Disciplina: LES-805 - Econometria II
professora: Ana Lúcia Kassouf

EXERCÍCIO - I

1. O modelo $\begin{matrix} Y_1 \\ Y_2 \end{matrix} = \begin{matrix} X_1 \\ X_2 \end{matrix} \beta + \begin{matrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{matrix}$ satisfaz o modelo de regressão heterocedástico geral. Todas as variáveis têm médias zero. Os seguintes produtos cruzados foram obtidos de uma amostra de 20 observações:

	Y_1	Y_2	X_1	X_2
Y_1	20	6	4	3
Y_2	6	10	3	6
X_1	4	3	5	2
X_2	3	6	2	10

a. Calcule as estimativas de β por mínimos quadrados ordinários, as variâncias amostrais de β, as estimativas de σ_1^2 e σ_2^2 e os coeficientes de determinação para as duas equações separadamente.

b. Teste a hipótese $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ usando o multiplicador de Lagrange.

c. Calcule a estimativa de β por mínimos quadrados generalizados. Teste a hipótese de que β é igual a um.

d. Calcule a estimativa de β pressupondo que existe correlação contemporânea.

2. Considere os seguintes dados em painel.

	$i=1$		$i=2$		$i=3$	
	Y	X	Y	X	Y	X
1	30.27	24.31	38.71	28.35	37.03	21.16
2	35.59	28.47	29.74	27.38	43.82	26.76
3	17.90	23.74	11.29	12.74	37.12	22.21
4	44.90	25.44	26.17	21.08	24.34	19.02
5	37.58	20.80	5.85	14.02	26.15	18.64
6	23.15	10.55	29.01	20.43	26.01	18.97
7	30.53	18.40	30.38	28.13	29.64	21.35
8	39.90	25.40	36.03	21.78	30.25	21.34
9	20.44	13.57	37.90	25.65	25.41	15.86
10	36.85	25.60	33.90	11.66	26.04	13.28

a. Calcule as estimativas do modelo heterocedástico geral por mínimos quadrados generalizados.

$$Y_{it} = \alpha + \beta X_{it} + \varepsilon_{it}$$

b. Use o teste do multiplicador de Lagrange para testar a hipótese de que as variâncias são iguais.

c. Teste se existe correlação contemporânea.

3. Suponha que no modelo heterocedástico geral cujo estimador é $\beta = \left(X'\Omega^{-1}X\right)^{-1} X'\Omega^{-1}Y$, a matriz X é a mesma para todo i. Neste caso, qual seria o estimador de β? Como você estimaria, se necessário, σ_i^2?

Gabarito:

1) a) $b_1 = 0,8$

$s_1^2 = 16,8/19 = 0,884$

$Var(b_1) = 0,176$

$b_2 = 0,6$

$s_2^2 = \frac{6,4}{19} = 0,3368$

$Var(b_2) = 0,03368$

b) $s_1^2 = \frac{16,8}{20} = 0,844$

$s_2^2 = \frac{6,4}{20} = 0,3222$

$s^2 = \frac{70/3}{40} = 0,583$

$$LM = 10\left[\left(\frac{0,844}{0,583} - 1\right)^2 + \left(\frac{0,322}{0,583} - 1\right)^2\right] = 4,007$$

c) $$\left(\frac{4}{0,844} + \frac{6}{0,322}\right) \Big/ \left(\frac{5}{0,844} + \frac{10}{0,322}\right) = 0,6327$$

$$t = \frac{0,6327 - 1}{\sqrt{0,02706}} = -2,2328$$

d) $b = 2/3$

$s_1^2 = 0,844$

$s_2^2 = 0,322$

$s_{12} = 0,144$

$\hat{\beta} = 0,579$

(2)

a) $\hat{\sigma}_1^2 = \frac{464,21}{10}$ $\hat{\sigma}_2^2 = \frac{732,56}{10}$ $\hat{\sigma}_3^2 = \frac{125,28}{10}$

$$b = \begin{bmatrix} 7,179 \\ 1,138 \end{bmatrix}$$

b) $LM = 3,79$

c) $LM_{con\,cont} = 5,92$

(3)

$$[X' \quad X' \quad \dots \quad X'] \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & & & 0 \\ & 1/\sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1/\sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ X \\ \vdots \\ X \end{bmatrix}$$

idem $X'\Omega^{-1}Y$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} \frac{1}{\sum_i 1/\sigma_i^2} \cdot \sum_i \left(\frac{1}{\sigma_i^2} X'y_i \right)$$

$$w_i = (1/\sigma_i^2) \div \left(\sum_{j=1}^{n} 1/\sigma_j^2 \right) \qquad \hat{\beta} = \sum_{i=1}^{n} w_i b_i$$

$$b_i = (X'X)^{-1} X' y_i$$

$\hat{\beta}$ é uma média ponderada dos estimadores de MQO (b)