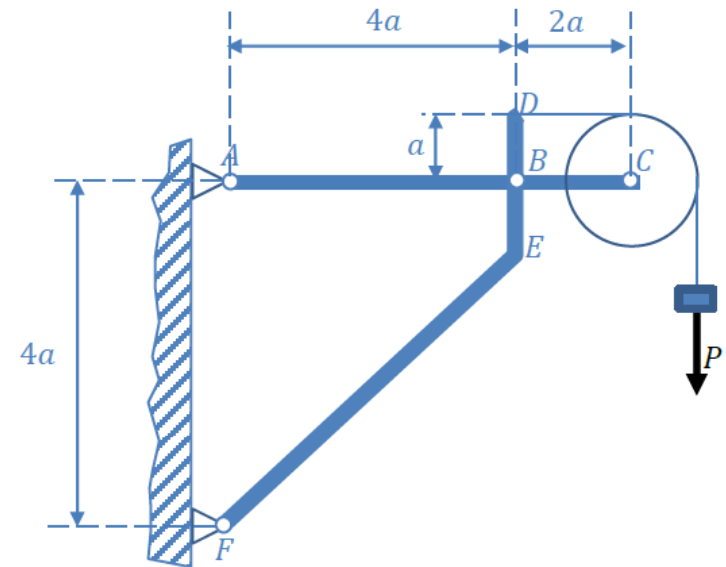




Questão 1

1ª Questão (3,0 pontos). Considere o pórtico plano ilustrado na figura, constituído pelas barras delgadas ABC e $DBEF$, ambas de peso desprezível. Na extremidade C da barra ABC há uma polia de raio a e peso desprezível, que carrega um bloco de peso P através de um cabo ligado à extremidade D da barra $DBEF$. Pedem-se:

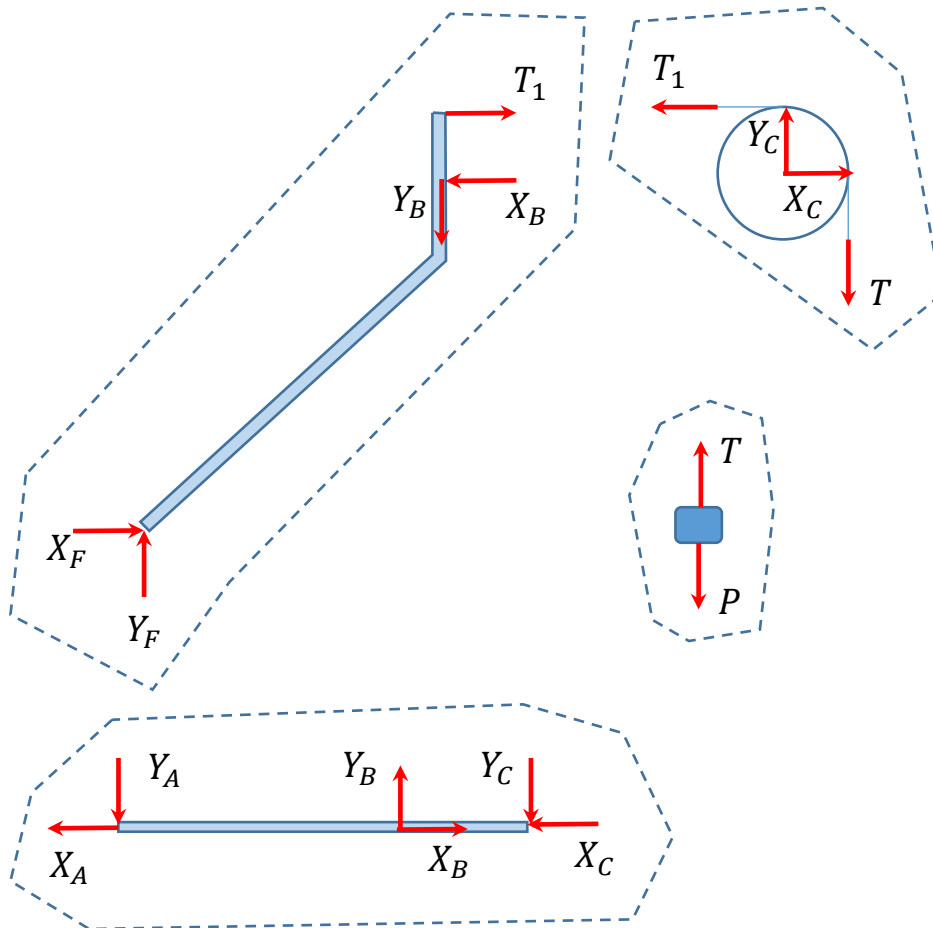
- (a) Os diagramas de corpo livre da polia e das barras ABC e $DBEF$.
- (b) As reações em A , B e F .





Questão 1 (continuação)

DCLs:



Equações de equilíbrio da massa suspensa:

$$\sum F_y = 0 \therefore T - P = 0 \quad \boxed{T = P}$$

Equações de equilíbrio para a polia:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \therefore X_C - T_1 = 0 \\ \sum F_y = 0 \therefore Y_C - T_1 = 0 \\ \sum M_{zC} = 0 \therefore T_1 \cdot a - T \cdot a = 0 \end{array} \right.$$

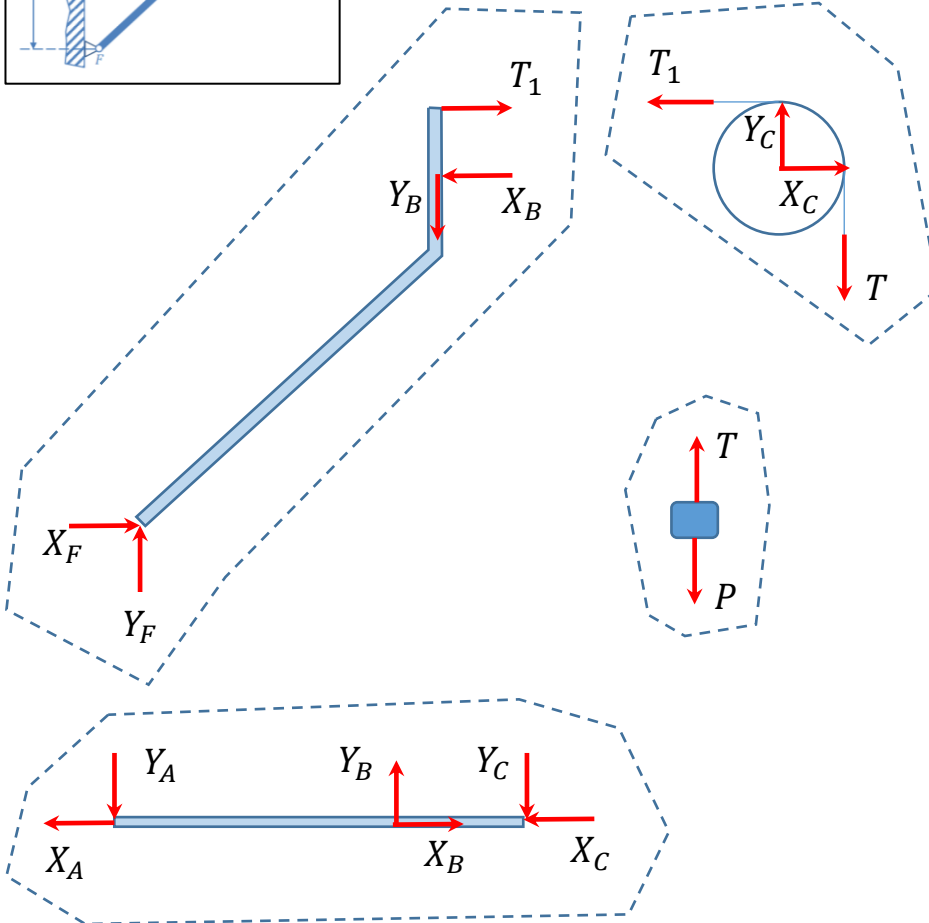
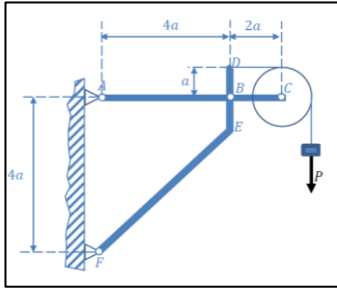
$$T_1 = T \Rightarrow \boxed{T_1 = P}$$

$$X_C = T_1 \Rightarrow \boxed{X_C = P}$$

$$Y_C = T_1 \Rightarrow \boxed{Y_C = P}$$



Questão 1 (continuação)



Equações de equilíbrio para a barra AC:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \therefore -X_A + X_B - X_C = 0 \\ \sum F_y = 0 \therefore -Y_A + Y_B - Y_C = 0 \\ \sum M_{zA} = 0 \therefore -Y_B \cdot 4a + Y_C \cdot 6a = 0 \end{cases}$$

Equações de equilíbrio para a barra AD:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \therefore X_F - X_B + T_1 = 0 \\ \sum F_y = 0 \therefore Y_F - Y_B = 0 \\ \sum M_{zF} = 0 \therefore X_B \cdot 4a - Y_B \cdot 4a - T_1 \cdot 5a = 0 \end{cases}$$



Questão 1 (continuação)

Equações de equilíbrio para a barra AC:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \therefore -X_A + X_B - X_C = 0 \quad (1) \\ \sum F_y = 0 \therefore -Y_A + Y_B - Y_C = 0 \quad (2) \\ \sum M_{ZA} = 0 \therefore -Y_B \cdot 4a + Y_C \cdot 6a = 0 \quad (3) \end{array} \right.$$

Equações de equilíbrio para a barra AD:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \therefore X_F - X_B + T_1 = 0 \quad (4) \\ \sum F_y = 0 \therefore Y_F - Y_B = 0 \quad (5) \\ \sum M_{ZF} = 0 \therefore X_B \cdot 4a - Y_B \cdot 4a - T_1 \cdot 5a = 0 \quad (6) \end{array} \right.$$

Resolvendo:

De (3): $Y_B = \frac{6}{4}Y_C \Rightarrow Y_B = \frac{3}{2}P$

De (2): $Y_A = Y_B - Y_C \Rightarrow Y_A = \frac{1}{2}P$

De (5): $Y_F = Y_B \Rightarrow Y_F = \frac{3}{2}P$

De (6): $X_B = Y_B + \frac{5}{4}T_1 \Rightarrow X_B = \frac{11}{4}P$

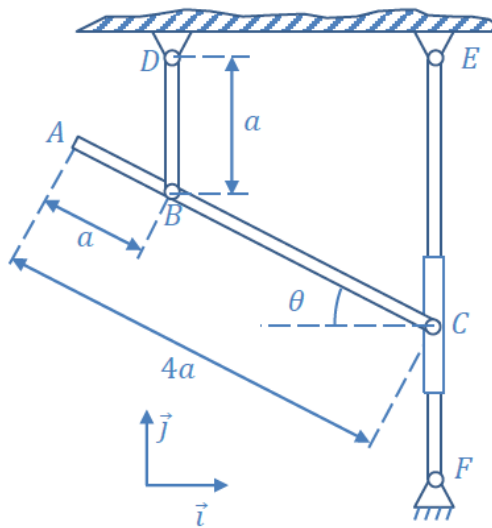
De (4): $X_F = X_B - T_1 \Rightarrow X_F = \frac{7}{4}P$

De (1): $X_A = X_B - X_C \Rightarrow X_A = \frac{7}{4}P$



Questão 2

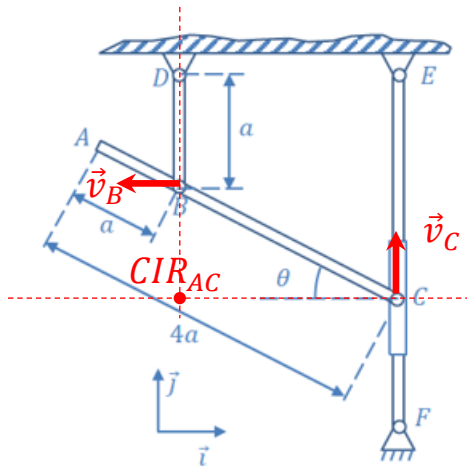
2ª Questão (3,5 pontos). No mecanismo plano ilustrado na figura, a barra BD é articulada à posição fixa D e ao ponto B da barra AC , estando a extremidade C desta barra articulada a uma luva restrita a deslizar com velocidade $v\vec{j}$ constante e conhecida sobre o eixo vertical fixo EF . Para o instante em que a barra BD se encontra na vertical, pede-se, em função do ângulo θ entre a barra AC e a horizontal:



- (a) Determinar, graficamente, a posição do centro instantâneo de rotação da barra AC .
- (b) Determinar a velocidade angular da barra AC .
- (c) Determinar a velocidade do ponto B .
- ~~(d) Determinar a aceleração do ponto B .~~



Questão 2 (continuação)



$$\vec{v}_C = \vec{\omega} \wedge (C - CIR)$$

$$v\vec{j} = \omega\vec{k} \wedge (3a\cos\theta\vec{i})$$

$$v\vec{j} = \omega\vec{j}$$

$$\omega = \frac{v}{3a\cos\theta}$$

$$\vec{\omega} = \frac{v}{3a\cos\theta}\vec{k}$$

$$\vec{v}_B = \vec{\omega} \wedge (B - CIR)$$

$$\vec{v}_B = \frac{v}{3a\cos\theta}\vec{k} \wedge (3a\sin\theta\vec{j})$$

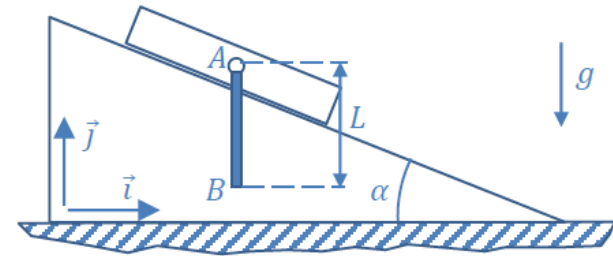
$$\vec{v}_B = -v\tan\theta\vec{i}$$



Questão 3

3ª Questão (3,5 pontos). Um bloco de massa $2m$ e centro de massa A apoia-se, sem atrito, sobre um plano inclinado de um ângulo α em relação à horizontal. Uma barra delgada AB , de massa m e comprimento L , é articulada ao ponto A do bloco, conforme ilustrado na figura. Para o instante imediatamente após o sistema ter sido abandonado do repouso, pede-se:

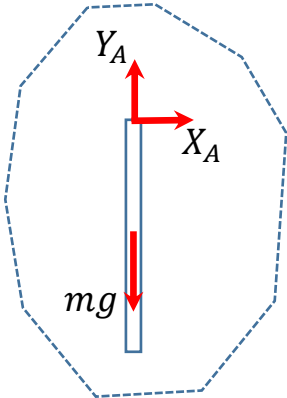
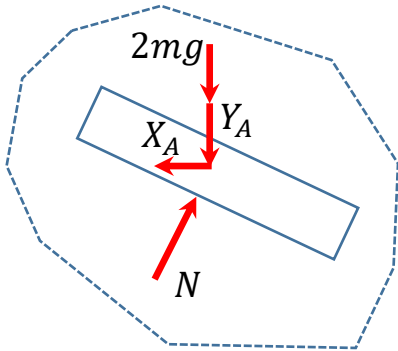
- (a) Construir os diagramas de corpo livre da barra e do bloco.
- (b) Aplicar o teorema da resultante ao bloco.
- (c) Aplicar o teorema do momento da quantidade de movimento à barra.
- (d) Expressar a aceleração do centro de massa da barra.
- (e) Aplicar o teorema da resultante à barra.
- (f) Mostrar que as equações formuladas nos itens (b) a (e) são suficientes para determinar as incógnitas do problema.





Questão 3 (continuação)

DCLs



Aplicando o TMB no bloco: $m\vec{a}_A = \vec{R}_{ext}$

$$2ma_A(\cos\alpha\vec{i} - \sin\alpha\vec{j}) = (-X_A + N\sin\alpha)\vec{i} + (N\cos\alpha - Y_A - 2mg)\vec{j}$$

$$\begin{cases} 2ma_A\cos\alpha = N\sin\alpha - X_A & (1) \\ -2ma_A\sin\alpha = N\cos\alpha - Y_A - 2mg & (2) \end{cases}$$

Aplicando o TMB na barra: $m\vec{a}_G = \vec{R}_{ext}$

$$m\vec{a}_G = X_A\vec{i} + (Y_A - mg)\vec{j}$$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}} \wedge (G - A) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (G - A)]$$

$$\vec{a}_G = a_A(\cos\alpha\vec{i} - \sin\alpha\vec{j}) + \dot{\omega}\vec{k} \wedge \left(-\frac{L}{2}\vec{j}\right) + \vec{0} \wedge [\vec{0} \wedge (G - A)]$$

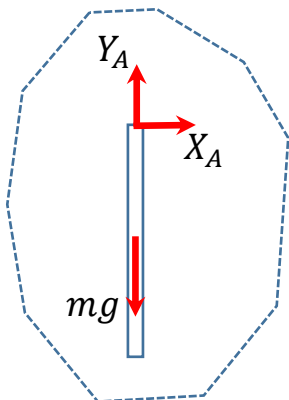
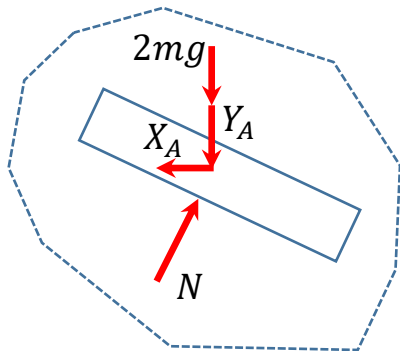
$$\vec{a}_G = \left(a_A\cos\alpha + \frac{\dot{\omega}L}{2}\right)\vec{i} + (-a_A\sin\alpha)\vec{j} \quad (6) \text{ e } (7)$$

$$\begin{cases} ma_A\cos\alpha + \frac{m\dot{\omega}L}{2} = X_A & (3) \\ -ma_A\sin\alpha = Y_A - mg & (4) \end{cases}$$



Questão 3 (continuação)

DCLs



Aplicando o TMA na barra:

$$\dot{\vec{H}}_G = \vec{M}_G$$

$$J_{z_G} \dot{\omega} \vec{k} = -X_A \frac{L}{2} \vec{k}$$

$$\Rightarrow \dot{\omega} = -\frac{X_A L}{2J_{z_G}} \Rightarrow \dot{\omega} = -\frac{6X_A}{mL} \quad (5)$$

Temos 7 incógnitas e 7 equações:

$$\dot{\omega}, X_A, Y_A, N, a_A, a_{Gx}, a_{Gy}$$

$$\begin{cases} 2ma_A \cos \alpha = N \sin \alpha - X_A & (1) \\ -2ma_A \sin \alpha = N \cos \alpha - Y_A - 2mg & (2) \\ ma_A \cos \alpha + \frac{m\dot{\omega}L}{2} = X_A & (3) \\ -ma_A \sin \alpha = Y_A - mg & (4) \\ \dot{\omega} = -\frac{6X_A}{mL} & (5) \\ a_{Gx} = a_A \cos \alpha + \frac{\dot{\omega}L}{2} & (6) \\ a_{Gy} = -a_A \sin \alpha & (7) \end{cases}$$