

---

# Lista de Exercícios - Aula 8

---

## Gabarito

### AGA0215 - Fundamentos de Astronomia

Docentes: Augusto Damineli e Eduardo Cypriano  
Monitoras: Gabriela C. Silva e Kethelin Parra Ramos

Assinale verdadeiro ou falso.

- ✓ **(F)** Luz, rádio, ultravioleta e raios gama são todas formas de radiação eletromagnética.
- (F)** O som é um tipo familiar de onda eletromagnética.
- (F)** Interferência ocorre quando uma onda é mais brilhante que a outra e a onda mais fraca não pode ser observada.
- (F)** Ondas eletromagnéticas não podem viajar no vácuo.
- (V)** Todas as ondas eletromagnéticas viajam na mesma velocidade, a velocidade da luz.
- (F)** A luz visível compõe a maior parte de todo o espectro eletromagnético.
- (F)** A luz ultravioleta tem o menor comprimento de onda entre todas as ondas eletromagnéticas.
- (F)** Um corpo negro emite toda sua radiação em um comprimento de onda ou frequência.
- ~~**(F)** Um corpo negro perfeito emite exatamente a mesma quantidade de radiação que absorve do meio externo a ele.~~
- (V)** A forma da curva do corpo negro depende da temperatura do corpo.
- (V)** A frequência do pico da curva do corpo negro cresce da temperatura.
- (V)** O efeito Doppler ocorre para todos os tipos de movimento de ondas.
- ✓ ~~**(F)** Um objeto emitindo radiação, se movendo transversalmente à linha de visada, não produz efeito Doppler.~~
- (V)** As linhas de emissão são caracterizadas por linhas finas e brilhantes de cores diferentes.
- (F)** Imagine o espectro de emissão produzido por um container com gás hidrogênio. Mudando a quantidade de hidrogênio, muda-se as cores das linhas do espectro.
- (V)** Ainda sobre a questão anterior, se o hidrogênio for substituído por hélio, então as cores mudarão.
- (V)** O espectro de absorção é caracterizado por um contínuo interrompido por linhas finas e escuras.
- (F)** Os comprimentos de onda produzidos pelas linhas de emissão de um determinado elemento químico são diferentes dos comprimentos de onda das linhas absorvidas por este mesmo elemento.
- (F)** A densidade de um gás quente produzindo linhas de emissão deve ser muito alta.
- (F)** Um elétron pode ter qualquer energia quando num átomo, desde que esta seja maior que a energia do estado fundamental.
- (F)** Átomos podem ficar em seus estados excitados indefinidamente.
- ~~**(V)** As linhas de emissão e de absorção correspondem às diferenças específicas de energia entre os orbitais atômicos.~~
- (F)** Mais de um elemento ou molécula pode ter o mesmo espectro de emissão ou de absorção.
- (F)** As linhas do hidrogênio do Sol são relativamente fracas porque ele contém relativamente pouco hidrogênio.
- (F)** O objetivo primário de qualquer telescópio é formar uma imagem magnificada do campo de visão.
- (F)** Um telescópio refrator não pode formar uma imagem de seu campo de visão.
- (F)** Um telescópio newtoniano não tem espelho secundário.
- (V)** Um telescópio cassegrain tem um buraco no meio de seu espelho primário para permitir que a luz refletida a partir do seu espelho secundário atinja o foco atrás do espelho primário.
- (F)** O termo “seeing” é usado para descrever o quão fracamente um objeto pode ser detectado por um telescópio.
- (F)** Rádio-telescópios devem ter superfícies tão lisas quanto os telescópios ópticos.

(F) Astronomia em infravermelho deve ser feita do espaço.

(F) ~~Porque a camada de ozônio absorve a luz ultravioleta, os astrônomos devem fazer observações em UV a partir das mais altas montanhas.~~

Problemas.

- 1 O sol tem temperatura efetiva de 5800 K e sua curva de corpo negro tem pico em 550 nm. Em qual comprimento de onda uma proto-estrela com temperatura de 1000K irradia mais fortemente?

Utilizando a Lei de Wien:

$$\lambda_{max} = \frac{0.29cm}{T(K)} \quad (1)$$

$$\lambda_{max} = \frac{0.29cm}{1000K} \Rightarrow \lambda_{max} = 2900nm \quad \boxed{2.9 \text{ microns}}$$

- 2 Dois corpos idênticos têm temperaturas de 300 K e 1500 K, respectivamente. Qual emite mais energia e quanto mais ele emite mais que outro?

A Lei de Stefan no diz respeito ao fluxo de energia irradiada por unidade de área por segundo.

$$F = \sigma T^4 \quad (2)$$

Para o corpo de temperatura 300K, temos um fluxo  $F_1 = 459 \text{ W m}^{-2}$ .

Já para o corpo de 1500 K,  $F_2 = 2.87 \times 10^5 \text{ W m}^{-2}$ .

Fazendo  $F_2/F_1$  temos que o corpo mais quente irradia 625 vezes mais energia por unidade de área que o corpo mais frio.

- 3 De acordo com a Lei de Stefan, quanta energia é irradiada ao espaço por unidade de tempo por cada metro quadrado da superfície do sol? Se o sol tem raio de 696.000 km, qual é a energia total emitida pelo Sol?

Temos que a temperatura da superfície do Sol é de 5777K, então podemos utilizar a Lei de Stefan na equação (2) para obter a quantidade de energia irradiada por unidade de tempo por unidade de área de  $F_{\odot} = 6.32 \times 10^7 \text{ W m}^{-2}$ .

A energia total obtida é igual à luminosidade da estrela, que pode ser obtida pelo produto entre o fluxo e sua área superficial.

$$L = F \times 4\pi r^2 \quad (3)$$

Então a energia total emitida pelo Sol é  $L_{\odot}$ , onde  $L_{\odot} = 3.84 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}$

- 4 Imagine que você está observando uma espaçonave numa órbita circular de raio 100000 km ao redor de um planeta distante. Você está exatamente no plano da órbita da espaçonave. O sinal de rádio da espaçonave varia periodicamente entre 2,99964 m e 3,00036 m. Qual é a massa do planeta?

Efeito Doppler para as ondas de rádio:

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \quad (4)$$

O menor comprimento de onda,  $\lambda_1 = 2,99964$ , indica que a espaçonave está se aproximando, enquanto que o maior comprimento de onda,  $\lambda_2 = 3,00036$ , está se afastando com igual módulo da velocidade.

Substituindo  $\lambda_1$  em (4):

$$\frac{2,99964 - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{-v}{c} \Rightarrow \frac{-2,99964 + \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \quad (5)$$

Substituindo  $\lambda_2$  em (4):

$$\frac{3,00036 - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \quad (6)$$

Fazendo (5) = (6), encontramos que  $\lambda_0 = 3,00000$  e conseqüentemente  $v = 3,6 \times 10^4 \text{ms}^{-1}$ . Para encontrar a massa do planeta, podemos usar a relação da aceleração centrípeta:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \boxed{M = 1,94 \times 10^{27} \text{kg}}$$

5 A linha H $\alpha$  de certas estrelas é recebida na Terra no comprimento de onda 655 nm. Qual é a velocidade radial da estrela com relação à Terra?

Da equação (4), com  $\lambda_0 = 656.28$ , obtemos:

$$\frac{655\text{nm} - 656.28\text{nm}}{656.28\text{nm}} = \frac{v}{3 \times 10^8 \text{ms}^{-1}} \Rightarrow \boxed{v = -5.9 \times 10^5 \text{ms}^{-1}}$$

Q.: Compare a energia de um fóton de raios-X ( $l \sim 1\text{\AA}$ ) com um da faixa visível.

Energia de um fóton é dada por:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (7)$$

A energia de um fóton de **raios-X** com  $\lambda_1 = 1\text{\AA}$  é  $\sim 2 \times 10^{-15} \text{J}$ . Enquanto que a energia de um fóton da faixa do visível com  $\lambda_2 = 5000\text{\AA}$  é de  $\sim 4 \times 10^{-19} \text{J}$ . Para comparar as duas energias podemos usar  $E_1/E_2$ :

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{hc}{\lambda_1}}{\frac{hc}{\lambda_2}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (8)$$

Pela relação (8), temos que a energia de fótons de raios-X é 5000 vezes maior que a energia de um fóton do visível.

Q.: Faça o mesmo com um fóton rádio da faixa centimétrica.

Um fóton de rádio vai ter energia em torno de  $2 \times 10^{-23} \text{J}$ , e a energia de fótons de raios-X é cerca de  $1 \times 10^8$  vezes maior que a energia de um fóton de rádio da faixa centimétrica.

Q.: Qual a faixa de temperaturas de estrelas que emitem seu pico de luz dentro dos limites da faixa visível (3500-7500 $\text{\AA}$ ), sendo que elas estão próximas do equilíbrio termodinâmico?

Estando próximas do equilíbrio termodinâmico podemos utilizar a equação (1) e obtemos a faixa de temperatura entre 3867-8285K.

Q.: Em que comprimento de onda nosso corpo emite o máximo de energia, sendo que ele está em equilíbrio termodinâmico aproximado.

Utilizando a mesma equação (1) e a temperatura média de 37 $^\circ\text{C}$  (310.15K) obtemos o pico de emissão em  $\sim 9350\text{nm}$ , no infravermelho.

Q.: Qual a nossa potência (energia/tempo) luminosa?

Nossa potência luminosa equivale à luminosidade. Utilizando a área média do corpo humano como  $1.8\text{m}^2$  e  $T = 310.15\text{K}$ :

$$L = \sigma AT^4 \Rightarrow \boxed{\text{Potência Luminosa} = 945\text{W}}$$

na verdade, o que conta é a temperatura da pele, que é  $\sim 28^\circ\text{C}$  quando a temperatura externa é  $\sim 20^\circ\text{C}$ .

Um valor realista é de  $P=100\text{W}$ .

**Q.:** Quantos fótons por segundo emitimos?

*Considerando que todos os fótons tenham a energia equivalente ao pico de emissão,  $E_{max} = 2 \times 10^{-20} J$ , emitimos cerca de  $4.5 \times 10^{22}$  fótons por segundo.*

**Q.:** Qual o fluxo luminoso (potência/área) através de nossa pele?

*Utilizando a Lei de Stefan-Boltzmann (2), chegamos a  $F = 525 Wm^{-2}$ .*

**Q.:** A linha espectral Ha ( $\lambda = 6562.8 \text{ \AA}$ ) de uma estrela foi observada na posição  $6561.8 \text{ \AA}$ .

**a)** ela está se aproximando ou se afastando de nós?

*A diminuição observada no comprimento de onda indica um blueshift, então está se aproximando.*

**b)** Qual a velocidade da estrela?

*Pela equação do efeito Doppler (4):*

$$\frac{6561.8 \text{ \AA} - 6562.8 \text{ \AA}}{6562.8 \text{ \AA}} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = -4.6 \times 10^4 m s^{-1} \quad (9)$$