

Radiação térmica e a hipótese de Planck

Conteúdo básico:

- o que é radiação térmica e como é medida (radiância, radiância espectral, ...);
- Lei de Kirchhoff para a radiação (taxas de emissão e de absorção): $E_v/A_v = J(\nu, T)$;
- Lei de Stefan: $R_T = \sigma T^4$;
- Lei de deslocamento de Wien: $\nu_{\max} \propto T$, ou $\lambda_{\max} T = b$;
- Cavity com pequena janela como equivalente de um corpo negro $\rho_T(\nu) \propto R_T(\nu)$;
- Cálculo de $\rho_T(\nu)$:
 1. contar o número de modos de oscilação
 2. multiplicar pela energia média de cada modo
 3. dividir pelo volume

$$\rho_T(\nu) = \frac{N_\nu}{V} \langle \epsilon \rangle$$

- Condições de contorno que as ondas devem satisfazer nas paredes da cavidade impõem restrições às frequências que podem existir no interior. O número de modos pode ser determinado como:

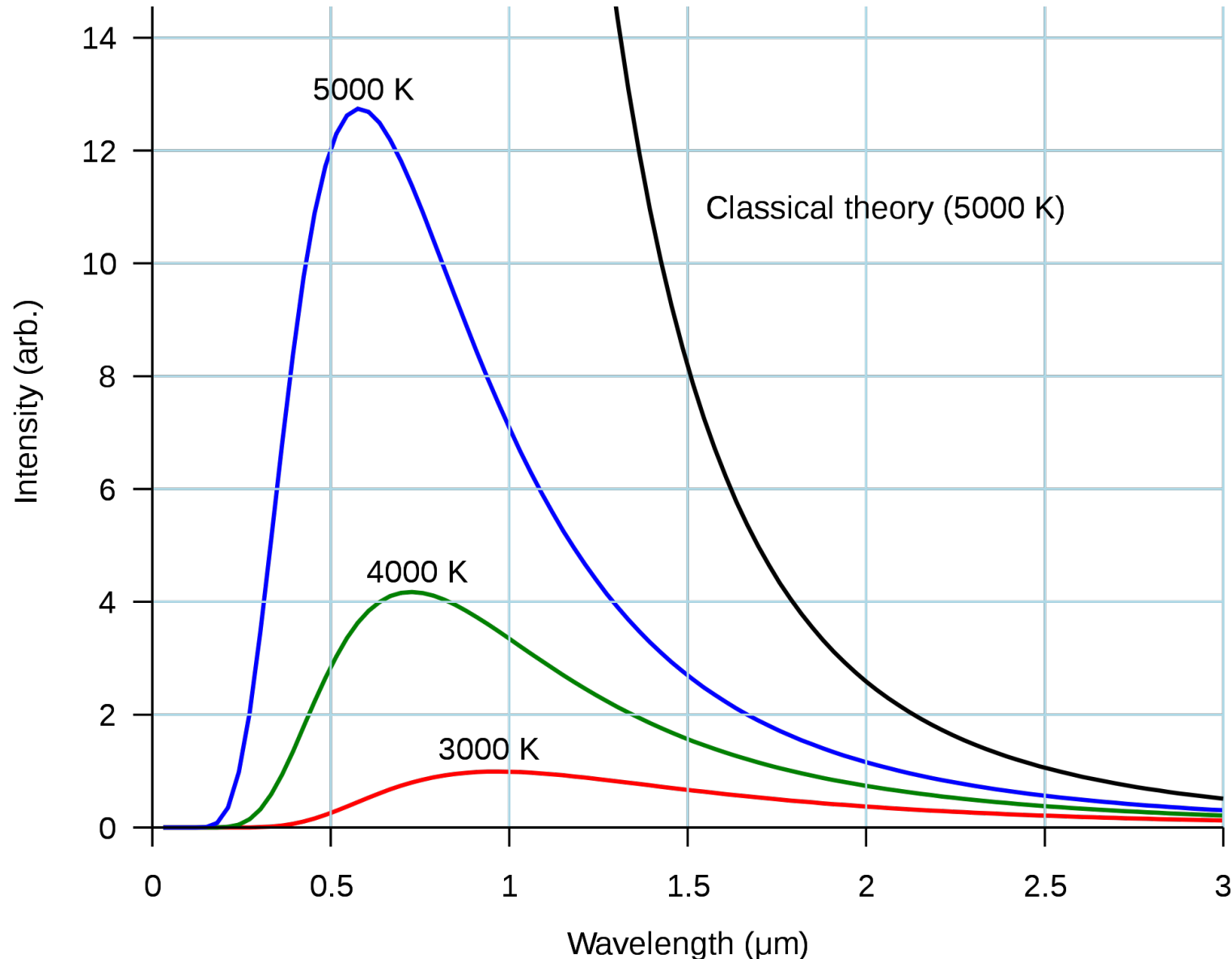
$$N_v = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V$$

- O modelo clássico: teorema da equipartição da energia para avaliar a energia média de cada modo. Como a radiação está em eq. térmico com as paredes (sendo absorvida e reemitida pelos osciladores lá presentes), usa-se a energia média por grau de liberdade de um OH, que é kT .
- Assim, a densidade de energia na cavidade, em função da temperatura e da frequência, é dada por:

$$\rho_T(\nu) = \frac{N_v}{V} \langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{V} \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V k_B T = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$$

- Modelo de Planck: valor de $\langle \varepsilon \rangle$ radicalmente diferente de kT . Rayleigh-Jeans OK para $\nu \rightarrow 0 \Rightarrow \langle \varepsilon \rangle = kT$ também OK (nesse limite). Mas, para $\nu \rightarrow \infty \Rightarrow \langle \varepsilon \rangle \rightarrow 0$.
 - Proposta: a energia dos osciladores seria uma variável discreta, podendo adquirir valores $E_n = nh\nu$. Assim, $\Delta E = h\nu$. De forma que $\langle \varepsilon \rangle \sim kT$ para ΔE pequeno ($\nu \rightarrow 0$); e $\langle \varepsilon \rangle \sim 0$ para ΔE grande ($\nu \rightarrow \infty$); com $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J.s.
 - Assim,
$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$
 - A densidade de energia na cavidade, em função da frequência ou do comprimento de onda fica:
- $$\rho_T(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \text{ ou } \rho_T(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^5} \frac{hc}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Radiação térmica e a hipótese de Planck

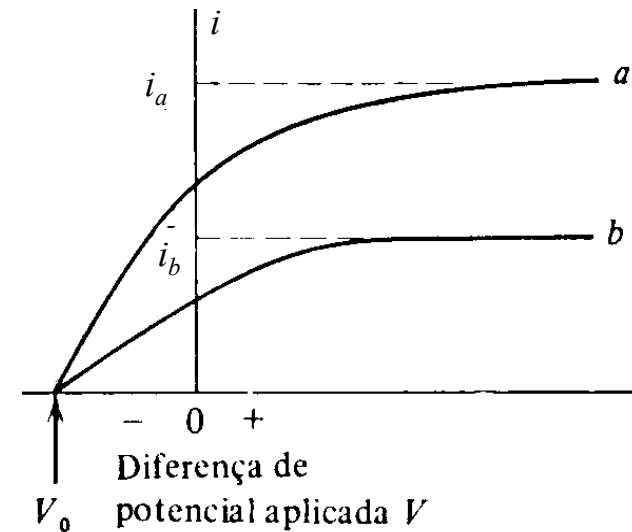
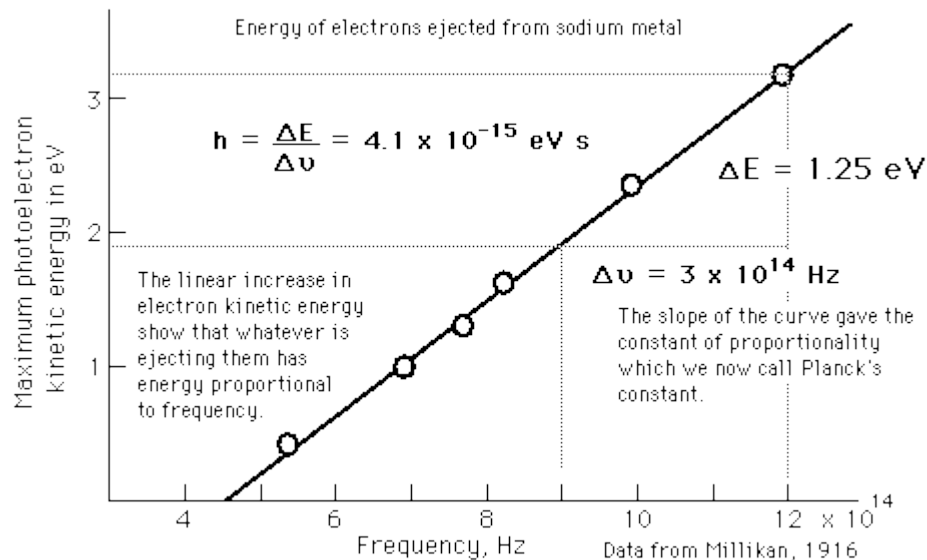
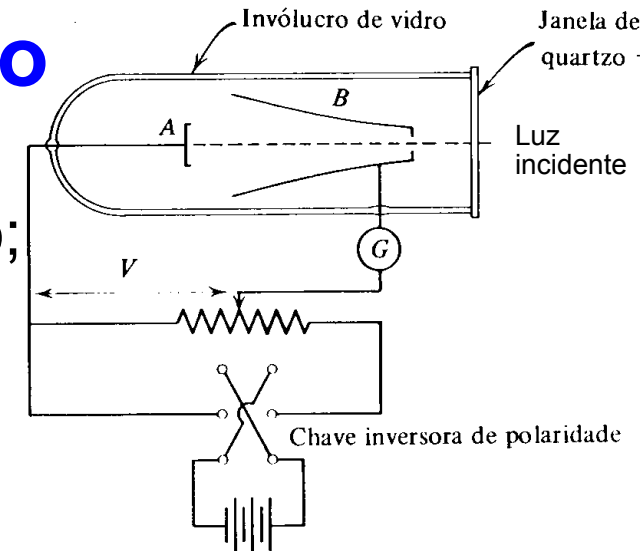


Propriedades corpusculares da radiação e.m.

Efeito fotoelétrico

Conteúdo básico:

- funcionamento do equipamento utilizado;
- comportamentos observados:
 1. corrente X intensidade;
 2. corrente X tensão;
 3. E_{max} X frequência;

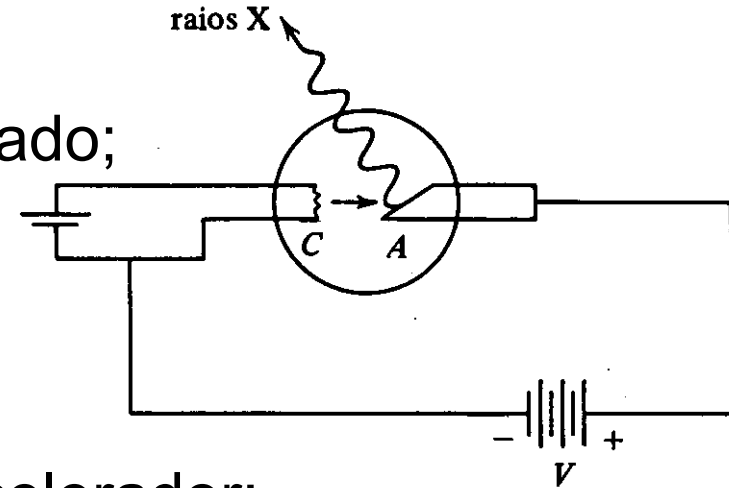


- problemas com a teoria clássica:
 1. Intensidade $I \propto E^2$ e a força no elétron é $F = eE \Rightarrow \Delta p \propto E \Rightarrow E_c$ dos e^- , portanto V , deveria aumentar com a intensidade;
 2. Efeito deveria ocorrer para qualquer frequência, mas, para $f < f_0$, não há efeito (para qualquer I);
 3. Retardamento: átomo deveria ir absorvendo energia da luz até o elétron escapar.
- Modelo de Einstein: radiação eletromagnética é quantizada em pacotes com energia $E = hf$. No processo fotoelétrico:
 - 1 e^- absorve toda a energia de 1 fóton. Assim: $E_c = eV = hf - W$.
 Na superfície: $E_{c,max} = hf - W_0$. Sendo $W_0 \rightarrow$ função trabalho (energia mínima para tirar o e^- do metal).

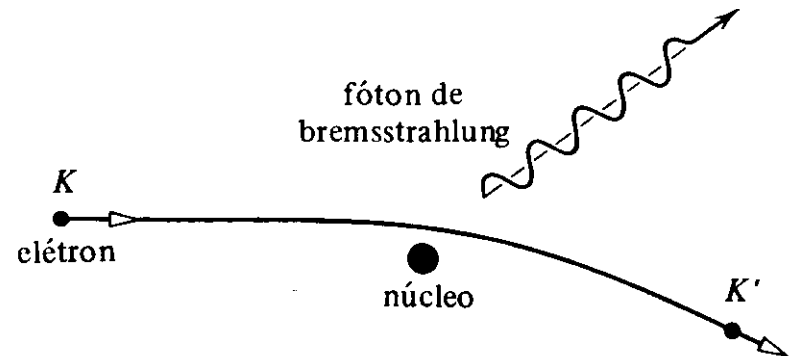
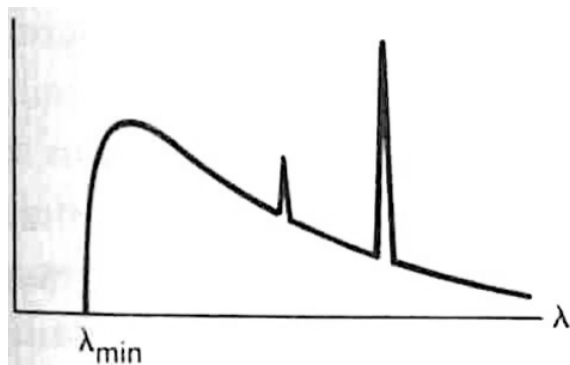
Produção de Raios-X

Conteúdo básico:

- funcionamento do equipamento utilizado;
- comportamentos observados:
 1. espectro contínuo com $\lambda_{\min}$ bem definido e função do potencial acelerador;
 2. picos de energia bem definida sobrepostos ao espectro contínuo e dependentes do material do anodo.
- modelo quântico: fóton. $E_{\gamma} = h\nu = K - K' \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = K - K'$



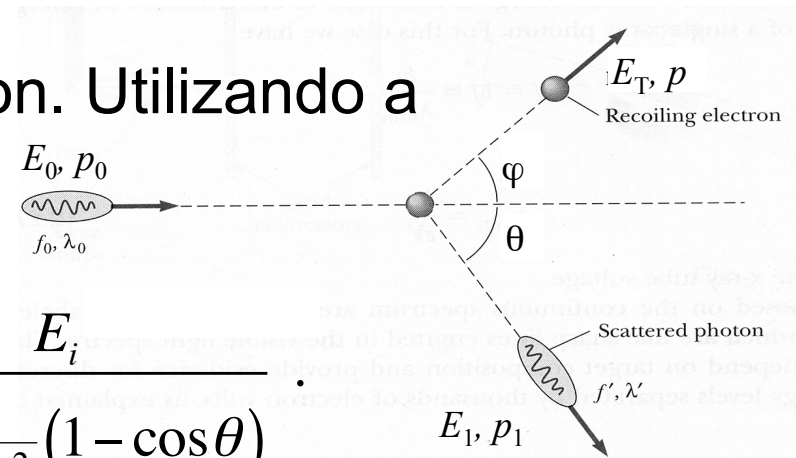
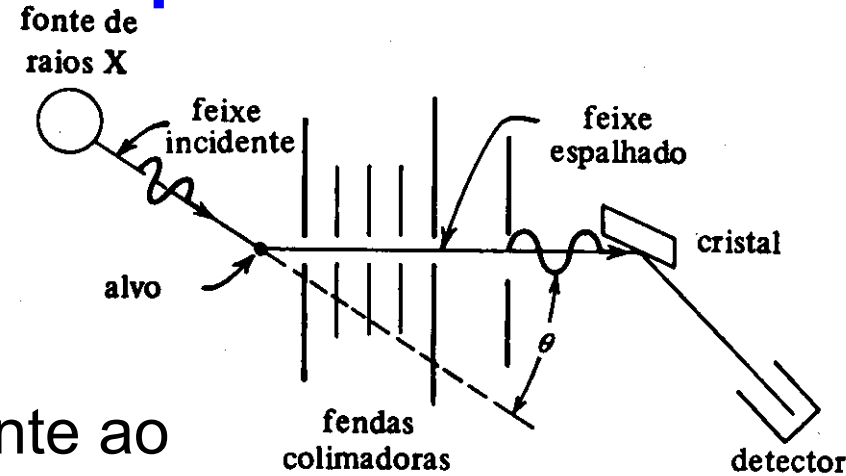
$$\therefore E_{\gamma, \max} \Rightarrow \lambda_{\min} \Rightarrow K' = 0 \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{K} = \frac{hc}{eV}$$



Espalhamento Compton

Conteúdo básico:

- funcionamento do equipamento utilizado;
- comportamentos observados:
 - pico a 0° com λ_i correspondente ao pico de raio-X do Mo;
 - nos ângulos de 45° , 90° e 135° picos com λ_i e λ_f , sendo $\lambda_f > \lambda_i$.
- modelo quântico de Compton: fóton. Utilizando a conservação de energia e de momento ele deduziu:



$$\Delta\lambda = \lambda_f - \lambda_i = \lambda_C (1 - \cos\theta) \quad \text{ou} \quad E_f = \frac{E_i}{1 + \frac{E_i}{m_0 c^2} (1 - \cos\theta)}$$

com $\lambda_C = \frac{h}{m_0 c} = 2,43 \times 10^{-12} \text{ m}.$

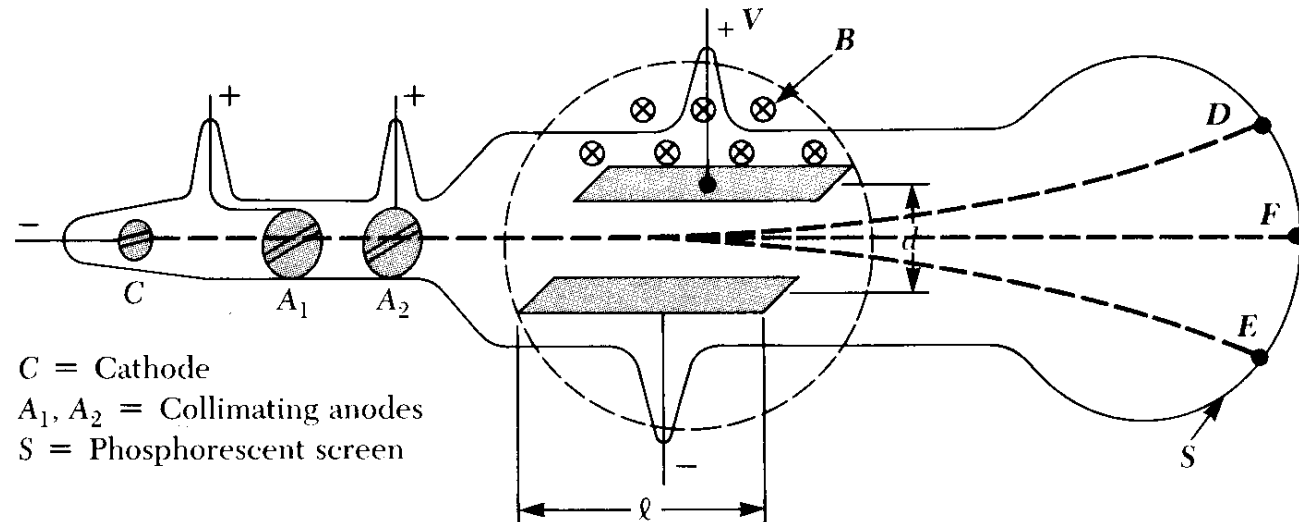
Produção e aniquilação de pares

Conteúdo básico:

- pósitron é a antipartícula do e^- ;
- o fenômeno só ocorre na presença do campo coulombiano de um espectador massivo (um núcleo atômico, uma partícula ...);
- leis de conservação de energia e momento mostram que o processo de produção de par não pode ocorrer no espaço livre;
- o processo de aniquilação de um par e^-e^+ envolve a emissão de 2 ou 3 fótons, para conservar energia e momento (e momento angular);
- processo de aniquilação é utilizado em aplicações como a tomografia por emissão de e^+ (PET).

A natureza corpuscular da matéria

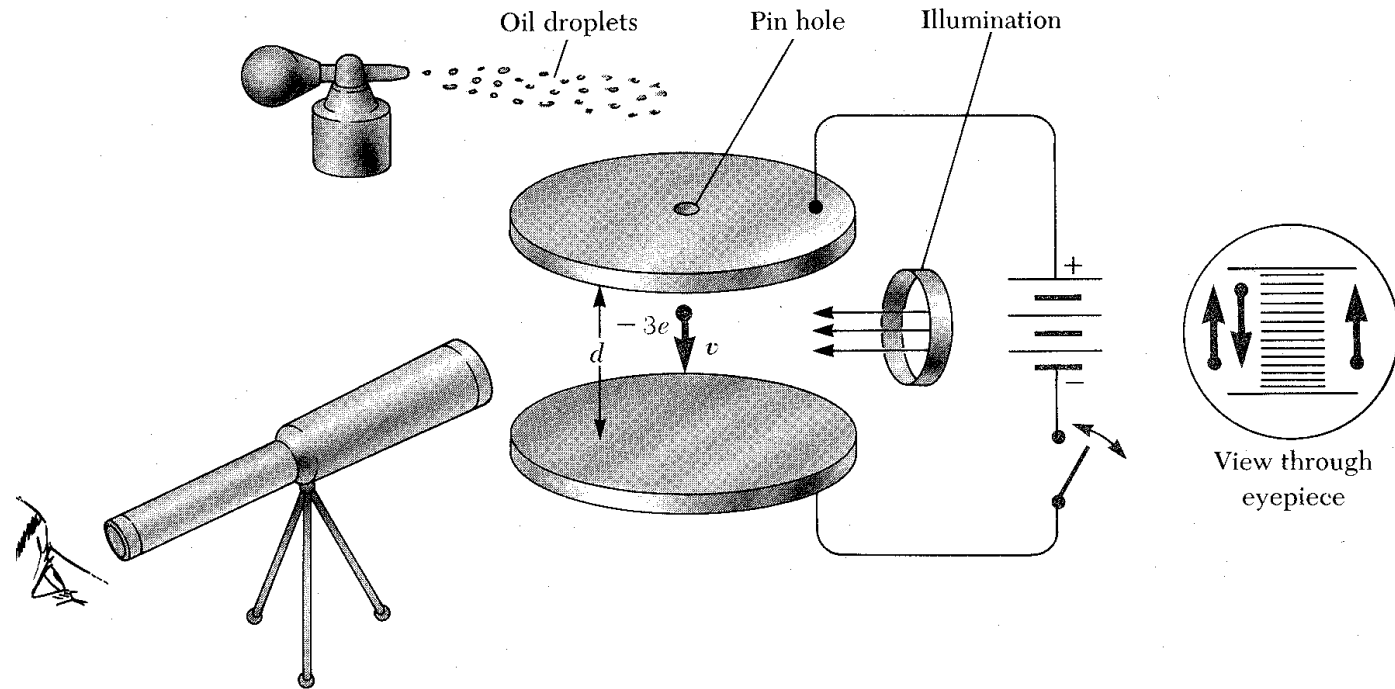
A descoberta do elétron: J.J. Thomson, 1897



Conteúdo básico:

- funcionamento do equipamento utilizado, em particular o uso do filtro de velocidades para determinar a velocidade do e^- em função de parâmetros mensuráveis;
- determinação da razão carga/massa.

O valor de e : a experiência de Millikan



Conteúdo básico:

- funcionamento do equipamento utilizado;
- uso de radiação ionizante para mudança do estado de carga das gotas de óleo;

Modelos atômicos

Modelo de Thomson

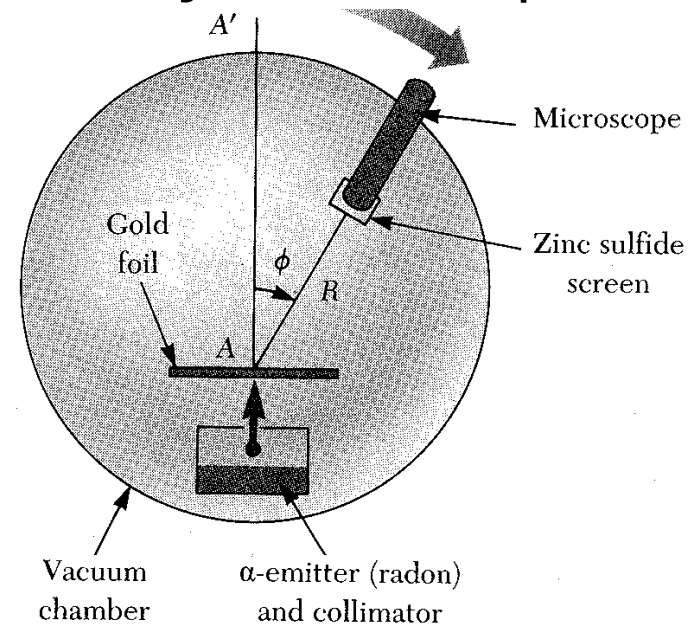
Conteúdo básico:

- esfera com $R_{\text{átomo}}$, carregada positivamente, com os e^- uniformemente distribuídos, como ameixas em um pudim;
- concordância apenas qualitativa com a radiação emitida por átomos aquecidos.

A experiência de Rutherford

Conteúdo básico:

- funcionamento do equipamento utilizado;
- alfas espalhadas a ângulos traseiros;
- resultados incompatíveis com o modelo de Thomson;



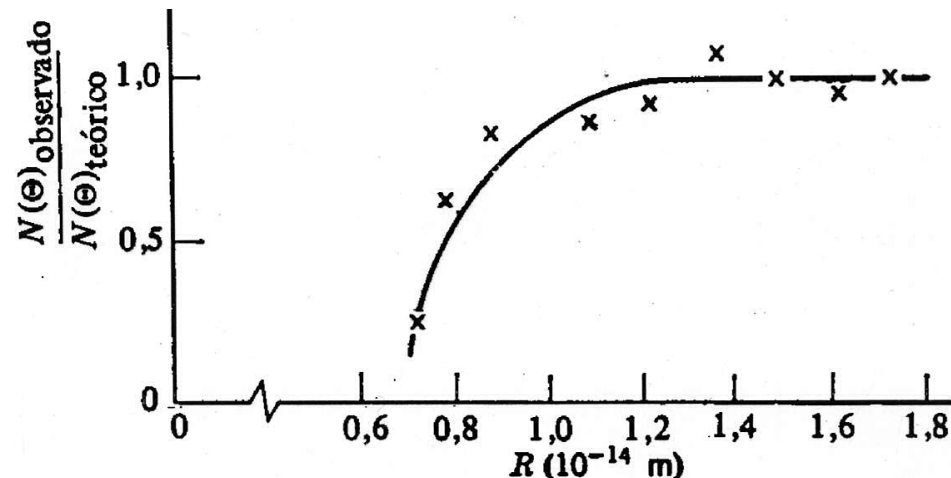
Modelo de Rutherford: o átomo nucleado

Conteúdo básico:

- modelo capaz de explicar deflexões a ângulos grandes;
- coloca a carga positiva (e essencialmente toda a massa do átomo) em uma região de raio $\sim 10^{-4} R_{\text{átomo}}$;
- interpreta o espalhamento das alfas como o espalhamento coulombiano entre os núcleos de He (a alfa) e do alvo;
- desenvolve expressão matemática que representa o espalhamento: a seção de choque de Rutherford;

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{zZe^2}{2Mv^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \theta/2}$$

- usa o limite do modelo de espalhamento coulombiano para avaliar o raio do núcleo.



Problemas com os modelos de átomo

Conteúdo básico:

- modelo nucleado de Rutherford: estabilidade dos e^- ;
- linhas espectrais: espectros de absorção e emissão dos átomos apresentam frequências bem definidas e características de cada elemento;
- eletrodinâmica clássica prevê $\Delta t \sim 10^{-12}$ s para que um e^- colapse para o núcleo, por conta da atração coulombiana.

Modelo de Bohr

Conteúdo básico: postulados de Bohr

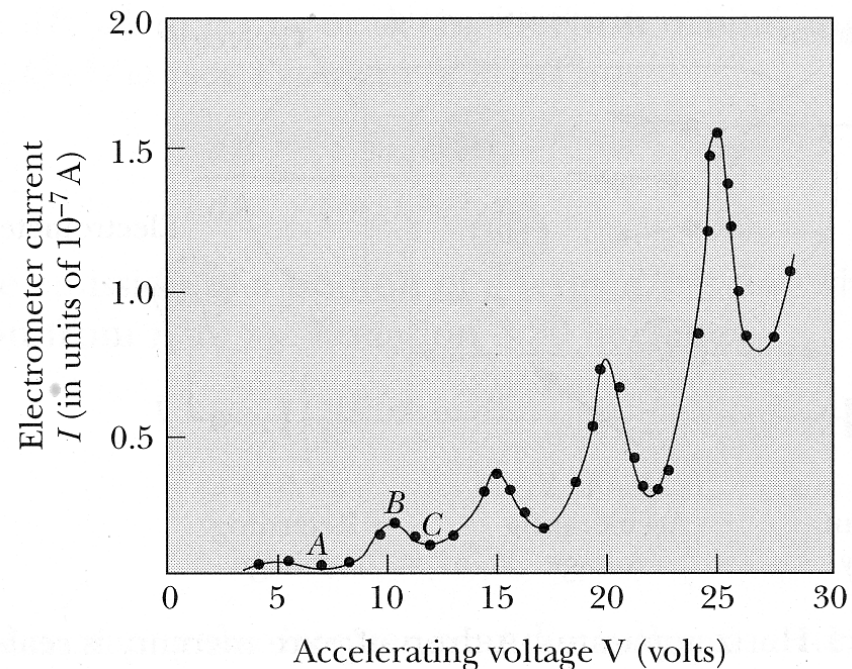
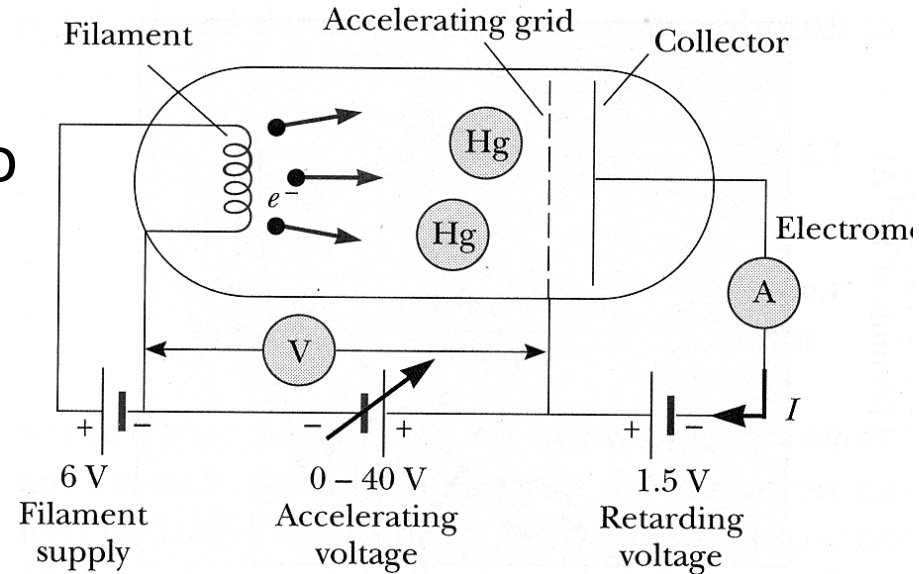
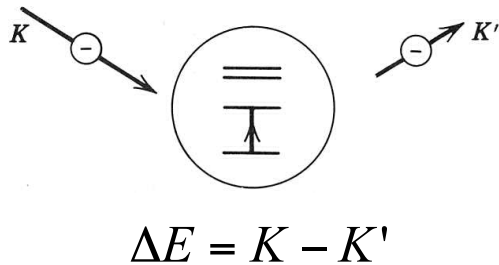
- 1 e^- em um átomo move-se em uma órbita circular em torno do núcleo, sob ação da força coulombiana, de acordo com a mecânica clássica;
- apenas as órbitas com momento angular orbital $L = n\hbar$ (com n inteiro) formam estados estacionários;
- apesar de continuamente acelerado, o e^- em uma dessas órbitas não irradia;
- radiação eletromagnética é emitida quando um e^- , que se move em uma órbita de energia total E_i faz uma transição (descontínua) para uma órbita de energia total E_f .
Nesse caso: $h\nu = E_i - E_f$.
- dedução da energia dos níveis a partir do postulado 1.

$$E_n = -\frac{m}{2} \left(\frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{n^2\hbar^2} = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}$$

A experiência de Franck & Hertz, 1914

Conteúdo básico:

- funcionamento do equipamento utilizado;
- comportamentos observados;
- observação de fótons emitidos com a energia correspondente à perda de energia dos e^- .



Princípio da correspondência, de Bohr

Conteúdo básico:

- As previsões da teoria quântica para o comportamento de qualquer sistema físico devem corresponder às previsões da teoria clássica no limite no qual os números quânticos que especificam o estado se tornam muito grandes.
- Uma regra de seleção é válida para todos os números quânticos possíveis. Portanto, todas as regras que são necessárias para obter a correspondência ao limite clássico (n grande) também se aplicam no limite quântico (n pequeno).

Críticas à velha Mecânica Quântica:

- Teoria só trata sistemas periódicos;
- Não determina as probabilidades de transição;
- Só funciona para átomos mono-eletrônicos.

Propriedades ondulatórias da matéria

Postulado de de Broglie

Conteúdo básico:

- generalização da dualidade onda-partícula;
- partículas: $p = h/\lambda \Rightarrow \lambda = h/p$.

Testes experimentais da hipótese de de Broglie

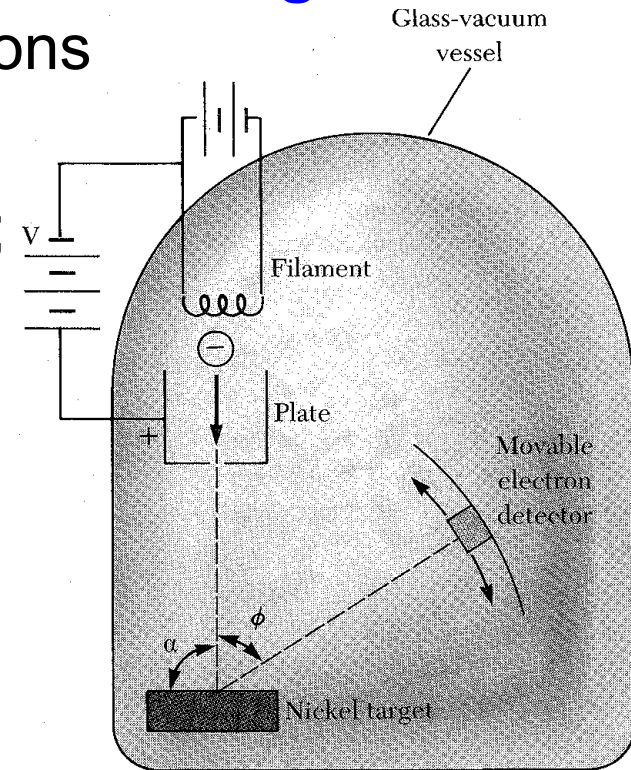
Davisson e Germer, 1927: difração de elétrons

Conteúdo básico:

- funcionamento do equipamento utilizado;
- condição de máximo:

$$\text{Bragg: } n\lambda' = 2d\sin\theta = 2d\cos\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n\lambda = \frac{2d\cos\alpha\sin\phi}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \left(\frac{d}{\sin\alpha}\right)\sin\phi = a\sin\phi$$



- observações confirmaram comportamento ondulatório dos e^- ;

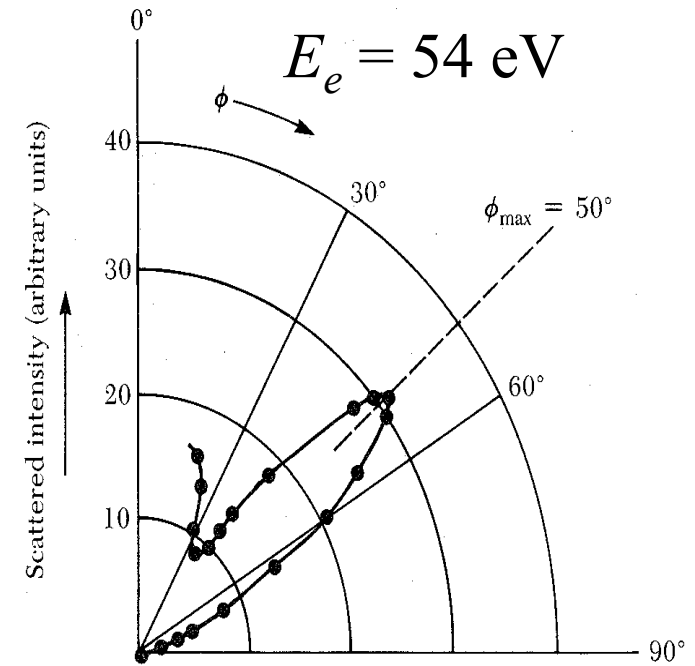
Medidas com raios-X $\Rightarrow d = 0,091 \text{ nm}$

Máximo em $\varphi = 50^\circ \Rightarrow$

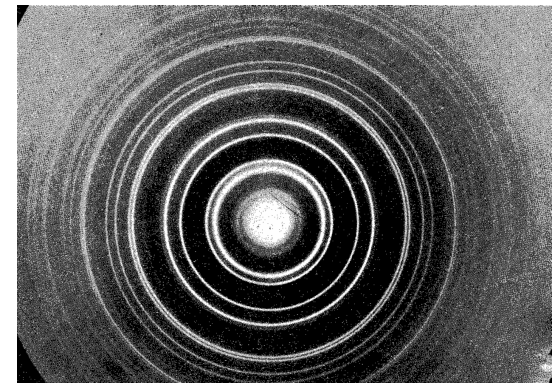
$$\lambda = 2d \cos \varphi / 2 = 2 \times 0,091 \times 0,906 \Rightarrow$$

$$\lambda = 0,165 \text{ nm}$$

$$\begin{aligned} \text{Mas } \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 K}} = \\ &= \frac{1,24 \text{ keV} \cdot \text{nm}}{\sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 54 \text{ (eV)}^2}} \approx 0,168 \text{ nm} \end{aligned}$$



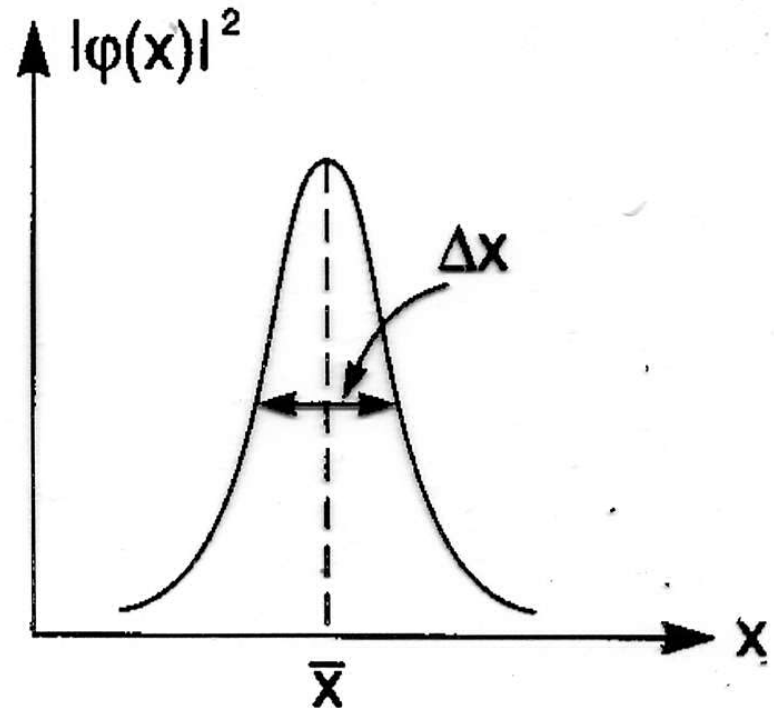
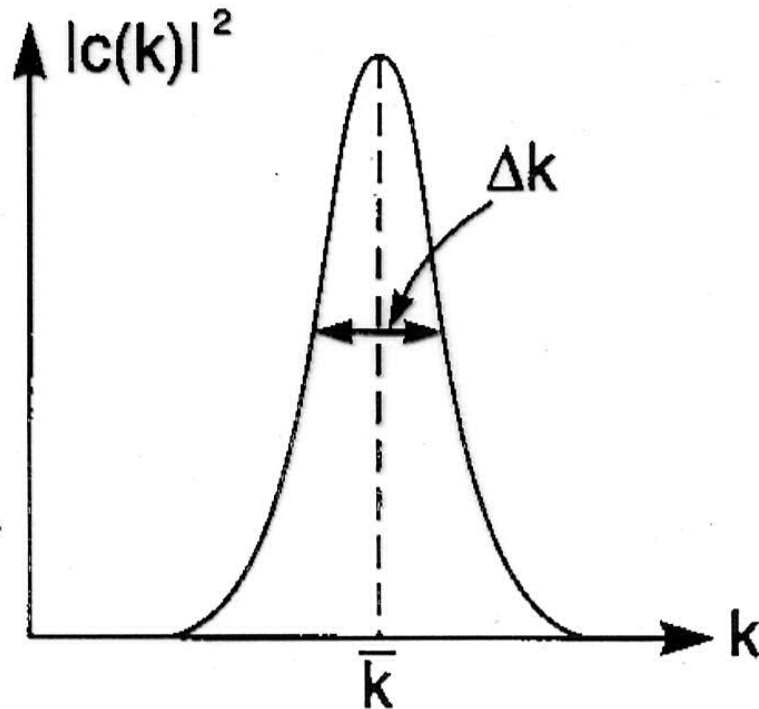
- G. P. Thomson – difração de e^- por transmissão.



Partícula $\leftrightarrow$ onda localizada (pacote de onda).
Como produzir um pacote? $\rightarrow$ Fourier

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} a(k) e^{ikx} dk$$

$$a(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$



O princípio da incerteza, de Heisenberg

Conteúdo básico:

- As medidas simultâneas de posição e momento conjugados (x e p_x , por exemplo) apresentam uma relação entre suas incertezas dada por $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$.
- Essa relação vale para quaisquer pares de variáveis conjugadas;

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$