dE}{dt}. \quad (8-41)$$

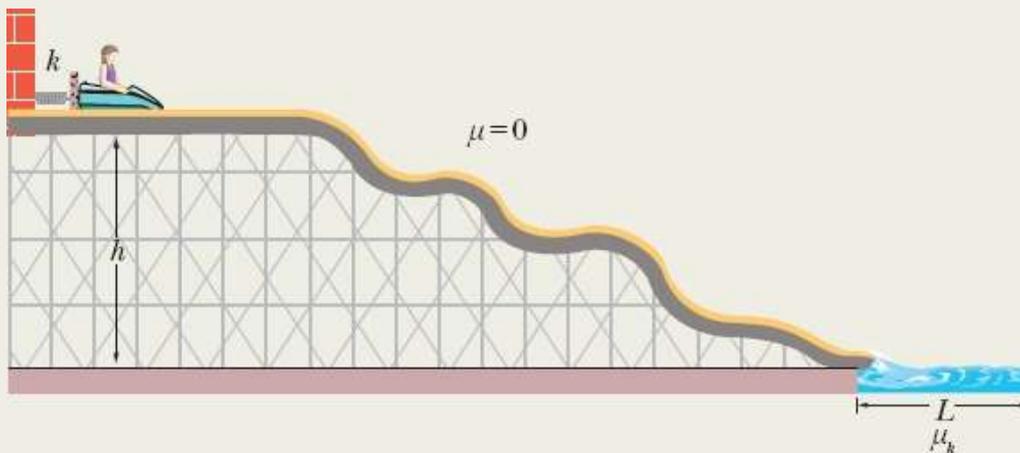
### Exemplo 8.06 Formas de energia em um toboágua

A Fig. 8-17 mostra um toboágua no qual um carrinho é impulsionado por uma mola e desce um escorrega com água (sem atrito) até a base do brinquedo, onde mergulha parcialmente na água e se move horizontalmente até que o atrito com a água o faça parar. A massa total do carrinho (incluindo o ocupante) é  $m = 200$  kg, a compressão inicial da mola é  $d = 5,00$  m, a constante elástica da mola é  $k = 3,20 \times 10^3$  N/m, a altura inicial é  $h = 35,0$  m e o coeficiente de atrito cinético entre o carrinho e a água no trecho horizontal do percurso é  $\mu_k = 0,800$ . Qual é a distância que o carrinho percorre no trecho horizontal até parar?

#### IDEIA-CHAVE

Antes de pegar uma calculadora e começar a fazer cálculos, precisamos investigar as forças envolvidas para saber qual é a natureza do sistema e que equações vamos usar. Estamos diante de um sistema isolado (e, portanto, devemos aplicar a lei de conservação da energia) ou de um sistema submetido a uma força externa (caso em que devemos relacionar o trabalho realizado pela força à variação de energia do sistema)?

**Forças:** A força normal que o escorrega exerce sobre o carrinho não realiza trabalho sobre o carrinho porque a direção da força é sempre perpendicular à direção de deslocamento do carrinho. A força gravitacional realiza trabalho sobre o carrinho e, como se trata de uma força conservativa, pode ser associada a uma energia potencial. Quando a mola coloca o carrinho em movimento, ela realiza trabalho sobre o carrinho, convertendo energia potencial elástica da mola em energia cinética do carrinho. A mola também exerce uma força sobre a parede onde está presa sua outra extremidade. Como existe atrito entre o carrinho e a água no trecho horizontal, a passagem do carrinho nesse trecho provoca um aumento da energia térmica da água e do carrinho.



**Figura 8-17** Um tobogã de um parque de diversões.

**Sistema:** Vamos definir o sistema como o conjunto de todos os corpos que estão interagindo: o carrinho, o escorrega, a mola, a Terra e a parede. Nesse caso, como todas as interações são *internas*, o sistema é *isolado* e a energia total não pode mudar. Assim, a equação a ser usada é a da lei de conservação da energia e não a da lei segundo a qual a variação de energia é igual ao trabalho realizado por uma força externa. Em nosso caso, a lei pode ser escrita na forma da Eq. 8-37:

$$E_{\text{mec},2} = E_{\text{mec},1} - \Delta E_{\text{t}}. \quad (8-42)$$

Do mesmo modo como, em um balanço financeiro, a quantia final é igual à quantia inicial *menos* a quantia que foi roubada por um ladrão, em nosso caso, a energia mecânica final é igual à energia mecânica inicial *menos* a energia que foi roubada pelo atrito. A energia não pode aparecer ou desaparecer magicamente.

**Cálculos:** Agora que dispomos de uma equação, chegou a hora de calcularmos a distância  $L$ . Vamos usar o índice 1 para representar o estado inicial do carrinho (quando ainda está em contato com a mola comprimida) e o índice 2 para representar o estado final do carrinho (quando está em repouso no trecho horizontal do percurso). Nos dois estados, a energia mecânica do sistema é a soma da energia potencial com a energia cinética.

Temos dois tipos de energia potencial: a energia potencial elástica ( $U_e = \frac{1}{2} kx^2$ ) associada à compressão da mola e a energia potencial gravitacional ( $U_g = mgy$ ) associada à altura em que está o carrinho. No segundo caso, vamos tomar o nível da base do escorrega como nível de referência. Isso significa que a altura inicial do carrinho é  $y = h$  e a altura final é  $y = 0$ .

No estado inicial, com a mola comprimida e o carrinho parado no alto do toboágua, a energia é

$$\begin{aligned} E_{\text{mec},1} &= K_1 + U_{e1} + U_{g1} \\ &= 0 + \frac{1}{2}kd^2 + mgh. \end{aligned} \quad (8-43)$$

No estado final, com a mola relaxada e o carrinho parado na base do toboágua, a energia é

$$\begin{aligned} E_{\text{mec},2} &= K_2 + U_{e2} + U_{g2} \\ &= 0 + 0 + 0. \end{aligned} \quad (8-44)$$

Vamos agora calcular a variação  $\Delta E_t$  da energia térmica do carrinho e da água do trecho horizontal do percurso. De acordo com a Eq. 8-31, podemos substituir  $\Delta E_t$  por  $f_k L$  (o produto do módulo da força de atrito pelo comprimento do trecho onde existe atrito). De acordo com a Eq. 6-2,  $f_k = \mu_k F_N$ , em que  $F_N$  é a força normal. Como o carrinho se move horizontalmente no trecho onde existe atrito,  $F_N = mg$  (a força de reação da água equilibra o peso do carrinho). Assim, a energia que o atrito rouba da energia mecânica é dada por

$$\Delta E_t = \mu_k mgL. \quad (8-45)$$

(A propósito, os dados *não são suficientes* para calcularmos de que forma a energia térmica é distribuída entre o carrinho e a água; conhecemos apenas a energia térmica total.) Substituindo as Eqs. 8-43, 8-44 e 8-45 na Eq. 8-42, obtemos

$$0 = \frac{1}{2}kd^2 + mgh - \mu_k mgL, \quad (8-46)$$

e

$$\begin{aligned} L &= \frac{kd^2}{2\mu_k mg} + \frac{h}{\mu_k} \\ &= \frac{(3,20 \times 10^3 \text{ N/m})(5,00 \text{ m})^2}{2(0,800)(200 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)} + \frac{35 \text{ m}}{0,800} \\ &= 69,3 \text{ m}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Finalmente, note como a solução é simples. Definindo adequadamente o sistema e reconhecendo que estamos lidando com um sistema isolado, pudemos usar a lei de conservação da energia. Isso significa que pudemos relacionar o estado final do sistema ao estado inicial sem necessidade de conhecer os estados intermediários. Em particular, não precisamos investigar o comportamento do carrinho enquanto ele deslizava em um escorrega de forma irregular. Se, em vez disso, tentássemos usar a segunda lei de Newton, teríamos que conhecer a forma exata do toboágua e, mesmo assim, os cálculos seriam muito mais trabalhosos.

## Revisão e Resumo

**Forças Conservativas** Uma força é uma força conservativa se o trabalho que ela realiza sobre uma partícula se anula ao longo de um percurso fechado. Podemos dizer também que uma força é conservativa se o trabalho que ela realiza sobre uma partícula que se move entre dois pontos não depende da trajetória seguida pela partícula. A força gravitacional e a força elástica são forças conservativas; a força de atrito cinético é uma força dissipativa (não conservativa).

**Energia Potencial** **Energia potencial** é a energia associada à configuração de um sistema submetido à ação de uma força conservativa. Quando a força conservativa realiza um trabalho  $W$  sobre uma partícula do sistema, a variação  $\Delta U$  da energia potencial do sistema é dada por

$$\Delta U = -W. \quad (8-1)$$

Se a partícula se desloca do ponto  $x_i$  para o ponto  $x_f$ , a variação da energia potencial do sistema é

$$\Delta U = -\int_{x_i}^{x_f} F(x) dx. \quad (8-6)$$

**Energia Potencial Gravitacional** A energia potencial associada a um sistema constituído pela Terra e uma partícula próxima é chamada de **energia potencial gravitacional**. Se uma partícula se desloca de uma altura  $y_i$  para uma altura  $y_f$ , a variação da energia potencial gravitacional do sistema partícula-Terra é dada por

$$\Delta U = mg(y_f - y_i) = mg \Delta y. \quad (8-7)$$

Se o **ponto de referência** de uma partícula é tomado como  $y_i = 0$  e a energia potencial gravitacional correspondente do sistema é tomada como  $U_i = 0$ , a energia potencial gravitacional  $U$  de uma partícula a uma altura  $y$  é dada por

$$U(y) = mgy. \quad (8-9)$$

**Energia Potencial Elástica** Energia potencial elástica é a energia associada ao estado de compressão ou distensão de um objeto elástico. No caso de uma mola que exerce uma força elástica  $F = -kx$  quando a extremidade livre sofre um deslocamento  $x$ , a energia potencial elástica é dada por

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2. \quad (8-11)$$

Na **configuração de referência**, quando a mola está no estado relaxado,  $x = 0$  e  $U = 0$ .

**Energia Mecânica** A **energia mecânica**  $E_{\text{mec}}$  de um sistema é a soma da energia cinética  $K$  com a energia potencial  $U$  do sistema:

$$E_{\text{mec}} = K + U. \quad (8-12)$$

*Sistema isolado* é um sistema no qual nenhuma *força externa* produz variações de energia. Se apenas forças conservativas realizam trabalho em um sistema isolado, a energia mecânica  $E_{\text{mec}}$  do sistema não pode variar. Esse **princípio de conservação da energia mecânica** pode ser escrito na forma

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1, \quad (8-17)$$

em que os índices se referem a diferentes instantes de um processo de transferência de energia. Esse princípio de conservação pode também ser escrito na forma

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U = 0. \quad (8-18)$$

**Curvas de Energia Potencial** Se conhecemos a função energia potencial  $U(x)$  de um sistema no qual uma força unidimensional  $F(x)$  age sobre uma partícula, podemos determinar a força usando a equação

$$F(x) = - \frac{dU(x)}{dx}. \quad (8-22)$$

Se  $U(x)$  é dada na forma de um gráfico, para qualquer valor de  $x$ , a força  $F(x)$  é o negativo da inclinação da curva no ponto considerado e a energia cinética da partícula é dada por

$$K(x) = E_{\text{mec}} - U(x), \quad (8-24)$$

em que  $E_{\text{mec}}$  é a energia mecânica do sistema. Um **ponto de retorno** é um ponto  $x$  no qual o movimento de uma partícula muda de sentido (nesse ponto,  $K = 0$ ). A partícula está em **equilíbrio** nos pontos em que a inclinação da curva de  $U(x)$  é nula [nesses pontos,  $F(x) = 0$ ].

**Trabalho Realizado sobre um Sistema por uma Força Externa** O trabalho  $W$  é a energia transferida para um sistema, ou de um sistema, por uma força externa que age sobre o sistema. Quando mais de uma força externa age sobre o sistema, o *trabalho total* das forças é igual à energia transferida. Quando não existe atrito, o trabalho realizado sobre o sistema e a variação  $\Delta E_{\text{mec}}$  da energia mecânica do sistema são iguais:

$$W = \Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U. \quad (8-26, 8-25)$$

Quando uma força de atrito cinético age dentro do sistema, a energia térmica  $E_t$  do sistema varia. (Essa energia está associada ao movimento aleatório dos átomos e moléculas do sistema.) Nesse caso, o trabalho realizado sobre o sistema é dado por

$$W = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_t. \quad (8-33)$$

A variação  $\Delta E_t$  está relacionada ao módulo  $f_k$  da força de atrito e ao módulo  $d$  do deslocamento causado pela força externa por meio da equação

$$\Delta E_t = f_k d. \quad (8-31)$$

**Conservação da Energia** A **energia total**  $E$  de um sistema (a soma da energia mecânica e das energias

internas, incluindo a energia térmica) só pode variar se certa quantidade de energia for transferida para o sistema, ou retirada do sistema. Esse fato experimental é conhecido como **lei de conservação da energia**. Se um trabalho  $W$  for realizado sobre o sistema,

$$W = \Delta E = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_t + \Delta E_{\text{int}}. \quad (8-35)$$

Se o sistema for isolado ( $W = 0$ ), isso nos dá

$$\Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_t + \Delta E_{\text{int}} = 0 \quad (8-36)$$

$$e \quad E_{\text{mec},2} = E_{\text{mec},1} - \Delta E_t - \Delta E_{\text{int}}, \quad (8-37)$$

em que os índices 1 e 2 indicam dois instantes diferentes.

**Potência** A **potência** desenvolvida por uma força é a *taxa* com a qual essa força transfere energia. Se uma dada quantidade de energia  $\Delta E$  é transferida por uma força em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , a **potência média** desenvolvida pela força é dada por

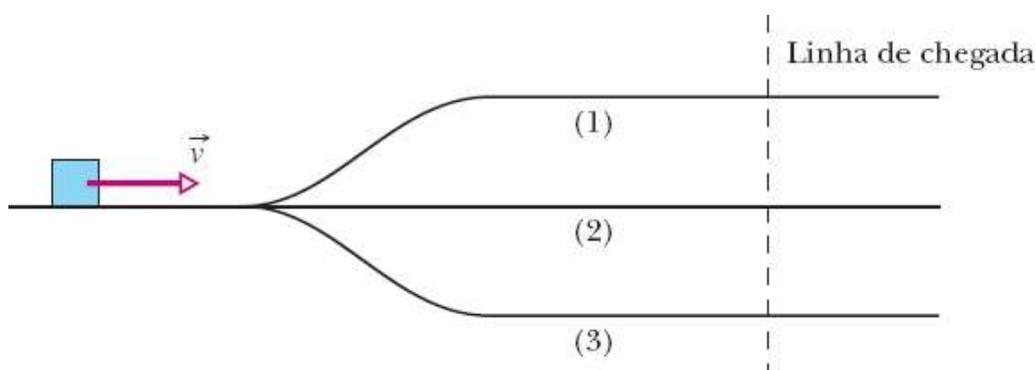
$$P_{\text{méd}} = \frac{\Delta E}{\Delta t}. \quad (8-40)$$

A **potência instantânea** desenvolvida por uma força é dada por

$$P = \frac{dE}{dt}. \quad (8-41)$$

## Perguntas

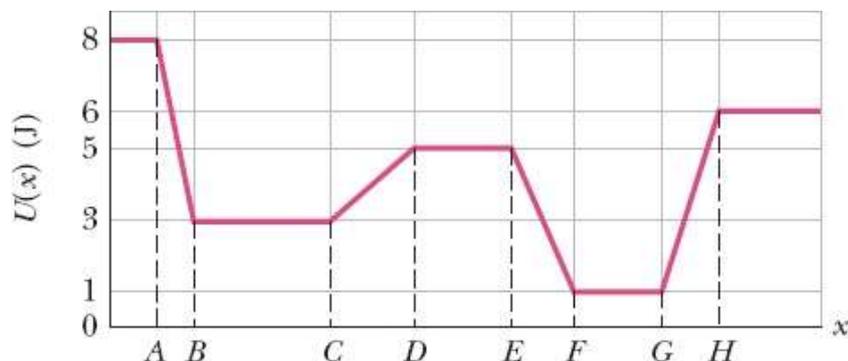
**1** Na Fig. 8-18, um bloco que se move horizontalmente pode seguir três caminhos sem atrito, que diferem apenas na altura, para alcançar a linha de chegada representada por uma reta tracejada. Ordene os caminhos, em ordem decrescente, de acordo (a) com a velocidade do bloco na linha de chegada e (b) com o tempo de percurso do bloco até a linha de chegada.



**Figura 8-18** Pergunta 1.

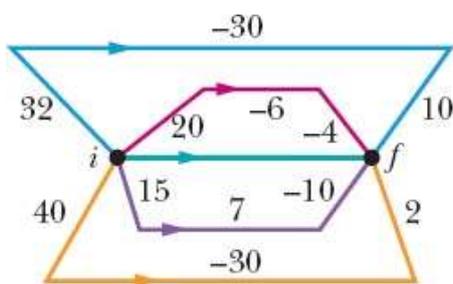
**2** A Fig. 8-19 mostra a função energia potencial de uma partícula. (a) Ordene as regiões  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  e

DE de acordo com o módulo da força que atua sobre a partícula, em ordem decrescente. Qual é o maior valor permitido da energia mecânica  $E_{\text{mec}}$  (b) para que a partícula fique aprisionada no poço de potencial da esquerda, (c) para que a partícula fique aprisionada no poço de potencial da direita, e (d) para que a partícula seja capaz de se mover entre os dois poços, mas sem ultrapassar o ponto H? Para a situação do item (d), em qual das regiões BC, DE e FG a partícula possui (e) a maior energia cinética e (f) a menor velocidade?



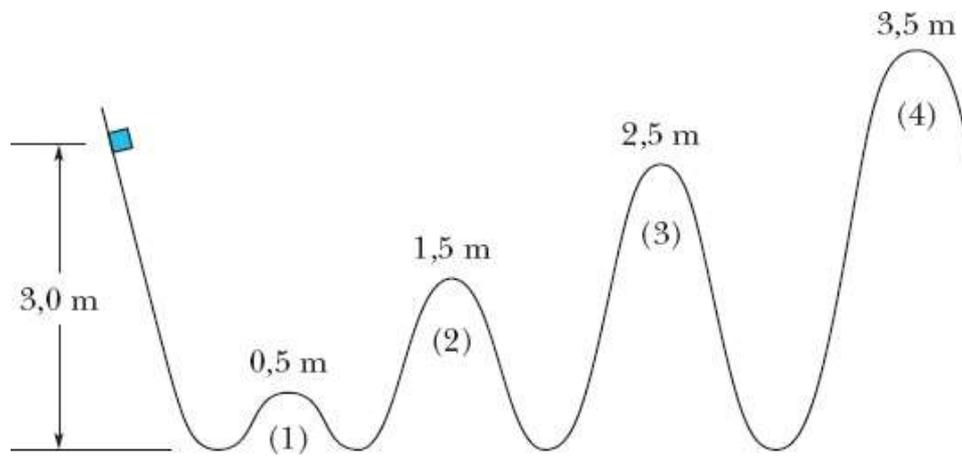
**Figura 8-19** Pergunta 2.

3 A Fig. 8-20 mostra um caminho direto e quatro caminhos indiretos do ponto  $i$  ao ponto  $f$ . Ao longo do caminho direto e de três dos caminhos indiretos, apenas uma força conservativa  $F_c$  age sobre um dado objeto. Ao longo do quarto caminho indireto, tanto  $F_c$  como uma força dissipativa  $F_d$  agem sobre o objeto. A variação  $\Delta E_{\text{mec}}$  da energia mecânica do objeto (em joules) ao se deslocar de  $i$  para  $f$  está indicada ao lado de cada segmento dos caminhos indiretos. Qual é o valor de  $\Delta E_{\text{mec}}$  (a) de  $i$  para  $f$  ao longo do caminho direto e (b) produzida por  $F_d$  ao longo do caminho em que essa força atua?



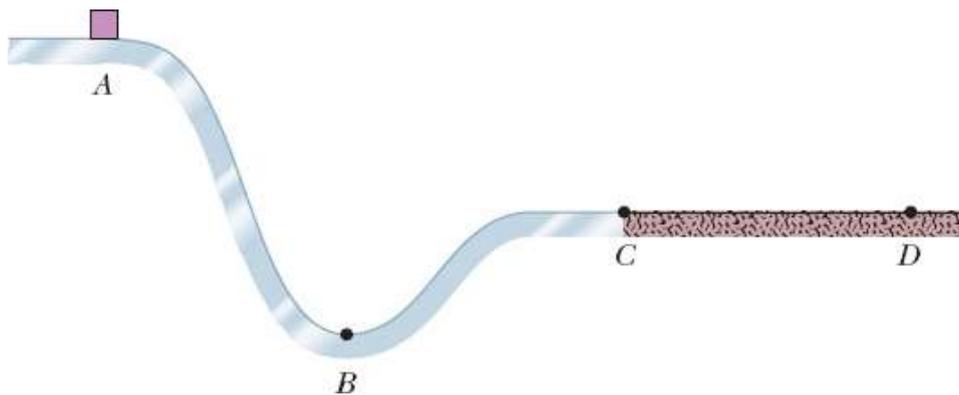
**Figura 8-20** Pergunta 3.

4 Na Fig. 8-21, um pequeno bloco, inicialmente em repouso, é liberado em uma rampa sem atrito a uma altura de 3,0 m. As alturas das elevações ao longo da rampa estão indicadas na figura. Os cumes das elevações são todos iguais, de forma circular, e o bloco não perde contato com o piso em nenhuma das elevações. (a) Qual é a primeira elevação que o bloco não consegue superar? (b) O que acontece com o bloco em seguida? No cume de que elevação (c) a aceleração centrípeta do bloco é máxima e (d) a força normal sobre o bloco é mínima?



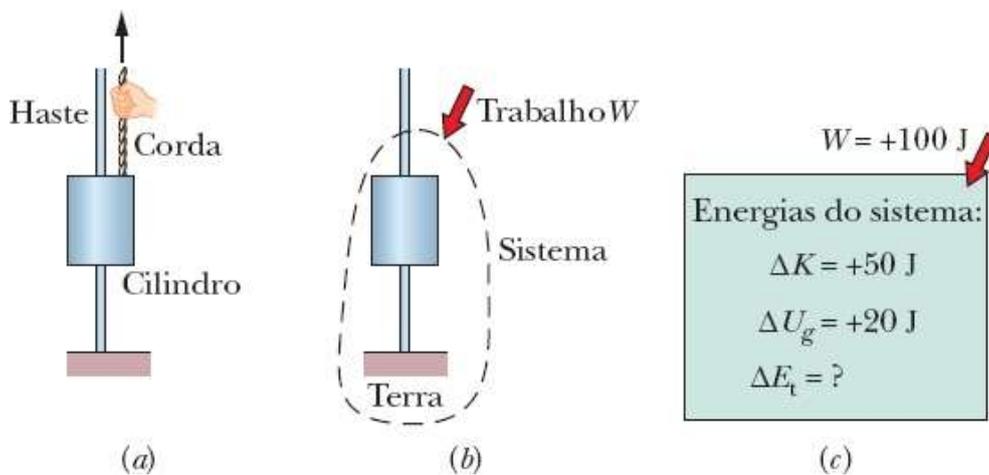
**Figura 8-21** Pergunta 4.

5 Na Fig. 8-22, um bloco desliza de A para C em uma rampa sem atrito e depois passa para uma região horizontal CD onde está sujeito a uma força de atrito. A energia cinética do bloco aumenta, diminui ou permanece constante (a) na região AB, (b) na região BC e (c) na região CD? (d) A energia mecânica do bloco aumenta, diminui ou permanece constante nessas regiões?



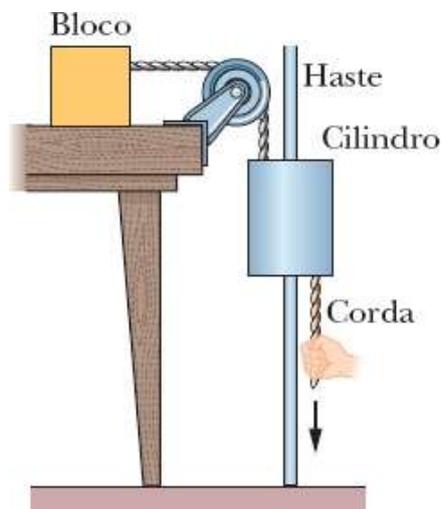
**Figura 8-22** Pergunta 5.

6 Na Fig. 8-23a, você puxa para cima uma corda presa a um cilindro que desliza em uma haste central. Como o cilindro e a haste se encaixam sem folga, o atrito é considerável. A força que você aplica realiza um trabalho  $W = +100 \text{ J}$  sobre o sistema cilindro-eixo-Terra (Fig. 8-23b). Um “balanço de energia” do sistema é mostrado na Fig. 8-23c: a energia cinética  $K$  aumenta de  $50 \text{ J}$  e a energia potencial gravitacional  $U_g$  aumenta de  $20 \text{ J}$ . A única outra variação da energia dentro do sistema é a da energia térmica  $E_t$ . Qual é a variação  $\Delta E_t$ ?



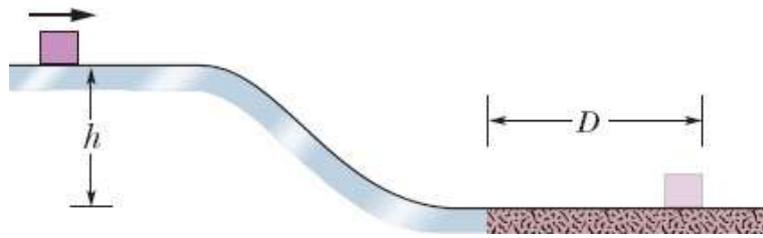
**Figura 8-23** Pergunta 6.

**7** O arranjo da Fig. 8-24 é semelhante ao da Pergunta 6. Agora, você puxa para baixo uma corda que está presa ao cilindro que desliza com atrito em uma haste central. Além disso, ao descer, o cilindro puxa um bloco por meio de uma segunda corda e o faz deslizar em uma bancada. Considere novamente o sistema cilindro-eixo-Terra, semelhante ao da Fig. 8-23b. O trabalho que você realiza sobre o sistema é de 200 J. O sistema realiza um trabalho de 60 J sobre o bloco. Dentro do sistema, a energia cinética aumenta de 130 J e a energia potencial gravitacional diminui de 20 J. (a) Escreva um “balanço de energia” para o sistema, semelhante ao da Fig. 8-23c. (b) Qual é a variação da energia térmica dentro do sistema?



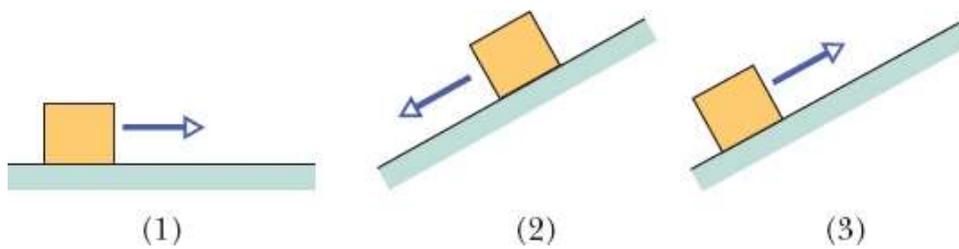
**Figura 8-24** Pergunta 7.

**8** Na Fig. 8-25, um bloco desliza em uma pista que desce uma altura  $h$ . A pista não possui atrito, exceto na parte mais baixa. Nessa parte, o bloco desliza até parar, devido ao atrito, depois de percorrer uma distância  $D$ . (a) Se  $h$  diminui, o bloco percorre uma distância maior, menor ou igual a  $D$  até parar? (b) Se, em vez disso, a massa do bloco aumenta, a distância que o bloco percorre até parar é maior, menor ou igual a  $D$ ?



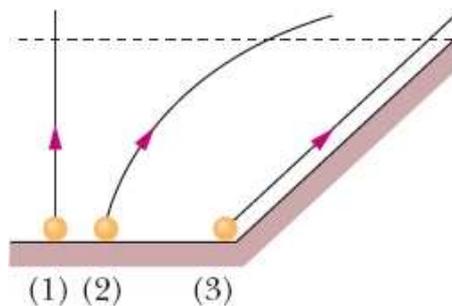
**Figura 8-25** Pergunta 8.

**9** A Fig. 8-26 mostra três situações que envolvem um plano com atrito e um bloco que desliza no plano. O bloco começa com a mesma velocidade nas três situações e desliza até que a força de atrito cinético o faça parar. Ordene as situações de acordo com o aumento da energia térmica devido ao deslizamento, em ordem decrescente.



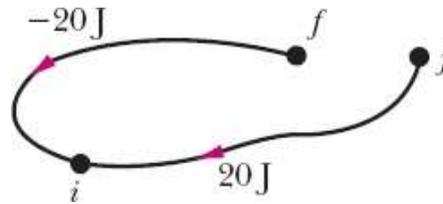
**Figura 8-26** Pergunta 9.

**10** A Fig. 8-27 mostra três bolas iguais que são lançadas do mesmo nível e com a mesma velocidade escalar. A primeira é lançada na vertical, a segunda é lançada com uma velocidade que faz um pequeno ângulo com a vertical, e a terceira é lançada para cima em um plano inclinado sem atrito. Ordene as bolas de acordo com a velocidade escalar que possuem ao atingirem o nível da reta tracejada, começando pela maior.



**Figura 8-27** Pergunta 10.

**11** Quando uma partícula se desloca do ponto  $f$  para o ponto  $i$  e do ponto  $j$  para o ponto  $i$  seguindo as trajetórias mostradas na Fig. 8-28 e nos sentidos indicados, uma força conservativa  $\vec{F}$  realiza os trabalhos indicados. Qual é o trabalho realizado pela força  $\vec{F}$  sobre a partícula quando ela se desloca diretamente de  $f$  para  $j$ ?



**Figura 8-28** Pergunta 11.

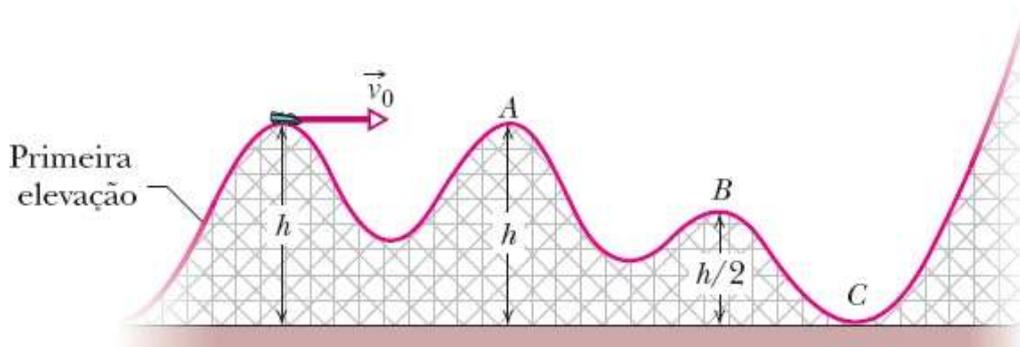
## Problemas

.- ... O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema.

 Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física*, de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

### Módulo 8-1 Energia Potencial

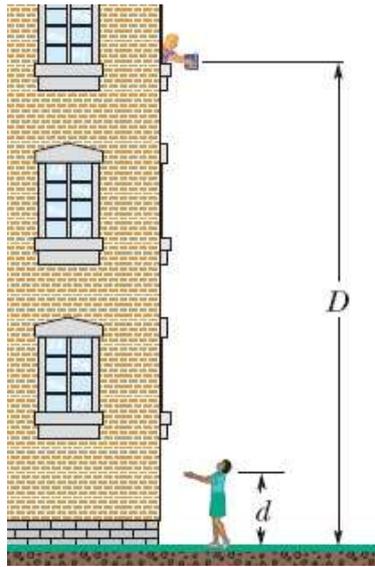
- 1 Qual é a constante elástica de uma mola que armazena 25 J de energia potencial ao ser comprimida 7,5 cm?
- 2 Na Fig. 8-29, um carro de montanha-russa, de massa  $m = 825$  kg, atinge o cume da primeira elevação com uma velocidade  $v_0 = 17,0$  m/s a uma altura  $h = 42,0$  m. O atrito é desprezível. Qual é o trabalho realizado sobre o carro pela força gravitacional entre este ponto e (a) o ponto A, (b) o ponto B e (c) o ponto C? Se a energia potencial gravitacional do sistema carro-Terra é tomada como nula em C, qual é o seu valor quando o carro está (d) em B e (e) em A? (f) Se a massa  $m$  é duplicada, a variação da energia potencial gravitacional do sistema entre os pontos A e B aumenta, diminui ou permanece a mesma?



**Figura 8-29** Problemas 2 e 9.

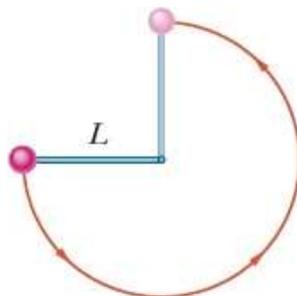
- 3 Você deixa cair um livro de 2,00 kg para uma amiga que está na calçada, a uma distância  $D = 10,0$  m abaixo de você. Se as mãos estendidas da sua amiga estão a uma distância  $d = 1,5$  m acima do solo (Fig. 8-30), (a) qual é o trabalho  $W_g$  realizado sobre o livro pela força gravitacional até o livro cair nas mãos da sua amiga? (b) Qual é a variação  $\Delta U$  da energia potencial gravitacional do sistema livro-Terra durante a queda? Se a energia potencial gravitacional  $U$  do sistema é considerada nula no nível do solo, qual é o valor de  $U$  (c) quando você deixa cair o livro e (d) quando o livro chega às mãos da sua amiga? Suponha agora que o valor de  $U$  é 100 J ao nível do solo e calcule novamente (e)  $W_g$ , (f)  $\Delta U$ , (g)  $U$  no

ponto do qual você deixou cair o livro e (h)  $U$  no ponto em que o livro chegou às mãos da sua amiga.



**Figura 8-30** Problemas 3 e 10.

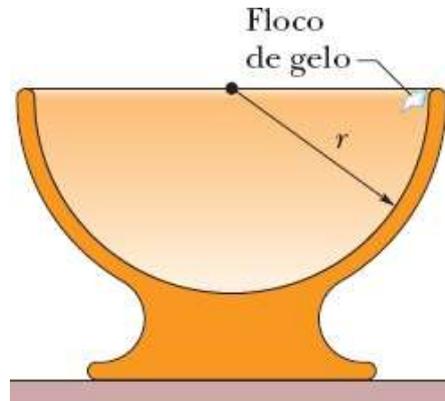
•4 A Fig. 8-31 mostra uma bola, de massa  $m = 0,341$  kg, presa à extremidade de uma haste fina de comprimento  $L = 0,452$  m e massa desprezível. A outra extremidade da haste é articulada, de modo que a bola pode se mover em uma circunferência vertical. A haste é mantida na posição horizontal, como na figura, e depois recebe um impulso para baixo com força suficiente para que a bola passe pelo ponto mais baixo da circunferência e continue em movimento até chegar ao ponto mais alto com velocidade nula. Qual é o trabalho realizado sobre a bola pela força gravitacional do ponto inicial até (a) o ponto mais baixo, (b) o ponto mais alto, (c) o ponto à direita na mesma altura que o ponto inicial? Se a energia potencial gravitacional do sistema bola-Terra é tomada como zero no ponto inicial, determine o seu valor quando a bola atinge (d) o ponto mais baixo, (e) o ponto mais alto e (f) o ponto à direita na mesma altura que o ponto inicial. (g) Suponha que a haste tenha recebido um impulso maior e passe pelo ponto mais alto com uma velocidade diferente de zero. A variação  $\Delta U_g$  do ponto mais baixo ao ponto mais alto é maior, menor ou a mesma que quando a bola chegava ao ponto mais alto com velocidade zero?



**Figura 8-31** Problemas 4 e 14.

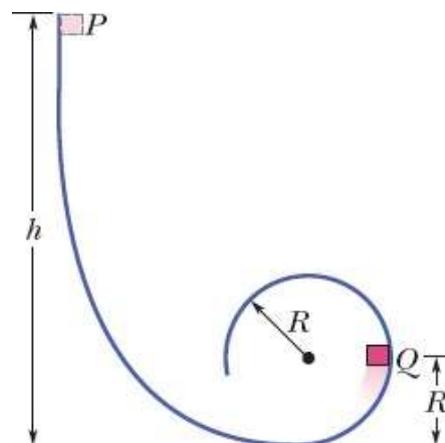
•5 Na Fig. 8-32, um floco de gelo de 2,00 g é liberado na borda de uma taça hemisférica com 22,0 cm de raio. Não há atrito no contato do floco com a taça. (a) Qual é o trabalho realizado sobre o floco pela

força gravitacional durante a descida do floco até o fundo da taça? (b) Qual é a variação da energia potencial do sistema floco-Terra durante a descida? (c) Se a energia potencial é tomada como nula no fundo da taça, qual é seu valor quando o floco é solto? (d) Se, em vez disso, a energia potencial é tomada como nula no ponto onde o floco é solto, qual é o seu valor quando o floco atinge o fundo da taça? (e) Se a massa do floco fosse duplicada, os valores das respostas dos itens de (a) a (d) aumentariam, diminuiriam ou permaneceriam os mesmos?



**Figura 8-32** Problemas 5 e 11.

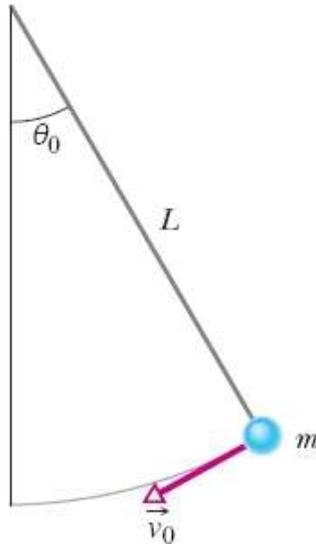
••6 Na Fig. 8-33, um pequeno bloco, de massa  $m = 0,032 \text{ kg}$ , pode deslizar em uma pista sem atrito que forma um loop de raio  $R = 12 \text{ cm}$ . O bloco é liberado a partir do repouso no ponto  $P$ , a uma altura  $h = 5,0R$  acima do ponto mais baixo do loop. Qual é o trabalho realizado sobre o bloco pela força gravitacional quando o bloco se desloca do ponto  $P$  para (a) o ponto  $Q$  e (b) o ponto mais alto do loop? Se a energia potencial gravitacional do sistema bloco-Terra é tomada como zero no ponto mais baixo do loop, qual é a energia potencial quando o bloco se encontra (c) no ponto  $P$ , (d) no ponto  $Q$  e (e) no ponto mais alto do loop? (f) Se, em vez de ser simplesmente liberado, o bloco recebe uma velocidade inicial para baixo ao longo da pista, as respostas dos itens de (a) a (e) aumentam, diminuem ou permanecem as mesmas?



**Figura 8-33** Problemas 6 e 17.

••7 A Fig. 8-34 mostra uma haste fina, de comprimento  $L = 2,00 \text{ m}$  e massa desprezível, que pode girar

em torno de uma das extremidades para descrever uma circunferência vertical. Uma bola, de massa  $m = 5,00 \text{ kg}$ , está presa na outra extremidade. A haste é puxada lateralmente até fazer um ângulo  $\theta_0 = 30,0^\circ$  com a vertical e liberada com velocidade inicial  $\vec{v}_0 = 0$ . Quando a bola desce até o ponto mais baixo da circunferência, (a) qual é o trabalho realizado sobre a bola pela força gravitacional e (b) qual é a variação da energia potencial do sistema bola-Terra? (c) Se a energia potencial gravitacional é tomada como zero no ponto mais baixo da circunferência, qual é seu valor no momento em que a bola é liberada? (d) Os valores das respostas dos itens de (a) a (c) aumentam, diminuem ou permanecem os mesmos se o ângulo  $\theta_0$  é aumentado?



**Figura 8-34** Problemas 7, 18 e 21.

••8 Uma bola de neve de  $1,50 \text{ kg}$  é lançada de um penhasco de  $12,5 \text{ m}$  de altura. A velocidade inicial da bola de neve é  $14,0 \text{ m/s}$ ,  $41,0^\circ$  acima da horizontal. (a) Qual é o trabalho realizado sobre a bola de neve pela força gravitacional durante o percurso até um terreno plano, abaixo do penhasco? (b) Qual é a variação da energia potencial do sistema bola de neve-Terra durante o percurso? (c) Se a energia potencial gravitacional é tomada como nula na altura do penhasco, qual é o seu valor quando a bola de neve chega ao solo?

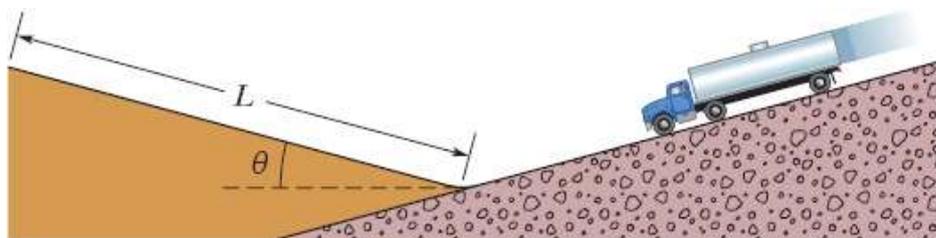
### Módulo 8-2 Conservação da Energia Mecânica

•9 No Problema 2, qual é a velocidade do carro (a) no ponto A, (b) no ponto B e (c) no ponto C? (d) Que altura o carro alcança na última elevação, que é alta demais para ser transposta? (e) Se o carro tivesse uma massa duas vezes maior, quais seriam as respostas dos itens (a) a (d)?

•10 (a) No Problema 3, qual é a velocidade do livro ao chegar às mãos da sua amiga? (b) Se o livro tivesse uma massa duas vezes maior, qual seria a velocidade? (c) Se o livro fosse arremessado para baixo, a resposta do item (a) aumentaria, diminuiria ou permaneceria a mesma?

•11 (a) No Problema 5, qual é a velocidade do floco de gelo ao chegar ao fundo da taça? (b) Se o floco de gelo tivesse o dobro da massa, qual seria a velocidade? (c) Se o floco de gelo tivesse uma velocidade inicial para baixo, a resposta do item (a) aumentaria, diminuiria ou permaneceria a mesma?

- 12 (a) No Problema 8, usando técnicas de energia em vez das técnicas do Capítulo 4, determine a velocidade da bola de neve ao chegar ao solo. Qual seria essa velocidade (b) se o ângulo de lançamento fosse mudado para  $41,0^\circ$  *abaixo* da horizontal e (c) se a massa fosse aumentada para 2,50 kg?
- 13 Uma bola de gude de 5,0 g é lançada verticalmente para cima usando uma espingarda de mola. A mola deve ser comprimida 8,0 cm para que a bola apenas toque um alvo 20 m acima da posição da bola de gude na mola comprimida. (a) Qual é a variação  $\Delta U_g$  da energia potencial gravitacional do sistema bola de gude-Terra durante a subida de 20 m? (b) Qual é a variação  $\Delta U_s$  da energia potencial elástica da mola durante o lançamento da bola de gude? (c) Qual é a constante elástica da mola?
- 14 (a) No Problema 4, qual deve ser a velocidade inicial da bola para que ela chegue ao ponto mais alto da circunferência com velocidade escalar zero? Nesse caso, qual é a velocidade da bola (b) no ponto mais baixo e (c) no ponto à direita na mesma altura que o ponto inicial? (d) Se a massa da bola fosse duas vezes maior, as respostas dos itens (a) a (c) aumentariam, diminuiriam ou permaneceriam as mesmas?
- 15 Na Fig. 8-35, um caminhão perdeu os freios quando estava descendo uma ladeira a 130 km/h e o motorista dirigiu o veículo para uma rampa de emergência, sem atrito, com uma inclinação  $\theta = 15^\circ$ . A massa do caminhão é  $1,2 \times 10^4$  kg. (a) Qual é o menor comprimento  $L$  que a rampa deve ter para que o caminhão pare (momentaneamente) antes de chegar ao final? (Suponha que o caminhão pode ser tratado como uma partícula e justifique essa suposição.) O comprimento mínimo  $L$  aumenta, diminui ou permanece o mesmo (b) se a massa do caminhão for menor e (c) se a velocidade for menor?



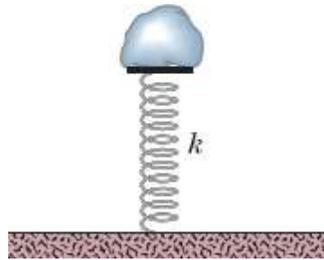
**Figura 8-35** Problema 15.

- 16 Um bloco de 700 g é liberado, a partir do repouso, de uma altura  $h_0$  acima de uma mola vertical com constante elástica  $k = 400$  N/m e massa desprezível. O bloco se choca com a mola e para momentaneamente depois de comprimir a mola 19,0 cm. Qual é o trabalho realizado (a) pelo bloco sobre a mola e (b) pela mola sobre o bloco? (c) Qual é o valor de  $h_0$ ? (d) Se o bloco fosse solto de uma altura  $2,00h_0$  acima da mola, qual seria a máxima compressão da mola?
- 17 No Problema 6, qual é o módulo da componente (a) horizontal e (b) vertical da força *resultante* que atua sobre o bloco no ponto Q? (c) De que altura  $h$  o bloco deveria ser liberado, a partir do repouso, para ficar na iminência de perder contato com a superfície no alto do loop? (*Iminência de perder o contato* significa que a força normal exercida pelo loop sobre o bloco é nula nesse instante.) (d) Plote o módulo da força normal que age sobre o bloco no alto do loop em função da altura inicial  $h$ , para o

intervalo de  $h = 0$  a  $h = 6R$ .

••18 (a) No Problema 7, qual é a velocidade da bola no ponto mais baixo? (b) A velocidade aumenta, diminui ou permanece a mesma se a massa aumenta?

••19 A Fig. 8-36 mostra uma pedra de 8,00 kg em repouso sobre uma mola. A mola é comprimida 10,0 cm pela pedra. (a) Qual é a constante elástica da mola? (b) A pedra é empurrada mais 30 cm para baixo e liberada. Qual é a energia potencial elástica da mola comprimida antes de ser liberada? (c) Qual é a variação da energia potencial gravitacional do sistema pedra-Terra quando a pedra se desloca do ponto onde foi liberada até a altura máxima? (d) Qual é a altura máxima, medida a partir do ponto onde a pedra foi liberada?

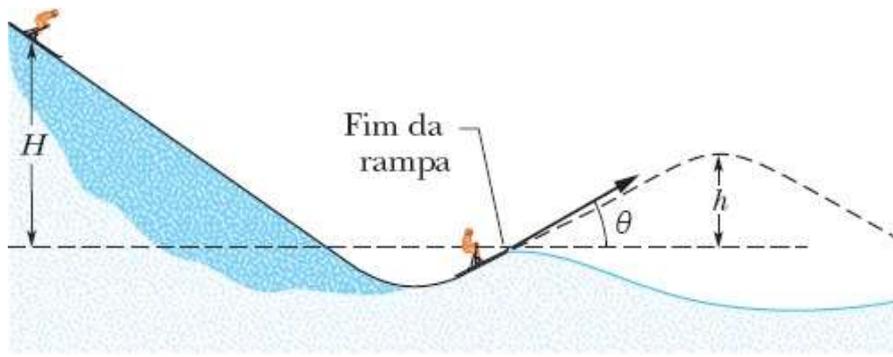


**Figura 8-36** Problema 19.

••20 Um pêndulo é formado por uma pedra de 2,0 kg oscilando na extremidade de uma corda de 4,0 m de comprimento e massa desprezível. A pedra tem velocidade de 8,0 m/s ao passar pelo ponto mais baixo da trajetória. (a) Qual é a velocidade da pedra quando a corda forma um ângulo de  $60^\circ$  com a vertical? (b) Qual é o maior ângulo com a vertical que a corda assume durante o movimento da pedra? (c) Se a energia potencial do sistema pêndulo-Terra é tomada como nula na posição mais baixa da pedra, qual é a energia mecânica total do sistema?

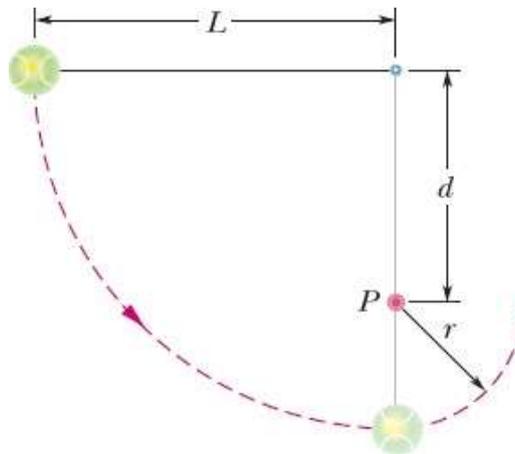
••21 A Fig. 8-34 mostra um pêndulo de comprimento  $L = 1,25$  m. O peso do pêndulo (no qual está concentrada, para efeitos práticos, toda a massa) tem velocidade  $v_0$  quando a corda faz um ângulo  $\theta_0 = 40,0^\circ$  com a vertical. (a) Qual é a velocidade do peso quando está na posição mais baixa se  $v_0 = 8,00$  m/s? Qual é o menor valor de  $v_0$  para o qual o pêndulo oscila para baixo e depois para cima (b) até a posição horizontal e (c) até a posição vertical com a corda esticada? (d) As respostas dos itens (b) e (c) aumentam, diminuem ou permanecem as mesmas se  $\theta_0$  aumentar de alguns graus?

••22 ~~Um~~ Um esquiador de 60 kg parte do repouso a uma altura  $H = 20$  m acima da extremidade de uma rampa para saltos de esqui (Fig. 8-37) e deixa a rampa fazendo um ângulo  $\theta = 28^\circ$  com a horizontal. Despreze os efeitos da resistência do ar e suponha que a rampa não tem atrito. (a) Qual é a altura máxima  $h$  do salto em relação à extremidade da rampa? (b) Se o esquiador aumentasse o próprio peso colocando uma mochila nas costas,  $h$  seria maior, menor ou igual?



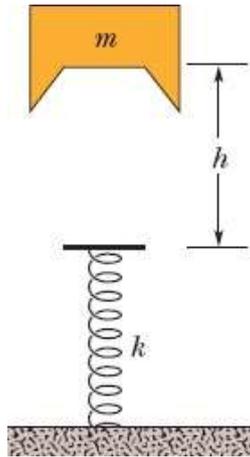
**Figura 8-37** Problema 22.

••23 A corda da Fig. 8-38, de comprimento  $L = 120$  cm, possui uma bola presa em uma das extremidades e está fixa na outra extremidade. A distância  $d$  da extremidade fixa a um pino no ponto  $P$  é  $75,0$  cm. A bola, inicialmente em repouso, é liberada com o fio na posição horizontal, como mostra a figura, e percorre a trajetória indicada pelo arco tracejado. Qual é a velocidade da bola ao atingir (a) o ponto mais baixo da trajetória e (b) o ponto mais alto depois que a corda encosta no pino?



**Figura 8-38** Problemas 23 e 70.

••24 Um bloco, de massa  $m = 2,0$  kg, é deixado cair de uma altura  $h = 40$  cm sobre uma mola de constante elástica  $k = 1960$  N/m (Fig. 8-39). Determine a variação máxima de comprimento da mola ao ser comprimida.



**Figura 8-39** Problema 24.

••25 Em  $t = 0$ , uma bola de 1,0 kg é atirada de uma torre com  $\vec{v} = (18 \text{ m/s})\hat{i} + (24 \text{ m/s})\hat{j}$ . Quanto é  $\Delta U$  do sistema bola-Terra entre  $t = 0$  e  $t = 6,0$  s (ainda em queda livre)?

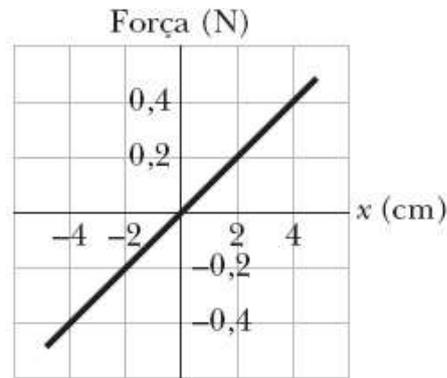
••26 Uma força conservativa  $\vec{F} = (6, 0x - 12)\hat{i}$  N, em que  $x$  está em metros, age sobre uma partícula que se move ao longo de um eixo  $x$ . A energia potencial  $U$  associada a essa força recebe o valor de 27 J em  $x = 0$ . (a) Escreva uma expressão para  $U$  como uma função de  $x$ , com  $U$  em joules e  $x$  em metros. (b) Qual é o máximo valor positivo da energia potencial? Para que valor (c) negativo e (d) positivo de  $x$  a energia potencial é nula?

••27 Tarzan, que pesa 688 N, salta de um penhasco, pendurado na extremidade de um cipó com 18 m de comprimento (Fig. 8-40). Do alto do penhasco até o ponto mais baixo da trajetória, ele desce 3,2 m. O cipó se romperá se for submetido a uma força maior que 950 N. (a) O cipó se rompe? Se a resposta for negativa, qual é a maior força a que é submetido o cipó? Se a resposta for afirmativa, qual é o ângulo que o cipó está fazendo com a vertical no momento em que se rompe?

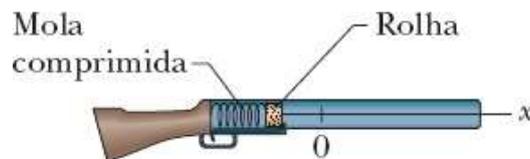


**Figura 8-40** Problema 27.

••28 A Fig. 8-41a se refere à mola de uma espingarda de rolha (Fig. 8-41b); ela mostra a força da mola em função do alongamento ou compressão da mola. A mola é comprimida 5,5 cm e usada para impulsionar uma rolha de 3,8 g. (a) Qual é a velocidade da rolha se ela se separa da mola quando esta passa pela posição relaxada? (b) Suponha que, em vez disso, a rolha permaneça ligada à mola e a mola sofra um alongamento de 1,5 cm antes de ocorrer a separação. Qual é, nesse caso, a velocidade da rolha no momento da separação?



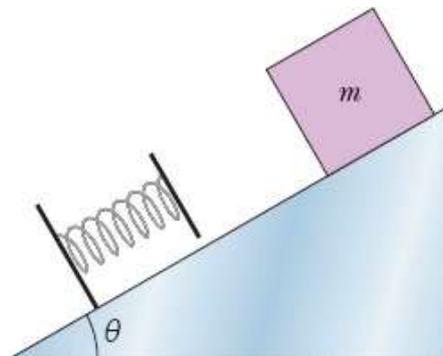
(a)



(b)

**Figura 8-41** Problema 28.

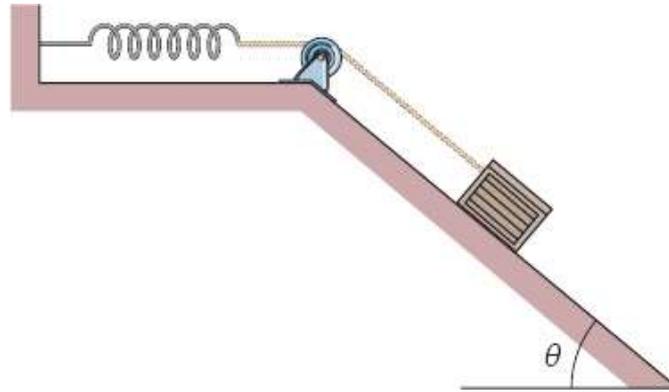
••29 Na Fig. 8-42, um bloco, de massa  $m = 12$  kg, é liberado a partir do repouso em um plano inclinado, sem atrito, de ângulo  $\theta = 30^\circ$ . Abaixo do bloco há uma mola que pode ser comprimida 2,0 cm por uma força de 270 N. O bloco para momentaneamente após comprimir a mola 5,5 cm. (a) Que distância o bloco desce ao longo do plano da posição de repouso inicial até o ponto em que para momentaneamente? (b) Qual é a velocidade do bloco no momento em que ele entra em contato com a mola?



**Figura 8-42** Problemas 29 e 35.

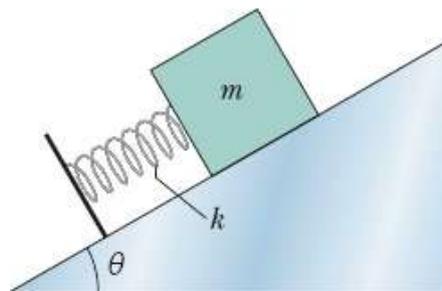
••30 Uma caixa de pão, de 2,0 kg, em um plano inclinado, sem atrito, de ângulo  $\theta = 40^\circ$ , está presa, por

uma corda que passa por uma polia, a uma mola de constante elástica  $k = 120 \text{ N/m}$ , como mostra a Fig. 8-43. A caixa é liberada a partir do repouso quando a mola se encontra relaxada. Suponha que a massa e o atrito da polia sejam desprezíveis. (a) Qual é a velocidade da caixa após percorrer  $10 \text{ cm}$ ? (b) Que distância o bloco percorre do ponto em que foi liberado até o ponto em que para momentaneamente? (c) Qual é o módulo e (d) qual é o sentido (para cima ou para baixo ao longo do plano) da aceleração do bloco no instante em que ele para momentaneamente?



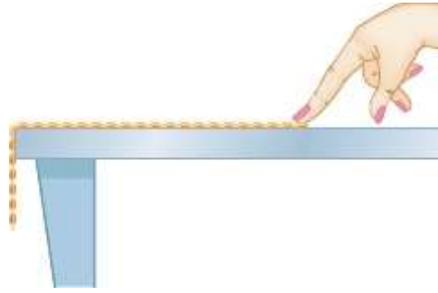
**Figura 8-43** Problema 30.

••31 Um bloco, de massa  $m = 2,00 \text{ kg}$ , está apoiado em uma mola em um plano inclinado, sem atrito, de ângulo  $\theta = 30,0^\circ$  (Fig. 8-44). (O bloco não está preso à mola.) A mola, de constante elástica  $k = 19,6 \text{ N/cm}$ , é comprimida  $20 \text{ cm}$  e depois liberada. (a) Qual é a energia potencial elástica da mola comprimida? (b) Qual é a variação da energia potencial gravitacional do sistema bloco-Terra quando o bloco se move do ponto em que foi liberado até o ponto mais alto que atinge no plano inclinado? (c) Qual é a distância percorrida pelo bloco ao longo do plano inclinado até atingir a altura máxima?



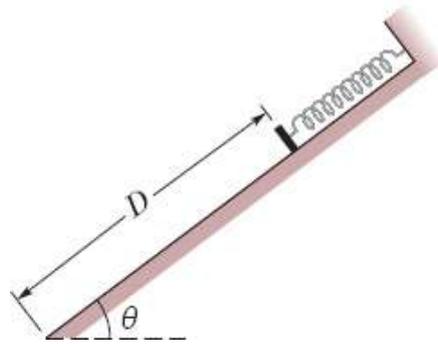
**Figura 8-44** Problema 31.

••32 Na Fig. 8-45, uma corrente é mantida em uma mesa, sem atrito, com um quarto do comprimento total pendendo para fora da mesa. Se a corrente tem um comprimento  $L = 28 \text{ cm}$  e uma massa  $m = 0,012 \text{ kg}$ , qual é o trabalho necessário para puxar a parte pendurada para cima da mesa?



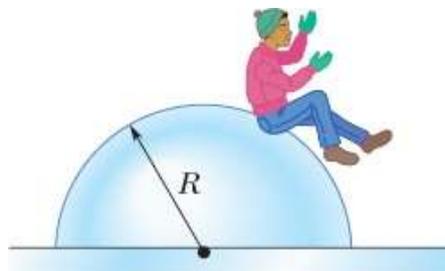
**Figura 8-45** Problema 32.

...33 Na Fig. 8-46, uma mola com  $k = 170 \text{ N/m}$  está presa no alto de um plano inclinado, sem atrito, de ângulo  $\theta = 37,0^\circ$ . A extremidade inferior do plano inclinado fica a uma distância  $D = 1,00 \text{ m}$  da extremidade inferior da mola quando esta se encontra relaxada. Uma lata de  $2,00 \text{ kg}$  é empurrada contra a mola até esta ser comprimida  $0,200 \text{ m}$  e depois liberada. (a) Qual é a velocidade da lata no instante em que a mola retorna ao comprimento relaxado (que é o momento em que a lata perde contato com a mola)? (b) Qual é a velocidade da lata ao atingir a extremidade inferior do plano inclinado?



**Figura 8-46** Problema 33.

...34 Um menino está inicialmente sentado no alto de um monte hemisférico de gelo de raio  $R = 13,8 \text{ m}$ . Ele começa a deslizar para baixo com uma velocidade inicial tão pequena que pode ser desprezada (Fig. 8-47). Suponha que o atrito com o gelo é desprezível. Em que altura o menino perde contato com o gelo?

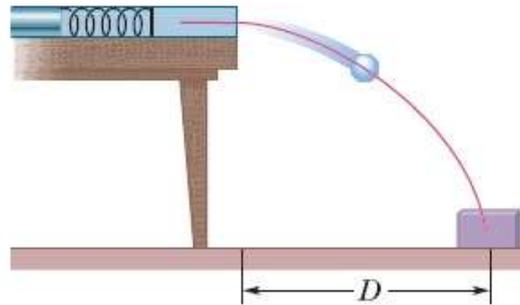


**Figura 8-47** Problema 34.

...35 Na Fig. 8-42, um bloco de massa  $m = 3,20 \text{ kg}$  desliza para baixo, a partir do repouso, percorre uma distância  $d$  em um plano inclinado, de ângulo  $\theta = 30,0^\circ$ , e se choca com uma mola de constante elástica  $431 \text{ N/m}$ . Quando o bloco para momentaneamente, a mola fica comprimida  $21,0 \text{ cm}$ . (a) Qual é a

distância  $d$  e (b) qual é a distância entre o ponto do primeiro contato do bloco com a mola e o ponto onde a velocidade do bloco é máxima?

•••36 Duas meninas estão disputando um jogo no qual tentam acertar uma pequena caixa, no chão, com uma bola de gude lançada por um canhão de mola montado em uma mesa. A caixa está a uma distância horizontal  $D = 2,20$  m da borda da mesa; veja a Fig. 8-48. Lia comprime a mola  $1,10$  cm, mas o centro da bola de gude cai  $27,0$  cm antes do centro da caixa. De quanto Rosa deve comprimir a mola para acertar a caixa? Suponha que o atrito da mola e da bola com o canhão é desprezível.

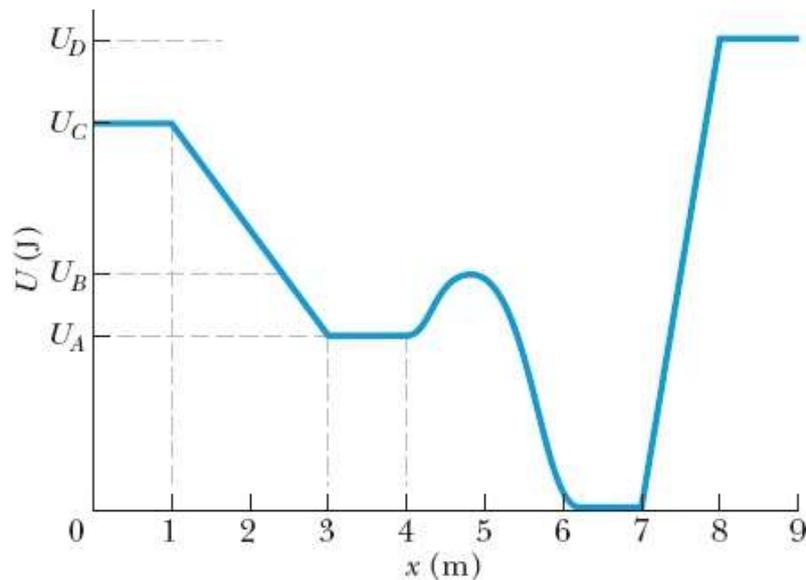


**Figura 8-48** Problema 36.

•••37 Uma corda uniforme com  $25$  cm de comprimento e  $15$  g de massa está presa horizontalmente em um teto. Mais tarde, é pendurada verticalmente, com apenas uma das extremidades presa no teto. Qual é a variação da energia potencial da corda devido a essa mudança de posição? (*Sugestão:* Considere um trecho infinitesimal da corda e use uma integral.)

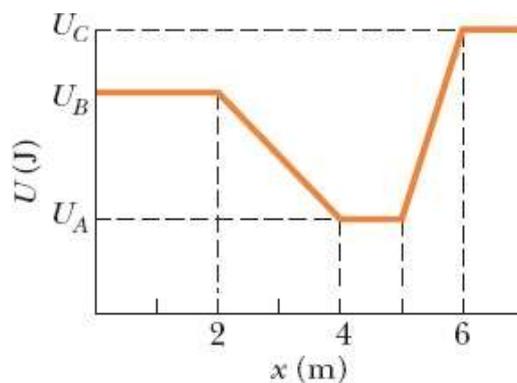
### Módulo 8-3 Interpretação de uma Curva de Energia Potencial

••38 A Figura 8-49 mostra um gráfico da energia potencial  $U$  em função da posição  $x$  para uma partícula de  $0,200$  kg que pode se deslocar apenas ao longo de um eixo  $x$  sob a influência de uma força conservativa. Três dos valores mostrados no gráfico são  $U_A = 9,00$  J,  $U_C = 20,00$  J e  $U_D = 24,00$  J. A partícula é liberada no ponto em que  $U$  forma uma “barreira de potencial” de “altura”  $U_B = 12,00$  J, com uma energia cinética de  $4,00$  J. Qual é a velocidade da partícula (a) em  $x = 3,5$  m e (b) em  $x = 6,5$  m? Qual é a posição do ponto de retorno (c) do lado direito e (d) do lado esquerdo?



**Figura 8-49** Problema 38.

••39 A Fig. 8-50 mostra um gráfico da energia potencial  $U$  em função da posição  $x$  para uma partícula de  $0,90 \text{ kg}$  que pode se deslocar apenas ao longo de um eixo  $x$ . (Forças dissipativas não estão envolvidas.) Os três valores mostrados no gráfico são  $U_A = 15,0 \text{ J}$ ,  $U_B = 35,0 \text{ J}$  e  $U_C = 45,0 \text{ J}$ . A partícula é liberada em  $x = 4,5 \text{ m}$  com uma velocidade inicial de  $7,0 \text{ m/s}$ , no sentido negativo do eixo  $x$ . (a) Se a partícula puder chegar ao ponto  $x = 1,0 \text{ m}$ , qual será sua velocidade nesse ponto? Se não puder, qual será o ponto de retorno? (b) Qual é o módulo e (c) qual a orientação da força experimentada pela partícula quando ela começa a se mover para a esquerda a partir do ponto  $x = 4,0 \text{ m}$ ? Suponha que a partícula seja liberada no mesmo ponto e com a mesma velocidade, mas o sentido da velocidade seja o sentido positivo de  $x$ . (d) Se a partícula puder chegar ao ponto  $x = 7,0 \text{ m}$ , qual será sua velocidade nesse ponto? Se não puder, qual será o ponto de retorno? (e) Qual é o módulo e (f) qual a orientação da força experimentada pela partícula quando ela começa a se mover para a direita a partir do ponto  $x = 5,0 \text{ m}$ ?



**Figura 8-50** Problema 39.

••40 A energia potencial de uma molécula diatômica (um sistema de dois átomos, como  $\text{H}_2$  ou  $\text{O}_2$ ) é dada por

$$U = \frac{A}{r^{12}} - \frac{B}{r^6},$$

em que  $r$  é a distância entre os átomos da molécula e  $A$  e  $B$  são constantes positivas. Essa energia potencial está associada à força de ligação entre os dois átomos. (a) Determine a *distância de equilíbrio*, ou seja, a distância entre os átomos para a qual a força a que os átomos estão submetidos é nula. A força é repulsiva ou atrativa se a distância é (b) menor e (c) maior que a distância de equilíbrio?

••41 Uma única força conservativa  $F(x)$  age sobre uma partícula de 1,0 kg que se move ao longo de um eixo  $x$ . A energia potencial  $U(x)$  associada a  $F(x)$  é dada por

$$U(x) = -4xe^{-x^4}\text{J},$$

em que  $x$  está em metros. Em  $x = 5,0$  m, a partícula possui uma energia cinética de 2,0 J. (a) Qual é a energia mecânica do sistema? (b) Faça um gráfico de  $U(x)$  em função de  $x$  para  $0 \leq x \leq 10$  m e plote, no mesmo gráfico, a reta que representa a energia mecânica do sistema. Use o gráfico do item (b) para determinar (c) o menor valor de  $x$  que a partícula pode atingir e (d) o maior valor de  $x$  que a partícula pode atingir. Use o gráfico do item (b) para determinar (e) a energia cinética máxima da partícula e (f) o valor de  $x$  para o qual a energia cinética atinge esse valor. (g) Escreva uma expressão para  $F(x)$ , em newtons, em função de  $x$ , em metros. (h)  $F(x) = 0$  para que valor (finito) de  $x$ ?

#### Módulo 8-4 Trabalho Realizado por uma Força Externa sobre um Sistema

•42 Um operário empurra um caixote de 27 kg, com velocidade constante, por 9,2 m, em um piso plano, com uma força orientada  $32^\circ$  abaixo da horizontal. Se o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o piso é 0,20, (a) qual é o trabalho realizado pelo operário e (b) qual é o aumento da energia térmica do sistema bloco-piso?

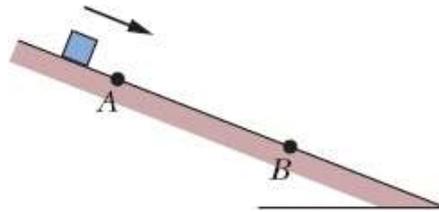
•43 Um collie arrasta a caixa de dormir em um piso, aplicando uma força horizontal de 8,0 N. O módulo da força de atrito cinético que age sobre a caixa é 5,0 N. Quando a caixa é arrastada por uma distância de 0,7 m, qual é (a) o trabalho realizado pela força do cão e (b) qual o aumento de energia térmica da caixa e do piso?

••44 Uma força horizontal de módulo 35,0 N empurra um bloco, de massa 4,00 kg, em um piso no qual o coeficiente de atrito cinético é 0,600. (a) Qual é o trabalho realizado pela força sobre o sistema bloco-piso se o bloco sofre um deslocamento de 3,00 m? (b) Durante o deslocamento, a energia térmica do bloco aumenta de 40,0 J. Qual é o aumento da energia térmica do piso? (c) Qual é o aumento da energia cinética do bloco?

••45 Uma corda é usada para puxar um bloco de 3,57 kg com velocidade constante, por 4,06 m, em um piso horizontal. A força que a corda exerce sobre o bloco é 7,68 N,  $15,0^\circ$  acima da horizontal. Qual é (a) o trabalho realizado pela força da corda, (b) qual o aumento na energia térmica do sistema bloco-piso e (c) qual o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o piso?

#### Módulo 8-5 Conservação da Energia

- 46 Um jogador de beisebol arremessa uma bola com uma velocidade escalar inicial de 81,8 mi/h. Imediatamente antes de um outro jogador segurar a bola na mesma altura, a velocidade da bola é 110 pés/s. Qual foi a redução da energia mecânica do sistema bola-Terra, em pés-libras, produzida pela força de arrasto do ar? (A massa de uma bola de beisebol é de 9,0 onças.)
- 47 Um disco de plástico de 75 g é arremessado de um ponto 1,1 m acima do solo, com uma velocidade escalar de 12 m/s. Quando o disco atinge uma altura de 2,1 m, sua velocidade é 10,5 m/s. Qual é a redução da  $E_{\text{mec}}$  do sistema disco-Terra produzida pela força de arrasto do ar?
- 48 Na Fig. 8-51, um bloco desliza para baixo em um plano inclinado. Enquanto se move do ponto A para o ponto B, que estão separados por uma distância de 5,0 m, uma força  $\vec{F}$  com módulo de 2,0 N e dirigida para baixo ao longo do plano inclinado, age sobre o bloco. O módulo da força de atrito que age sobre o bloco é 10 N. Se a energia cinética do bloco aumenta de 35 J entre A e B, qual é o trabalho realizado pela força gravitacional sobre o bloco enquanto ele se move de A até B?

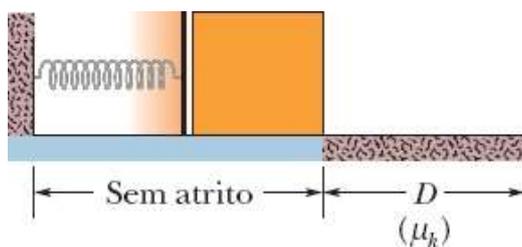


**Figura 8-51** Problemas 48 e 71.

- 49 Um urso de 25 kg escorrega, a partir do repouso, 12 m para baixo em um tronco de pinheiro, movendo-se com uma velocidade de 5,6 m/s imediatamente antes de chegar ao chão. (a) Qual é a variação da energia potencial gravitacional do sistema urso-Terra durante o deslizamento? (b) Qual é a energia cinética do urso imediatamente antes de chegar ao chão? (c) Qual é a força de atrito média que age sobre o urso enquanto ele está escorregando?
- 50  Um esquiador de 60 kg deixa uma rampa de salto com uma velocidade de 24 m/s, fazendo um ângulo de 25° para cima com a horizontal. Devido à força de arrasto do ar, o esquiador toca a neve com uma velocidade de 22 m/s, em um ponto 14 m abaixo da extremidade da rampa. De quanto a energia mecânica do sistema esquiador-Terra foi reduzida pela força de arrasto do ar durante o salto?
- 51 Durante uma avalanche, uma pedra de 520 kg desliza a partir do repouso, descendo a encosta de uma montanha que tem 500 m de comprimento e 300 m de altura. O coeficiente de atrito cinético entre a pedra e a encosta é 0,25. (a) Se a energia potencial gravitacional  $U$  do sistema rocha-Terra é nula na base da montanha, qual é o valor de  $U$  imediatamente antes de começar a avalanche? (b) Qual é energia transformada em energia térmica durante a avalanche? (c) Qual é a energia cinética da pedra ao chegar à base da montanha? (d) Qual é a velocidade da pedra nesse instante?
- 52 Um biscoito de mentira, deslizando em uma superfície horizontal, está preso a uma das extremidades de uma mola horizontal de constante elástica  $k = 400$  N/m; a outra extremidade da mola está fixa. O biscoito possui uma energia cinética de 20,0 J ao passar pela posição de equilíbrio da mola. Enquanto o

biscoito desliza, uma força de atrito de módulo 10,0 N age sobre ele. (a) Que distância o biscoito desliza a partir da posição de equilíbrio antes de parar momentaneamente? (b) Qual é a energia cinética do biscoito quando ele passa de volta pela posição de equilíbrio?

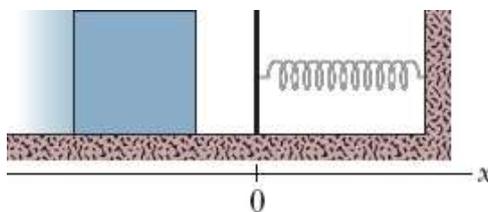
••53 Na Fig. 8-52, um bloco de 3,5 kg é acelerado a partir do repouso por uma mola comprimida, de constante elástica 640 N/m. O bloco deixa a mola quando esta atinge seu comprimento relaxado e se desloca em um piso horizontal com um coeficiente de atrito cinético  $\mu_k = 0,25$ . A força de atrito faz com que o bloco pare depois de percorrer uma distância  $D = 7,8$  m. Determine (a) o aumento da energia térmica do sistema bloco-piso, (b) a energia cinética máxima do bloco e (c) o comprimento da mola quando estava comprimida.



**Figura 8-52** Problema 53.

••54 Uma criança que pesa 267 N desce em um escorrega de 6,1 m que faz um ângulo de  $20^\circ$  com a horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o escorrega e a criança é 0,10. (a) Qual é a energia transformada em energia térmica? (b) Se a criança começa a descida no alto do escorrega com uma velocidade de 0,457 m/s, qual é sua velocidade ao chegar ao chão?

••55 Na Fig. 8-53, um bloco de massa  $m = 2,5$  kg desliza de encontro a uma mola de constante elástica  $k = 320$  N/m. O bloco para após comprimir a mola 7,5 cm. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o piso é 0,25. Para o intervalo em que o bloco está em contato com a mola e sendo levado ao repouso, determine (a) o trabalho total realizado pela mola e (b) o aumento da energia térmica do sistema bloco-piso. (c) Qual é a velocidade do bloco imediatamente antes de se chocar com a mola?

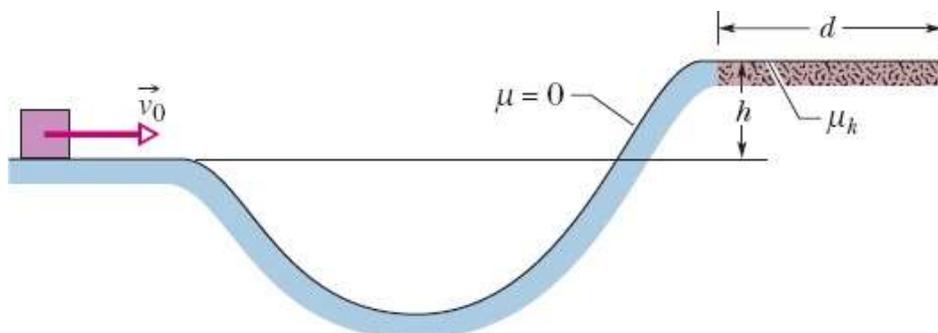


**Figura 8-53** Problema 55.

••56 Você empurra um bloco de 2,0 kg contra uma mola horizontal, comprimindo-a 15 cm. Em seguida, você solta o bloco, e a mola o faz deslizar em uma mesa. O bloco para depois de percorrer 75 cm a partir do ponto em que foi solto. A constante elástica da mola é 200 N/m. Qual é o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa?

••57 Na Fig. 8-54, um bloco desliza ao longo de uma pista, de um nível para outro mais elevado,

passando por um vale intermediário. A pista não possui atrito até o bloco atingir o nível mais alto, onde uma força de atrito faz com que o bloco fique em repouso depois de percorrer uma distância  $d$ . A velocidade inicial  $v_0$  do bloco é 6,0 m/s, a diferença de altura  $h$  é 1,1 m e  $\mu_k$  é 0,60. Determine o valor de  $d$ .



**Figura 8-54** Problema 57.

••58 Um pote de biscoitos está subindo um plano inclinado de  $40^\circ$ . Em um ponto a 55 cm de distância da base do plano inclinado (ao longo do plano), o pote possui uma velocidade de 1,4 m/s. O coeficiente de atrito cinético entre o pote e o plano inclinado é 0,15. (a) Qual é a distância adicional percorrida pelo pote até parar momentaneamente antes de começar a descer? (b) Qual é a velocidade do bloco ao chegar novamente à base do plano inclinado? (c) As respostas dos itens (a) e (b) aumentam, diminuem ou permanecem as mesmas quando o coeficiente de atrito cinético é reduzido (sem alterar a velocidade e a posição do pote)?

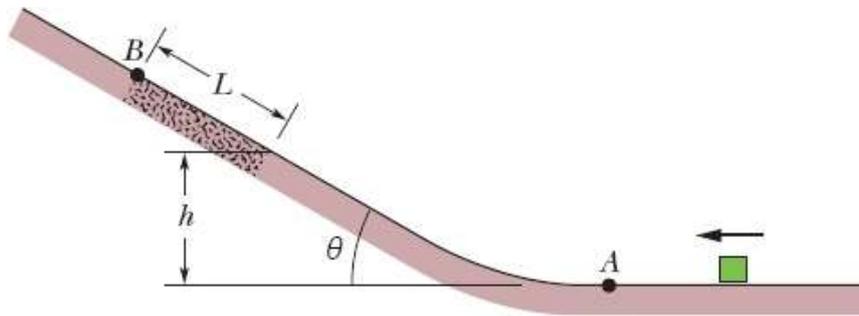
••59 Uma pedra que pesa 5,29 N é lançada verticalmente, a partir do nível do solo, com uma velocidade inicial de 20,0 m/s e o arrasto do ar sobre ela é de 0,265 N durante todo o percurso. Determine (a) a altura máxima alcançada pela pedra e (b) a velocidade da pedra imediatamente antes de se chocar com o solo.

••60 Um pacote de 4,0 kg começa a subir um plano inclinado de  $30^\circ$  com uma energia cinética de 128 J. Que distância o pacote percorre antes de parar se o coeficiente de atrito cinético entre o pacote e o plano é 0,30?

••61  Quando um besouro salta-martim está deitado de costas, ele pode pular encurvando bruscamente o corpo, o que converte em energia mecânica a energia armazenada em um músculo, produzindo um estalo audível. O videoteipe de um desses pulos mostra que um besouro de massa  $m = 4,0 \times 10^{-6}$  kg se desloca 0,77 mm na vertical durante um salto e consegue atingir uma altura máxima  $h = 0,30$  m. Qual é o valor médio, durante o salto, (a) do módulo da força externa exercida pelo piso sobre as costas do besouro e (b) do módulo da aceleração do besouro em unidades de  $g$ ?

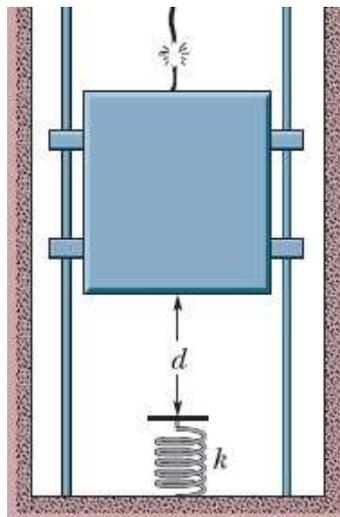
•••62 Na Fig. 8-55, um bloco desliza em uma pista sem atrito até chegar a um trecho de comprimento  $L = 0,75$  m, que começa a uma altura  $h = 2,0$  m em uma rampa de ângulo  $\theta = 30^\circ$ . Nesse trecho, o coeficiente de atrito cinético é 0,40. O bloco passa pelo ponto A com uma velocidade de 8,0 m/s. Se o bloco pode

chegar ao ponto  $B$  (onde o atrito acaba), qual é sua velocidade neste ponto? Se não pode, qual é a maior altura que ele atinge acima de  $A$ ?



**Figura 8-55** Problema 62.

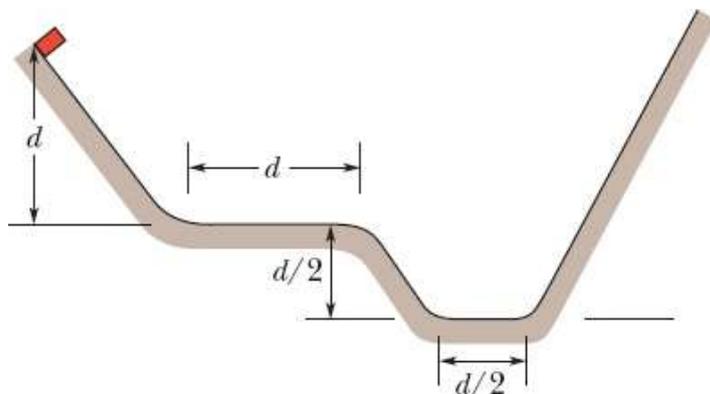
...63 O cabo do elevador de 1800 kg da Fig. 8-56 se rompe quando o elevador está parado no primeiro andar, com o piso a uma distância  $d = 3,7$  m acima de uma mola de constante elástica  $k = 0,15$  MN/m. Um dispositivo de segurança prende o elevador aos trilhos laterais, de modo que uma força de atrito constante, de 4,4 kN, passa a se opor ao movimento. (a) Determine a velocidade do elevador no momento em que ele se choca com a mola. (b) Determine a máxima redução  $x$  do comprimento da mola (a força de atrito continua a agir enquanto a mola está sendo comprimida). (c) Determine a distância que o elevador sobe de volta no poço. (d) Usando a lei de conservação da energia, determine a distância total aproximada que o elevador percorre até parar. (Suponha que a força de atrito sobre o elevador é desprezível quando o elevador está parado.)



**Figura 8-56** Problema 63.

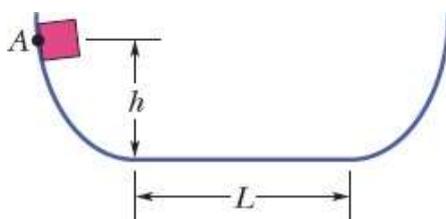
...64 Na Fig. 8-57, um bloco é liberado, a partir do repouso, a uma altura  $d = 40$  cm, desce uma rampa sem atrito e chega a um primeiro trecho plano, de comprimento  $d$ , em que o coeficiente de atrito cinético é 0,50. Se o bloco ainda está se movendo, desce uma segunda rampa sem atrito, de altura  $d/2$ , e chega a um segundo trecho plano, em que o coeficiente de atrito cinético também é 0,50. Se o bloco ainda está se movendo, ele sobe uma rampa sem atrito até parar (momentaneamente). Onde o bloco para? Se a parada

final é em um trecho plano, diga em qual deles e calcule a distância  $L$  que o bloco percorre a partir da extremidade esquerda desse platô. Se o bloco alcança a rampa, calcule a altura  $H$  acima do trecho plano mais baixo onde o bloco para momentaneamente.



**Figura 8-57** Problema 64.

...65 Uma partícula pode deslizar em uma pista com extremidades elevadas e uma parte central plana, como mostra a Fig. 8-58. A parte plana tem comprimento  $L = 40$  cm. Os trechos curvos da pista não possuem atrito, mas na parte plana o coeficiente de atrito cinético é  $\mu_k = 0,20$ . A partícula é liberada a partir do repouso no ponto A, que está a uma altura  $L/2$ . A que distância da extremidade esquerda da parte plana a partícula finalmente para?

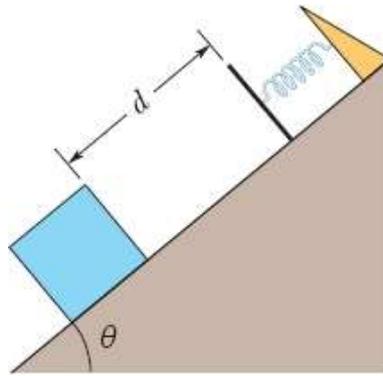


**Figura 8-58** Problema 65.

#### Problemas Adicionais

66 Uma preguiça, de 3,2 kg, está pendurada em uma árvore, 3,0 m acima do solo. (a) Qual é a energia potencial gravitacional do sistema preguiça-Terra, se tomamos o ponto de referência  $y = 0$  como o nível do solo? Se a preguiça cai da árvore e o arrasto do ar é desprezível, determine (b) a energia cinética e (c) a velocidade da preguiça no momento em que o animal chega ao solo.

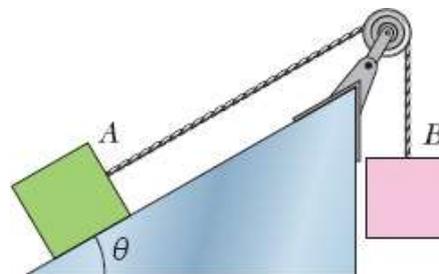
67 Uma mola ( $k = 200$  N/m) está presa no alto de um plano inclinado, sem atrito, de ângulo  $\theta = 40^\circ$  (Fig. 8-59). Um bloco de 1,0 kg é lançado para cima ao longo do plano, de uma posição inicial que está a uma distância  $d = 0,60$  m da extremidade da mola relaxada, com uma energia cinética inicial de 16 J. (a) Qual é a energia cinética do bloco no instante em que ele comprime a mola 0,20 m? (b) Com que energia cinética o bloco deve ser lançado ao longo do plano para ficar momentaneamente parado depois de comprimir a mola 0,40 m?



**Figura 8-59** Problema 67.

**68** Um projétil de 0,55 kg é lançado da borda de um penhasco com uma energia cinética inicial de 1550 J. A maior distância vertical que o projétil atinge acima do ponto de lançamento é 140 m. Qual é a componente (a) horizontal e (b) vertical da velocidade de lançamento? (c) No instante em que a componente vertical da velocidade é 65 m/s, qual é o deslocamento vertical em relação ao ponto de lançamento?

**69** Na Fig. 8-60, a polia tem massa desprezível, e tanto ela como o plano inclinado não possuem atrito. O bloco A tem massa de 1,0 kg, o bloco B tem massa de 2,0 kg e o ângulo  $\theta$  é de  $30^\circ$ . Se os blocos são liberados a partir do repouso com a corda esticada, qual é a energia cinética total após o bloco B ter descido 25 cm?



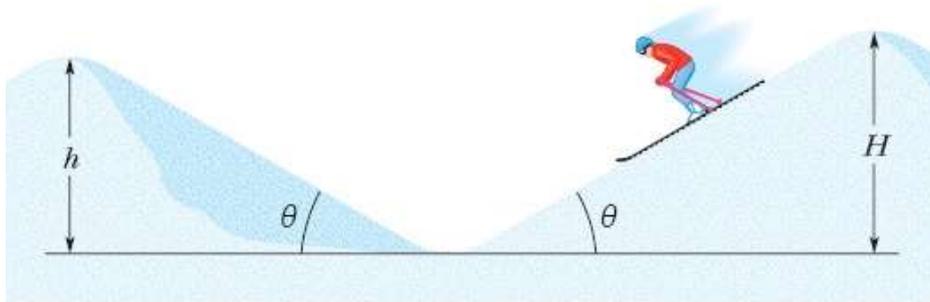
**Figura 8-60** Problema 69.

**70** Na Fig. 8-38, a corda tem um comprimento  $L = 120$  cm e possui uma bola presa em uma das extremidades, enquanto a outra está fixa. Existe um pino no ponto P. Liberada a partir do repouso, a bola desce até a corda tocar o pino; em seguida, a bola sobe e começa a girar em torno do pino. Qual é o menor valor da distância  $d$  para que a bola dê uma volta completa em torno do pino? (*Sugestão: A bola deve ainda estar se movendo no ponto mais alto da volta. Você sabe por quê?*)

**71** Na Fig. 8-51, um bloco é lançado para baixo, em uma rampa sem atrito, com uma velocidade inicial diferente de zero. A velocidade do bloco nos pontos A e B é 2,00 m/s e 2,60 m/s, respectivamente. Em seguida, é novamente lançado para baixo, mas dessa vez a velocidade no ponto A é 4,00 m/s. Qual é então a velocidade do bloco no ponto B?

**72** Dois picos nevados estão  $H = 850$  m e  $h = 750$  m acima do vale que os separa. Uma pista de esqui,

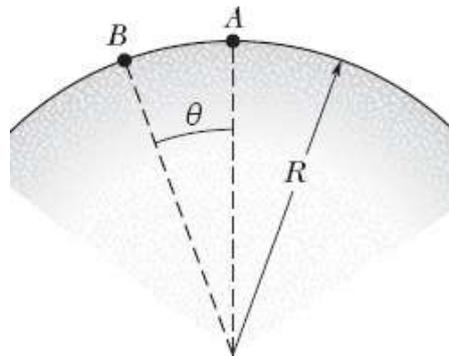
com um comprimento total de 3,2 km e uma inclinação média  $\theta = 30^\circ$ , liga os dois picos (Fig. 8-61). (a) Um esquiador parte do repouso no cume do monte mais alto. Com que velocidade chega ao cume do monte mais baixo se não usar os bastões para dar impulso? Ignore o atrito. (b) Qual é o valor aproximado do coeficiente de atrito cinético entre a neve e os esquis para que o esquiador pare exatamente no cume do monte mais baixo?



**Figura 8-61** Problema 72.

**73** A temperatura de um cubo de plástico é medida enquanto o cubo é empurrado 3,0 m em um piso, com velocidade constante, por uma força horizontal de 15 N. As medidas revelam que a energia térmica do cubo aumentou 20 J. Qual foi o aumento da energia térmica do piso ao longo do qual o cubo deslizou?

**74** Uma esquiadora que pesa 600 N passa pelo alto de um morro circular, sem atrito, de raio  $R = 20$  m (Fig. 8-62). Suponha que os efeitos da resistência do ar são desprezíveis. Na subida, a esquiadora passa pelo ponto  $B$ , em que o ângulo é  $\theta = 20^\circ$ , com uma velocidade de 8,0 m/s. (a) Qual é a velocidade da esquiadora no alto do morro (ponto  $A$ ) se ela esquia sem usar os bastões? (b) Qual a menor velocidade que a esquiadora deve ter em  $B$  para conseguir chegar ao alto do monte? (c) As respostas dos itens anteriores serão maiores, menores ou iguais, se o peso da esquiadora for 700 N em vez de 600 N?



**Figura 8-62** Problema 74.

**75** Para formar um pêndulo, uma bola de 0,092 kg é presa em uma das extremidades de uma haste de 0,62 m de comprimento e massa desprezível; a outra extremidade da haste é montada em um eixo. A haste é levantada até a bola ficar verticalmente acima do eixo, e então liberada a partir do repouso. Quando a bola atinge o ponto mais baixo, (a) qual é a velocidade da bola e (b) qual a tração da haste? Em seguida, a haste é colocada na horizontal e liberada a partir do repouso. (c) Para que ângulo em relação à vertical

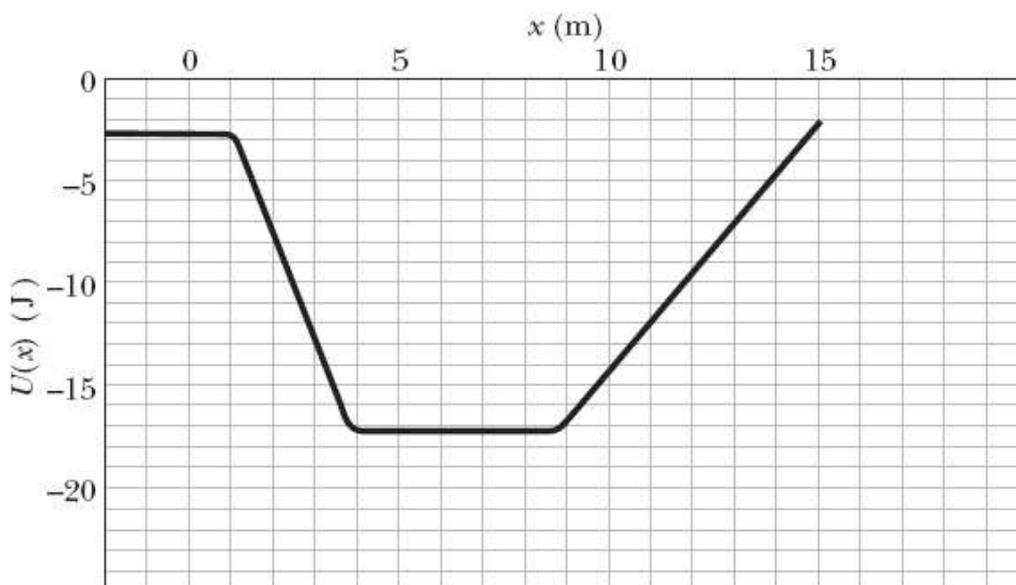
a tração da haste é igual ao peso da bola? (d) Se a massa da bola aumenta, a resposta do item (c) aumenta, diminui ou permanece a mesma?

**76** Uma partícula se desloca ao longo de um eixo  $x$ , primeiro para fora, do ponto  $x = 1,0$  m até o ponto  $x = 4,0$  m, e depois para dentro, de volta ao ponto  $x = 1,0$  m, enquanto uma força externa age sobre a partícula. A força é paralela ao eixo  $x$  e pode ter valores diferentes no caso de deslocamentos para fora e para dentro. A tabela a seguir mostra os valores (em newtons) em quatro situações, com  $x$  em metros:

	Para fora	Para dentro
(a)	+3,0	-3,0
(b)	+5,0	+5,0
(c)	+2,0x	-2,0x
(d)	+3,0x <sup>2</sup>	+3,0x <sup>2</sup>

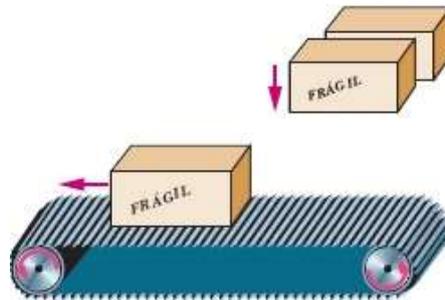
Determine o trabalho total realizado sobre a partícula pela força externa *durante a viagem de ida e volta* nas quatro situações. (e) Em que situações a força externa é conservativa?

**77** Uma força conservativa  $F(x)$  age sobre uma partícula de 2,0 kg que se move ao longo de um eixo  $x$ . A energia potencial  $U(x)$  associada a  $F(x)$  está plotada na Fig. 8-63. Quando a partícula está em  $x = 2,0$  m, a velocidade é  $-1,5$  m/s. Qual é (a) o módulo e (b) qual o sentido de  $F(x)$  nessa posição? Entre que posições (c) à esquerda e (d) à direita a partícula se move? (e) Qual é a velocidade da partícula em  $x = 7,0$  m?



**Figura 8-63** Problema 77.

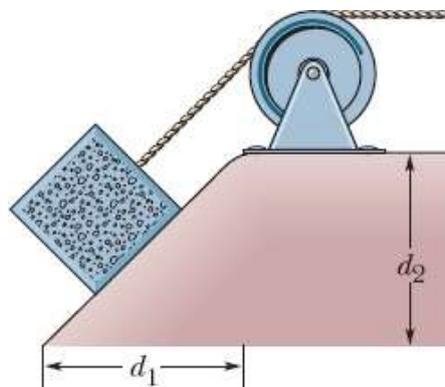
**78** Em uma fábrica, caixotes de 300 kg são deixados cair verticalmente de uma máquina de empacotamento em uma esteira transportadora que se move a 1,20 m/s (Fig. 8-64). (A velocidade da esteira é mantida constante por um motor.) O coeficiente de atrito cinético entre a esteira e cada caixote é 0,400. Após um pequeno intervalo de tempo, deixa de haver deslizamento entre a esteira e o caixote, que passa a se mover com a mesma velocidade que a esteira. Para o intervalo de tempo no qual o caixote está deslizando sobre a esteira, calcule, tomando como referência um sistema de coordenadas em repouso em relação à fábrica, (a) a energia cinética total fornecida ao caixote, (b) o módulo da força de atrito cinético que age sobre o caixote e (c) a energia total fornecida pelo motor. (d) Explique por que as respostas dos itens (a) e (c) são diferentes.



**Figura 8-64** Problema 78.

**79** Um carro de 1500 kg começa a descer, a 30 km/h, uma ladeira com inclinação de  $5,0^\circ$ . O motor do carro está desligado e as únicas forças presentes são a força de atrito exercida pela estrada e a força gravitacional. Após o veículo ter se deslocado 50 m, a velocidade é 40 km/h. (a) De quanto a energia mecânica do carro foi reduzida pela força de atrito? (b) Qual é o módulo da força de atrito?

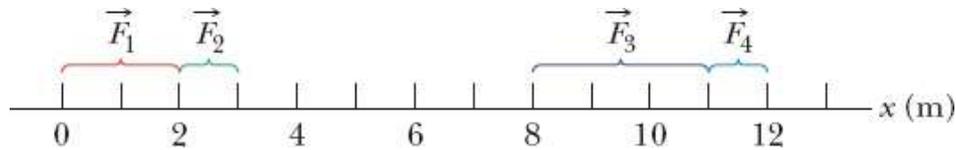
**80** Na Fig. 8-65, um bloco de granito de 1400 kg é puxado para cima por um cabo, em um plano inclinado, com velocidade constante de 1,34 m/s. As distâncias indicadas são  $d_1 = 40$  m e  $d_2 = 30$  m. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano inclinado é 0,40. Qual é a potência desenvolvida pela força aplicada pelo cabo?



**Figura 8-65** Problema 80.

**81** Uma partícula pode se mover apenas ao longo de um eixo  $x$ , sob a ação de forças conservativas (Fig. 8-66 e tabela). A partícula é liberada em  $x = 5,00$  m com uma energia cinética  $K = 14,0$  J e uma energia

potencial  $U = 0$ . Se a partícula se move no sentido negativo do eixo  $x$ , qual é o valor (a) de  $K$  e (b) de  $U$  em  $x = 2,00$  m e qual o valor (c) de  $K$  e (d) de  $U$  em  $x = 0$ ? Se a partícula se move no sentido positivo do eixo  $x$ , qual é o valor (e) de  $K$  e (f) de  $U$  em  $x = 11,0$  m, qual o valor (g) de  $K$  e (h) de  $U$  em  $x = 12,0$  m e qual o valor (i) de  $K$  e (j) de  $U$  em  $x = 13,0$  m? (k) Plote  $U(x)$  em função de  $x$  para o intervalo de  $x = 0$  a  $x = 13,0$  m.



**Figura 8-66** Problemas 81 e 82.

A partícula é liberada a partir do repouso em  $x = 0$ . Qual é (l) a energia cinética em  $x = 5,0$  m e (m) qual o valor máximo de  $x$ ,  $x_{\text{máx}}$ , atingido pela partícula? (n) O que acontece com a partícula após atingir  $x_{\text{máx}}$ ?

Intervalo	Força
0 a 2,00 m	$\vec{F}_1 = +(3,00 \text{ N})\hat{i}$
2,00 m a 3,00 m	$\vec{F}_2 = +(5,00 \text{ N})\hat{i}$
3,00 m a 8,00 m	$F = 0$
8,00 a 11,0 m	$\vec{F}_3 = +(4,00 \text{ N})\hat{i}$
11,0 a 12,0 m	$\vec{F}_4 = +(1,00 \text{ N})\hat{i}$
12,0 a 15,0 m	$F = 0$

**82** Com o arranjo de forças do Problema 81, uma partícula de 2,00 kg é liberada em  $x = 5,00$  m, com uma velocidade de 3,45 m/s, no sentido negativo do eixo  $x$ . (a) Se a partícula pode chegar ao ponto  $x = 0$  m, qual é a velocidade da partícula nesse ponto? Se não pode, qual é o ponto de retorno? Suponha que a partícula se move no sentido positivo de  $x$  quando é liberada em  $x = 5,00$  m com velocidade de 3,45 m/s. (b) Se a partícula pode chegar ao ponto  $x = 13,0$  m, qual é a velocidade da partícula nesse ponto? Se não pode, qual é o ponto de retorno?

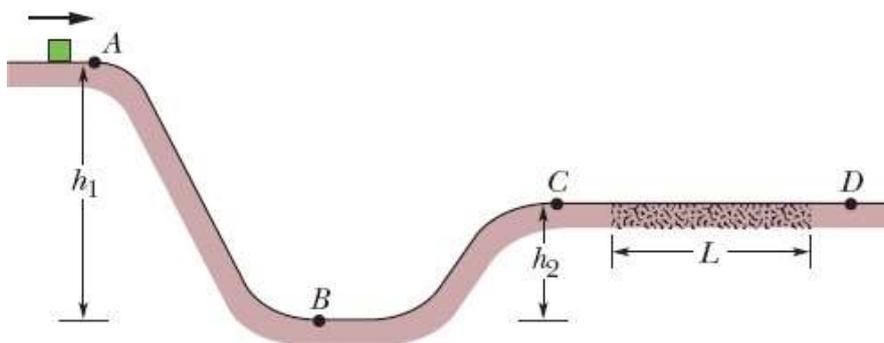
**83** Um bloco de 15 kg sofre uma aceleração de  $2,0 \text{ m/s}^2$  em uma superfície horizontal sem atrito que faz sua velocidade aumentar de 10 m/s para 30 m/s. Qual é (a) a variação da energia mecânica do bloco e (b) qual a taxa média com que a energia é transferida para o bloco? Qual é a taxa instantânea de transferência de energia quando a velocidade do bloco é (c) 10 m/s e (d) 30 m/s?

**84** Suponha que uma mola *não obedece* à lei de Hooke. A força (em newtons) que a mola exerce quando está alongada de um comprimento  $x$  (em metros) tem módulo de  $52,8x + 38,4x^2$  e o sentido oposto ao da

força responsável pelo alongamento. (a) Calcule o trabalho necessário para alongar a mola de  $x = 0,500$  m para  $x = 1,00$  m. (b) Com uma extremidade da mola fixa, uma partícula de massa  $2,17$  kg é presa à outra extremidade quando a mola está alongada de  $x = 1,00$  m. Se a partícula é liberada a partir do repouso, qual é a velocidade da partícula no instante em que o alongamento da mola é  $x = 0,500$  m? (c) A força exercida pela mola é conservativa ou não conservativa? Justifique sua resposta.

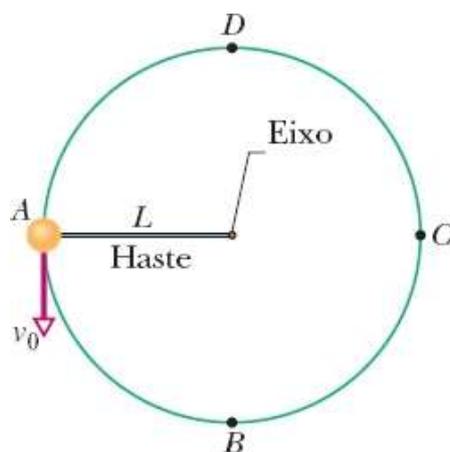
**85** A cada segundo,  $1200 \text{ m}^3$  de água passam por uma queda d'água de  $100$  m de altura. Três quartos da energia cinética que foi ganha pela água ao cair são transformados em energia elétrica por um gerador hidrelétrico. A que taxa o gerador produz energia elétrica? (A massa de  $1 \text{ m}^3$  de água é  $1000$  kg.)

**86** Na Fig. 8-67, um pequeno bloco parte do ponto  $A$  com velocidade de  $7,0$  m/s. O percurso é sem atrito até o trecho de comprimento  $L = 12$  m, em que o coeficiente de atrito cinético é  $0,70$ . As alturas indicadas são  $h_1 = 6,0$  m e  $h_2 = 2,0$  m. Qual é a velocidade do bloco (a) no ponto  $B$  e (b) no ponto  $C$ ? (c) O bloco atinge o ponto  $D$ ? Caso a resposta seja afirmativa, determine a velocidade do bloco nesse ponto; caso a resposta seja negativa, calcule a distância que o bloco percorre na parte com atrito.



**Figura 8-67** Problema 86.

**87** Uma haste rígida de massa desprezível e comprimento  $L$  possui uma bola de massa  $m$  presa a uma das extremidades (Fig. 8-68). A outra extremidade está presa a um eixo de tal forma que a bola pode se mover em uma circunferência vertical. Primeiro, suponha que não existe atrito no eixo. A bola é lançada para baixo a partir da posição horizontal  $A$ , com velocidade  $v_0$ , e para exatamente no ponto  $D$ . (a) Escreva uma expressão para  $v_0$  em função de  $L$ ,  $m$  e  $g$ . (b) Qual é a tração da haste quando a bola passa pelo ponto  $B$ ? (c) Coloca-se um pouco de areia no eixo para aumentar o atrito. Depois disso, a bola chega apenas ao ponto  $C$  quando é lançada a partir de  $A$  com a mesma velocidade de antes. Qual é o decréscimo de energia mecânica durante o movimento? (d) Qual é o decréscimo de energia mecânica quando a bola finalmente entra em repouso no ponto  $B$  após várias oscilações?



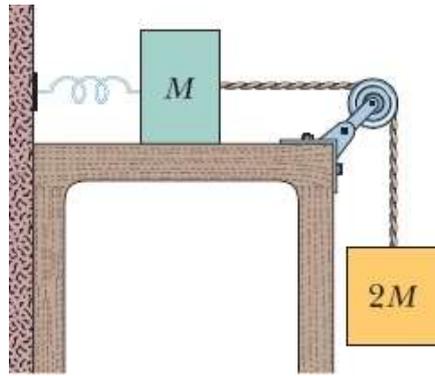
**Figura 8-68** Problema 87.

**88** Uma bola de aniversário, cheia d'água, com uma massa de 1,50 kg, é lançada verticalmente para cima com uma velocidade inicial de 3,00 m/s. (a) Qual é a energia cinética da bola no momento em que é lançada? (b) Qual é o trabalho realizado pela força gravitacional sobre a bola durante a subida? (c) Qual é a variação da energia potencial gravitacional do sistema bola-Terra durante a subida? (d) Se a energia potencial gravitacional é tomada como nula no ponto de lançamento, qual é seu valor quando a bola chega à altura máxima? (e) Se a energia potencial gravitacional é considerada nula na altura máxima, qual é seu valor no ponto do lançamento? (f) Qual é a altura máxima?

**89** Uma lata de refrigerante de 2,50 kg é lançada verticalmente para baixo de uma altura de 4,00 m, com uma velocidade inicial de 3,00 m/s. O efeito do ar sobre a lata é desprezível. (a) Qual é a energia cinética da lata quando ela chega ao solo no final da queda e (b) quando se encontra a meio caminho do solo? (c) Qual é a energia cinética da lata e (d) qual é a energia potencial gravitacional do sistema lata-Terra 0,200 s antes de a lata chegar ao solo? Tome o ponto de referência  $y = 0$  como o solo.

**90** Uma força horizontal constante faz um baú de 50 kg subir 6,0 m em um plano inclinado de  $30^\circ$  com velocidade constante. O coeficiente de atrito cinético entre o baú e o plano inclinado é 0,20. (a) Qual é o trabalho realizado pela força e (b) qual é o aumento da energia térmica do baú e do plano inclinado?

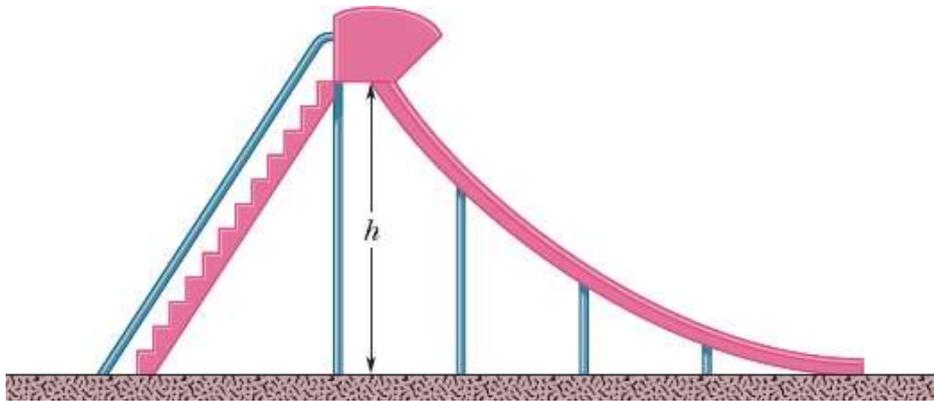
**91** Dois blocos, de massas  $M = 2,0$  kg e  $2M$ , estão presos a uma mola de constante elástica  $k = 200$  N/m que tem uma das extremidades fixa, como mostra a Fig. 8-69. A superfície horizontal e a polia não possuem atrito e a polia tem massa desprezível. Os blocos são liberados, a partir do repouso, com a mola na posição relaxada. (a) Qual é a energia cinética total dos dois blocos após o bloco que está pendurado ter descido 0,090 m? (b) Qual é a energia cinética do bloco que está pendurado depois de descer 0,090 m? (c) Qual é a distância que o bloco pendurado percorre antes de parar momentaneamente pela primeira vez?



**Figura 8-69** Problema 91.

**92** Uma nuvem de cinzas vulcânicas está se movendo horizontalmente em solo plano quando encontra uma encosta com uma inclinação de  $10^\circ$ . A nuvem sobe 920 m antes de parar. Suponha que os gases aprisionados fazem as cinzas flutuarem, tornando assim desprezível a força de atrito exercida pelo solo; suponha também que a energia mecânica da nuvem é conservada. Qual era a velocidade inicial da nuvem?

**93** Um escorrega de parquinho tem a forma de um arco de circunferência com 12 m de raio. A altura do escorrega é  $h = 4,0$  m e o chão é tangente à circunferência (Fig. 8-70). Uma criança de 25 kg escorrega do alto do brinquedo, a partir do repouso, e ao chegar ao chão está com uma velocidade de 6,2 m/s. (a) Qual é o comprimento do escorrega? (b) Qual é a força de atrito média que age sobre a criança? Se, em vez do solo, uma reta vertical passando pelo *alto do escorrega* é tangente à circunferência, qual é (c) o comprimento do escorrega e (d) qual a força de atrito média que age sobre a criança?



**Figura 8-70** Problema 93.

**94** O transatlântico de luxo *Queen Elizabeth 2* possui uma central elétrica a diesel com uma potência máxima de 92 MW a uma velocidade de cruzeiro de 32,5 nós. Que força propulsora é exercida sobre o navio a essa velocidade? (1 nó = 1,852 km/h.)

**95** Um operário de uma fábrica deixa cair acidentalmente um caixote de 180 kg que estava sendo mantido em repouso no alto de uma rampa de 3,7 m de comprimento inclinada  $39^\circ$  em relação à horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o caixote e a rampa e entre o caixote e o piso horizontal da fábrica é

0,28. (a) Qual é a velocidade do caixote ao chegar ao final da rampa? (b) Que distância adicional o caixote percorre no piso? (Suponha que a energia cinética do caixote não se altera com a passagem da rampa para o piso.) (c) As respostas dos itens (a) e (b) aumentam, diminuem ou permanecem as mesmas, se a massa do caixote é reduzida à metade?

**96** Se um jogador de beisebol, de 70 kg, chega a uma base depois de escorregar pelo chão com uma velocidade inicial de 10 m/s, (a) qual é o decréscimo da energia cinética do jogador e (b) qual é o aumento da energia térmica do corpo do jogador e do chão no qual ele escorrega?

**97** Uma banana de 0,50 kg é arremessada verticalmente para cima com uma velocidade inicial de 4,0 m/s e alcança uma altura máxima de 0,80 m. Qual é a variação da energia mecânica do sistema banana-Terra causada pela força de arrasto do ar durante a subida?

**98** Uma ferramenta de metal é pressionada contra uma pedra de amolar giratória por uma força de 180 N para ser amolada. As forças de atrito entre a pedra de amolar e a ferramenta removem pequenos fragmentos da ferramenta. A pedra de amolar tem raio de 20,0 cm e gira a 2,50 revoluções/s. O coeficiente de atrito cinético entre a pedra de amolar e a ferramenta é 0,320. A que taxa a energia está sendo transferida do motor, que faz a pedra girar, para a energia térmica da pedra, e da ferramenta e para a energia cinética dos fragmentos removidos da ferramenta?

**99** Um nadador se desloca na água a uma velocidade média de 0,22 m/s. A força de arrasto média é 110 N. Que potência média o nadador está desenvolvendo?

**100** Um automóvel com passageiros pesa 16.400 N e está se movendo a 113 km/h quando o motorista pisa bruscamente no freio, bloqueando as rodas. A força de atrito exercida pela estrada sobre as rodas tem módulo de 8230 N. Determine a distância que o automóvel percorre até parar.

**101** Uma bola de 0,63 kg, atirada verticalmente para cima com velocidade inicial de 14 m/s, atinge uma altura máxima de 8,1 m. Qual é a variação da energia mecânica do sistema bola-Terra durante a subida da bola até a altura máxima?

**102** O cume do Monte Everest está 8850 acima do nível do mar. (a) Qual seria a energia gasta por um alpinista de 90 kg para escalar o Monte Everest a partir do nível do mar, se a única força que tivesse que vencer fosse a força gravitacional? (b) Quantas barras de chocolate, a 1,25 MJ por barra, supririam essa energia? A resposta mostra que o trabalho usado para vencer a força gravitacional é uma fração muito pequena da energia necessária para escalar uma montanha.

**103** Um velocista que pesa 670 N corre os primeiros 7,0 m de uma prova em 1,6 s, partindo do repouso e acelerando uniformemente. Qual é (a) a velocidade e (b) qual a energia cinética do velocista ao final dos 1,6 s? (c) Qual é a potência média desenvolvida pelo velocista durante o intervalo de 1,6 s?

**104** Um objeto de 20 kg sofre a ação de uma força conservativa dada por  $F = -3,0x - 5,0x^2$ , com  $F$  em newtons e  $x$  em metros. Tome a energia potencial associada a essa força como nula quando o objeto está em  $x = 0$ . (a) Qual é a energia potencial associada à força quando o objeto está em  $x = 2,0$  m? (b) Se o

objeto possui uma velocidade de 4,0 m/s no sentido negativo do eixo  $x$  quando está em  $x = 5,0$  m, qual é a velocidade do objeto ao passar pela origem? (c) Quais são as respostas dos itens (a) e (b) se a energia potencial do sistema é tomada como 28,0 J quando o objeto está em  $x = 0$ ?

**105** Uma máquina puxa um tronco de árvore, com velocidade constante, 2,0 m para cima em uma rampa de  $40^\circ$ , com a força da máquina paralela à rampa. O coeficiente de atrito cinético entre o tronco e a rampa é 0,40. (a) Qual é o trabalho realizado sobre o tronco pela força da máquina e (b) qual é o aumento da energia térmica do tronco e da rampa?

**106** A mola de uma espingarda de brinquedo tem uma constante elástica de 700 N/m. Para atirar uma bola, a mola é comprimida e a bola é introduzida no cano da espingarda. O gatilho libera a mola, que empurra a bola. A bola perde contato com a mola exatamente ao sair do cano. Quando a espingarda é inclinada para cima, de um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal, a bola, de 57 g, atinge uma altura máxima de 1,83 m acima da ponta do cano. Suponha que o efeito do ar sobre a bola é desprezível. (a) A que velocidade a mola lança a bola? (b) Supondo que o atrito da bola dentro do cano da pistola é desprezível, determine a compressão inicial da mola.

**107** A única força que age sobre uma partícula é a força conservativa  $\vec{F}$ . Se a partícula está no ponto  $A$ , a energia potencial do sistema associada a  $\vec{F}$  e à partícula é 40 J. Se a partícula se desloca do ponto  $A$  para o ponto  $B$ , o trabalho realizado por  $\vec{F}$  sobre a partícula é +25 J. Qual é a energia potencial do sistema com a partícula no ponto  $B$ ?

**108** Em 1981, Daniel Goodwin escalou 443 m pela *fachada* do Edifício Sears, em Chicago, com o auxílio de ventosas e grampos de metal. (a) Estime a massa do alpinista e calcule a energia biomecânica (interna) transferida para a energia potencial gravitacional do sistema Goodwin-Terra durante a escalada. (b) Que energia seria preciso transferir se ele tivesse subido até a mesma altura pelo interior do prédio, usando as escadas?

**109** Uma artista de circo de 60,0 kg escorrega 4,00 m a partir do repouso, descendo do alto de um poste até o chão. Qual é a energia cinética da artista ao chegar ao chão se a força de atrito que o poste exerce sobre ela (a) é desprezível (ela irá se machucar) e (b) tem um módulo de 500 N?

**110** Um bloco de 5,0 kg é lançado para cima em um plano inclinado de  $30^\circ$  com velocidade de 5,0 m/s. Que distância o bloco percorre (a) se o plano não possui atrito e (b) se o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano é 0,40? (c) No segundo caso, qual é o aumento da energia térmica do bloco e do plano durante a subida do bloco? (d) Se o bloco desce de volta submetido à força de atrito, qual é a velocidade do bloco ao chegar ao ponto de onde foi lançado?

**111** Um projétil de 9,40 kg é lançado verticalmente para cima. O arrasto do ar diminui a energia mecânica do sistema projétil-Terra de 68,0 kJ durante a subida do projétil. Que altura a mais o projétil teria alcançado se o arrasto do ar fosse desprezível?

**112** Um homem de 70,0 kg pula de uma janela e vai cair em uma rede de salvamento dos bombeiros, 11,0 m abaixo da janela. Ele para momentaneamente, após a rede ter esticado 1,50 m. Supondo que a energia

mecânica é conservada durante o processo e que a rede se comporta como uma mola ideal, determine a energia potencial elástica da rede quando está esticada 1,50 m.

**113** Uma bala de revólver de 30 g, movendo-se com uma velocidade horizontal de 500 m/s, penetra 12 cm em uma parede antes de parar. (a) Qual é a variação da energia mecânica da bala? (b) Qual é a força média exercida pela parede para fazer a bala parar?

**114** Um carro de 1500 kg parte do repouso em uma estrada horizontal e adquire uma velocidade de 72 km/h em 30 s. (a) Qual é a energia cinética do carro no fim dos 30 s? (b) Qual é a potência média desenvolvida pelo carro durante o intervalo de 30 s? (c) Qual é a potência instantânea no fim do intervalo de 30 s, supondo que a aceleração seja constante?

**115** Uma bola de neve, de 1,5 kg, é atirada para cima em um ângulo de  $34,0^\circ$  com a horizontal e com uma velocidade inicial de 20,0 m/s. (a) Qual é a energia cinética inicial da bola? (b) De quanto varia a energia potencial gravitacional do sistema bola-Terra quando a bola se move do ponto de lançamento até o ponto de altura máxima? (c) Qual é a altura máxima?

**116** Um paraquedista de 68 kg cai com uma velocidade terminal constante de 59 m/s. (a) A que taxa a energia potencial gravitacional do sistema Terra-paraquedista está sendo reduzida? (b) A que taxa a energia mecânica do sistema está sendo reduzida?

**117** Um bloco de 20 kg em uma superfície horizontal está preso a uma mola horizontal de constante elástica  $k = 4,0$  kN/m. O bloco é puxado para a direita até a mola ficar alongada 10 cm em relação ao comprimento no estado relaxado, e então liberado a partir do repouso. A força de atrito entre o bloco em movimento e a superfície tem um módulo de 80 N. (a) Qual é a energia cinética do bloco após ter se movido 2,0 cm em relação ao ponto em que foi liberado? (b) Qual é a energia cinética do bloco no instante em que volta pela primeira vez ao ponto no qual a mola está relaxada? (c) Qual é a máxima energia cinética atingida pelo bloco enquanto desliza do ponto em que foi liberado até o ponto em que a mola está relaxada?

**118** A resistência ao movimento de um automóvel é constituída pelo atrito da estrada, que é quase independente da velocidade, e o arrasto do ar, que é proporcional ao quadrado da velocidade. Para um carro com um peso de 12 000 N, a força de resistência total  $F$  é dada por  $F = 300 + 1,8v^2$ , com  $F$  em newtons e  $v$  em metros por segundo. Calcule a potência (em horsepower) necessária para acelerar o carro a  $0,92$  m/s<sup>2</sup> quando a velocidade é 80 km/h.

**119** Uma bola de 50 g é lançada de uma janela com uma velocidade inicial de 8,0 m/s e um ângulo de  $30^\circ$  acima da horizontal. Usando a lei de conservação da energia, determine (a) a energia cinética da bola no ponto mais alto da trajetória e (b) a velocidade da bola quando está 3,0 m abaixo da janela. A resposta do item (b) depende (c) da massa da bola ou (d) do ângulo de lançamento?

**120** Uma mola com uma constante elástica de 3200 N/m é alongada até que a energia potencial elástica seja 1,44 J. ( $U = 0$  para a mola relaxada.) Quanto é  $\Delta U$  se o alongamento muda para (a) um alongamento de 2,0 cm, (b) uma compressão de 2,0 cm e (c) uma compressão de 4,0 cm?

**121** Uma locomotiva com uma potência de 1,5 MW pode acelerar um trem de uma velocidade de 10 m/s para 25 m/s em 6,0 min. (a) Calcule a massa do trem. Determine, em função do tempo (em segundos), (b) a velocidade do trem e (c) a força que acelera o trem durante o intervalo de 6,0 min. (d) Determine a distância percorrida pelo trem durante esse intervalo.

**122** Um disco de shuffleboard de 0,42 kg está em repouso quando um jogador usa um taco para imprimir ao disco uma velocidade de 4,2 m/s com aceleração constante. A aceleração ocorre em uma distância de 2,0 m, ao final da qual o taco perde contato com o disco. O disco desliza uma distância adicional de 12 m antes de parar. Suponha que a pista de shuffleboard é plana e que a força de atrito sobre o disco é constante. Qual é o aumento da energia térmica do sistema disco-pista (a) para a distância adicional de 12 m e (b) para a distância total de 14 m? (c) Qual é o trabalho realizado pelo taco sobre o disco?

**123** Uma corredeira em um rio envolve uma descida de 15 m. A velocidade da água é 3,2 m/s no início da corredeira e 13 m/s no final. Que porcentagem da energia potencial gravitacional do sistema água-Terra é transferida para energia cinética durante a descida da água? (*Sugestão:* Considere a descida de, por exemplo, 10 kg de água.)

**124** O módulo da força gravitacional entre uma partícula de massa  $m_1$  e uma partícula de massa  $m_2$  é dado por

$$F(x) = G \frac{m_1 m_2}{x^2},$$

em que  $G$  é uma constante e  $x$  é a distância entre as partículas. (a) Qual é a função energia potencial  $U(x)$ ? Suponha que  $U(x) \rightarrow 0$  quando  $x \rightarrow \infty$  e que  $x$  é positivo. (b) Qual é o trabalho necessário para aumentar a distância entre as partículas de  $x = x_1$  para  $x = x_1 + d$ ?

**125** Aproximadamente  $5,5 \times 10^6$  kg de água caem das Cataratas do Niágara por segundo. (a) Qual é o decréscimo da energia potencial gravitacional do sistema água-Terra por segundo? (b) Se toda essa energia pudesse ser convertida em energia elétrica (o que não é possível), a que taxa a energia elétrica seria produzida? (A massa de  $1 \text{ m}^3$  de água é 1000 kg.) (c) Se a energia elétrica fosse vendida a 1 centavo de dólar/kW·h, qual seria a receita anual?

**126** Para fazer um pêndulo, uma bola de 300 g é presa a uma das extremidades de uma corda com 1,4 m de comprimento e massa desprezível. (A outra extremidade da corda está fixa.) A bola é puxada para um lado até a corda fazer um ângulo de  $30,0^\circ$  com a vertical; em seguida (com a corda esticada) a bola é liberada a partir do repouso. Determine (a) a velocidade da bola quando a corda faz um ângulo de  $20,0^\circ$  com a vertical e (b) a velocidade máxima da bola. (c) Qual é o ângulo entre a corda e a vertical quando a velocidade da bola é igual a um terço do valor máximo?

**127** Em um número de circo, um palhaço de 60 kg é disparado por um canhão com uma velocidade inicial de 16 m/s e um ângulo desconhecido acima da horizontal. Após um curto intervalo de tempo, o palhaço cai em uma rede cuja altura excede em 3,9 m a altura da posição inicial do palhaço. Despreze o arrasto

do ar. Qual é a energia cinética do palhaço ao cair na rede?

**128** Um bombeiro de 70 kg escorrega 4,3 m para baixo, a partir do repouso, em um poste vertical. (a) Se o bombeiro segura o poste de leve, o que torna a força de atrito exercida pelo poste desprezível, qual é sua velocidade imediatamente antes de atingir o solo? (b) Se o bombeiro segura o poste com força e a força de atrito média é 500 N, dirigida verticalmente para cima, qual é sua velocidade imediatamente antes de atingir o solo?

**129** Os Estados Unidos continentais têm uma área de aproximadamente  $8 \times 10^6 \text{ km}^2$  e uma altitude média de 500 m (em relação ao nível do mar). A precipitação média anual é 75 cm. A fração da água de chuva que retorna à atmosfera por evaporação é  $2/3$ ; o resto vai para o oceano. Se o decréscimo de energia potencial gravitacional do sistema água-Terra associado à parcela de água que vai para o oceano pudesse ser totalmente convertido em energia elétrica, qual seria a potência média? (A massa de  $1 \text{ m}^3$  de água é 1000 kg.)

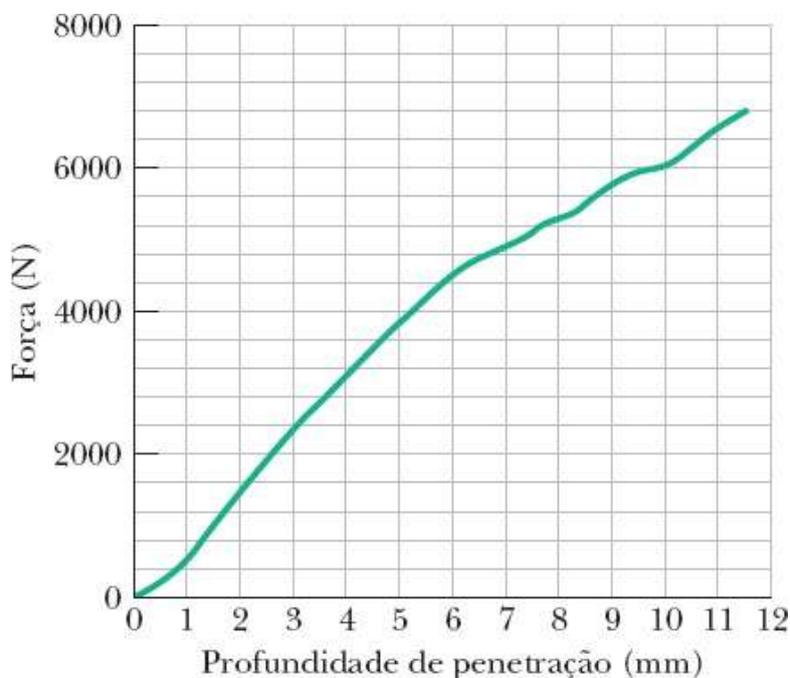
**130** Uma mola cuja constante elástica é  $k = 200 \text{ N/m}$  está suspensa verticalmente, com a extremidade superior fixa no teto e a extremidade inferior na posição  $y = 0$ . Um bloco de 20 N de peso é preso à extremidade inferior da mola, mantido nessa posição por um momento e depois liberado. Determine (a) a energia cinética  $K$ , (b) a variação (a partir do valor inicial) da energia potencial gravitacional  $\Delta U_g$ , e (c) a variação da energia potencial elástica  $\Delta U_e$  do sistema bloco-mola quando o bloco está em  $y = -5,0 \text{ cm}$ . Determine (d)  $K$ , (e)  $\Delta U_g$  e (f)  $\Delta U_e$  para  $y = -10 \text{ cm}$ , (g)  $K$ , (h)  $\Delta U_g$  e (i)  $\Delta U_e$  para  $y = -15 \text{ cm}$  e (j)  $K$ , (k)  $\Delta U_g$  e (l)  $\Delta U_e$  para  $y = -20 \text{ cm}$ .

**131** Prenda uma das extremidades de uma mola vertical no teto, prenda um repolho na outra extremidade e baixe o repolho lentamente até que a força para cima exercida pela mola sobre o repolho equilibre a força gravitacional que atua sobre ele. Mostre que a perda de energia potencial gravitacional do sistema repolho-Terra é igual a duas vezes o ganho de energia potencial da mola. Por que as duas grandezas não são iguais?

**132** A maior força que podemos exercer sobre um objeto com um dente molar é cerca de 750 N. Suponha que, quando você morde gradualmente um caramelo, o caramelo resiste à compressão exercida por um dos dentes agindo como uma mola para a qual  $k = 2,5 \times 10^5 \text{ N/m}$ . Determine (a) a compressão do caramelo e (b) o trabalho realizado pelo seu dente sobre o caramelo durante a compressão. (c) Plote o módulo da sua força em função da compressão. (d) Se existe uma energia potencial associada a esta compressão, desenhe um gráfico da energia potencial em função da compressão.

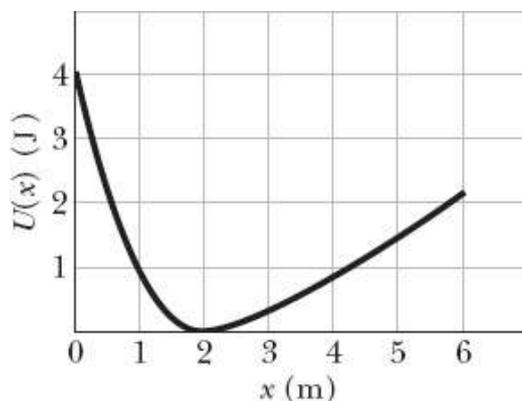
Na década de 1990, marcas profundas de dentadas foram descobertas na pelve do fóssil de um dinossauro *Triceratops*. A forma das marcas sugeria que tinham sido feitas por um dinossauro *Tiranossauro rex*. Para testar a ideia, os cientistas fabricaram a réplica de um dente de um *T. rex* feita de bronze e alumínio e usaram uma prensa hidráulica para introduzir gradualmente a réplica em um osso de vaca até a profundidade observada no osso do *Triceratops*. A Fig. 8-71 mostra a força empregada em função da profundidade de penetração em um dos ensaios; a força aumenta com a profundidade porque, à

medida que o dente aproximadamente cônico penetra no osso, uma parte maior do dente entra em contato com o osso. (e) Qual foi o trabalho realizado sobre o osso pela prensa hidráulica (e presumivelmente pelo *T. rex*) nesse ensaio? (f) Existe uma energia potencial associada a esse ensaio? (A grande força da mordida e o alto consumo de energia atribuídos ao *T. rex* por essa pesquisa sugerem que o animal foi um predador e não um saprófago.)



**Figura 8-71** Problema 132.

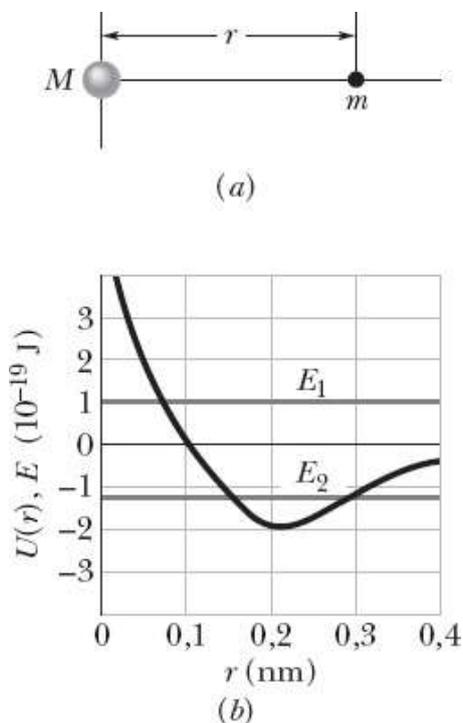
**133** Uma força conservativa  $F(x)$  age sobre uma partícula que se move ao longo de um eixo  $x$ . A Fig. 8-72 mostra a variação da energia potencial  $U(x)$  associada a  $F(x)$  com a posição da partícula. (a) Plote  $F(x)$  no intervalo  $0 < x < 6$  m. (b) Se a energia mecânica  $E$  do sistema é 4,0 J, plote a energia cinética  $K(x)$  da partícula no gráfico da Fig. 8-72.



**Figura 8-72** Problema 133.

**134** A Fig. 8-73a mostra uma molécula composta por dois átomos de massas  $m$  e  $M$  (com  $m \ll M$ ) separados por uma distância  $r$ . A Fig. 8-73b mostra a energia potencial  $U(r)$  da molécula em função de  $r$ .

Descreva o movimento dos átomos (a) se a energia mecânica total  $E$  do sistema de dois átomos for maior que zero (como  $E_1$ ) e (b) se  $E$  for menor que zero (como  $E_2$ ). Para  $E_1 = 1 \times 10^{-19}$  J e  $r = 0,3$  nm, determine (c) a energia potencial do sistema, (d) a energia cinética total dos átomos e (e) a força (módulo e orientação) que atua sobre cada átomo. Para que valores de  $r$  a força é (f) repulsiva, (g) atrativa e (h) nula?



**Figura 8-73** Problema 134.

**135** Repita o Problema 83 supondo que o bloco está subindo uma rampa que faz um ângulo de  $5,0^\circ$  com a horizontal.

**136** Uma mola de constante elástica  $k = 620$  N/m é mantida na posição vertical, com a extremidade inferior sustentada por uma superfície horizontal. A extremidade superior é comprimida 25 cm, e um bloco com peso de 50 N é colocado sobre a mola, e o sistema é liberado. Supondo que a energia potencial gravitacional  $U_g$  do bloco é zero no ponto ( $y = 0$ ) em que o sistema é liberado, determine a energia cinética  $K$  do bloco para  $y$  igual a (a) 0, (b) 0,050 m, (c) 0,10 m, (d) 0,15 m, (e) 0,20 m. (f) Calcule também o valor de  $y$  para a altura máxima atingida pelo bloco.