

Aus dem Institut für Angewandte Physik der Universität Tübingen

Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten

Von

CLAUS JÖNSSON

Mit 14 Figuren im Text

(Eingegangen am 17. Oktober 1960)

A glass plate covered with an evaporated silver film of about $200 \text{ \AA}$ thickness is irradiated by a line-shaped electron-probe in a vacuum of 10^{-4} Torr. A hydro-carbon polymerisation film of very low electrical conductivity is formed at places subjected to high electron current density. An electrolytically deposited copper film leaves these places free from copper. When the copper film is stripped a grating with slits free of any material is obtained. 50μ long and 0.3μ wide slits with a grating constant of 1μ are obtained. The maximum number of slits is five. The electron diffraction pattern obtained using these slits in an arrangement analogous to Young's light optical interference experiment in the Fraunhofer plane and Fresnel region shows an effect corresponding to the well-known interference phenomena in light optics.

1. Einführung

In den letzten Jahren sind mehrere Interferenz- und Beugungsversuche der Lichtoptik in die Elektronenoptik übertragen worden:

Die Beugung an der Halbebene¹, die Beugung an verschieden geformten Löchern², die Beugung am Draht und die Erzeugung von Elektronen-Zweistrahlint interferenzen mit dem elektronenoptischen Biprisma³, ihre Anwendung zur Messung des inneren Potentials im Elektroneninterferometer^{4,5}, die Verwirklichung eines Mach-Zehnder-Interferometers für Elektronenwellen⁶ und die Erzielung von Zweistrahlint interferenzen durch Beugung an zwei eng benachbarten Löchern⁷.

Hier soll von einem weiteren, auf die Elektronenoptik übertragenen Interferenzversuch der Lichtoptik berichtet werden: der Beugung von Elektronenwellen am Spalt und an periodischen Anordnungen bis zu fünf Spalten, was zum ersten Mal auch zu 3-, 4- und 5-Strahlinterferenzen in der Elektronenoptik führt.

¹ BOERSCH, H.: Naturwissenschaften **28**, 709 (1940).

² SAKAKI, Y., u. G. MÖLLENSTEDT: Optik **13**, 193 (1956).

³ MÖLLENSTEDT, G., u. H. DÜKER: Z. Physik **145**, 377 (1956).

⁴ MÖLLENSTEDT, G., u. M. KELLER: Z. Physik **148**, 34 (1957).

⁵ BUHL, R.: Z. Physik **155**, 395 (1959).

⁶ MARTON, L.: Phys. Rev. **90**, 490 (1953).

⁷ FAGET, J., et C. FERT: Cahiers de Physique **83**, 285 (1957).

Die theoretischen Grundlagen für diese Versuche sind von der Lichtoptik und der Quantenmechanik schon lange geschaffen:

Die Schrödinger-Gleichung für das frei fliegende Elektron (bzw. den Elektronenstrahl) lautet wegen U (potentielle Energie) = 0

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} E\psi = 0 \quad \text{mit} \quad E = E_{\text{kin}} \quad \text{der Elektronen,}$$

oder wegen $\lambda = \frac{h}{mv}$ und mit $k = \frac{2\pi}{\lambda}$: $\Delta\psi + k^2\psi = 0$.

In der Lichtoptik genügt in erster Näherung zur Beschreibung der Beugungs- und Interferenzerscheinungen statt der vollen elektromagnetischen Wellentheorie eine skalare Wellentheorie. Es wird eine skalare Feldgröße $S = S(x, y, z, t)$ eingeführt, die „Lichterregung“, die einer Wellengleichung genügen soll: $\Delta S - \frac{1}{c'^2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = 0$, und deren Zusammenhang mit der Beobachtung durch die Forderung gegeben ist, daß der zeitliche Mittelwert von S^2 proportional zur beobachteten Intensität sein soll. Wenn S von harmonischer Zeitabhängigkeit ist (monochromatisches Licht): $S = \mathfrak{A}(x, y, z) e^{i\omega t}$, dann gilt für die komplexe Amplitude $\mathfrak{A} = A(x, y, z) e^{i\varphi(x, y, z)}$ die Differentialgleichung

$$\Delta \mathfrak{A} + k^2 \mathfrak{A} = 0.$$

Sie stimmt mit der für die ψ -Wellen überein, womit hier für die ψ -Wellen der Anschluß an die bekannten Formeln und Ergebnisse der Lichtoptik gewonnen ist. Da in der Lichtoptik die Intensitätsverteilung der Interferenzerscheinungen durch $\mathfrak{A}\mathfrak{A}^*$ wiedergegeben wird, beschreibt insbesondere auch hier die Norm $\psi\psi^*$ die Intensitätsverteilung bei Elektroneninterferenzen.

Der aus solchen Überlegungen folgende naheliegende Versuch, Elektronenbeugung am künstlich hergestellten Spalt, mehreren Spalten oder Gittern zu machen, stößt auf einige technische Schwierigkeiten, die seine Verwirklichung bisher verhindert haben. Diese sind einmal die kleine Wellenlänge des Elektronenstrahls, denn um eine vernünftige Elektronenoptik treiben zu können, muß man mit mittelschnellen Elektronen arbeiten. Hier wurden stets auf 50 kV beschleunigte Elektronen verwendet, deren de Broglie-Wellenlänge etwa 0,05 Å beträgt. Sie ist also wesentlich kleiner als die Atomdimensionen, so daß es grundsätzlich unmöglich ist, Materie mit Spalten, deren Breite und Gitterkonstante sich in der Größenordnung der Wellenlänge bewegen, zu versehen. Es können nur wesentlich größere Spalte hergestellt werden. Dies ist an sich keine Einschränkung für solche Versuche, nur muß man sich dann sehr um die kohärente Ausleuchtung der Spalte und die Nachvergrößerung der sehr feinen Interferenzfiguren bemühen. Aus der im Verhältnis

zu den Atomdimensionen sehr kleinen Wellenlänge folgt eine weitere Schwierigkeit: es gibt für Elektronen keine durchsichtigen Substanzen, wie es sie für Licht gibt, ein Elektronenstrahl wird nur im Vakuum nicht gestreut. Deshalb ist hier bei der Herstellung der Spalte nicht die Vereinfachung möglich, daß man sie auf einen durchsichtigen Träger präpariert, wie es in der Lichtoptik z. B. bei dem auf Glas geritzten Beugungsgitter der Fall ist, sondern man muß ein Verfahren finden, das einem erlaubt, materiefreie Spalte in Materiefolien herzustellen, deren Dimensionen so klein sind, daß sie noch intensiv genug kohärent ausgeleuchtet werden können.

2. Herstellung der freitragenden Feinspalte

Nach einigen Vorversuchen hat sich schließlich ein Verfahren ergeben, das die Herstellung der gewünschten Spalte ermöglichte. Es beruht darauf, daß an der Auftreffstelle eines Elektronenstrahls infolge der Anwesenheit von Fettdämpfen eine Kohlenwasserstoff-Polymerisationschicht entsteht, die sich unter anderem durch eine weitgehende chemische Unangreifbarkeit und eine sehr geringe elektrische Leitfähigkeit auszeichnet. Diese Eigenschaften werden hier in folgender Weise ausgenutzt (Fig. 1):

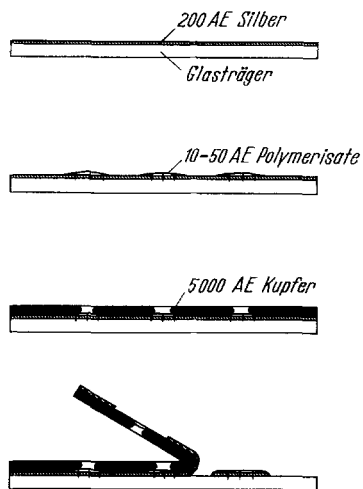


Fig. 1. Herstellung von Feinspalten

Eine Glasplatte, die als vorläufiger Träger dient, wird im Hochvakuum mit einer dünnen Silberschicht bedampft, um sie elektrisch leitend zu machen. Auf die Silberschicht werden mit einem darauf eingerichteten Elektronenstrahlgerät Kohlenwasserstoff-Polymerisastreifen gedruckt, deren Zahl, Breite, Länge und Abstand sich nach der gewünschten Zahl, Breite, Länge und Abstand der Spalte richten, wobei jedoch

einige Grenzwerte nicht zu überschreiten sind. Die so präparierte Glasplatte wird anschließend in einem elektrolytischen Bad mit einer Kupferschicht versehen, wobei die durch die Polymerisatschicht abgedeckten Stellen der Silberschicht von Kupfer frei bleiben und damit in der aufwachsenden Kupferschicht Spalte entstehen. Beim mechanischen Abheben der Kupferfolie von der Glasunterlage bleiben an den Stellen der Spalte unter gewissen Bedingungen sowohl die Silberschicht als auch die Polymerisatschicht auf der Glasunterlage zurück, so daß man auf diese

Weise eine Kupferfolie mit materiefreien Spalten erhält. Die quantitativen Werte bei den einzelnen Arbeitsgängen sind durch Kompromisse zwischen sich widerstreitenden Forderungen entstanden, so daß im einzelnen Folgendes dazu zu sagen ist.

Die Reinigung der Glasplatte vor dem Aufdampfen der Silberschicht darf weder zu weit getrieben werden, da sich sonst die Kupferfolie nicht mehr heil von ihr abheben läßt, noch zu gering sein, da sich sonst die entstehende Kupferfolie schon während der Elektrolyse von ihr abhebt. Es hat sich gezeigt, daß ein Abspülen der Glasplatte mit Alkohol und ein 0,5 sec langes Beglimmen mit 50 mA bei 10^{-8} Torr O_2 -Atmosphäre gerade den richtigen Grad der Reinigung ergibt. Die Dicke der aufgedampften Silberschicht ist ebenfalls durch zwei entgegengesetzte Forderungen eingeschränkt. Im Interesse einer guten Leitfähigkeit ist eine dicke Silberschicht nötig. Damit Silber und Polymerisat an den Stellen der Spalte auf der Glasunterlage beim Abheben der Folie sicher zurückbleiben, ist dagegen eine möglichst dünne Silberschicht erwünscht. Als günstigster Kompromiß hat sich hier eine 200 Å dicke Silberschicht ergeben. Beim Drucken der Polymerisatstreifen sind mehrere Forderungen zu beachten. Die Länge der Streifen wurde zu etwa 50 μ festgesetzt, damit die Stege zwischen den Spalten im freitragenden Zustand noch mechanisch stabil genug sind, aber bei der Beugung die Randeffekte die Interferenzfigur im Mittelteil der Spalte noch nicht wesentlich stören. Die Breite der Streifen richtet sich nicht allein nach der gewünschten Spaltbreite, sondern, da bei der Elektrolyse die Kupferschicht von den Seiten her über die Polymerisatschicht hinwegwächst, auch nach der gewünschten Dicke der Kupferschicht. Da beim Drucken von mehreren Spalten nebeneinander die Gitterkonstante stets größer als die Streifenbreite bleiben muß, denn sonst können sich bei der Elektrolyse die Kupferstege zwischen den Spalten nicht ausbilden, die Gitterkonstante aber möglichst klein gewünscht wird, ist deshalb von dieser Seite her eine möglichst dünne Kupferfolie zu fordern, zumal die Spaltkanten um so rauer werden, je weiter das Kupfer über die Polymerisatschicht hinweggewachsen ist. Andererseits fordert der Ablösevorgang von der Glasplatte und die zu verlangende Undurchdringbarkeit für 50 kV-Elektronen eine möglichst dicke und stabile Folie. Der Kompromiß, der hier geschlossen wurde, war eine 0,5 μ dicke Folie. Sie ließ sich noch bequem ablösen und auf einen Träger präparieren und erlaubte andererseits Gitterkonstanten bis herunter zu 0,9 μ zu erreichen. Um sichere Ergebnisse zu erzielen, wurde die Gitterkonstante aber stets über 1 μ gewählt. Die Rauigkeit der Spaltkanten liegt in der Größenordnung von 0,2 μ , so daß die Spaltbreite nicht unter 0,3 μ getrieben werden kann, da die Spalte sonst stellenweise zuwachsen. Die Massendicke der Folie beträgt dann $0,45 \cdot 10^{-3}$ g/cm², was einer Durchlässigkeit von 70% für 50 kV-Elektronen entspricht⁸. Doch werden die Elektronen dabei unter Energieverlust zu einem hohen Prozentsatz in so große Winkel gestreut, daß sie das eigentliche, von den Spalten herrührende Elektronenbeugungsbild nicht mehr stören.

Bei sehr kleinen Gitterkonstanten, bei denen der unabgedeckte Teil der Silberschicht zwischen zwei Polymerisatstreifen im Verhältnis zur Breite der Streifen klein ist, tritt bei der elektrolytischen Verkupferung eine stärkere Feldlinienkonzentration als an den äußeren Kanten der Randstreifen ein, so daß die Kupferfolie hier schneller wächst. Dies hat zur Folge, daß sowohl die inneren Streifen schneller zuwachsen als auch die Randspalte nach außen gedrängt werden. Die dadurch bedingten Schwankungen der Spaltbreite und der Gitterkonstante sind unerwünscht und können verhindert werden, wenn man die Auswirkungen dieses Effektes durch

⁸ ARDENNE, M. v.: Tabellen der Elektronenphysik, Ionenphysik und Ultramikroskopie, Bd. 1. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften 1956.

eine etwa 25% längere Belichtung der inneren Spalte und eine etwa 10% geringere Gitterkonstante zwischen inneren Streifen und Randstreifen beim Druckvorgang kompensiert. Ein weiterer störender Effekt beim Drucken der Polymerisatstreifen ist die negative Aufladung der schon gedruckten Streifen und die daraus folgende Ablenkung der Drucksonde, was ebenfalls zu ungleichmäßigen Gitterkonstanten und Spaltbreiten führt. Abhilfe schafft hier eine schwache Vorbelichtung einer größeren Umgebung um den Ort, an dem die Streifen gedruckt werden sollen, so daß sich hier etwa nur eine $\frac{1}{100}$ molekulare Polymerisatschicht bildet, d.h. es entstehen hier auf dem Silber Polymerisatsinseln. Sie sind einerseits so klein, daß die Kupferfolie bei der Elektrolyse ohne weiteres über sie hinwegwächst, sorgen aber andererseits dafür, daß das ganze Gebiet beim Drucken der Streifen einigermaßen gleichmäßig aufgeladen wird, auch wenn schon Streifen gedruckt worden sind, so daß die Sonde nicht mehr unkontrollierbar abgelenkt wird.

Fig. 2 zeigt ein Schema der Anlage, mit der die Polymerisatstreifen gedruckt wurden. Der entscheidende Teil ist eine elektrostatische

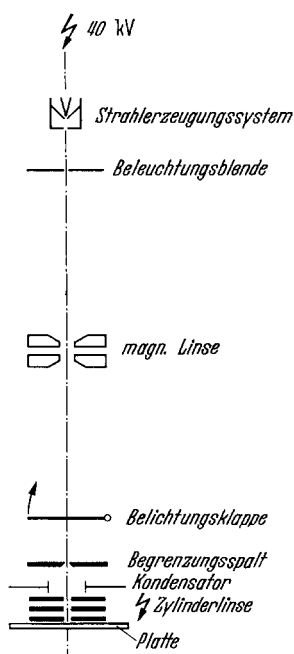


Fig. 2. Schema der Anlage zum Drucken von Polymerisatstreifen mit einer Elektronensonde

Zylinderlinse, die den durch eine rotations-symmetrische magnetische Linse etwa 10fach verkleinerten Überkreuzungspunkt einer normalen Elektronenquelle (es wurde das Kathodensystem EM 8 der Firma Carl Zeiss, Oberkochen verwendet) in einer Richtung weiterverkleinert als sehr feinen Streifen abbildet. Die verwendete Kathodenspannung beträgt 40 kV. Dieses Bild der Quelle dient als Drucksonde. Die mit Silber bedampfte Glasplatte wird hinter der Linse aufgestellt und die Brennweite der Linse so gewählt, daß die Sonde gerade auf die Plattenoberfläche fällt. Im Interesse einer hohen Verkleinerung ist eine kleine Brennweite erwünscht, so daß man die Glasplatte möglichst nahe an die Linse herbringen muß. Hier konnte die Platte bis auf 20 mm an die Linse herangebracht werden. Dieser Abstand mußte gewahrt werden, damit das elektrische Feld der Linse nicht durch die Platte verzerrt wird. Außerdem mußte zwischen Platte und Linse noch Raum für einen Spalt sein, der aus der ungefähr 10 mm langen Sonde ein nur etwa 50 μ langes

Stück herausschneidet und auf die Platte fallen läßt, die späteren Spalte dadurch auf die gewünschte Länge begrenzt. Bei diesem Abstand zwischen Linse und Platte ließ sich eine Drucksonde mit 0,5 μ Halbwertsbreite erreichen, was vollständig ausreichte. Um mehrere Streifen nebeneinander drucken zu können, konnte die Sonde elektrisch mit einem Ablenkplattenpaar senkrecht zur Streifenrichtung verschoben

werden. Die Ablenkempfindlichkeit betrug bei 40 kV Strahlspannung $0,13 \mu/\text{V}$. Um den Abstand zwischen Linse und Platte nicht unnötig zu vergrößern, wurde dieses Plattenpaar vor der Linse angeordnet. Vor der Linse befindet sich ebenfalls ein 100μ breiter justierbarer Spalt, der verhindert, daß die Linse zu weit ausgeleuchtet wird und es dadurch zu Überstrahlungen und damit zur Zerstörung der feinen Sonde kommt. Dieser Spalt kann mit einem Leuchtschirm abgedeckt werden, der einerseits als Belichtungsklappe dient und es andererseits erlaubt, den Elektronenstrahl zu justieren.

Um die erwähnte schwache Vorbelichtung auf einem größeren Gebiet auszuführen, wird durch Ändern der Brennweite der Zylinderlinse die Sonde soweit aus der Plattenoberfläche verschoben, bis auf ihr ein etwa $50 \times 100 \mu$ großes Gebiet schwach mit Elektronen bestrahlt wird. In der Sonde beträgt die durchschnittliche Stromdichte 30 mA/cm^2 . Zum Drucken eines Streifens, der in einer $0,5 \mu$ dicken Folie einen $0,5 \mu$ breiten Spalt erzeugen soll, ist dann eine Belichtungszeit von 2 min nötig. Die durchschnittliche Dicke des Polymerisatstreifens liegt in der Gegend von $20 \text{ \AA}$, sie wurde durch Einbettung solcher Streifen in ein Interferenzfilter durch die sich dann ergebende Kontraständerung bestimmt. Während der 2 min Belichtungszeit muß die Sonde sehr genau an ihrem Ort stehen bleiben, d.h., daß insbesondere Hochspannungsschwankungen verhindert werden müssen. Aus diesem Grunde wurde zur ersten Verkleinerung des Überkreuzungspunktes der Elektronenquelle eine magnetische und keine elektrostatische Linse, in der es leicht einmal zu kleinen Überschlügen kommen kann, verwendet. Die elektrostatische Zylinderlinse ist in dieser Beziehung nicht kritisch, weil sie, um die relativ große Brennweite von ungefähr 20 mm zu erzeugen, nur mit etwa der halben Beschleunigungsspannung, also etwa 20 kV, betrieben werden muß. Die so erzeugte Drucksonde hat keine rechteckige, sondern eine glockenförmige Intensitätsverteilung über ihre Breite. Diese Form der Intensitätsverteilung, die dieselbe Verteilung in der Dicke des Polymerisatstreifens bewirkt, ist erwünscht, denn, damit beim Abheben der Kupferfolie Silber und Polymerisat an den Stellen der Spalte sicher zurückbleiben, ist eine große Basisfläche des Streifens und eine kleine Flankensteilheit in seiner Dickenverteilung von Vorteil. Hier mußte die Sonde sogar etwas defokussiert werden, um die nötige große Basisfläche und kleine Flankensteilheit zu bekommen. Bei genauer Abbildung der Quelle wurden die Streifen so schmal und hoch, daß sie beim Abheben zusammen mit dem Silber in der Folie hängen blieben.

Zur elektrolytischen Erzeugung der Kupferfolie auf der bedruckten Silberschicht wurde ein saures Kupferbad verwendet, bei dessen Zusammensetzung auf

bestehenden Erfahrungen zurückgegriffen wurde⁹. Gut hat sich folgende Zusammensetzung bewährt:

1000 cm³ H₂O, 250 g CuSO₄ krist., 2 g CrO₃, 20 g H₂SO₄ (66° Bé).

Die Stromdichte betrug 6 Amp/dm², die Zeit des Stromdurchgangs 20 sec. Mit diesen Werten erhält man eine Kupferfolie von etwa 0,5 μ Dicke, was durch Wägung der Folie bestätigt wurde. Die hohe Stromdichte wurde gewählt, um einen möglichst feinkörnigen Niederschlag zu bekommen. Fig. 3 zeigt eine lichtmikroskopische Auflichtaufnahme einer Folie mit drei Spalten, bevor die Folie von der Glasunterlage abgehoben wurde. Man erkennt, daß die Korngröße etwa 1 μ beträgt. In der

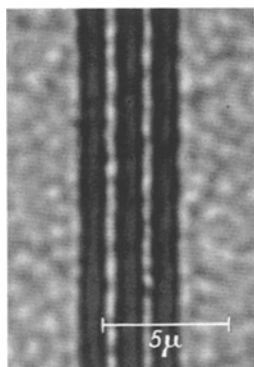


Fig. 3. Lichtmikroskopische Auflichtaufnahme einer Kupferfolie mit drei Spalten vor dem Abheben der Folie vom Glasträger

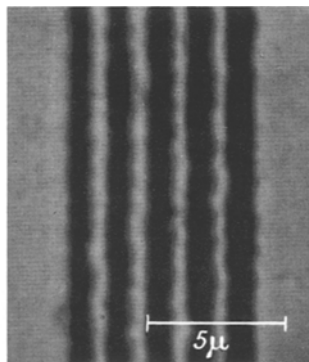


Fig. 4. Silber- und Polymerisatstreifen, die nach Abheben einer Kupferfolie mit fünf Spalten auf dem Glasträger zurückgeblieben sind

Hoffnung, daß bei einem kleineren Korn der Folie die Kantenrauhigkeiten der Spalte geringer würden, wurden auch Versuche mit kornverkleinernden organischen Zusätzen zu dem elektrolytischen Kupferbad gemacht. Diese hatten aber nur die nachteilige Wirkung, daß die Folie durch das kleine Korn sehr spröde wurde und sich nicht mehr heil von der Glasunterlage abheben ließ, ohne daß die Rauigkeit der Spaltkanten geringer wurde. Das Kupferbad muß sehr sauber gehalten werden, da Verunreinigungen, die vor allem aus der Kupferanode stammen und sich nie ganz vermeiden lassen, löchrige Kupferfolien zur Folge haben, was sich bei den späteren Beugungsexperimenten störend bemerkbar machen kann.

Das mechanische Ablösen der Folie von der Glasunterlage geschieht durch einfaches Abziehen in Spaltrichtung in einem spitzen Winkel. Wenn man die erwähnten Bedingungen einhält, geschieht dies unter Zurückbleiben des Silbers und des Polymerisats auf der Glasplatte ohne Schwierigkeiten. Fig. 4 ist die lichtoptische Durchlichtaufnahme der nach Abziehen der Folie auf der Glasplatte zurückgebliebenen Silber- und Polymerisatstreifen, man sieht, daß sie sich sehr sauber aus den Spalten zurückbehalten lassen. Die abgehobene Kupferfolie wird anschließend mit Schellack so auf eine Lochblende geklebt, daß die Stelle mit den Spalten über das Loch zu liegen kommt, das einen Durchmesser von 1,5 mm hat. Diese Art der Präparation hat den Nachteil, daß sich die Folie innerhalb einiger Wochen spannt,

⁹ MACHU, W.: Metallische Überzüge. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft 1941.

wobei die äußeren Spalte auseinandergezogen werden, ihre Breite also größer wird (Fig. 5f, 5g). Trotz dieses Nachteils wurde diese Art der Präparation beibehalten, da die Zeit, bis sich das Spannen der Folie nachteilig bemerkbar machte, für die Beugungsexperimente ausreichte. Vor der Ausführung der Beugungsversuche wurde das ganze Präparat noch von beiden Seiten mit einer 300 Å dicken Silberschicht bedampft, damit sich der Schellack nicht aufladen kann. In Fig. 5a–5g

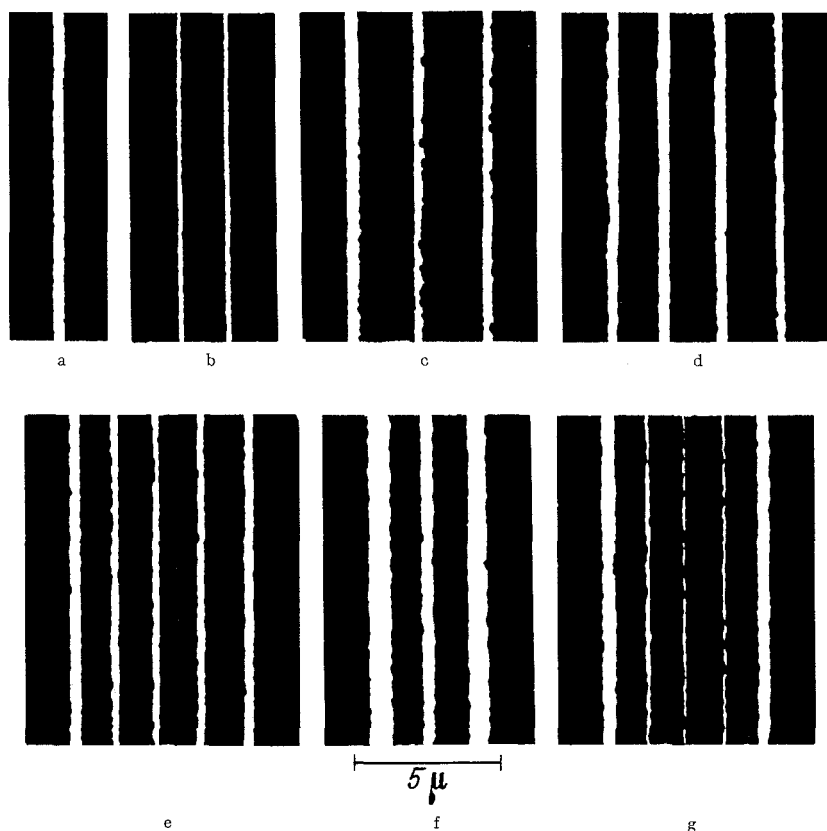


Fig. 5. Elektronenoptische Aufnahmen der materiefreien Spalte

sind elektronenoptische Aufnahmen der so hergestellten und bei den später gezeigten Beugungsaufnahmen verwendeten Spalte wiedergegeben. Schwankungen der Spaltbreite um 50% und der Gitterkonstante um 5% sind neben der Rauigkeit der Spaltkanten von etwa $0,2 \mu$ bei diesem Herstellungsverfahren nicht zu vermeiden.

3. Die Elektronenbeugungsanlage

Wie schon erwähnt, muß man sich bei der Beugung von Elektronenwellen an Spalten im Gegensatz zu den entsprechenden Versuchen in der Lichtoptik um die kohärente Ausleuchtung der Spalte besonders

bemühen. In der Lichtoptik ist die Winkelkohärenzbedingung $s \cdot A \ll \lambda$ meistens automatisch erfüllt,

s = Breite des kohärent auszuleuchtenden Gebiets,

A = Aperturwinkel (Winkel, unter dem die Beleuchtungsquelle von der Beugungsobjektebene aus gesehen wird),

λ = verwendete Wellenlänge,

da es technisch möglich ist, die Beugungsobjekte und den Beleuchtungsspalt verglichen mit der Wellenlänge ohne weiteres klein genug zu machen. Die hier hergestellten Spalte von etwa $0,5 \mu$ Breite und 2μ Gitter-

konstante sind in ihren Dimensionen im Verhältnis zu der Wellenlänge der verwendeten 50 kV -Elektronen von etwa $0,05 \text{ \AA}$ wesentlich größer, was nach der obigen Formel einen sehr kleinen Aperturwinkel A erfordert. Um maximal fünf solcher Spalte kohärent ausleuchten zu können, ist für s deshalb 10μ einzusetzen. Aus der theoretischen Ableitung der Winkelkohärenzbedingung folgt — und das wurde durch entsprechende Versuche am elektronenoptischen Biprisma bestätigt — daß man in der obigen Formel das $\ll$ -Zeichen durch ein Gleichheitszeichen ersetzen kann, wenn man die rechte Seite mit dem Faktor $0,2$ multipliziert, wodurch diese Formel für Berechnungen brauchbar wird.

Um ausreichend kleine Elektronenquellen zu erzeugen, wurde so vorgegangen, wie es in Fig. 6 in einer schematischen Wiedergabe der Beugungsanlage gezeigt ist. Es wird wieder eine normale Elektronenquelle (Type EM 7 der Firma Carl Zeiss, Oberkochen) mit einer Beleuchtungsblende von 100μ Durchmesser verwendet. Ihr Überkreuzungs-

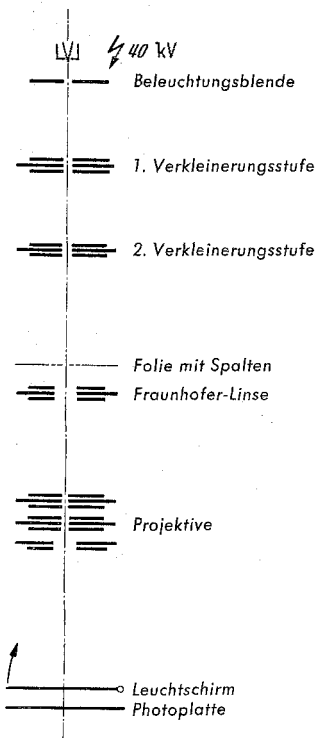


Fig. 6. Schema der Elektronenbeugungsanlage

punkt hat einen Durchmesser von 50μ . Er wird durch zwei elektrostatische Zylinderlinsen in einer Richtung stark verkleinert und damit zu einer feinen strichförmigen Beleuchtungsquelle für die Spalte gemacht. Die Abstände der Zylinderlinsen vom Überkreuzungspunkt betragen 250 bzw. 470 mm , ihre Brennweite 3 mm . Die Spalte werden in einem Abstand von 300 mm von der zweiten Zylinderlinse aufgestellt, so daß

in ihrer Ebene bei alleiniger Verwendung der zweiten Zylinderlinse, die dann eine Beleuchtungsquelle von $2500 \text{ \AA}$ Breite liefert, ein Gebiet von $1,2 \mu$ kohärent ausgeleuchtet wird. Bei Verwendung beider Zylinderlinsen wird die Quelle $50 \text{ \AA}$ breit, sie leuchtet dann ein Gebiet von 60μ in der Spaltebene kohärent aus, womit die gestellte Forderung von 10μ reichlich erfüllt werden kann. Bei diesen Berechnungen konnten wegen der kleinen Beleuchtungsaperturen die Linsenfehler vernachlässigt werden, die effektiv wirksamen Quellenbreiten erhält man dann einfach aus der Linsenformel. Da bei der Beugung an Spalten nur die Richtung senkrecht zu den Spalten kohärent ausgeleuchtet werden muß, genügt die lineare Verkleinerung der Quelle mit Zylinderlinsen. Das hat den Vorteil, daß auch die Beleuchtungsintensität nur linear zurückgeht. Die Beugungsfigur wird in einer Ebene 350 mm hinter den Spalten aufgefangen. Um auch die Beugungsfiguren in anderen Ebenen zu erhalten, wurden diese mit Hilfe einer zusätzlichen langbrennweitigen rotationssymmetrischen elektrostatischen Linse durch entsprechende Einstellung der Brennweite in die Beobachtungsebene abgebildet. Diese Linse sollte sich nach Möglichkeit am Ort der Spalte befinden, mußte aber aus technischen Gründen 70 mm ober- oder unterhalb der Spalte angeordnet werden. Insbesondere erhält man die Beugungsfigur in der Fraunhofer-Ebene, wenn man die Brennweite der Linse gleich dem Abstand Linse—Beobachtungsebene wählt. Die Quelle wird dann bei herausgeklappten Spalten genau in die Beobachtungsebene abgebildet. Deshalb ist es möglich, diese ausgezeichnete Ebene genau einzustellen. Eine andere Möglichkeit, diese Ebene aufzufinden, liefert die Tatsache, daß bei dieser Einstellung alle stets vorhandenen zusätzlichen kleinen Löcher in der Kupferfolie Beugungsbilder liefern, die dann zusammen mit dem gewünschten Beugungsbild der Spalte in einer Linie liegen. In diesem Fall ist es also wichtig, daß die Folie senkrecht zu den Spalten fehlerfrei ist. Die zweite Möglichkeit, die Fraunhofer-Ebene aufzufinden, ist deshalb wichtig, weil es unbedingt notwendig ist, das Beugungsobjekt auf die optische Achse dieser Abbildungslinse zu justieren, da man sonst nur unvollständige und verzerrte Beugungsfiguren erhält; bei einer früheren Arbeit z.B. war diese Justierungsmöglichkeit noch nicht gegeben¹⁰. Da es auch bei dieser Anlage nicht möglich war, die Spalte und die Beleuchtungsquelle gleichzeitig auf die optische Achse der Abbildungslinse zu justieren, mußte für die Beleuchtungsquelle darauf verzichtet werden. Dieses hatte zur Folge, daß ihr Bild beim Fraunhofer-Strahlengang nicht mehr in dem der Beobachtung zugänglichen Teil der Auffangebene lag, wodurch die zuerst erwähnte Möglichkeit, die Fraunhofer-Ebene einzustellen, ausfiel. Zur Justierung konnten die Spalte in ihrer Ebene in beiden Richtungen verschoben, gedreht und außerdem gekippt und aus

¹⁰ MÖLLENSTEDT, G., u. C. JÖNSSON: Z. Physik **155**, 472 (1959).

dem Strahlengang herausgeklappt werden. Um die Abbildungslinse zu justieren war die Möglichkeit gegeben, ihre Mittelelektrode in beiden Richtungen zu verschieben. Die Zylinderlinse konnte gedreht und in einer Richtung verschoben werden.

Die in der Auffangebene entstehende Beugungsfigur ist noch so fein, daß sie bis zu 100fach elektronenoptisch nachvergrößert werden muß, ehe man sie auf dem Leuchtschirm bei 10facher lichtoptischer Nachvergrößerung bequem beobachten kann. Die elektronenoptische Vergrößerung wurde mit einem Projektivsatz aus einer zylindersymmetrischen Linse (um die Richtung senkrecht zu den Interferenzfransen besonders herausvergrößern zu können) und zwei rotationssymmetrischen Linsen durchgeführt. Das Leuchtschirmbild konnte durch Herausklappen des Leuchtschirms in einer darunter angeordneten Kamera photographiert werden. Als Aufnahmematerial wurde die für Materiestrahlen besonders feinkörnige und empfindliche Ilford Q₁-Platte verwendet. Die Intensität des Beugungsbildes war noch so groß, daß man je nach Spaltzahl, Beleuchtungsapertur und Nachvergrößerung Belichtungszeiten von 20 sec bis 3 min brauchte. Die visuelle Betrachtung war nach Adaption des Auges bequem möglich.

Überträgt man die Dimensionen dieses Beugungsversuches auf die Lichtoptik, so hätte man wegen der 10⁵fachen größeren Wellenlänge 5 cm breite Spalte mit einer Gitterkonstanten von 20 cm zu verwenden. Die Abstände zwischen Quelle und Spalten und Spalten und Auffangebene wären 30 bzw. 40 km und die Breite der Quelle müßte 5 mm sein. In der Lichtoptik ist dieser Versuch aus Intensitätsgründen nicht zu verwirklichen, auch wenn man auf die in der Elektronenoptik noch notwendige Nachvergrößerung des Beugungsbildes verzichten kann. In der Elektronenoptik dagegen ist es möglich, einen 10⁶mal größeren Richtstrahlwert zu erzeugen, also 10⁶mal mehr Intensität in den Raumwinkel zu bringen, so daß man im Endbild noch ausreichende Intensitäten erhält.

Es ist hervorzuheben, daß die Empfindlichkeit dieses Elektronenbeugungsgerätes der eines Elektronenmikroskops mit 10⁶facher elektronenoptischer Vergrößerung entspricht, d.h. es reagiert stark auf Spannungsschwankungen, Erschütterungen und magnetische Störfelder. Es zeigte sich, daß am Platz des Beugungsgerätes ein magnetisches 50 Hz Störfeld bestand. Deshalb mußte das ganze Gerät, soweit dies technisch möglich war, magnetisch abgeschirmt werden. Außerdem wurde in das Gerät eine Anlage eingebaut, die das Störfeld in erster Näherung kompensierte. Für die photographischen Aufnahmen wurden darüberhinaus die Rotationspumpe abgeschaltet und die Diffusionspumpe mit Gleichstrom betrieben. Dennoch ließ sich eine leichte Störung der Aufnahmen durch magnetische Störfelder nicht ganz vermeiden.

4. Kurzer Abriß der Beugungstheorie und Ergebnisse

Eine vereinfachte Theorie der Intensitätsverteilung in verschiedenen Ebenen hinter dem Schirm bei der Beugung an mehreren Spalten bei paralleler Beleuchtung ist von F. ZERNIKE¹¹ und von E. MENZEL^{12,13,14} aufgestellt worden. Die Vereinfachung besteht darin, daß die konstante Spaltbreite als sehr klein gegen die Gitterkonstante angenommen wurde, also mit der Überlagerung von reinen Zylinderwellen gleicher Amplitude und Phase, deren Quelllinien in den Spaltmitten liegen, gerechnet wurde. Damit vereinfacht sich die mathematische Behandlung des Problems wesentlich, doch ist zu untersuchen, wie weit sich die so erhaltenen Ergebnisse auf den hier bestehenden Fall, daß die Spaltbreiten nicht klein im Verhältnis zur Gitterkonstante sind, anwenden lassen.

Zunächst einmal nimmt bei der Rechnung mit reinen Zylinderwellen das die Erregung in einem Aufpunkt der Beobachtungsebene liefernde Kirchhoffsche Integral bis auf einen hier nicht interessierenden konstanten Faktor die Gestalt $\mathfrak{A}(x, z) = \sum_{n=1}^N \exp \left[i k \left(\frac{x_n x}{z} - \frac{\lambda_n^2}{2z} \right) \right]$ an, wobei x die Ordinate in der Beobachtungsebene ist und die x_n die Lagen der N Spalte in der Schirmebene sind. z ist der Abstand Schirm—Beobachtungsebene und $k = 2\pi/\lambda$. Diese Gleichung geht aus dem Kirchhoffschen Beugungsintegral unter der Voraussetzung hervor, daß x und die x_n klein gegen z sind, was hier stets der Fall ist.

Die Intensität I ist proportional zu $\mathfrak{A}(x, z) \cdot \mathfrak{A}^*(x, z)$. Wenn d der Abstand der äquidistanten Spalte ist, erhält man mit den Abkürzungen $k d x / 2z = f$ und $k d^2 / 2z = \Omega$ bei der Überlagerung von N solchen Zylinderwellen

$$N = 2: I = 4 \cos^2 f$$

$$N = 3: I = 16 \cos^4 f - 16 \cos^2 f + 5 + (8 \cos^2 f - 4) \cos \Omega$$

$$N = 4: I = 16 \cos^2 f [4 \cos^4 f - 8 \cos^2 f + 4 + (4 \cos^2 f - 3) \cos^2 \Omega]$$

$$\begin{aligned} N = 5: I = & 32 (8 \cos^4 f - 8 \cos^2 f + 1) (\cos^4 \Omega - \cos^2 \Omega) \\ & + 32 (16 \cos^6 f - 24 \cos^4 f + 10 \cos^2 f - 1) \cos^3 \Omega \\ & + 4 (-96 \cos^6 f + 144 \cos^4 f - 58 \cos^2 f + 5) \cos \Omega \\ & + 256 \cos^8 f - 512 \cos^6 f + 368 \cos^4 f - 112 \cos^2 f + 13. \end{aligned}$$

Hierzu sind noch folgende Bemerkungen zu machen:

f hängt nicht von z einzeln ab, sondern nur von der Beobachtungsrichtung x/z , d. h. man erhält bei $N = 2$ für alle Abstände z der Beobach-

¹¹ ZERNIKE, F.: J. Opt. Soc. Amer. **40**, 326 (1950).

¹² MENZEL, E.: Naturwissenschaften **17**, 398 (1952).

¹³ MENZEL, E., u. K. SCHMIDT: Z. angew. Phys. **6**, 409 (1954).

¹⁴ MENZEL, E.: Optik **14**, 151 (1957).

tungsebene von der Schirmebene eine gleichartige $\cos^2$ -Verteilung der Intensität. Die von z abhängige Größe Ω tritt zuerst bei 3-Strahl-Interferenzen auf, hier wird die Intensitätsverteilung in der Beobachtungsebene von z abhängig. Besonders charakteristische Beugungsfiguren erhält man stets für $\cos \Omega = \pm 1$ — Ebenen, die dieser Lage entsprechen, nennt man A -Ebenen — und $\cos \Omega = 0$ (B -Ebenen). Die dazwischenliegenden Ebenen zeichnen sich nicht durch hervorstechende Merkmale aus. Trägt man die Intensitätsverteilung in der Beobachtungsebene gegen f auf, so findet man bei einer ungeraden Anzahl von Spalten für $\cos \Omega = +1$ und $\cos \Omega = -1$ zwar dieselbe Intensitätsverteilung, doch ist sie gegen die optische Achse um eine halbe Periode verschoben, bei einer geraden Anzahl von Spalten findet diese Verschiebung nicht statt. Für die Fraunhofer-Ebene mit $z = \infty$ ist $\Omega = 0$, also $\cos \Omega = 1$, sie ist also eine A -Ebene.

In der folgenden Tabelle sind für die verschiedenen interessierenden Ebenen die Lage der Extremwerte der Intensitätsverteilungen und ihre relativen Werte angegeben.

$N = 3$

$\cos \Omega = +1$		$\cos \Omega = -1$	(A -Ebenen)
$I = (4 \cos^2 f - 1)^2$		$I = (4 \sin^2 f - 1)^2$	
$\cos f = \pm 1$	Maxima $I = 9$	$\sin f = \pm 1$	Maxima $I = 9$
$\cos f = 0$	Maxima $I = 1$	$\sin f = 0$	Maxima $I = 1$
$\cos f = \pm 1/2$	Minima $I = 0$	$\sin f = \pm 1/2$	Minima $I = 0$
$\cos \Omega = +1/2$		$\cos \Omega = -1/2$	(Zwischenebene)
$I = 16 \cos^4 f - 12 \cos^2 f + 3$		$I = 16 \sin^4 f - 12 \sin^2 f + 3$	
$\cos f = \pm 1$	Maxima $I = 7$	$\sin f = \pm 1$	Maxima $I = 7$
$\cos f = 0$	Maxima $I = 3$	$\sin f = 0$	Maxima $I = 3$
$\cos f = \pm \sqrt{3/8}$	Minima $I = 3/4$	$\sin f = \pm \sqrt{3/8}$	Minima $I = 3/4$
$\cos \Omega = 0$	(B -Ebenen)	$I = 16 \cos^4 f - 16 \cos^2 f + 5$	
$\cos f = 0, \pm 1$	Maxima $I = 5$		
$\cos f = \pm \sqrt{1/2}$	Minima $I = 1$		

$N = 4$

$\cos \Omega = \pm 1$	(A -Ebenen)	$I = 16 \cos^2 f (2 \cos^2 f - 1)^2$
$\cos f = \pm 1$	Maxima $I = 16$	
$\cos f = \pm \sqrt{1/6}$	Maxima $I = 32/27$	
$\cos f = 0$	Minima $I = 0$	
$\cos f = \pm \sqrt{1/2}$	Minima $I = 0$	
$\cos \Omega = 0$	(B -Ebenen)	$I = 64 \cos^2 f (\cos^2 f - 1)^2$
$\cos f = \pm \sqrt{1/3}$	Maxima $I = 256/27$	
$\cos f = 0, \pm 1$	Minima $I = 0$	

$$N = 5$$

$\cos \Omega = +1$	$\cos \Omega = -1$ (A-Ebenen)
$I = (16 \cos^4 f - 12 \cos^2 f + 1)^2$	$I = (16 \sin^4 f - 12 \sin^2 f + 1)^2$
$\cos f = \pm 1$ Maxima $I = 25$	$\sin f = \pm 1$ Maxima $I = 25$
$\cos f = \pm \sqrt{3/8}$ Maxima $I = 25/16$	$\sin f = \pm \sqrt{3/8}$ Maxima $I = 25/16$
$\cos f = 0$ Maxima $I = 1$	$\sin f = 0$ Maxima $I = 1$
$\cos f = \pm \sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{8}}$ Minima $I = 0$	$\sin f = \pm \sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{8}}$ Minima $I = 0$
$\cos \Omega = +1/2$	$\cos \Omega = -1/2$ (Zwischenebene)
$I = 256 \cos^8 f - 640 \cos^6 f$ $+ 512 \cos^4 f - 140 \cos^2 f + 13$	$I = 256 \sin^8 f - 640 \sin^6 f$ $+ 512 \sin^4 f - 140 \sin^2 f + 13$
$\cos f = 0$ Maxima $I = 13$	$\sin f = 0$ Maxima $I = 13$
$\cos f = \pm \sqrt{5/8}$ Maxima $I = 133/16$	$\sin f = \pm \sqrt{5/8}$ Maxima $I = 133/16$
$\cos f = \pm 1$ Minima $I = 1$	$\sin f = \pm 1$ Minima $I = 1$
$\cos f = \pm \sqrt{\frac{5 - \sqrt{11}}{8}}$ Minima $I = 3/4$	$\sin f = \pm \sqrt{\frac{5 - \sqrt{11}}{8}}$ Minima $I = 3/4$
$\cos \Omega = 0$ (B-Ebenen)	
$I = 256 \cos^8 f - 512 \cos^6 f + 368 \cos^4 f - 112 \cos^2 f + 13$	
$\cos f = 0$ Maxima $I = 13$	
$\cos f = \pm 1$ Maxima $I = 13$	
$\cos f = \pm \sqrt{1/2}$ Maxima $I = 1$	
$\cos f = \pm \sqrt{\frac{4 \pm \sqrt{2}}{2}}$ Minima $I = 3/4$	

In den Fig. 9–11 sind die so berechneten Intensitätskurven dargestellt und rechts daneben jeweils eine an den Spalten Fig. 5c–5e erhaltenen Elektroneninterferenzaufnahme der betreffenden Ebene beigefügt. Man findet in der Nähe der Achse eine gute qualitative Übereinstimmung im Auftreten der Intensitätsmaxima und -minima. In den A-Ebenen kann man schon bei drei Spalten die Nebenmaxima wegen ihres großen relativen Intensitätsunterschiedes gegen die Hauptmaxima kaum noch finden. Bei drei Spalten treten sie dann beim Übergang zur $\cos \Omega = +1/2$ -Ebene deutlicher gegen die Hauptmaxima hervor und lassen sich dann auch gut auffinden. In der B-Ebene werden sie genau so intensiv wie die ehemaligen Hauptmaxima, um dann bei weiterer Verschiebung der Beobachtungsebene ihrerseits zu Hauptmaximis zu werden, so daß die erwähnte Verschiebung der Interferenzfigur zwischen den Ebenen mit $\cos \Omega = +1$ und $\cos \Omega = -1$ eintritt. Entsprechende lichtoptische Aufnahmen sind in der Arbeit¹³ veröffentlicht worden. Bei der Beugung an fünf Spalten treten die entsprechenden, nur linienreicheren Interferenzdiagramme auf. Auch hier findet man wieder die Verschiebung der Beugungsfigur, insbesondere sieht man auch deutlich in

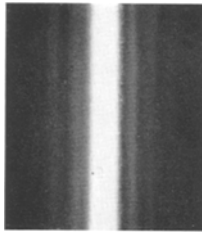


Fig. 7. Elektronenbeugungsaufnahme an einem Spalt (Fraunhofer-Ebene)

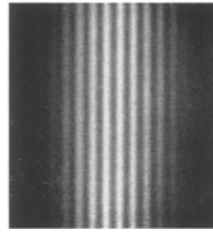


Fig. 8. Elektronenbeugungsaufnahme an zwei Spalten (Fraunhofer-Ebene)

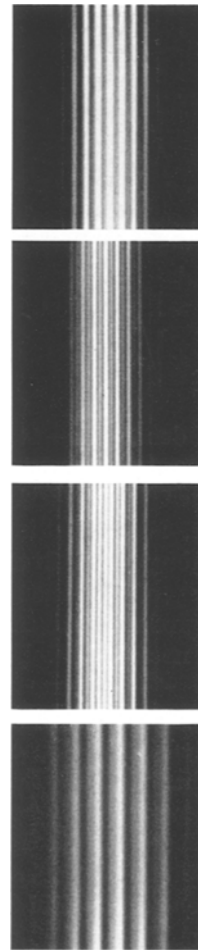
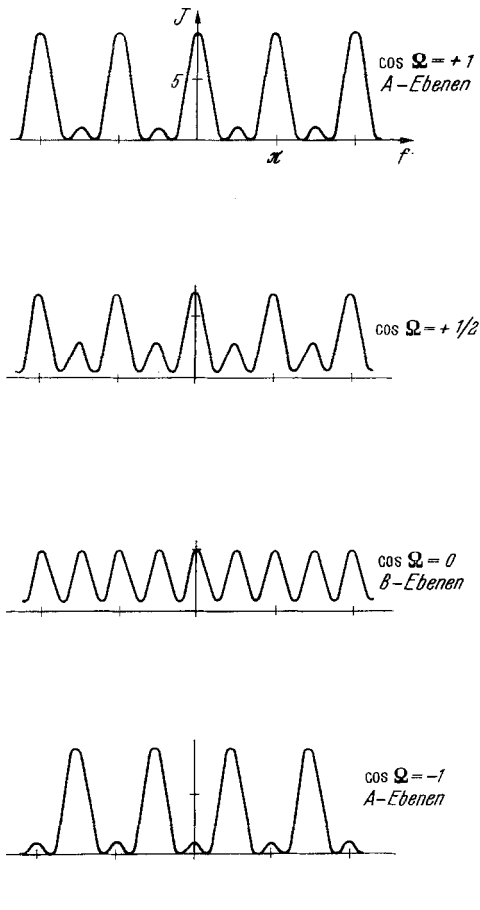


Fig. 9. Elektronenbeugungsaufnahmen an drei Spalten mit theoretischen Intensitätskurven

den $\cos \Omega = \pm 1/2$ -Ebenen das abwechselnde Auftreten von zwei schmalen und einem breiten Minimum. Bei vier Spalten beobachtet man im Einklang mit der Rechnung keine Verschiebung der Intensitätsverteilung bei aufeinanderfolgenden *A*-Ebenen, dagegen in der *B*-Ebene das abwechselnde Auftreten von einem schmalen und einem breiten Minimum, wie es von der Theorie gefordert wird. Allgemein findet man die geforderte Verschärfung der Hauptmaxima in den *A*-Ebenen beim

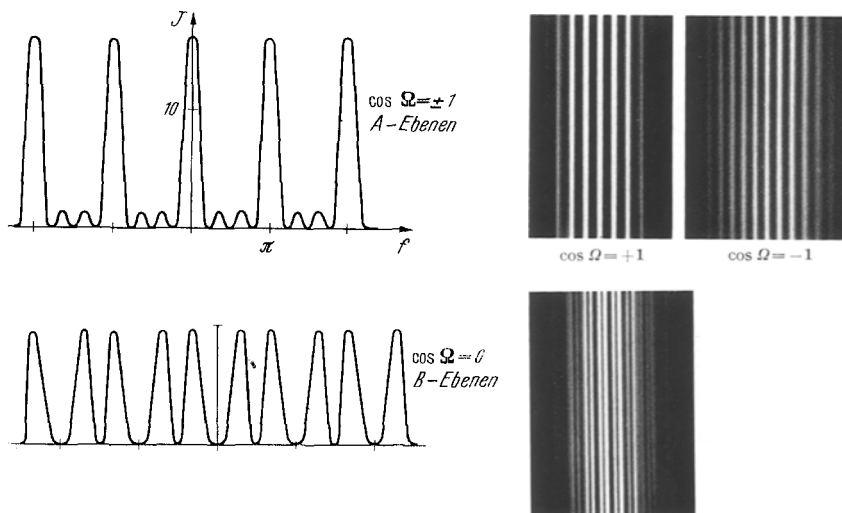


Fig. 10. Elektronenbeugungsaufnahmen an vier Spalten mit theoretischen Intensitätskurven

Übergang von zwei Spalten mit ihrer $\cos^2$ -Verteilung (Fig. 8) zu drei, vier und fünf Spalten.

Ein stärkeres Hervortreten der Nebenmaxima in den *A*-Ebenen und eine Verstärkung des Kontrastes in den *B*-Ebenen kann man durch Verbreitern der äußeren Spalte erreichen. Eine vereinfachte Rechnung mit drei Zylinderwellen der Amplitudenverhältnisse 2:1:2 liefert die Intensitätskurven in Fig. 12. In den beigegeführten Beugungsaufnahmen, die an den drei Spalten Fig. 5 f erhalten wurden, findet man diese Unterschiede in der Intensitätsverteilung gegenüber den Aufnahmen Fig. 9 der drei Spalte Fig. 5 c wieder, allerdings stimmen sie mit den gerechneten Kurven nur in unmittelbarer Nähe der Achse überein. Die Aufnahmen Fig. 13 mit den fünf Spalten Fig. 5 g zeigen ebenfalls die bei breiteren Außenspalten zu erwartende stärkere Hervorhebung der Nebenmaxima gegenüber den Interferenzfiguren mit gleich breiten Spalten sehr deutlich.

Die Abweichung der Beugungsaufnahmen von den theoretischen Kurven ist auf die endliche Breite der Spalte zurückzuführen. Für die

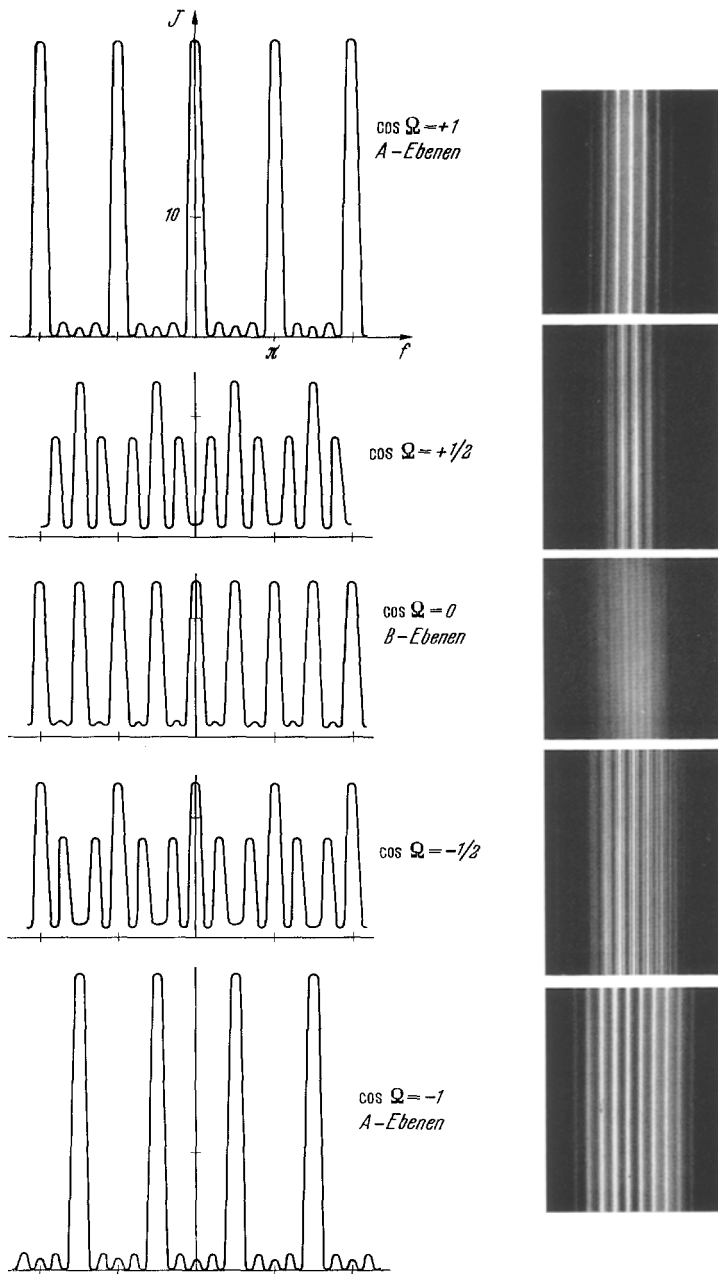


Fig. 11. Elektronenbeugungsaufnahmen an fünf Spalten mit theoretischen Intensitätskurven

Fraunhofer-Ebene ist sie sehr leicht zu erfassen. Hier folgt aus der Tatsache, daß die Wellenfunktion in der Beobachtungsebene gleich der Fou-

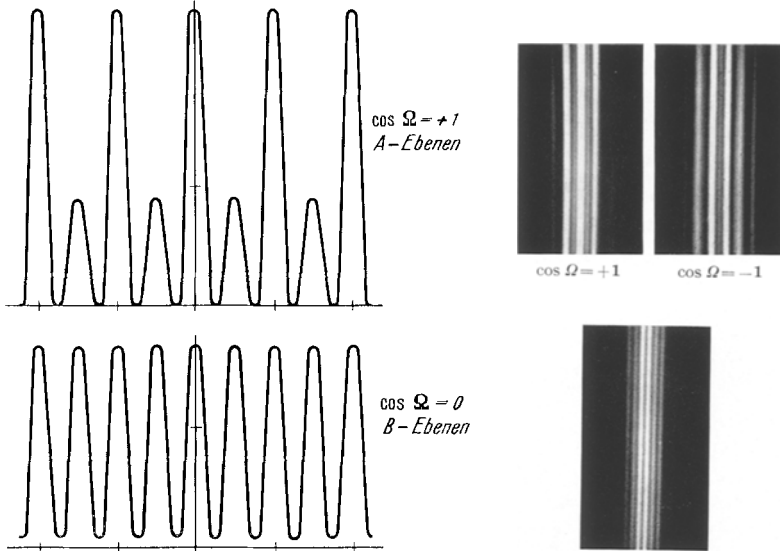


Fig. 12. Elektronenbeugungsaufnahmen an drei Spalten unterschiedlicher Breite mit theoretischen Intensitätskurven

rier-Transformierten der Wellenfunktion in der Schirmebene ist, und bei Spalten gleicher Breite b aus der Darstellungsmöglichkeit der Wellenfunktion in der Schirmebene als Faltung von δ -Funktionen in den Spaltmitten mit einer Rechteckfunktion der Breite b mit Hilfe des Faltungssatzes, daß die wirkliche Intensitätsverteilung gleich dem Produkt der Intensitätsverteilung von reinen Zylinderwellen, in der die Spaltbreite b nicht vorkommt, mit einem die Amplitude modulierenden Faktor, der die Intensitätsverteilung bei der Beugung am Einzelspalt darstellt und in dem die Gitterkonstante d und die Spaltzahl N nicht vorkommen, ist. Sie wird durch die bekannte Formel

$$I(\varphi) = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{N \pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}$$

dargestellt, wobei φ der Winkel gegen die optische Achse ist, unter dem beobachtet wird.

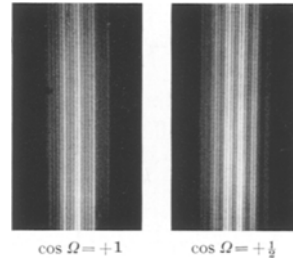


Fig. 13. Elektronenbeugungsaufnahmen an fünf Spalten unterschiedlicher Breite

Die Intensitätsverteilung des ersten Faktors (die Beugung an einem Spalt) bezeichnet man auch als Interferenzen 1. Klasse. Sie hat in der Mitte ein breites Hauptmaximum, wie es auch die Elektronenbeugungsaufnahme Fig. 7 des Einfachspaltes Fig. 5 a wiedergibt. Die Intensitätsverteilung des zweiten Faktors (die Interferenzfigur von N Zylinderwellen gleicher Amplitude und Phase) bezeichnet man entsprechend als Interferenzen 2. Klasse. Aus der Formel folgt, daß im Zentralmaximum 1. Klasse stets $2d/b$ Minima 2. Klasse liegen, die für $N > 2$ noch von $N - 2$ Nebenmaximis 2. Klasse durchzogen sind. Diese Forderung wird in den Elektronenbeugungsaufnahmen bestätigt.

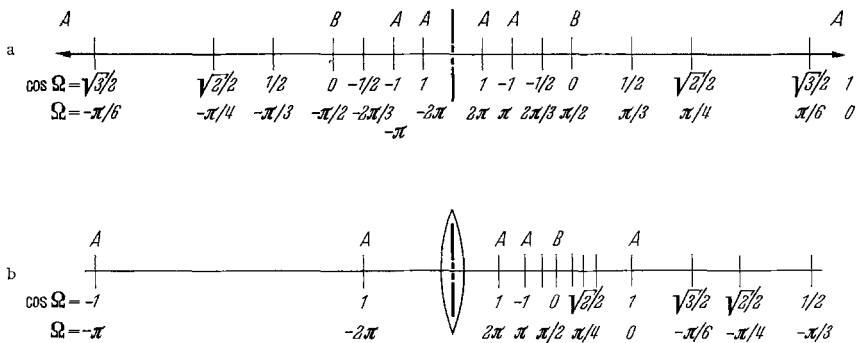


Fig. 14. Lage der A-, B- und Zwischenebenen zur Schirmebene ohne und mit zusätzlicher Abbildungslinse am Ort der Schirmebene

Außerhalb der Fraunhofer-Ebene gilt nicht mehr, daß die Wellenfunktion in der Beobachtungsebene gleich der Fourier-Transformierten der Wellenfunktion in der Schirmebene ist. Hier ist eine etwas umständlichere Berechnung nötig, die im großen und ganzen eine ähnliche Abweichung der Intensitätsverteilung von der Intensitätsverteilung reiner Zylinderwellen ergibt, wie es für den Fall der Fraunhofer-Ebene gezeigt wurde. Insbesondere ändert sich die Lage der Extremwerte nicht wesentlich.

Für den Fall unterschiedlicher Spaltbreiten ist die genaue Intensitätsverteilung auch in der Fraunhofer-Ebene nicht mehr als Produkt zweier Faktoren darstellbar, bei dem in dem einen die Spaltbreiten b_n und in dem anderen die Gitterkonstante d und die Spaltzahl N nicht vorkommen, so daß hier eine numerische Rechnung zum genaueren Vergleich nötig wird. Sie zeigt, daß die Näherungswerte, die man aus der oben ausgeführten Rechnung mit reinen Zylinderwellen unterschiedlicher Amplitude erhält, nur in allernächster Umgebung der Achse qualitativ richtig sind. Die Annäherung wird um so besser, je größer die Gitterkonstante im Verhältnis zu den Spaltbreiten wird. Weiter außen treten

dann von der einfachen Berechnung stark abweichende Intensitätsverteilungen auf.

Die räumliche Lage der A -, B - und Zwischenebenen zu der Schirmebene hängt von der Wellenlänge und der Gitterkonstante ab. In Fig. 14a ist sie für eine willkürliche Wahl von λ und d dargestellt. Durch die Linse, die die Beobachtungsebene in die Zwischenbildebene abbildet, werden die A -, B - und Zwischenebenen in der gewünschten Weise verschoben (Fig. 14b). Die neue Lage z' einer Ebene, die ohne Linse an der Stelle z liegt, läßt sich leicht mit der Linsenformel $1/z' - 1/z = 1/f$ berechnen (f ist hier die Brennweite der Linse).

Zusammenfassung

Eine auf Glas aufgedampfte Silberschicht von 200 Å Dicke wird in einem Vakuum von 10^{-4} Torr etwa 2 min lang mit einer elektronenoptisch hergestellten $0,5 \mu$ breiten und 50μ langen Elektronensonde von 50 kV Beschleunigungsspannung bestrahlt, um einen schmalen Kohlenwasserstoff-Polymerisatstreifen von sehr geringer elektrischer Leitfähigkeit zu erzeugen.

Läßt man anschließend auf der Silberschicht in einem sauren Kupferbad elektrolytisch einen Niederschlag von $0,5 \mu$ Dicke aufwachsen, so bleiben die bestrahlten Gebiete frei. Durch Abziehen dieser aufgewachsenen Kupferschicht von der Glasplatte gelingt es, materiefreie Spalte von $0,3 \mu$ Breite herzustellen. Es werden auch 2, 3, 4 und 5 Spalte in einem Abstand von minimal 1 bis 2μ erzeugt, indem die entsprechende Anzahl von Polymerisatstreifen nebeneinander gedruckt wird.

Zur Beobachtung der Interferenzerscheinungen von 50 kV-Elektronen an den so hergestellten Spalten mußte eine spezielle Beugungsanlage gebaut werden. Zur Erfüllung der Winkelkohärenzbedingung $s \cdot A \ll \lambda$ war es wegen der Elektronenwellenlänge von $0,05 \text{ Å}$ und des bis zu 10μ großen Gitterbereiches nötig, den Aperturwinkel A sehr klein zu machen. Dieses wurde mit zwei Zylinderlinsen erreicht, die durch Verkleinerung des Überkreuzungspunktes einer Elektronenquelle eine strichförmige Elektronensonde von 50 Å Breite in einem Abstand von 30 cm vom Beugungsobjekt erzeugten.

Um die winzige Beugungserscheinung auf Photoplatten registrieren zu können, wurde sie mit zwei rotationssymmetrischen elektrostatischen Projektiven und, um die Richtung senkrecht zu den Beugungsfransen besonders herauszuvergrößern zu können, noch mit einem zylindersymmetrischen Projektiv vergrößert. Eine langbrennweitige elektrostatische Linse kurz unterhalb des Beugungsobjektes erlaubt die Fraunhofer-Ebene oder Ebenen im Fresnelschen Gebiet auf die Zwischenbildebene einzustellen.

Mit dieser Anlage wurden Beugungsdiagramme an 1, 2, 3, 4 und 5 Spalten aufgenommen. Sie wurden mit den Intensitätskurven verglichen, die man durch Auswertung des Kirchhoffschen Integrals für Zylinderwellen, die von den Spaltmitten ausgehen,

$$\mathfrak{U}(x, z) = \sum_{n=1}^N \exp \left[i k \left(\frac{x_n x}{z} - \frac{x_n^2}{2z} \right) \right]$$

erhält. Es konnte gezeigt werden, daß die von der Lichtoptik her bekannten Beugungserscheinungen an mehreren Spalten in entsprechender Weise auch mit Elektronenwellen beobachtet werden können.

Es ist mir eine Freude, Herrn Professor Dr. G. MÖLLENSTEDT für die Anregung zu dieser Arbeit und ihre stete Förderung an dieser Stelle danken zu können. Ferner danke ich Herrn Dozent Dr. F. LENZ für wertvolle Hinweise bei der Behandlung des theoretischen Abschnitts.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Arbeitsgemeinschaft für Elektronen-Optik danke ich für apparative und personelle Unterstützung.