Disciplina: LES-805 - Econometria II
professora: Ana Lúcia Kassouf
Período:
Data:

EXERCÍCIOS - V

1. Uma amostra aleatória de tamanho T é obtida de uma população com função de densidade de probabilidade.

$$f(y) = (\theta + 1)\, y^{\theta}, \quad 0 < y < 1$$

Obtenha o estimador de máxima verossimilhança de θ.

2. Seja $Y_1, \ldots, Y_T$ uma amostra aleatória de uma população com função de densidade de probabilidade

$$f(y) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\theta^{\alpha}}\, y^{\alpha-1} e^{-y/\theta}, \quad y > 0$$

que é a distribuição Gama, a qual tem média $E(y)=\alpha\theta$ e variância $var(y)=\alpha\theta^2$.
(a) Obtenha o estimador de máxima verossimilhança de θ se α é conhecido.
(b) Obtenha a esperança de θ e a variância de θ. Este estimador é consistente?
(c) Obtenha a matriz de informação $I(\theta)$, que no caso é (1x1),

$$I(\theta) = -E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta^2}\right)$$

onde L é a função de máxima verossimilhança, e conclua sobre a eficiência do estimador comparando a $var(\theta)$ com $[I(\theta)]^{-1}$.

3. Considere a seguinte equação, onde a quantidade de lã demandada q depende do preço da lã p e do preço dos materiais sintéticos s.

$$q_t = \beta_1 + \frac{\beta_2(p_t^{\lambda} - 1)}{\lambda} + \frac{\beta_3(s_t^{\lambda} - 1)}{\lambda} + \varepsilon_t$$

onde β_1, β_2, β_3 e λ são parâmetros desconhecidos e ε são erros aleatórios, independentes e identicamente distribuídos com média zero e variância σ^2.
(a) Obtenha, em termos dos parâmetros desconhecidos, a elasticidade da demanda de lã em relação ao preço da lã e em relação ao preço dos sintéticos.
(b) Mostre que a equação de demanda é uma função linear de "p" e "s" se $\lambda=1$.
(c) Use as 45 observações da tabela para obter as estimativas dos parâmetros desconhecidos e as estimativas das elasticidades no ponto médio dos dados amostrais. Use as estimativas de mínimos

quadrados ordinários do modelo de demanda linear (λ=1) como valores iniciais dos parâmetros no processo iterativo.

q	p	s
580	184	230
690	116	154
460	228	220
340	281	219
221	286	120
791	106	233
651	133	159
239	304	164
182	334	173
353	260	181
74	348	104
233	305	155
196	309	140
279	294	184
325	303	243
169	337	162
727	108	166
500	190	162
167	362	230
178	363	216
609	176	242
167	377	247
296	309	230
123	358	165
80	357	129
148	350	171
694	139	225
174	328	157
601	130	121
411	262	248
530	182	174
205	324	172
668	145	227
377	253	188
539	148	105
355	253	168
183	363	231
26	381	121
563	146	119
601	140	142
628	162	226
572	149	137
67	398	184
641	141	178
570	169	184

4. Use métodos não lineares e os dados da tabela para estimar os parâmetros da função de produção CES (constant elasticity of substitution) nos logaritmos,

$$logY_t = \log\alpha - \frac{\eta}{\rho}\log[\,\delta\, L_t^{-\rho} + (1-\delta\,)K_t^{-\rho}\,] + \varepsilon_t$$

onde Y é o produto, L o insumo trabalho, K o insumo capital, α, δ, ρ e η são parâmetros desconhecidos. Use como valores iniciais α=–2, δ=0.67, ρ=0.07, η=0.97.

Estados	Capital (K) (milhões Cr$)	Mão de Obra (L) (eq homem/ano)	Produção (Y) (milhões Cr$)
Rondônia	50946	142666	5673
Acre	19815	73698	3475
Amazonas	34311	321391	12003
Roraima	8161	13384	1029
Pará	180763	794864	36108
Amapá	4201	11644	698
Maranhão	136247	1543263	29310
Piauí	69600	756577	10351
Ceará	204156	987502	29548
Rio Grande do Norte	90144	356506	11792
Paraíba	129783	552754	17806
Pernambuco	234412	1077349	47030
Alagoas	122229	464995	24609
Sergipe	103797	253551	9110
Bahia	944323	2137837	87811
Minas Gerais	2253280	2200000	197120
Espírito Santo	261234	319935	29417
Rio de Janeiro	273629	271306	29801
São Paulo	3320546	1497942	293661
Paraná	1650787	1612875	193634
Santa Catarina	513157	627820	88310
Rio Grande do Sul	1857999	1371790	220576
Mato Grosso do Sul	958566	248388	53214
Mato Grosso	375207	272870	25982
Goiás	1254680	777094	82059
Distrito Federal	19900	15217	2169

Fonte: Censo Brasil 1980, (IBGE).

(a) Obtenha, em termos dos parâmetros desconhecidos, as produtividades marginais do trabalho e capital, assim como, as elasticidades do produto em relação a mão de obra e ao capital para a função CES,

$$Y_t = \alpha[\,\delta\, L_t^{-\rho} + (1-\delta\,)K_t^{-\rho}\,]^{-\eta/\rho}$$

19

Calcule estes valores com os dados médios amostrais.

5. Admite-se que as variáveis X e Y estão relacionadas de acordo com o modelo

$$Y_t = \cos(\beta X_t) + \varepsilon_t$$

onde os ε_t são erros aleatórios independentes com média zero e variância σ^2.

a) Dado um conjunto de T valores de X e Y, mostre como é determinada a estimativa de mínimos quadrados de β, pelo método de Gauss-Newton.

b) Admitindo que o ângulo βX_t seja medido em radianos, e adotando $\beta_o = \pi/2$ como estimativa preliminar de β, determine o valor de sua correção ($\Delta\beta$), de acordo com o método de Gauss-Newton, para os seguintes dados:

X	Y
0	1,1
1	-0,5
2	-0,3
3	0,8
4	-0,4

c) Qual é o valor da correção quando se considera $\beta_o = 2\pi/3$ como estimativa preliminar?

d) Determine a estimativa de β e do respectivo desvio padrão.