



## Guia de Estudos<sup>1</sup>

### Objetivos

Preparação para a atividade experimental que abordará os fenômenos de difração e interferência da luz.

### Fundamentos<sup>2</sup>

Uma das propriedades mais surpreendentes das ondas está na sua capacidade de contornar obstáculos. O fenômeno associado a esta propriedade é denominado **difração**, da palavra latina *diffractus*, que significa "quebrar em pedaços".

O exemplo mais simples de difração pode ser visto no tanque de ondas da fotografia da Figura 1. Ela mostra um trem de ondas com frentes de onda retas chegando a uma única fenda existente numa barreira que se estende paralelamente a estas frentes de onda. A fenda age como se fosse uma única fonte puntiforme, emitindo um trem de ondas com frentes de ondas praticamente circulares que se espalham uniformemente numa ampla faixa de direções na região além da barreira. Utilizamos este exemplo para explicar as bases físicas da construção de Huygens para a difração da luz: o desvio sofrido ao passar por um obstáculo, tal como as bordas de uma fenda, por exemplo. Pode-se ver a difração da luz olhando-se para uma fonte luminosa distante, tal como um anúncio de neônio através da fenda formada entre dois dedos, ou observando a luz da rua que se escoia pelo tecido que recobre uma guarda-chuva de pano. Usualmente, os efeitos da difração são diminutos, devendo ser procurados cuidadosamente. Além disso, a maioria das fontes de luz possui uma área extensa, de modo que a figura de difração produzida por um dos pontos da fonte se superporá à das outras. Finalmente, as fontes luminosas ordinárias não são monocromáticas, de modo que os espectros dos vários comprimentos de onda se superporão, e, uma vez mais, o seu efeito se tornará menos evidente.

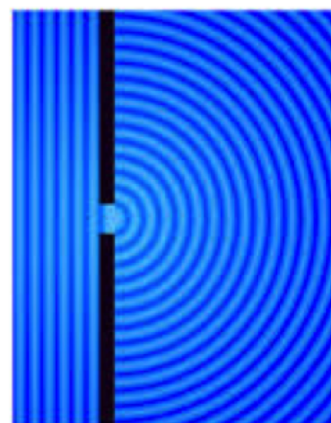


Figura 1: Fotografia da difração por fenda simples numa cuba de ondas. Créditos da imagem: *PSSC Physics*. D. C. Heath, Boston, 1965. Cortesia da Associação para o Proresso da Educação.

---

<sup>1</sup>M. Donadelli, Física Experimental B, IFUSP - 2019

<sup>2</sup>Referência: [1]**Física 4**, D. Halliday & R. Resnick, Livros Técnicos e Científicos Editora

## Difração de Fraunhofer com Fenda Simples

Um feixe de luz laser, incidente em uma fenda estreita, produz num anteparo colocado longe da fenda (condição de Fraunhofer<sup>3</sup>), uma figura de difração constituída de regiões com luz e regiões escuras, sem luz. A Figura 2, uma representação da difração de ondas, indica o padrão destas regiões projetadas no anteparo.

A posição dos mínimos de intensidade (regiões sem luz) podem ser calculados usando o princípio de Huygens<sup>4</sup>: cada ponto na fenda é considerado uma fonte de luz pontual (uma abstração matemática). Dividindo-se a fenda em 2 partes iguais como na Figura 3 analisamos duas ondas, uma que parte da borda inferior e outra, exatamente do meio da fenda, distantes entre si  $\frac{d}{2}$ . Uma vez que por construção as ondas são coerentes (as ondas emitidas pela linha de fontes pontuais estão todas em fase) haverá a formação de mínimos de intensidade (região escura) quando a diferença de percurso  $\frac{d}{2} \sin \alpha$  for igual a um múltiplo ímpar de meios-comprimentos de onda:  $m \frac{\lambda}{2}$  com  $m = 1, 3, 5, \dots$ . Cada onda na metade inferior da fenda tem uma onda correspondente na metade superior, produzindo uma região escura na região definida pelo ângulo  $\alpha$ . Assim, todas as ondas de "fontes" que distam  $\frac{d}{2}$  se "destruirão" quando  $\sin \alpha = m \frac{\lambda}{d}$ :

$$\frac{d}{2} \sin \alpha = m \frac{\lambda}{2} \quad \text{ou} \quad d \sin \alpha = m \lambda \quad (1)$$

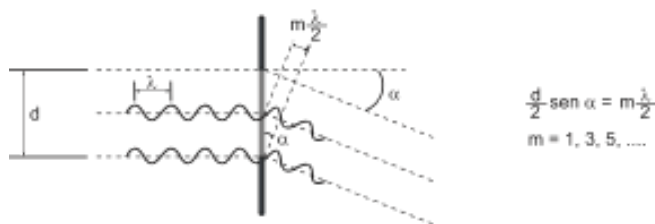


Figura 3: Determinando a posição dos mínimos de difração.

com  $m = 1, 3, 5, \dots$ . Outra condição de interferência destrutiva ocorre entre ondas emitidas por fontes que distam  $\frac{d}{4}$  entre si. Nesse caso:

$$\frac{d}{4} \sin \alpha = m \frac{\lambda}{2} \quad \text{ou} \quad d \sin \alpha = 2m \lambda. \quad (2)$$

Também podemos combinar ondas de fontes que distam  $\frac{d}{6}$ ,  $\frac{d}{8}$ , etc. Concluimos que os

<sup>3</sup>Joseph Ritter von Fraunhofer, 1814.

<sup>4</sup>Christiaan Huygens, 1678.

mínimos de difração ocorrem quando:

$$d \sin \alpha = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (3)$$

onde  $d$  é a largura da fenda;  $\alpha$  o ângulo de observação em relação à direção do feixe incidente;  $\lambda$  o comprimento de onda da luz;  $m$  a ordem do mínimo de difração.

Em geral, um experimento de difração é usado para medir o tamanho do objeto que difrata a luz (em nosso caso uma fenda), como mostra a Figura 2 das frentes de onda e imagem da difração por fenda única. Nesta figura observamos que o máximo central é mais largo e muito mais intenso que os máximos secundários. Uma vez que é mais fácil medir a distância entre dois mínimos simétricos, como na Figura 4, indicamos a distância  $a_m$  entre dois mínimos de ordem  $m$ , simétricos em relação ao máximo central. Com um pouco de geometria:

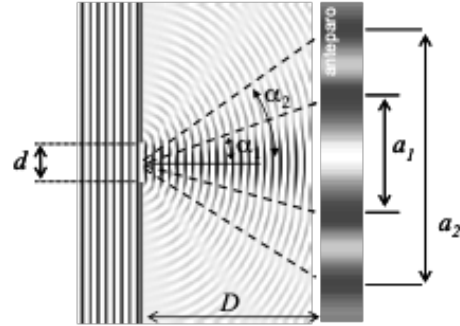


Figura 4: Construção geométrica para obtenção das posições dos mínimos de difração.

$$\tan \alpha_m = \frac{a_m/2}{D} \quad (4)$$

onde  $D$  é a distância entre a fenda e o anteparo. Para  $\alpha_m$  pequeno (tipicamente  $< 30^\circ$ ),

$$a_m = 2\lambda D \frac{m}{d} \quad \text{ou} \quad d = 2\lambda D \frac{m}{a_m}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

### Determinação da incerteza na medida do tamanho da fenda

Em nossa atividade experimental, utilizaremos um feixe de luz laser de comprimento de onda  $\lambda$  para a medida do tamanho da fenda ( $d$ ). De maneira geral, as medidas da distância do anteparo à fenda ( $D$ ) e os mínimos de difração de ordem  $m$  ( $a_m$ ), linearmente independentes, são realizadas para a determinação da largura da fenda ( $d$ ). Assumindo que a incerteza relativa do comprimento de onda  $\lambda$  da luz laser ( $\frac{\sigma_\lambda}{\lambda}$ ) seja desprezível, podemos escrever:

$$(\sigma_d)^2 = \left(\frac{\partial d}{\partial D}\right)^2 (\sigma_D)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial a}\right)^2 (\sigma_a)^2 \quad (6)$$

dividindo-se os membros por  $d^2$ :

$$\left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 = \left(\frac{\frac{2m\lambda}{a}\sigma_D}{\frac{2m\lambda D}{a}}\right)^2 + \left(\frac{\frac{2m\lambda D}{a^2}\sigma_a}{\frac{2m\lambda D}{a}}\right)^2 \quad (7)$$

obtemos um resultado conhecido: na divisão ou na multiplicação, somam-se as incertezas relativas:

$$\left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 \quad (8)$$

Uma vez que  $D \gg d$ , a incerteza relativa de  $d$  é essencialmente:

$$\frac{\sigma_d}{d} = \frac{\sigma_a}{a}. \quad (9)$$

## Interferência em Fenda Dupla na condição de Fraunhofer

Quando duas fendas estreitas são colocadas na barreira de um tanque de ondas, há duas fontes puntiformes emitindo trens de frente de onda circulares, um em cada fenda. Cada conjunto de ondas se espalha além da barreira à medida que as ondas se propagam. Portanto, cada conjunto finalmente se espalha superpondo-se ao outro. Onde dois conjuntos de ondas se superpõem, surge uma onda resultante e se as fendas estiverem muito separadas as ondas que chegam na região de superposição serão muito fracas, e o efeito da superposição será minimizado. Entretanto, se as duas fendas estiverem bem próximas, os efeitos da superposição serão significativos. Pode-se ver um exemplo na fotografia da cuba de ondas da Figura 5.

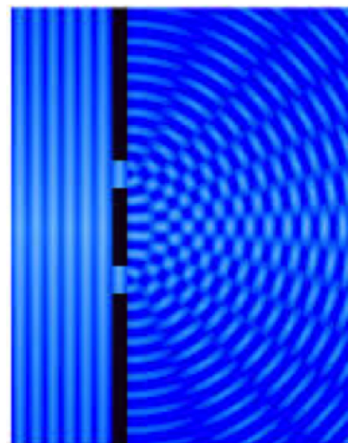


Figura 5: Formação da figura de interferência por fenda dupla. Créditos da imagem: *PSSC Physics*. D. C. Heath, Boston, 1965. Cortesia da Associação para o Proresso da Educação.

A configuração complexa na região além das fendas estreitas resulta da superposição das ondas que se originam numa fenda com as que se originam na outra fenda. Para efeitos didáticos, faremos uma distinção na terminologia entre o processo envolvido quando as ondas atravessam fendas diferentes e o processo envolvido quando as ondas atravessam diferentes partes de uma mesma fenda (como já discutido no caso da fenda simples). Esta distinção é feita denominando-se o primeiro processo de **interferência** e o segundo de **difração**.

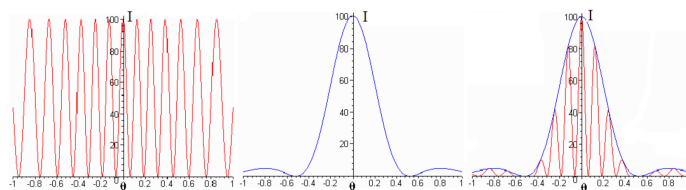


Figura 6: Gráficos das intensidades de um espectro de fenda dupla, demonstrando a sobreposição dos efeitos de interferência e difração.

Importante ressaltar que ambos os processos são consequência da forma como as ondas se espalham e da forma como as ondas se superpõem. Estas considerações se aplicam a ondas de qualquer natureza - não apenas a ondas na água movendo-se sobre a superfície de uma cuba de ondas. O mesmo se aplica a ondas luminosas com frentes de onda plana incidentes sobre uma barreira paralela a esses planos. Assim sendo, numa fenda dupla, além do fenômeno de difração, haverá interferência entre os feixes de luz provenientes de cada fenda, num efeito de sobreposição como mostra a Figura 6, da intensidade do espec-

tro de interferência de fenda dupla. No primeiro gráfico da Figura 6 observa-se apenas o efeito de interferência; no gráfico do meio, apenas o efeito da difração e o efeito conjunto da interferência e da difração no terceiro gráfico.

Usando o princípio de Huygens, cada fenda será tratada como uma fonte pontual coerente cujas ondas interferem entre si conforme mostra a Figura 7. Se tamparmos uma das fendas, a difração permanece, mas a interferência desaparece, resultando, por exemplo, no efeito demonstrado no espectro do gráfico do meio na Figura 6.

Os mínimos de interferência são obtidos a partir da representação da Figura 8. Podemos calcular a condição para se obter mínimos de interferência: a diferença de percurso das ondas  $b \sin \beta$  deve ser igual a um número ímpar da meios-comprimentos de onda:

$$b \sin \beta = n \frac{\lambda}{2}, \quad \text{com } n = 1, 3, 5, \dots \quad (10)$$

A distância entre dois mínimos simétricos  $s_n$  de ordem  $n$ , é obtida de maneira análoga ao caso de difração:

$$\tan \beta = \frac{s_n/2}{D}. \quad (11)$$

Usando  $\beta \approx \tan \beta \approx \sin \beta$  para  $\beta$  pequeno (tipicamente  $< 30^\circ$ ):

$$s_n = \frac{\lambda D}{b} n \quad \text{ou} \quad b = \frac{\lambda D}{s_n} n, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (12)$$

onde  $b$  é a separação entre as fendas.

A distância entre dois mínimos consecutivos de interferência, conforme o diagrama da Figura 9 vale:

$$\Delta s = \frac{\lambda D}{b}. \quad (13)$$

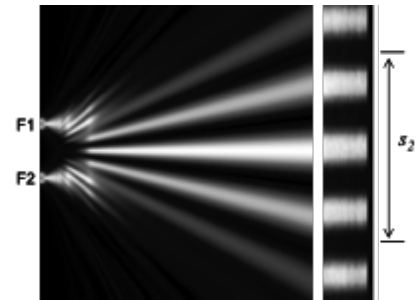


Figura 7: Imagem de interferência de ondas emergentes de duas fendas, F1 e F2, com destaque para a distância  $s_2$  entre mínimos simétricos de ordem  $n = 2$ .

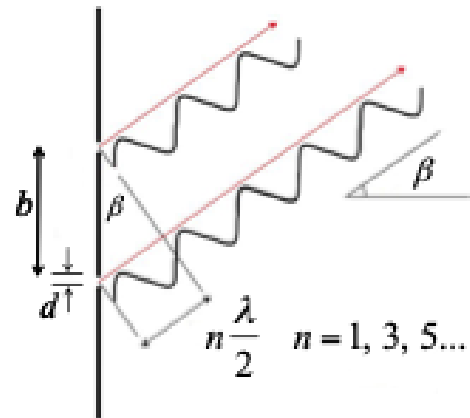


Figura 8: Diagrama para o cálculo da posição dos mínimos de interferência numa experiência de fenda dupla.

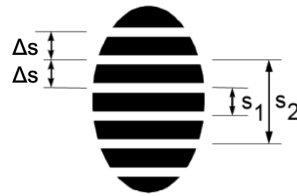


Figura 9: Imagem representativa dos mínimos de interferência sobre o máximo central de difração.

## Princípio de Babinet<sup>5</sup>

O padrão de difração observado quando a luz incide sobre uma abertura de qualquer forma é o mesmo obtido quando a luz incide sobre um objeto que é o complemento da abertura. Ou seja, o padrão de difração de um obstáculo (opaco) é idêntico ao de uma fenda (ou orifício) com mesma dimensão e forma, exceto por um ponto central (ponto de Poisson) no caso do obstáculo, devido às ondas que passaram longe do mesmo. A Figura 10 demonstra este fato de maneira qualitativa. Este princípio se revelou bastante importante, pois demonstra ser possível determinar o tamanho de objetos minúsculos. Como exemplos, podemos mencionar a difração de ondas (raios  $\gamma$  por exemplo,  $\lambda_\gamma \approx 10^{-12}\text{m}$ ) é usada para medir o tamanho do núcleo atômico ( $d \approx 10^{-15}\text{m}$ ). A difração de raios-X ( $\lambda_X \approx 10^{-10}\text{m}$ ) foi usada para determinar a estrutura do DNA em 1953.

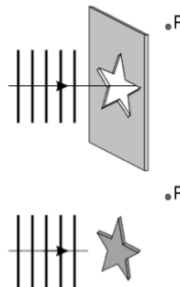


Figura 10: Imagem representativa do princípio de Babinet.

Em nossa atividade experimental estudaremos o que acontece quando um feixe de luz incide sobre um pequeno objeto com largura similar às fendas, como por exemplo um fio de cabelo. A espessura do fio de cabelo (no caso um obstáculo) pode ser obtida via difração da luz laser de forma análoga ao que ocorre com as fendas.

<sup>5</sup>Jacques Babinet, 1800.