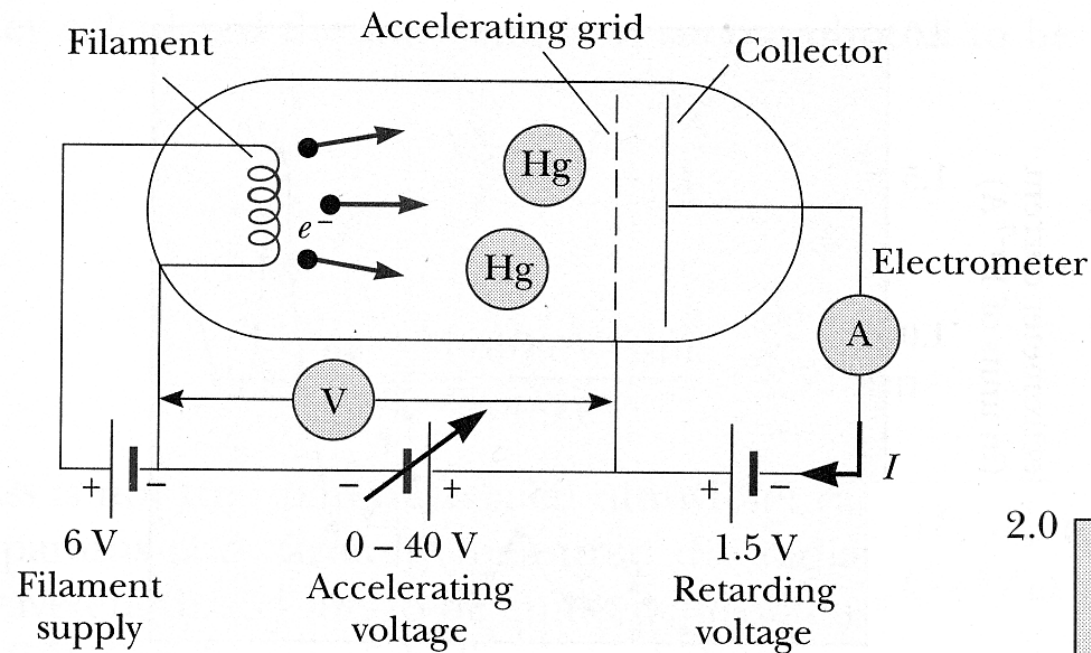
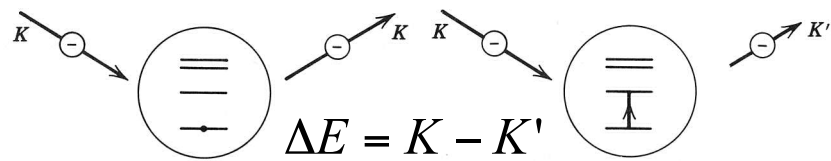


A experiência de Franck & Hertz, 1914



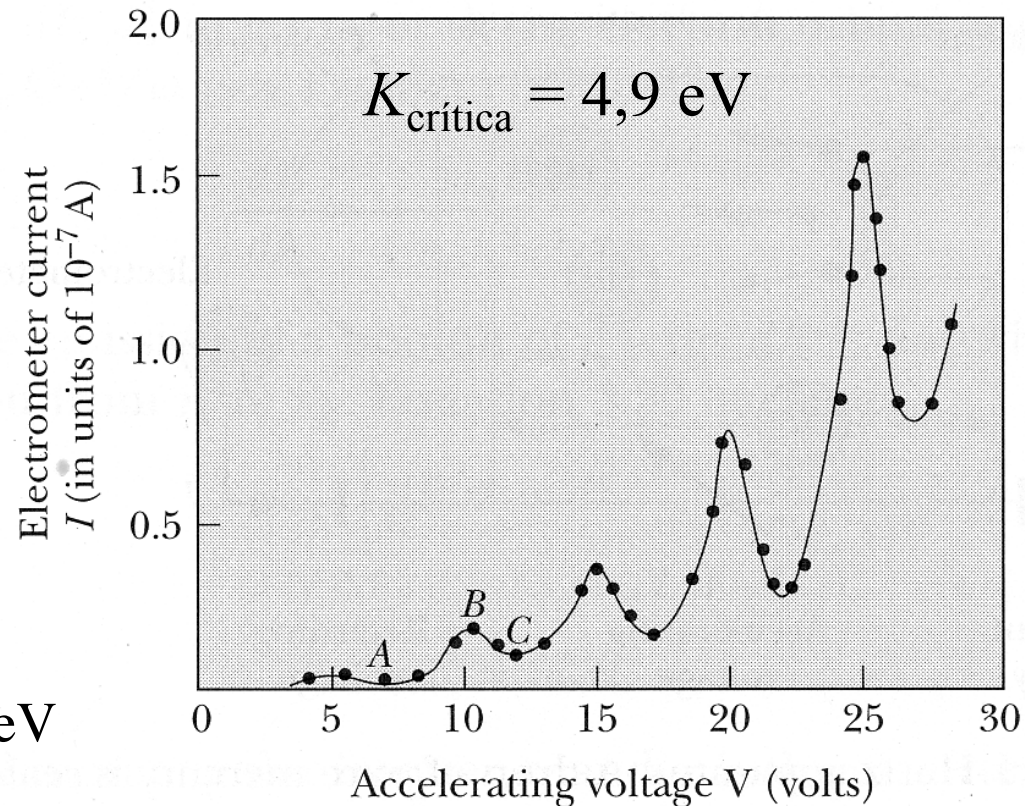
Estados de energia atômicos

Emissão de fótons: $\lambda = 253,67 \text{ nm}$



$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = K_{\text{crítica}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{\text{crítica}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{253,7 \text{ nm}} = 4,89 \text{ eV}$$



Regras de quantização

Wilson & Sommerfeld, 1916: para qualquer sistema físico no qual as coordenadas sejam funções periódicas do tempo, existe uma condição quântica para cada coordenada.

$$\oint p_q dq = n_q h$$

Sendo q uma das coordenadas, p_q o momento associado a essa coordenada, n_q um número quântico que só admite valores inteiros e a integração é feita sobre um período de q .

Caso do oscilador harmônico

Energia total

$$E = K + V = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$$

Energia potencial

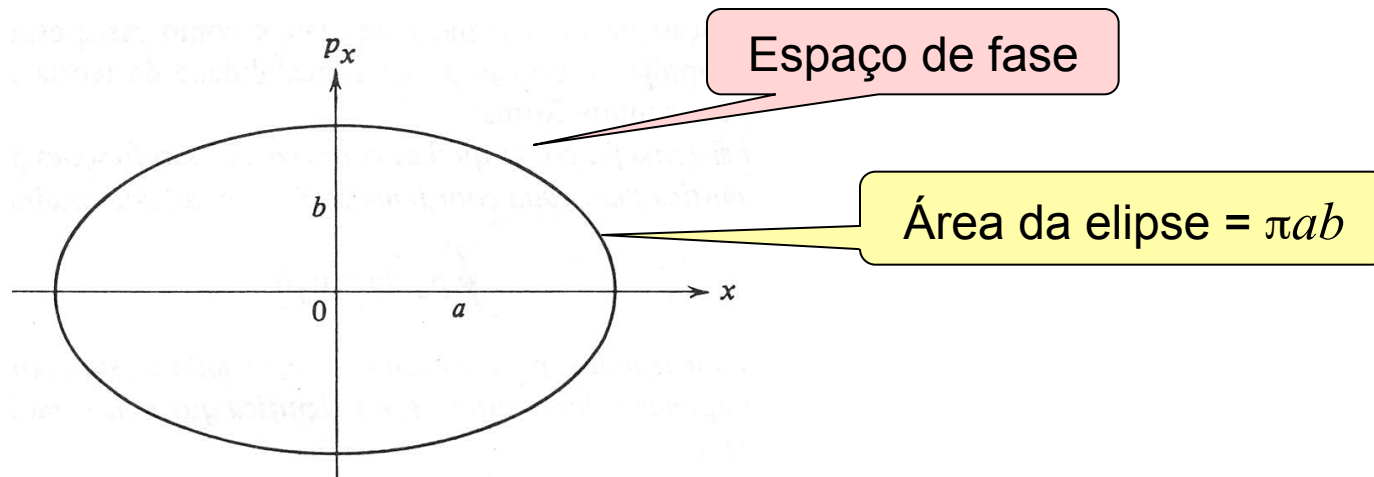
Energia cinética

$$\Rightarrow \frac{p_x^2}{2mE} + \frac{x^2}{2E/k} = 1 = \frac{p_x^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2}$$

Equação de uma elipse

$$a = \sqrt{2E/k}$$

$$b = \sqrt{2mE}$$



$$\oint p_x dx = \pi ab \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \oint p_x dx = \frac{2\pi E}{\sqrt{k/m}}$$

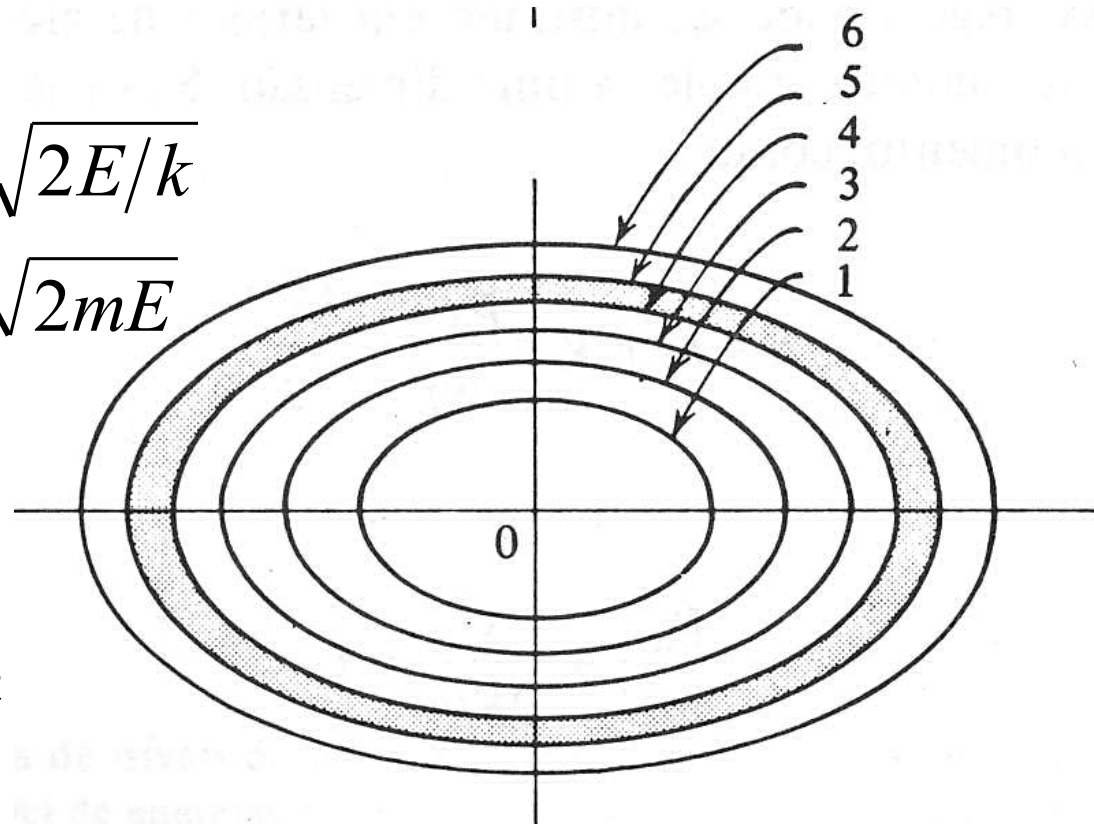
$$\text{Mas } \sqrt{k/m} = 2\pi\nu \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \oint p_x dx = \frac{E}{\nu} = n_x h = nh$$

$$\Rightarrow E = nh\nu$$

$$a = \sqrt{2E/k}$$

$$b = \sqrt{2mE}$$



Princípio da correspondência

Bohr, 1923:

1. As previsões da teoria quântica para o comportamento de qualquer sistema físico devem corresponder às previsões da teoria clássica no limite no qual os números quânticos que especificam o estado se tornam muito grandes.
2. Uma regra de seleção é válida para todos os números quânticos possíveis. Portanto, todas as regras que são necessárias para obter a correspondência ao limite clássico (n grande) também se aplicam no limite quântico (n pequeno).

Ver Ex. 4-11 (Eisberg, pág. 159).

Críticas à velha Mecânica Quântica

1. Teoria só trata sistemas periódicos;
2. Não determina as probabilidades de transição;
3. Só funciona para átomos mono-eletrônicos.

Propriedades ondulatórias da matéria

Postulado de *de Broglie*

1924 — generalização da dualidade onda-partícula

Fótons: $E = h\nu$ e $p = E/c = h\nu/c = h/\lambda$.

Partículas: $p = h/\lambda \Rightarrow \lambda = h/p$. Porque não percebemos?

É como no caso da ótica: geométrica e física.

Geométrica $\Rightarrow$ raios (trajetórias)

Física $\Rightarrow$ ondas (interferência, difração, ...)

Se $\lambda \ll a$ ou $\lambda \gg a \Rightarrow$ geométrica.

Se $\lambda \sim a \Rightarrow$ física.

Corpos macroscópicos $\Rightarrow$ massa $\Rightarrow$ momento $\Rightarrow \lambda$ pequeno

Massa de 1 kg a 10 m/s $\Rightarrow \lambda = h/mv = 6,6 \times 10^{-34}$ J.s/10 kg.m/s

$\Rightarrow \lambda = 6,6 \times 10^{-35}$ m = $6,6 \times 10^{-20}$ fm. Elétron de 100 eV:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2K}} = \frac{1,24 \text{ keV.nm}}{\sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 100 (\text{eV})^2}} \approx 0,12 \text{ nm}$$

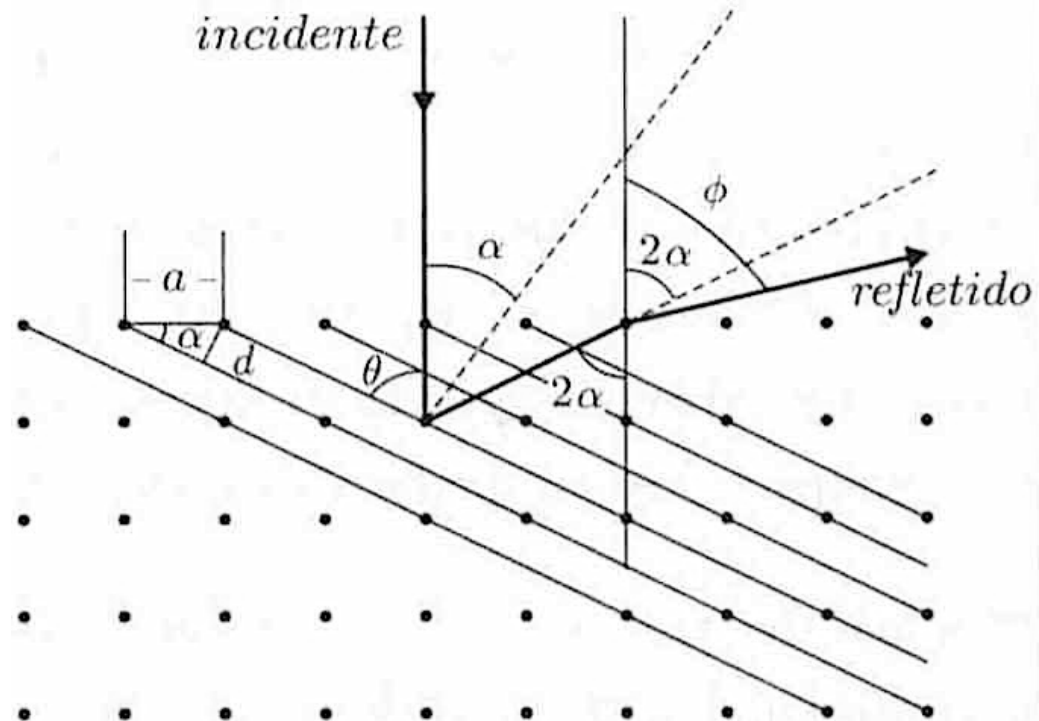
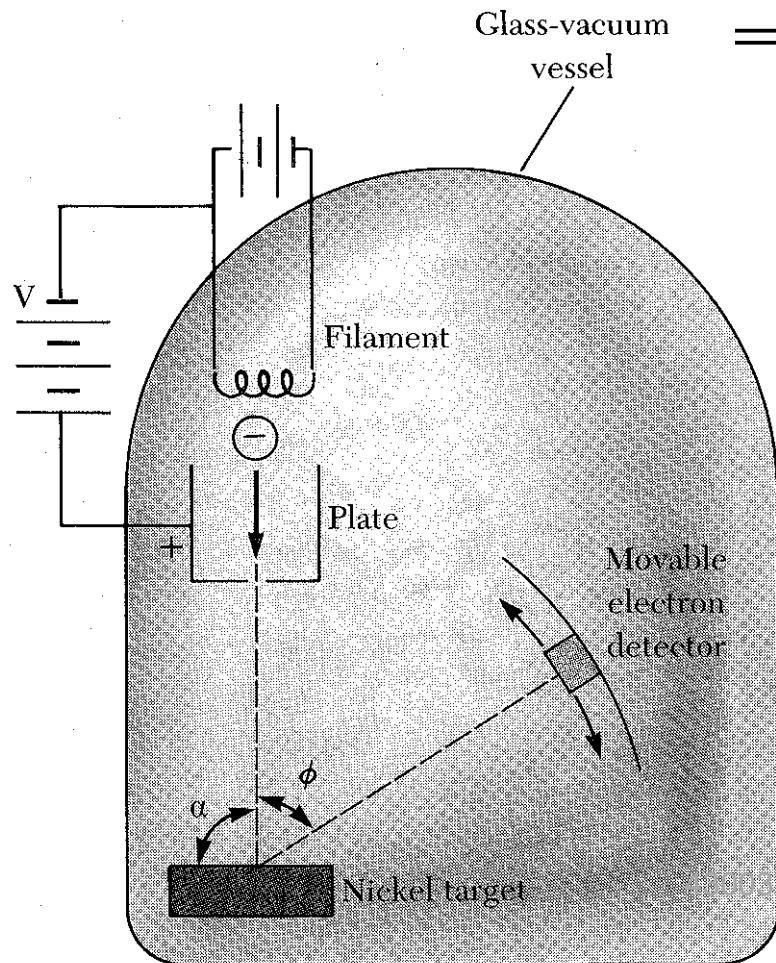
Testes experimentais da hipótese de de Broglie

Davisson e Germer, 1927: difração de elétrons

Índice de refração do material: $\mu = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\sin \phi}{\sin 2\alpha}$. Máximo $\Rightarrow$

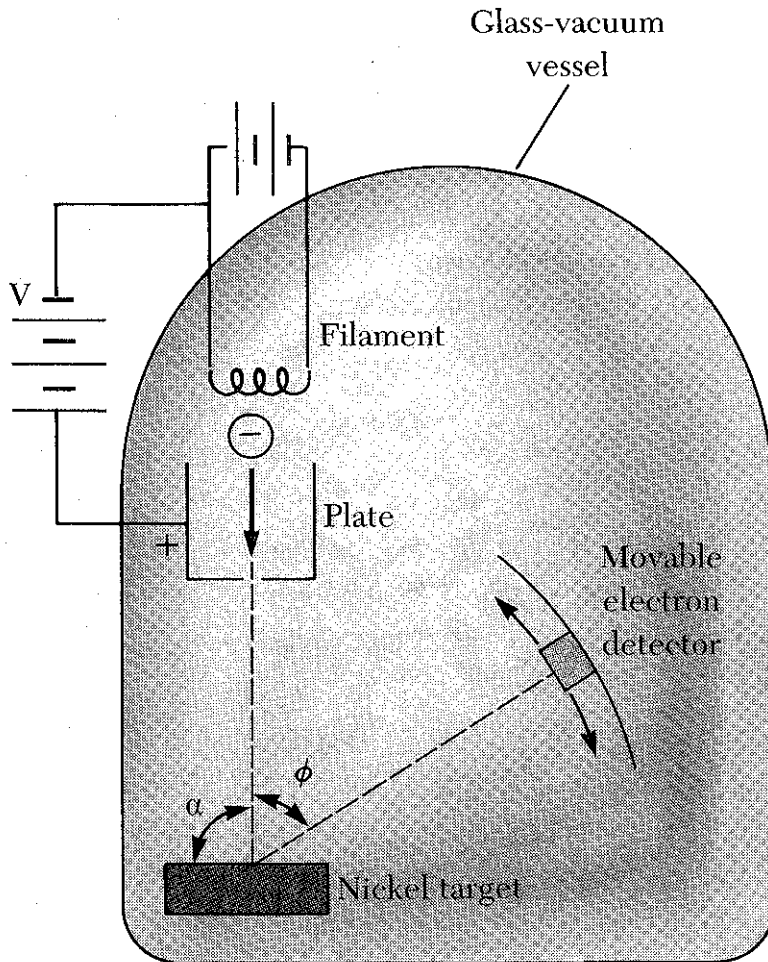
$\Rightarrow$ Condição de Bragg: $n\lambda' = 2d \sin \theta = 2d \cos \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow n\lambda = \frac{2d \cos \alpha \sin \phi}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \left(\frac{d}{\sin \alpha} \right) \sin \phi = a \sin \phi$$

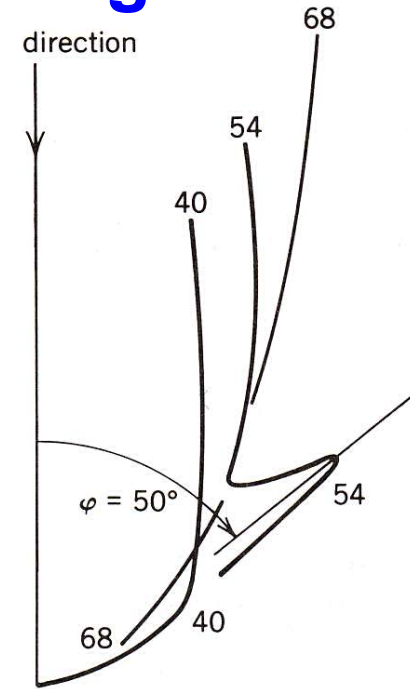
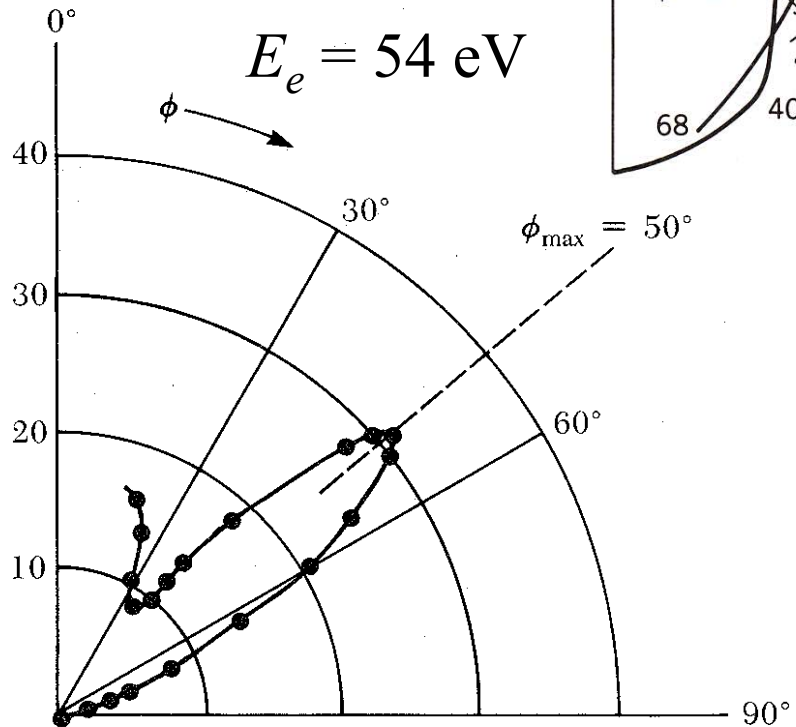


Testes experimentais da hipótese de de Broglie

Davisson e Germer, 1927: difração de elétrons



Scattered intensity (arbitrary units)

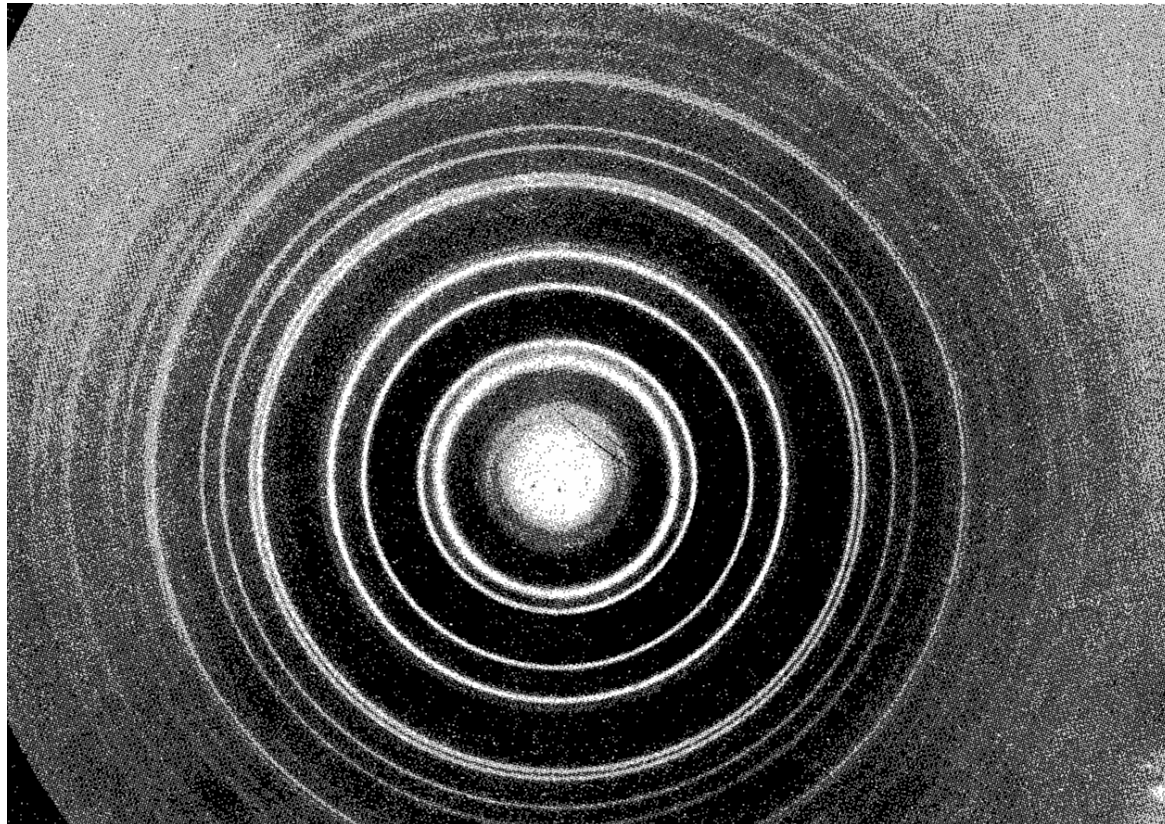


Medidas com raios-X $\Rightarrow d = 0,091 \text{ nm}$

Máximo em $\varphi = 50^\circ \Rightarrow \lambda = 2d \cos \varphi / 2 = 2 \times 0,091 \times 0,906 = 0,165 \text{ nm}$

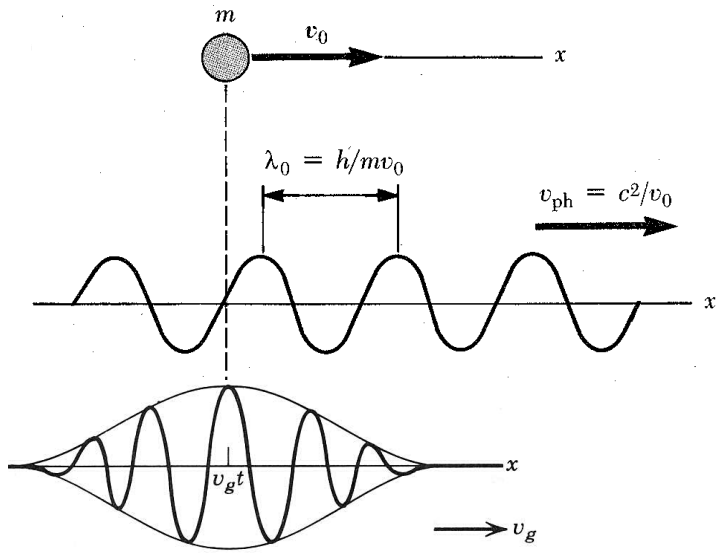
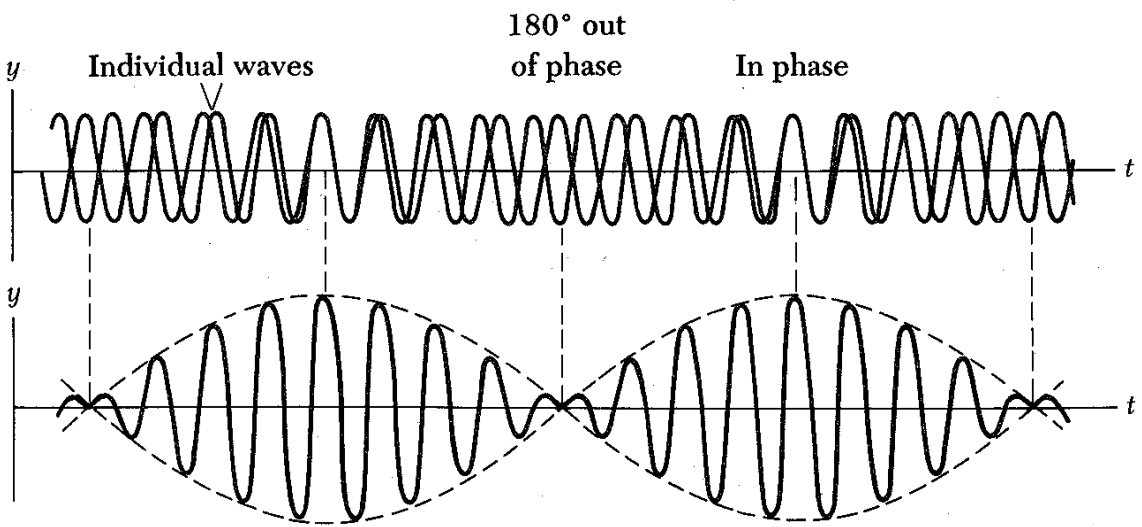
$$\text{Mas } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2K}} = \frac{1,24 \text{ keV} \cdot \text{nm}}{\sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 54 (\text{eV})^2}} \approx 0,168 \text{ nm}$$

G.P. Thomson — transmissão

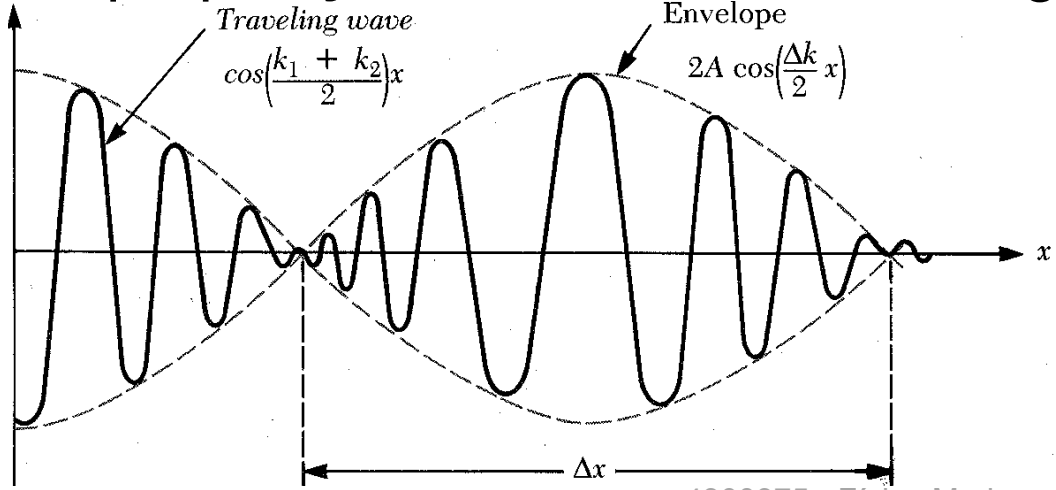


Partícula $\leftrightarrow$ onda localizada
(pacote de onda).

Como produzir um pacote? $\rightarrow$ Fourier



Superposição de 2 ondas com λ s ligeiramente diferentes.



Soma de 2 ondas

$$y_1 = A \cos(k_1 x - \omega_1 t) \quad \text{e} \quad y_2 = A \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

onde, como no Capítulo 13 (vol. II), $\omega = 2\pi f$ e $k = 2\pi/\lambda$. Adicionamos as ondas usando o princípio de superposição:

$$y = y_1 + y_2 = A \cos(k_1 x - \omega_1 t) + A \cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

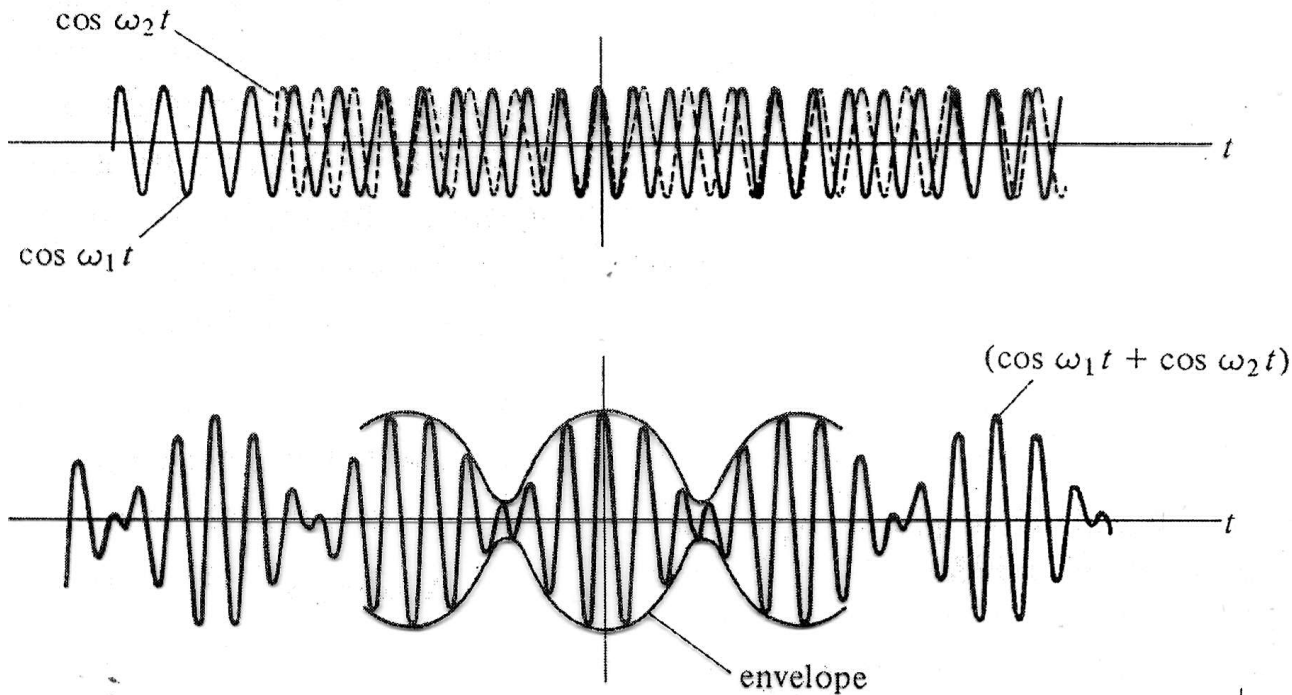
É conveniente escrever isso em uma forma que use a identidade trigonométrica

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a - b}{2}\right) \cos\left(\frac{a + b}{2}\right)$$

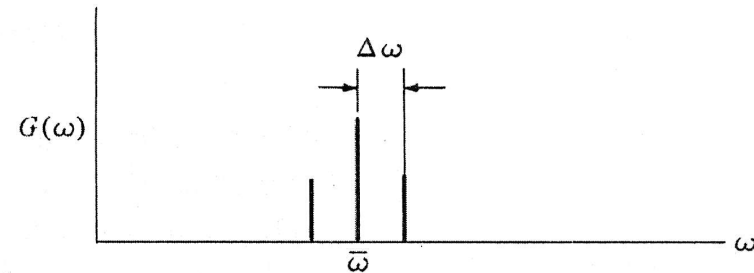
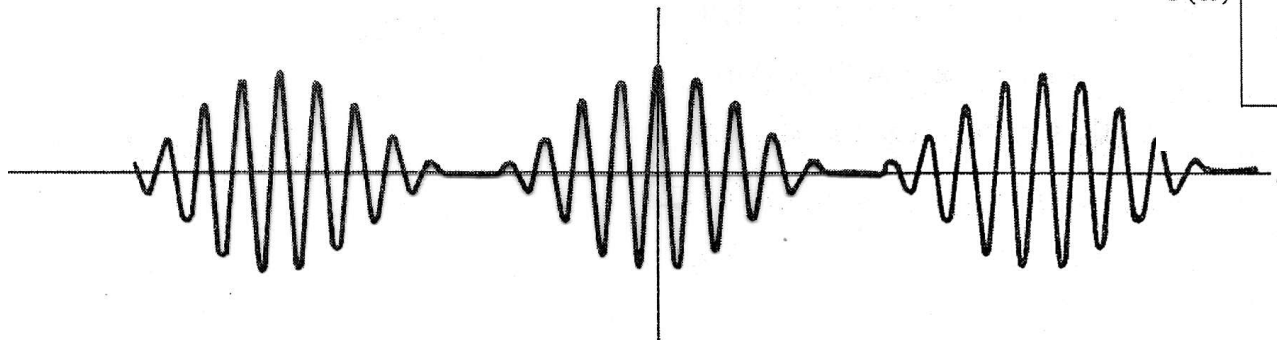
Sendo $a = k_1 x - \omega_1 t$ e $b = k_2 x - \omega_2 t$, encontramos

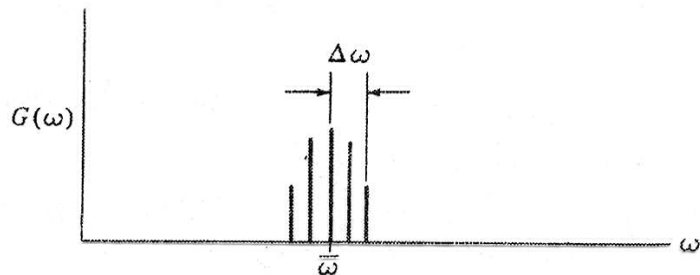
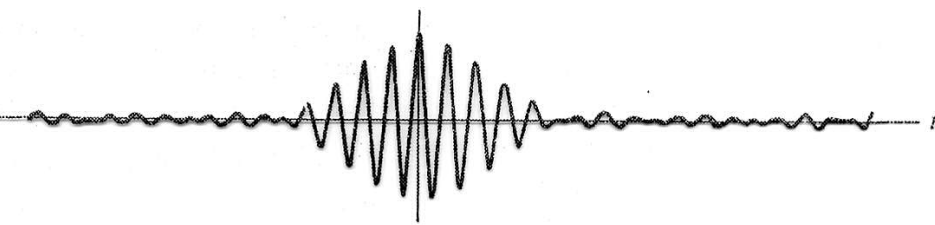
$$\begin{aligned} y &= 2A \cos\left[\frac{(k_1 x - \omega_1 t) - (k_2 x - \omega_2 t)}{2}\right] \cos\left[\frac{(k_1 x - \omega_1 t) + (k_2 x - \omega_2 t)}{2}\right] \\ &= \left[2A \cos\left(\frac{\Delta k}{2} x - \frac{\Delta \omega}{2} t\right)\right] \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2} x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \end{aligned} \quad [28.12]$$

Superposição de 2 ondas



Superposição de 3 ondas



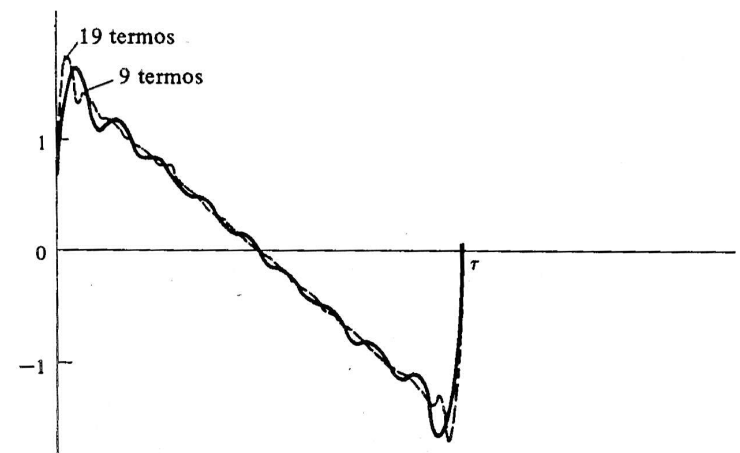
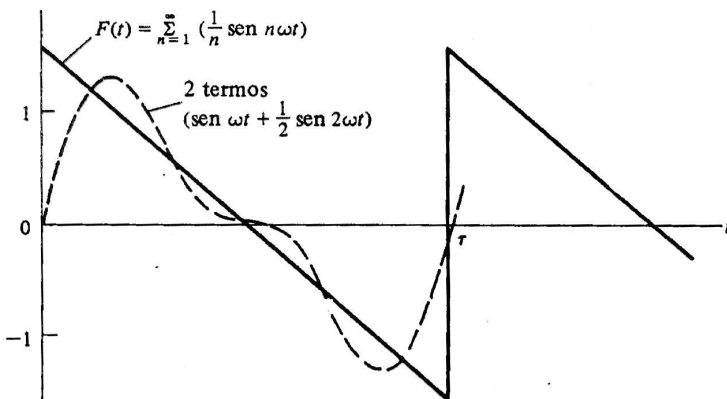
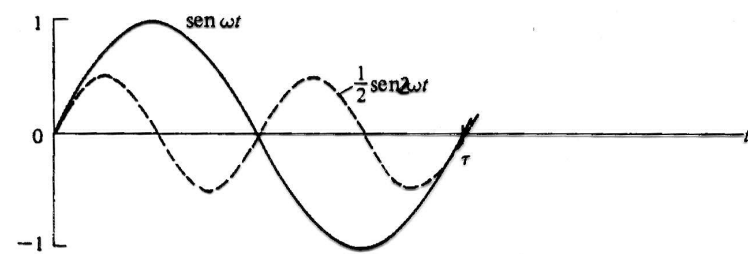


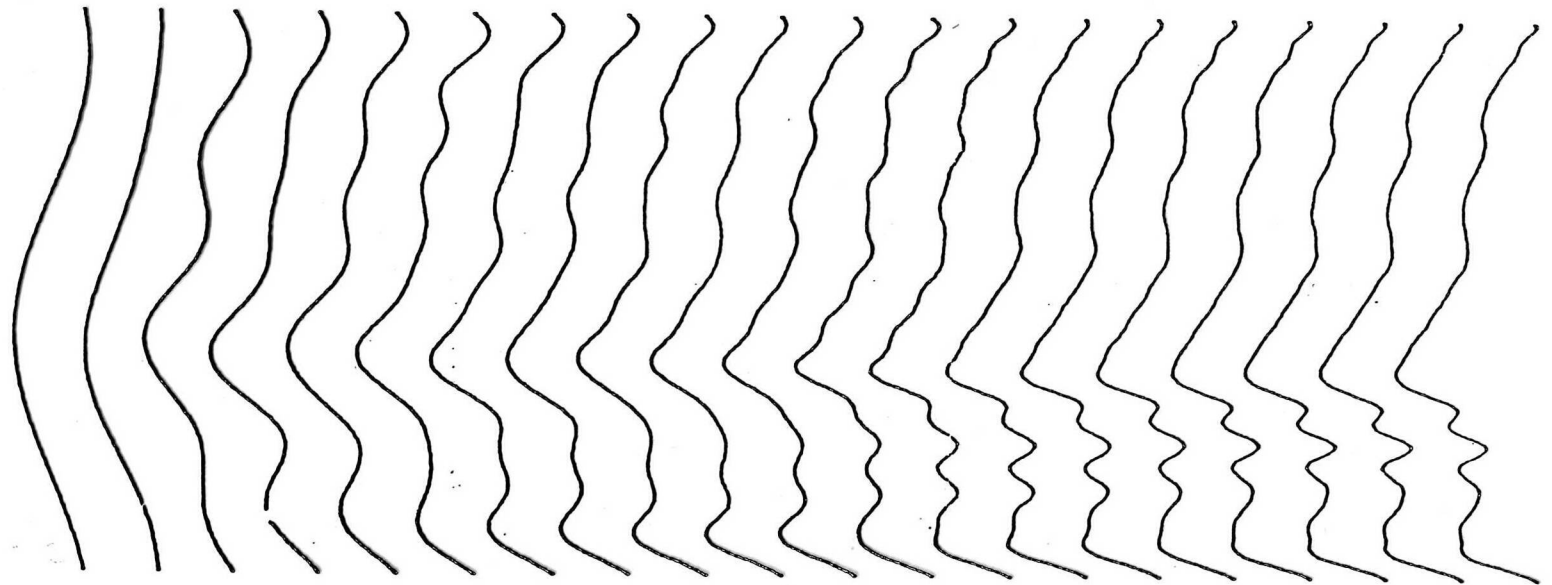
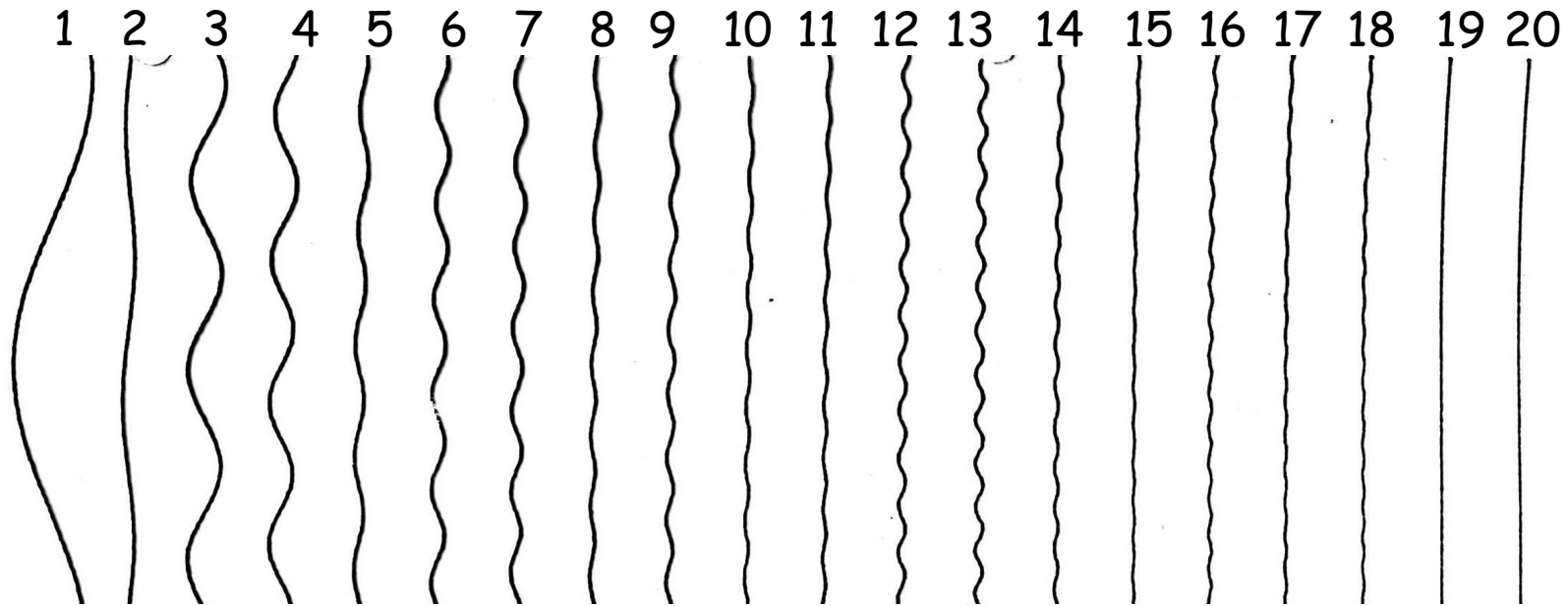
Superposição de muitas ondas $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Fourier

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} a(k) e^{ikx} dk$$

$$a(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$





**Fourier,
por ele
mesmo**

O. Helene,
IFUSP

A integral de Fourier

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} c(k) e^{ikx} dk$$

