



Universidade de São Paulo  
Escola Politécnica  
Departamento de Engenharia de Transportes



# Sistema de Posicionamento Global - Princípios

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Ana Paula Camargo Larocca

[larocca.ana@usp.br](mailto:larocca.ana@usp.br)



# NAVSTAR/GPS

## *NAVigation System with Timing and Ranging/Global Positioning System.*

- Sistema de posicionamento desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos. Fornece a posição e o tempo de modo instantâneo e contínuo sobre toda a superfície da Terra.
  
- Junção de dois programas:
  - TIMATION - Marinha
  - 621B - Força Aérea



# Histórico do sistema

- Primeiros estudos: década de 60.
- GPS Joint Program Office (JPO) estabelecido pela USAF.
- Satélites protótipos (BLOCO I): 02/1978 - 1985 - total de 10 satélites.
- Satélites operacionais (BLOCO II): 02/1989. Produzidos pela Rockwell Space Division
- Satélites com aperfeiçoamento de memória (BLOCO IIA): 11/1990. Tempo de vida: 7,5 anos.



# Histórico do sistema

- Total implementação dos 24 satélites: 1995
- Satélites de terceira geração (BLOCO IIR): 1989 - contrato com a Lockheed-Martin Astro-Space. O primeiro lançamento em 01/1997 falhou e o segundo ocorreu em 07/1997. Esta geração de satélites deve sustentar o sistema até cerca de 2005.
- Satélites de quarta geração (BLOCO IIF)
- : 1996 - contrato com a Boeing Space Division para a construção de 30 veículos espaciais mais modernos. Tendo em vista a vida útil de um satélite, a substituição total de uma nova geração demora de 7 a 8 anos.



# Histórico do sistema

- Em 26 de setembro de 2005 foi lançado o primeiro satélite (PRN17) do Bloco IIR-M dispondo do código C/A na segunda frequência L5. Nos anos seguintes foram lançados mais 7 satélites IIR-M.
- Em 27 de maio de 2010 foi lançado o satélite 62 (SVN62), primeiro do Bloco IIF.



# Situação do sistema GPS

GPS Constellation						
SV #	PRN #	CLOCK	LAUNCHED	USABLE	PLANE/SLOT	NOTES
<b>TYPE: Block IIA</b>						
23	32	Rb	11-26-90	2-26-08	E5	
24	24	Cs	7-4-91	12-21-09	D2-F	A
25	25		2-23-92	3-24-92		B
26	26	Rb	7-7-92	7-23-92	F2-F	C
27	27	Cs	9-9-92	9-30-92	A6	
39	09	Cs	6-26-93	7-20-93	A1	
34	04	Rb	10-26-93	11-22-93	D4	
36	06	Rb	3-10-94	3-28-94	C5	
33	03	Cs	3-28-96	4-9-96	C2	
40	10	Cs	7-16-96	8-15-96	E6	C
30	30	Cs	9-12-96	10-1-96	B9	
38	08	Cs	11-6-97	12-18-97	A3	D
<b>TYPE: Block IIR</b>						
43	13	Rb	7-23-97	1-31-98	F3	
46	11	Rb	10-7-99	1-3-00	D2	
51	20	Rb	5-11-00	6-1-00	E1	
44	28	Rb	7-16-00	8-17-00	B3	
41	14	Rb	11-10-00	12-10-00	F1	
54	18	Rb	1-30-01	2-15-01	E4	
56	16	Rb	1-29-03	2-18-03	B1	
45	21	Rb	3-31-03	4-12-03	D3	
47	22	Rb	12-21-03	12-1-04	E2	
59	19	Rb	3-20-04	4-5-04	C3	
60	23	Rb	6-23-04	7-9-04	F4	
61	02	Rb	11-6-04	11-22-04	D1	
<b>TYPE: Block IIR-M</b>						
53	17	Rb	9-26-05	12-16-05	C4	
52	31	Rb	9-25-06	10-12-06	A2	
58	12	Rb	11-17-06	12-13-06	B4	
55	15	Rb	10-17-07	10-31-07	F2	
57	29	Rb	12-20-07	1-2-08	C1	
48	07	Rb	3-15-08	3-24-08	A4	
49	01	Rb	3-24-09		B1-F	E
50	05	Rb	8-17-09	8-27-09	E3	
<b>TYPE: Block IIF</b>						
62	25	Rb	5-28-10		B2	F

Informação da GPS World



# Estrutura do sistema GPS

- ***Segmento Espacial***
  - 27 satélites
  - 6 planos orbitais
  - 55° de inclinação dos planos orbitais em relação ao equador
  - 20.200 km de altura da superfície da Terra
  - 12 horas siderais de período
  - até 5 horas acima do horizonte

# Estrutura do Sistema GPS



# Satélite GPS

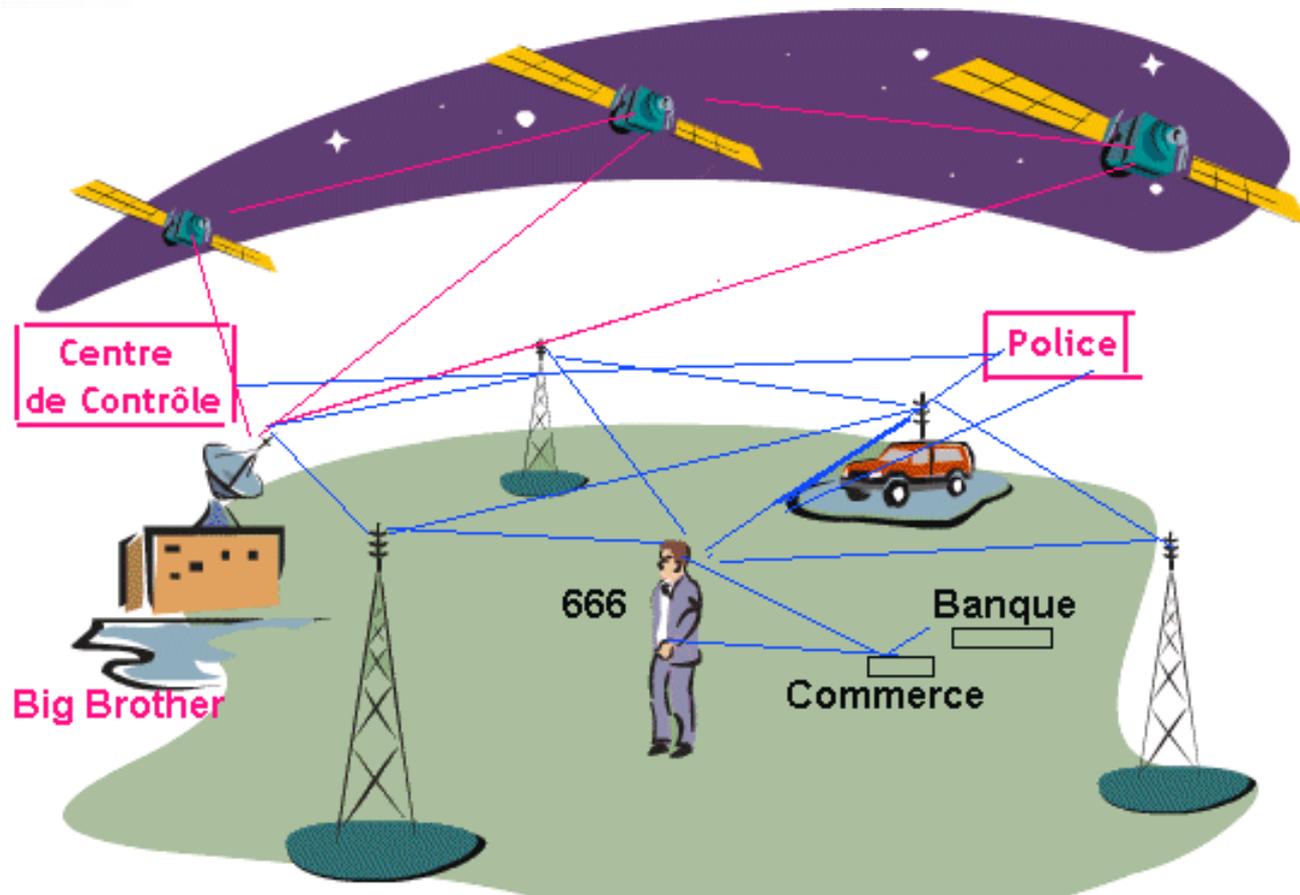




# Estrutura do sistema GPS

- ***Segmento de controle***
  - Responsável pelo monitoramento do sistema de satélites e do tempo GPS, pela predição dos elementos orbitais e pela atualização periódica da mensagem de navegação.
- ***Segmento de usuários***
  - Posicionamento topográfico e geodésico; navegação aérea, marítima e terrestre.

# Estrutura do sistema GPS





# Sinais transmitidos

- **Portadoras com frequências distintas:**
  - $L1 = 154 \times 10,23 \text{ MHz} = 1575,42 \text{ MHz}$  (19,05 cm)
  - $L2 = 120 \times 10,23 \text{ MHz} = 1227,60 \text{ MHz}$  (24,45 cm)
  - $L5 = 1176,45 \text{ MHz}$  (25 cm)
  - Banda L1: 1563,42 - 1587,42 MHz
  - Banda L2: 1215,6 - 1239,6 MHz
  - Banda L5: 1164,45 – 1188,45 MHz
- **Códigos:**
  - C/A (Clear Access): usado na navegação em geral.
  - P (Precision): estrito ao uso militar.
  - L2C (Código C/A em L2)



# Sinais transmitidos

## Características do C/A:

- 1,023 MHz
- 1 MS
- 293,1 m
- Modulada em L1 e em breve em L2

## Características do P:

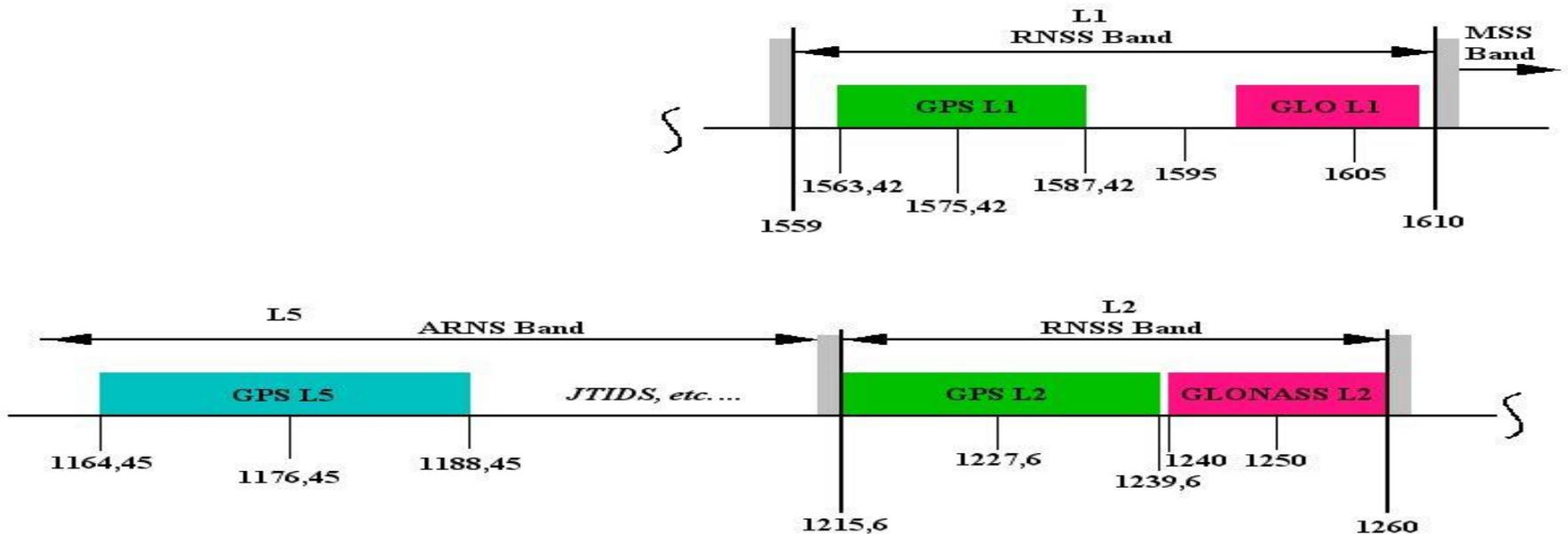
- 10,23 MHz
- 267 dias
- 29,31 m
- Modulada em L1 e L2

Dados: informações aos usuários



# Bandas dos sinais GPS

- *RNSS - Radio Navigation Satellite Services*
- *ARNS - Aeronautical Radio Navigation Services*
  - Figura extraída de K. McDonald - GPS World, Set 99.





# Sinais transmitidos

$$f = \frac{2\pi}{P} = \frac{d\varphi}{dt} \longrightarrow f - \text{frequência} \longrightarrow P - \text{período}$$

$$\longrightarrow 1 \text{ ciclo/seg} = 1 \text{ Hz}$$

$$\varphi = \int_{t_0}^t f dt \longrightarrow \varphi - \text{fase}$$

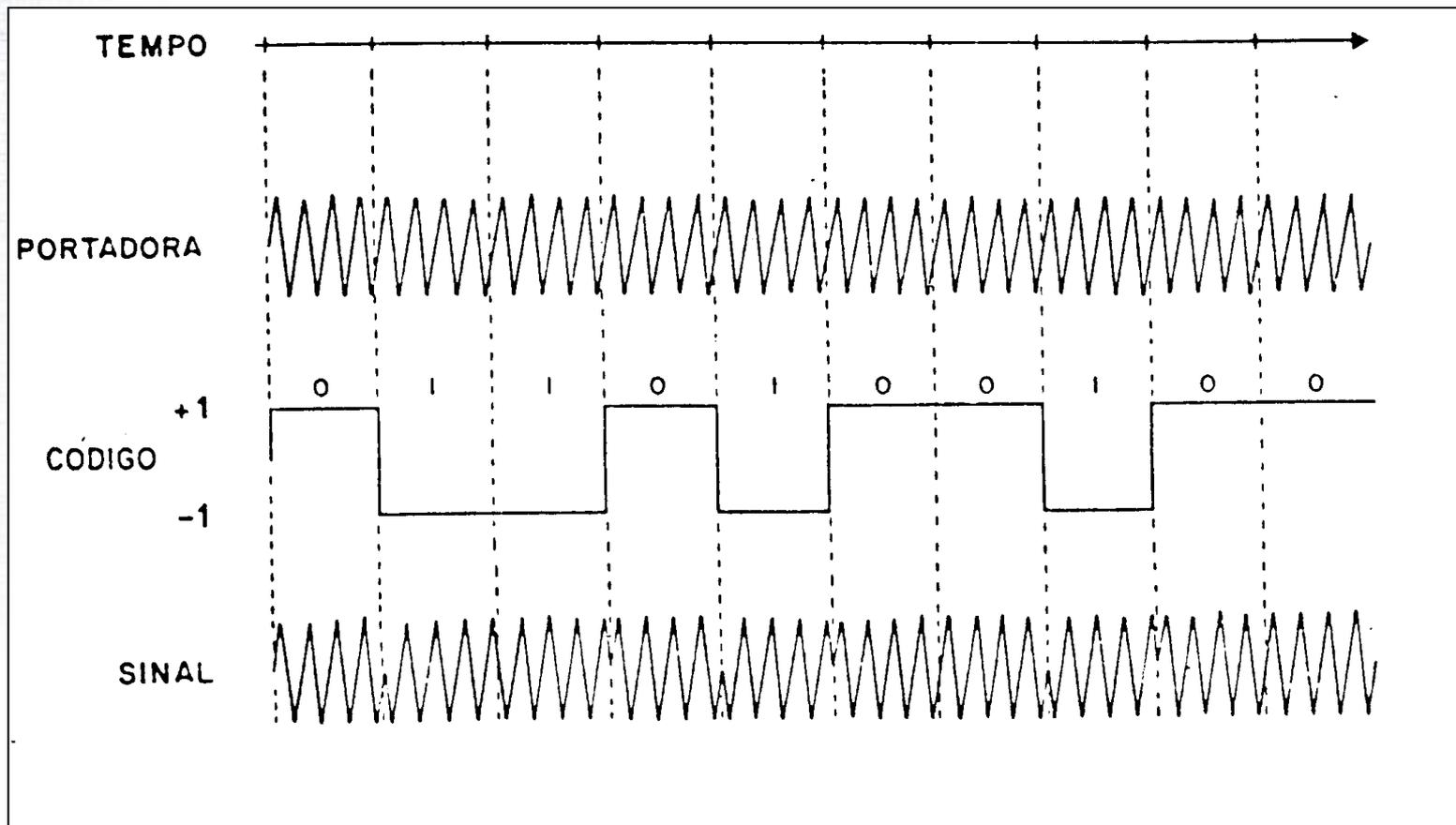


# Sinais Transmitidos

- **Todas as informações sobrepostas às portadoras são moduladas em fase. No caso dos códigos C/A e P, modulados na primeira frequência, há uma defasagem entre eles: o código P é modulado na fase co-seno e o código C/A na fase seno. A vantagem é que a portadora pode ser obtida através de um dos códigos independente do outro.**



# Modulação em fase





# Equações dos sinais

$$L1(t) = A_p P_i \cos(\omega_1 t + f(t)) + A_g G_i(t) D_i(t) \sin(\omega_1 t + f(t))$$

$$L2(t) = B_p P_i(t) D_i(t) \cos(\omega_1 + f(t))$$

- A, B - amplitudes dos sinais
- P, G - códigos P e C/A respectivamente
- D - dados transmitidos



# Tempo GPS

- O tempo GPS é controlado por 2 osciladores de césio e 2 de rubídio existentes nos satélites mais antigos. Atualmente há satélites com padrão de tempo a maser de hidrogênio.
- O tempo GPS nada mais é do que um sistema de tempo atômico.
- Origem inicial: 0 horas TUC do dia 6 de janeiro de 1980.
- Modo de contagem: é dado por duas variáveis: a semana GPS e o contador Z.



# Tempo GPS

- Semana: teve início em 1980 e perdurou por 1023 semanas, até 1999. Às 0hs TUC de 21 de agosto de 1999 reiniciou em 0. Os receptores precisam reconhecer esta nova origem de contagem da semana.
- Contador Z: representa o número inteiro de 1,5 segundos de tempo decorridos desde o início da semana (0 hs de domingo). Varia de 0 a 403 199.



# Distância estação/satélite - uso dos códigos

- ***Distância***

- $D_r^i = c \cdot \Delta t_r^i$

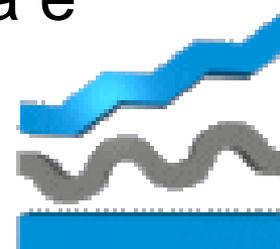
- $c$  - velocidade da luz

- $\Delta t_r^i$  - tempo de propagação do sinal entre o satélite  $i$  e a estação  $r$  - derivado através de um dos códigos C/A ou P.



# Distância estação/satélite - uso dos códigos

- ***Erros sistemáticos envolvidos:***
  - $\Delta t^i$  - erro de sincronização do relógio do satélite
  - $\Delta t_r$  - erro de sincronização do relógio do receptor
  - $\Delta t_A$  - erro devido à refração sofrida pelo sinal na passagem pela atmosfera (troposfera e ionosfera)





# Distância estação/satélite - uso dos códigos

- ***Equação final:***

- $$D = \rho_{ri} + c \Delta t A_{ri} + c(\Delta t_r - \Delta t_i) \quad (i=1,2,3,4) \quad (1)$$

$$\rho_{ri} = [(X_i - X_r)^2 + (Y_i - Y_r)^2 + (Z_i - Z_r)^2]^{1/2} \quad (2)$$

- $\rho_{ri}$  - distância cartesiana



# Distância estação/satélite - uso dos códigos

- ***Incógnitas envolvidas:***

- $X_r, Y_r, Z_r$  - coordenadas da estação
- $\Delta t_r$  - erro do relógio do receptor
- “Para se obter uma posição instantânea é necessário observar no mínimo 4 satélites, e com isso resolver 4 equações.”



# Distância estação/satélite - uso da portadora

- Medida da fase de batimento da portadora
  - $\phi_r^i(t) = \phi^i(t) - \phi_r(T)$  (3)
  - $\phi_r^i(t)$  - observação da fase de batimento da portadora, em unidades de ciclos, entre o satélite (i) e o receptor (r), para a época t.
  - $\phi^i(t)$  - fase do sinal recebido, transmitido pelo satélite (i) na época (t), medida em ciclos.
  - $\phi_r(T)$  - fase do sinal gerado no receptor (r) na época (T) em que o sinal transmitido chega ao receptor, medida em ciclos.



# Distância estação/satélite - uso da portadora

- Tempo de propagação:

- $\delta\tau = T - t$  (4)

- $\delta\tau = (\rho_r^i / c) + (\delta A_r^i / c)$  (5)

- $\phi^i (t) = \phi^i (T - \delta\tau )$

- Linearizando por Taylor

- $\phi^i (t) = \phi^i (T) - (\partial\phi^i / \partial t) \delta\tau ) = \phi^i (T) - f\delta\tau$

- substituindo:

- $\phi_r^i (T) = \phi^i (T) - \phi_r (T) - (f/c) \rho_r^i - (f/c) \delta A_r^i$  ou

- $\phi_r^i (T) = \phi^i (T) - \phi_r (T) - (f/c) \rho_r^i + N_r^i - (f/c) \delta A_r^i$  **(6)**



## Distância estação/satélite - uso da portadora

- A equação (6) é semelhante à da distância pelo código, porém, se trata de uma distância ambigua. Não se conhece o número inteiro de ciclos entre o satélite e o receptor no instante inicial da observação, representado por  $N_r^i$  e chamado de ambiguidade. A partir daquele instante, o receptor monitora o número inteiro de ciclos, desde que a sintonia ao satélite não seja perdida.



# Distância estação/satélite - uso da portadora

## • ***Distância pela fase:***

A equação anterior pode ser apresentada em unidades lineares ao invés de ciclos, bastando multiplicar pelo comprimento de onda  $\lambda = c/f$ , ficando:

$$D \phi_r^i = \rho_r^i + \lambda N_r^i + c \Delta t_{Ar}^i + c(\Delta t_r - \Delta t^i) \quad (7)$$

- A ambigüidade do receptor ( $N_r$ ) representa o número inteiro de ciclos contidos na distância satélite-receptor no instante do começo da medida de fase
- Os dois últimos termos incluem as frações de ciclo no receptor e no satélite bem como o erro de sincronização dos respectivos relógios. Foi introduzido o sub-índice  $i$  para indicar um satélite específico.



## Fase de batimento da portadora

- Simples diferença de fase
  - Aplicando a equação (6) da diferença de fase para duas estações A e B e um mesmo satélite 'i' tem-se:
    - $\phi_{AB}^i (T) = \phi_B^i (T) - \phi_A^i (T) = \phi_{AB} (T) + (f/c) \rho_{AB}^i +$   
 $+ N_{AB}^i + (f/c)\delta A_{AB}^i$  (8)
  - Nesta equação desaparece o termo relativo à fração de fase no satélite. Cria-se uma correlação entre as observações das estações A e B.



## Fase de batimento da portadora

- Dupla diferença de fase:
  - Aplicando a equação (8) da simples diferença de fase para dois satélites  $i$  e  $k$ :
    - $\phi_{AB}^{ik}(T) = \phi_B^k(T) - \phi_A^i(T) = (f/c) \rho_{AB}^{ik} +$
    - $+ N_{AB}^{ik} + (f/c) \delta A_{AB}^{ik} \quad (9)$
    - Agora desaparece o termo correspondente à fração de ciclo na estação. Entretanto, haverá mais uma correlação: de um satélite para o outro.



## Fase de batimento da portadora

- Tripla diferença de fase:
  - Aplicando a equação (9) da dupla diferença de fase para dois instantes consecutivos dos satélites, tem-se:
    - $$\phi_{AB}^{ik}(T_{1,2}) = \phi_B^k(T_2) - \phi_A^i(T_1) = (f/c) [\rho_{AB}^{ik}(T_2) - \rho_{AB}^{ik}(T_1)] + (f/c) [\delta A_{AB}^{ik}(T_2) - \delta A_{AB}^{ik}(T_1)] \quad (10)$$
  - Esta equação é totalmente isenta da ambigüidade. Apresenta, porém, várias correlações. Permite a obtenção rápida de coordenadas, sem muita confiabilidade, uma vez que, em geral, torna-se difícil levar em consideração as correlações.



# Solução da ambigüidade

- ***Ambigüidade inicial deve ser resolvida***

- ***Método geométrico:***

Vale-se do fato de que uma boa geometria dos satélites é favorável. Para isso usa-se períodos longos de observação (1 a 2 horas). Não se pode perder a sintonia aos satélites. Obtém-se inicialmente as coordenadas pela tripla diferença e daí as distâncias. Compara com distâncias ambíguas e deriva-se valores para as ambigüidades. Bons resultados em curtas distâncias (20 km).



# Solução da ambigüidade

- ***Combinação do código e da portadora***
  - Fase do código não é ambígua
  - Medidas de fase do código usadas como comprimento adicional
  - Independe da geometria
  - Exige baixo nível de ruído - só é possível com o código P.
- ***Método de pesquisa da ambigüidade***
  - Pesquisa a combinação ótima da ambigüidade para L1, L2 ou sinais derivados - técnicas de otimização



# Solução da ambigüidade

- número de operações matemáticas aumenta rapidamente
  - Na banda larga a solução é mais fácil
  - Permite a resolução rápida - cinemático
  - Vale-se do caráter inteiro da ambigüidade
  - Sensível a erros sistemáticos
  - Exige número grande de satélites ( $\geq 8$ )
- ***Método combinado***
- Combinação de todas as possibilidades anteriores
  - Cada valor fixado melhora e estabiliza a solução no passo seguinte - Isto vale para as frequências originais e para as combinações



# Técnicas de Posicionamento com o GPS

- O posicionamento estático trouxe uma euforia inicial: precisão de centímetro em 1 a 2 horas.
- Objetivo posterior: resolver a ambigüidade rapidamente (minutos) ou até em movimento.
- Técnicas rápidas de posicionamento:
  - Rápido estático
  - Semi-cinemático
  - Cinemático



# Posicionamento rápido com o GPS

- ***Rápido estático***
  - Duas alternativas:
    - ocupação simples da estação
    - reocupação da estação depois de cerca de 1 hora.
  - No primeiro caso é necessário usar métodos rápidos de solução da ambigüidade.
  - No segundo caso a estação deve ser reocupada depois de 50 a 120 minutos. Tempo de medições: 4 a 8 minutos. Não é necessário manter o rastreio durante o deslocamento. A interrupção é tratada como perda de ciclos.



# Posicionamento rápido com o GPS

- ***Semi cinemático (stop and go)***
  - Resolver preliminarmente as ambigüidades e mantê-las. A sintonia a pelo menos 4 satélites deve ser mantida durante o movimento.
    - determinação de uma base inicial
    - curta observação numa base conhecida
    - troca das antenas
- ***Cinemático***
  - Aplicações: levantamentos aéreos, marítimos, terrestres, etc.



# Posicionamento rápido com o GPS

- **Necessidade de resolver as ambigüidades sem ter que fazer um levantamento estático. Os dados do receptor fixo devem ser transmitidos ao móvel - 2000 bps.**
- **Métodos rápidos de solução da ambigüidade. O ideal é ter pelo menos 8 satélites.**
- **Técnica da banda extra larga**
- **Funções de pesquisa da ambigüidade**



# Dilution of precision (DOP)

- O prefixo abreviação DOP é muito conhecida e sabe-se também que valores menores são melhores do que valores maiores. Apresenta-se igualmente outras alternativas:
  - GDOP;
  - PDOP;
  - HDOP;
  - VDOP e
  - TDOP.



# Dilution of precision (DOP)

- A equação de observação da distância tem a seguinte forma geral:
- $L_b + V = F(X_a)$
- Tratando-se de um modelo não linear, a linearização conduz ao seguinte modelo:
- $L_b + V = AX_a$  (11)
- $X_a = X_o + X$  (12)



# Dilution of precision (DOP)

- A solução para os parâmetros é dada por:
  - $X = -(A^T P A)^{-1} A^T P L$  - MMQ (13)
- Os parâmetros incluem as coordenadas do receptor bem como a correção ao relógio.  $P$  - matriz peso.
- E a matriz covariância dos erros dos parâmetros? Ela dirá como as distâncias observadas e seus erros associados influem no cálculo dos parâmetros.



# Dilution of precision (DOP)

- Obtém-se a matriz covariância de erro dos parâmetros aplicando a lei de propagação das covariâncias:
  - $C_X = [(A^T P A)^{-1} A^T P] C_L [(A^T P A)^{-1} A^T P L]^T =$
  - $= (A^T C_L^{-1} A)^{-1}$  (14)
  - Em (13)  $P = \sigma_0^2 C_L^{-1}$  (15)
- A equação (14) mostra como, a partir de uma particular condição geométrica de um conjunto de observações, traduzida pela matriz  $A$ , e seus erros associados ( $C_L$ ), se infere a qualidade dos parâmetros ( $C_X$ ).



# Dilution of precision (DOP)

– Admitindo que as observações sejam igualmente confiáveis e que não estejam correlacionadas, a equação (13) se reduz a:

$$\bullet C_X = (A^T A)^{-1} \sigma^2 = G \sigma^2 \quad (16)$$

• onde  $\sigma$  representa o desvio padrão comum a todas as observações.

– A diagonal da (16) fornece uma estimativa de erro das componentes dos parâmetros, ou seja, leste, oeste, vertical e relógio ( $\sigma_E, \sigma_N, \sigma_V, \sigma_T$ ).  $G$  traduz a geometria dos satélites.  $\sigma^2$  é um fator de escala



# Dilution of precision (DOP)

tipicamente maior do que a unidade, aumentando, portanto, os elementos de  $G$  e por isso chamado de Diluição de Precisão Geométrica (GDOP - Geometric Dilution of Precision).

Pode-se examinar a qualidade de componentes específicas bastando considerar as variâncias apropriadas:

$$\sigma_P = (\sigma_E^2 + \sigma_N^2 + \sigma_V^2)^{1/2} \quad (17)$$

$$\sigma_H = (\sigma_E^2 + \sigma_N^2)^{1/2} \quad (18)$$

$$\sigma_V = (\sigma_V^2)^{1/2} \quad (19)$$



# Dilution of precision (DOP)

$$\sigma_T = (\sigma_T^2)^{1/2} \quad (20)$$

- Para cada uma destas medidas de erro pode-se determinar o correspondente DOP. Assim:

$$\text{PDOP} = (1/\sigma) (\sigma_E^2 + \sigma_N^2 + \sigma_V^2)^{1/2} \quad (21)$$

$$\text{HDOP} = (1/\sigma) (\sigma_E^2 + \sigma_N^2)^{1/2} \quad (22)$$

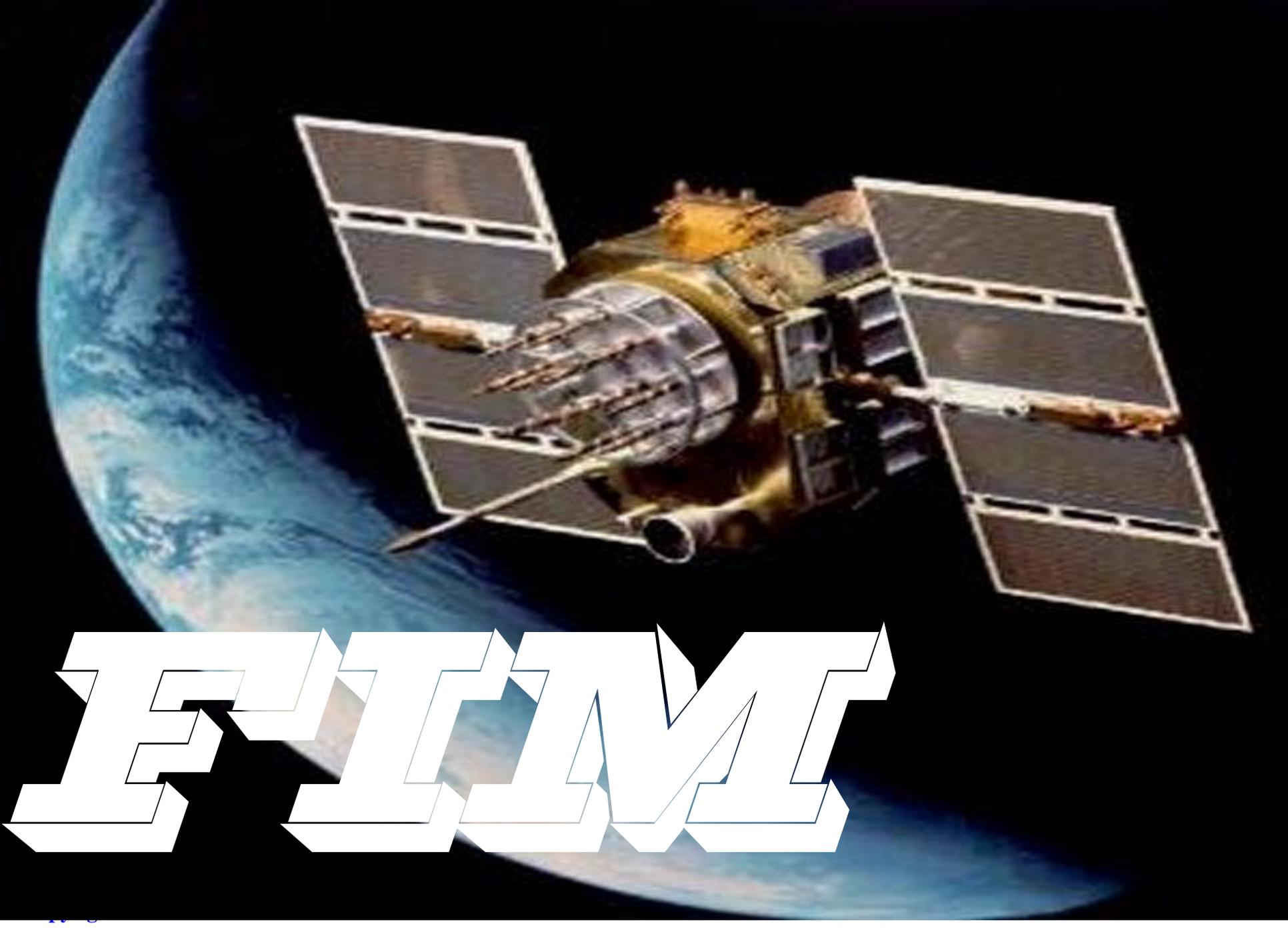
$$\text{VDOP} = (1/\sigma) (\sigma_V^2)^{1/2} \quad (23)$$

$$\text{TDOP} = (1/\sigma) (\sigma_T^2)^{1/2} \quad (24)$$



# Dilution of precision (DOP)

Considerando que os vários DOPs estão em função das coordenadas dos satélites e da estação, eles podem ser preditos antes de qualquer observação ser realizada. Basta conhecer a distribuição dos satélites ao redor do horizonte e estimar as coordenadas da estação.



**EITM**